

# **ОПД.Ф.02.04 ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА**

## **Учебник для вузов**

Изложены теоретические основы анализа и синтеза механизмов, принципов их геометрического и прочностного расчетов.

Учебник условно разбит на пять разделов.

В первом из них рассмотрены общие вопросы теории механизмов.

Второй раздел посвящен основам сопротивления материалов – науке о прочности и жесткости инженерных конструкций.

В третьем разделе рассмотрены основы взаимозаменяемости.

В четвертом разделе расчеты и проектирование наиболее распространенных передаточных механизмов.

В пятом разделе основное внимание уделено прочностным расчетам деталей машин общего назначения.

В седьмом разделе рассмотрены основы взаимозаменяемости.

# **МЕСТО И ЗНАЧЕНИЕ КУРСА «МЕХАНИКА» В РЯДУ ОБЩЕИНЖЕНЕРНЫХ ДИСЦИПЛИН. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ. СТРУКТУРА ЭЛЕМЕНТОВ МЕХАНИЗМОВ**

Наиболее важным средством, обеспечивающим технологические процессы, являются машины. В настоящее время нет такой отрасли, в которой они не использовались бы в самых широких масштабах. Однако конкретные виды машин с развитием техники меняются. В настоящее время разработаны классификации машин, позволяющие не только разобраться в огромном количестве уже находящихся в эксплуатации машин, но и прогнозировать машины будущего. Знание общих закономерностей процесса создания новых и модернизации существующих машин совершенно необходимо каждому современному инженеру, чтобы оптимально решать вопросы технологии, механизации и автоматизации производственных процессов. Инженер должен знать не только общие принципы устройства механизмов, но и принципы их расчетов и проектирования.

Комплекс указанных вопросов в той степени, в которой они необходимы инженерам *немашиностроительных* профилей, рассмотрен в данном учебнике, предназначенном для студентов технических вузов при изучении курса «Механика».

Курс лекций состоит из трех разделов.

В первом из них рассмотрены общие вопросы *теории механизмов*.

Второй раздел посвящен *основам сопротивления материалов* – науке о прочности и жесткости инженерных конструкций.

В третьем разделе рассмотрены расчеты и проектирование наиболее распространенных соединений, *передаточных механизмов* с непосредственным контактом звеньев и валов.

Все разделы, тесно взаимосвязаны между собой и играют большую роль в формировании современного инженера.

# 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ

## 1.1. Общие сведения

В разделе «Основы теории механизмов», структурно являющимся первой частью курса «Механика», изучается структура, кинематика и динамика механизмов независимо от их конкретного применения.

Раздел начинается с рассмотрения положений *общей механики*, применяемых при изучении механических систем, предназначенных для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел в соответствии с функциями того устройства, основой которого является эта система и называемых *механизмами*.

Главное назначение механизма – осуществление *технической операции в результате движения его элементов*.

*Определенность движения* механизма может обеспечиваться *кинематическими* (конструктивными) средствами (механизмы с *полными связями*) или средствами *динамики* (механизмы с *неполными связями*). К механизмам с полными связями относится, например, механизм двигателя внутреннего сгорания, к механизмам с неполными связями – механизм вибрационного конвейера.

*Машиной* называют искусственное устройство, выполняющее *механические движения для преобразования энергии, материалов и информации*. При помощи машин различные формы движения (механическое движение, электричество, тепловая энергия) используются для облегчения физического и умственного труда человека, увеличения его производительности и расширения производственных возможностей.

Использование какой-либо формы движения и совершение некоторой полезной работы являются *признаками машины*. Этим машина отличается от *сооружений и приборов*.

*Сооружение* – строительная конструкция, которая в идеальном случае должна представлять собой *неизменяющую систему* (ферму, раму и т.д.).

*Прибор* – устройство для *регистрации параметров физических процессов, осуществления технических измерений и т.п., но не для совершения работы* (часы, манометр, электроизмерительный приборы).

В технике так же находят широкое применение *механические приспособления*, назначение которых заключается в передаче и преобразовании сил (домкраты, рычажные и винтовые прессы и т.д.).

Из изложенного выше очевидно, что понятие «*механизм*» является более широким, чем понятие «*машина*», «*прибор*» или «*приспособление*», так как любое из вышеназванных устройств является одновременно и *механизмом*, но не наоборот.

Таким образом, можно говорить о *механизмах машин, приборов и приспособлений*.

По функциональному назначению машины можно разделить на следующие группы.

1. *Машины-двигатели*, преобразующие один вид энергии в другой (электродвигатели, двигатели внутреннего сгорания и т.д.).

2. *Транспортные машины*, осуществляющие перемещение тел (автомобили, конвейеры, грузоподъемные машины).

3. *Технологические или рабочие машины*, изменяющие состояние, свойства или форму материала (металлообрабатывающие станки, проходческие и выемочные горные машины, дробилки, мельницы).

4. *Вычислительные машины*, выполняющие математические операции (компьютеры).

5. *Контрольно-управляющие машины*, осуществляющие контроль и автоматическую корректировку технологического процесса.

Обычно для обеспечения технологического процесса требуются наборы индивидуальных машин, каждая из которых обеспечивает определенную часть технологического процесса.

Набор индивидуальных машин, работающих согласованно в соответствии с требованиями технологического процесса, называют *комплектом машин*.

Совокупность кинематически связанных, но сохранивших свои индивидуальные особенности машин, с помощью которых комплексно механизируют все основные операции технологического процесса, называют *комплексом машин*.

Совокупность нескольких взаимодействующих машин, связанных конструктивно, что приводит к изменению конструкции индивидуальных машин и потере ими своей обособленности, называют *машинным агрегатом*.

В классическом исполнении машинный агрегат состоит из трех устройств:

- двигательного,
- передаточного,
- рабочего.

Машинные агрегаты, выполняющие все операции без непосредственного участия человека, называются *машинами-автоматами*.

Комплекс машин-автоматов, осуществляющих заданный технологический процесс, называется *автоматической линией*.

Несколько автоматических линий при централизованном управлении образуют *автоматический цех* или  *завод-автомат*.

## 1.2. Структура элементов механизмов

### 1.2.1. Звенья механизмов

Рассмотрим основные понятия и определения.

*Звеном* называют твердое тело, входящее в состав механизма и обладающее подвижностью относительно других звеньев. Звенья могут состоять из одной или нескольких жестко связанных между собой частей, называемых *деталями*.

На рис. 1.2.1 представлена схема передаточного механизма измерительного прибора. Конструкция шатуна 2 этого механизма, представленная на рис. 1.2.2, позволяет изменять его длину для установки стрелки прибора на нулевую отметку шкалы. Шатун состоит из двух стержней, двух цилиндрических втулок, соединительной муфты и двух гаек. При движении шатуна указанные детали перемещаются как единое целое, и, следовательно, образуют одно звено механизма.

Каждую деталь или группу деталей, образующих неизменяемую систему, называют *подвижным звеном*, а неподвижные детали механизма – *стойкой*. Все элементы, образующие стойку, на схеме механизма отмечены штриховкой. Места соединения (соприкосновения) звеньев друг с другом являются их геометрическими элементами. Шатун (рис. 1.2.1) имеет два таких элемента, представляющих собой цилиндрические поверхности. Одним геометрическим элементом шатун соединен с кривошипом (звеном 3), а вторым – с ползуном (звеном 1).

Для звена, подлежащего изучению в теории механизмов, характерным и главным являются *форма геометрических элементов и их взаимное расположение*, поскольку именно эти факторы определяют вид относительного движения звеньев. Все другие факторы, (материал звена, его конструкция, способ изготовления и т.д.) в теории механизмов не рассматриваются. Кроме того, пренебрегают деформациями звеньев, а также не учитывают зазоры, возникающие в местах соединения звеньев вследствие износа соприкасающихся поверхностей и процессе работы механизма или неточности изготовления.

В зависимости от характера движения относительно неподвижного звена (называемого *стойкой* механизма), звенья называют:

— *кривошипом* – звено рычажного механизма, совершающее полный оборот вокруг оси, связанной со стойкой;

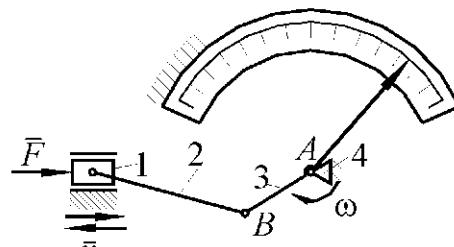


Рис. 1.2.1

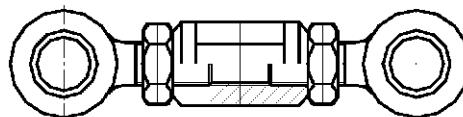


Рис. 1.2.2

- *коромыслом* — звено рычажного механизма, совершающее неполный оборот вокруг оси, связанной со стойкой;
- *шатуном* — звено рычажного механизма, совершающее плоско-параллельное движение;
- *ползуном* — звено рычажного механизма, поступательно перемещающееся относительно стойки или другого звена;
- *кулисой* — подвижное звено рычажного механизма, являющееся направляющей для ползуна.

*Кулакок* — звено, профиль которого, имея переменную кривизну, определяет движение ведомого звена.

*Зубчатое колесо* — вращающееся звено, имеющее зубчатый контур.

Перечисленные звенья и их *условные изображения* представлены в табл. 1.2.1.

Таблица 1.2.1

*Основные типы звеньев механизмов*

Наименование	Эскиз	Движение	Особенности
Стойка		отсутствует	-
Кривошип		вращательное	полный оборот
Кулакок		вращательное	профиль определяет движение ведомого звена
		поступательное	
Колесо зубчатое		вращательное	зубчатый контур
Коромысло		колебательное	неполный оборот, возвратное движение
Шатун		плоскопараллельное	нет пар, связанных со стойкой
Ползун		поступательное	возвратное движение

Окончание табл. 1.2.1

Наименование	Эскиз	Движение	Особенности
Кулиса		колебательное, вращательное	направляющая для ползуна
		поступательное	возвратное движение, направляющая для ползуна

*Входным* (ведущим) называют звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения ведомых звеньев.

*Выходным* (ведомым) называют звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм.

В современном машиностроении широкое применение получили механизмы, в состав которых входят упругие, гибкие, жидкые и газообразные тела.

К *упругим* звеньям относят пружины, мембранны и другие звенья, упругие деформации которых оказывают существенное влияние на работу механизма.

К *гибким* звеньям относят ремни, цепи, канаты и др.

К *жидким и газообразным* звеньям относят масло, воду, расплавленный металл, газ, воздух и т.п., перемещаемые по специальным коммуникациям внутри машины или прибора.

#### *Примечание.*

1. В данном разделе изучаются механизмы только с *твердыми* звеньями. Изучение механизмов с *деформируемыми* звеньями выходит за рамки учебной программы раздела по теории механизмов. Этому вопросу посвящены специальные курсы.

### 1.2.2. Кинематические пары и их классификация

*Кинематической парой* называют соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение. Кинематическую пару могут образовать не только подвижные звенья, но и звенья, одно из которых неподвижно и служит в механизме стойкой.

Между входным и выходным звеньями могут быть расположены *промежуточные* звенья (например, ролики или шарики в подшипниках). Сложные соединения с промежуточными звеньями сохраняют кинематическую тождественность требуемого относительного движения звеньев и с точки зрения кинематики механизма эквивалентны обычно-

венным кинематическим парам. Такие сложные совокупности пар называют *кинематическими соединениями*.

Звенья кинематической пары могут *соприкасаться поверхностями*, по линии и точками, называемыми *элементами кинематической пары*.

Если элементами кинематической пары являются *точки* или *линии*, то пары называют *высшими*, а если – *поверхности*, то – *низшими*.

В низших парах происходит относительное скольжение элементов при поступательном, вращательном или винтовом движении, а в высших возможно качение и скольжение элементов этих пар.

Примеры *низших* кинематических пар — цилиндрического (*а*) и шарового (*б*) шарниров, сочленяющих звенья 1, 2 и 3, 4, представлены на рис. 1.2.3. Элементами пар здесь являются цилиндрические поверхности пальца звена 2 и охватывающей его втулки, сферические поверхности звеньев 3 и 4.

*Высшая* пара показана на рис. 1.3, *в*. Элементами пары являются линии контакта звеньев 5 и 6. При нарушении или изменении вида контакта между элементами кинематической пары она перестает существовать или преобразуется в пару иного вида.

Существование пары обеспечивается условиями замыкания, сохраняющими постоянство и характер контакта звеньев.

В *низших* парах обычно осуществляется *геометрическое замыкание*, обусловленное формой соприкасающихся поверхностей, например, охват втулкой пальца (рис. 1.2.3, *а*).

В *высших* кинематических парах часто используют  *силовое замыкание*, при котором контакт элементов пары обеспечивают гравитационные силы или усилия, создаваемые пружинами.

Кинематические пары могут быть *плоскими* или *пространственными*.

В первом случае относительное движение сочлененных звеньев возможно лишь в *параллельных* плоскостях, во втором случае – и в *не-параллельных* плоскостях. Примером пространственной пары является шаровой шарнир (рис. 1.2.3, *б*).

Прочность и износстойкость элементов кинематических пар зависят от формы и конструктивного исполнения их.

*Низшие* пары более износстойкими, чем высшие. Это объясняется тем, что поверхности касания элементов низших пар всегда больше, чем

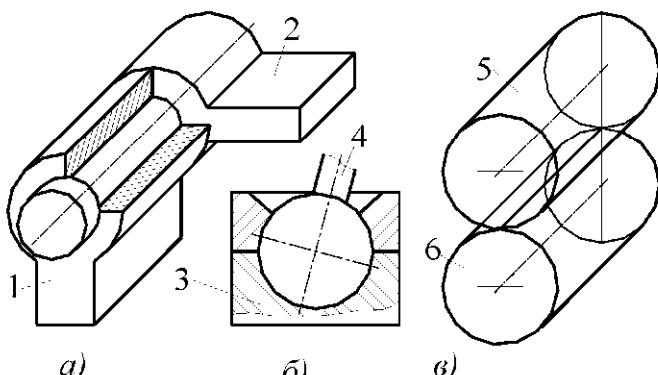


Рис. 1.2.3

в высших. Следовательно, передача одной и той же силы в низшей паре происходит при меньшем удельном давлении и меньших контактных напряжениях, чем в высшей (контактные напряжения возникают при контакте под нагрузкой двух тел в каждом из них). Износ при прочих равных условиях пропорционален удельному давлению, поэтому элементы звеньев низших пар изнашиваются медленнее, чем высших.

Нагрузочная способность *высших* кинематических пар сравнительно невелика, поскольку усилия в ней передаются через малые контактные площадки, возникающие в местах соприкосновения звеньев под воздействием нагрузок. Однако эти пары оказываются более рациональными в отношении потерь мощности на преодоление трения, ввиду того, что трение скольжения в них полностью или частично можно заменить трением качения. *Высшие* пары имеют большое разнообразие форм элементов, поэтому механизмы, в состав которых входят, кроме *низших* пар, также и *высшие*, могут осуществлять требуемые производственные движения с меньшим числом звеньев, меньшими габаритами и при более простой конструкции, чем механизмы с одними *низшими* парами.

Так как требуемые законы движения ведомых звеньев обусловлены формой и конструкцией кинематических пар и их элементов, то для рационального проектирования новых типов машин необходимо знать теорию и классификацию кинематических пар. При проектировании механизмов необходимо отчетливо видеть взаимосвязь относительных движений звеньев и конструкций кинематических пар, образуемых этими звеньями. Кинематические пары можно классифицировать по числу условий связей, налагаемых на относительное движение двух звеньев, образующих пару, или по числу степеней свободы. При использовании такой классификации конструктор получает сведения о возможных относительных движениях звеньев и о характере взаимодействия сил между элементами пары. Каждое условие связи в кинематической паре не только устраняет относительную подвижность, но и позволяет передавать от звена к звену силу или момент.

Известно, что *свободное твердое тело в пространстве* имеет 6 степеней свободы (рис. 1.2.4):

- *три поступательных* движения вдоль осей прямоугольной системы координат  $xuz$ ;
- *три вращательных* движения вокруг осей  $xuz$ .

Если одно из звеньев кинематической пары связать с неподвижной системой координат  $xuz$ , то для второго звена, согласно

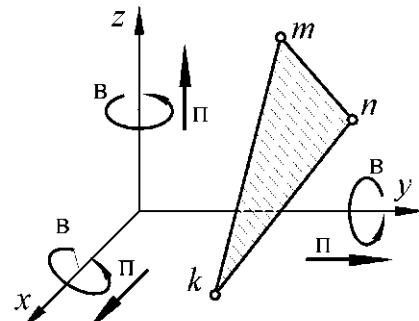


Рис. 1.2.4

геометрии элементов пары, установится число степеней свободы  $w$ , определяемое формулой:

$$w = 6 - s,$$

где  $s$  – число связей, налагаемых элементами пары на относительное движение ее звеньев.

Очевидны неравенства  $0 < s < 6$ , так как при  $s=0$  звено абсолютно свободно и пара отсутствует, а при  $s=6$  два тела жестко связаны и образуют одно звено.

Следовательно, число связи пространственной кинематической пары  $s$  может быть в пределах от 1 до 5.

Соответственно все кинематические пары по классификации И.И.Артоболевского подразделяют на пять классов по числу связей.

К первому классу относят пары, налагающие на относительное движение звеньев одну связь ( $s=1$ ).

К второму классу относят пары с двумя связями ( $s=2$ ).

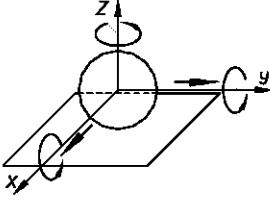
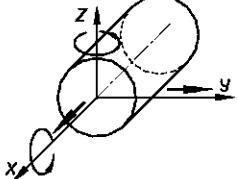
К третьему классу относят пары, налагающие на относительное движение звеньев три связи ( $s=3$ ).

К четвертому классу относят пары, налагающие на относительное движение звеньев четыре связи ( $s=4$ ).

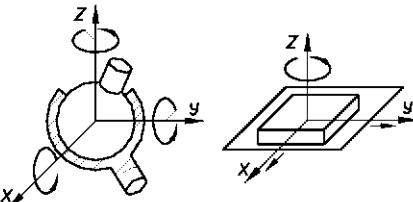
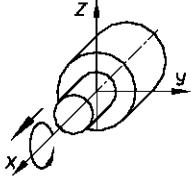
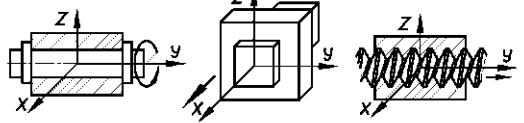
К пятому классу относят пары, налагающие на относительное движение звеньев пять связей ( $s=5$ ).

Классификация кинематических пар по числу связей  $s$  представлена в табл. 1.2.2, где приведены примеры пар всех классов. На эскизах кинематических пар стрелками указаны возможные относительные перемещения (поступательные и вращательные) по осям координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Таблица 1.2.2  
Классификация кинематических пар по числу связей

Класс и число связи $s$	Пример кинематической пары
I $s=1$	
II $s=2$	

Окончание табл. 1.2.2

Класс и число связи $s$	Пример кинематической пары
III $s=3$	
IV $s=4$	
V $s=5$	

В винтовой паре поступательное движение  $u$  вдоль оси  $u$  вращения винта неразрывно связано с вращательным движением  $\phi$  функцией  $y = c\phi$ , где  $c = \tan \alpha$  – постоянный коэффициент, величина которого определяется углом  $\alpha$  наклона винтовой линии. Это дополнительное условие связи повышает на разряд класс пары и соответственно снижает ее род.

По числу  $w$  степеней свободы пары называют: *пяти-, четырех-, трех-, двух— и одноподвижная*.

Кинематическая пара является *обратимой*, если она реализует один и тот же вид относительного движения для каждого из образующих ее звеньев. Примером обратимой пары может служить *вращательная* пара. Действительно, вращение вала в неподвижном подшипнике или подшипника относительно неподвижного вала приводит к тому, что точки соприкасающихся поверхностей вала и подшипника описывают *одинаковые траектории* – окружности.

Свойством *обратимости* обладают все *нисшие* кинематические пары.

Все *высшие* кинематические пары относятся к *необратимым*.

На рис. 1.2.5 показана *высшая* кинематическая пара, образованная окружностью 1 и прямой 2. Если точки окружности, катящегося по неподвижной прямой, описывают *циклоиды*, то точки прямой, перекатывающейся по

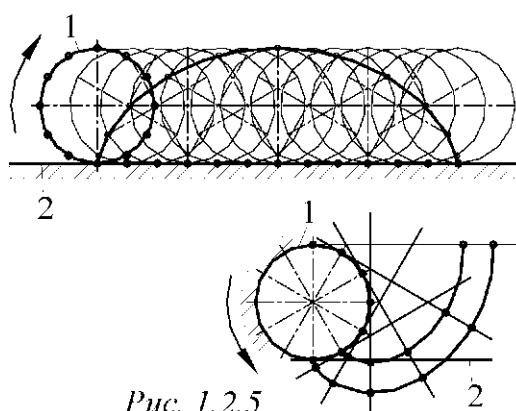


Рис. 1.2.5

неподвижной окружности, описывают эвольвенты. Рассматриваемая пара является *необратимой*.

Возможность реализации самых разнообразных движений путем соответствующего выбора профилей соприкасающихся звеньев является основным достоинством *высших* кинематических пар. Именно поэтому такие пары находят наиболее широкое применение в механизмах.

Пользуясь *условными изображениями* наиболее распространенных кинематических пар (табл. 1.2.1), компонуют так называемые *структурные схемы* механизмов.

*Структурная схема* представляет собой *символический чертеж механизма*, позволяющий установить количество его звеньев, число и класс кинематических пар, а также вид движения, которое совершает каждое звено относительно стойки. Поскольку такая схема является как бы «скелетом» механизма, на ней не показывают никаких лишних деталей, затрудняющих понимание схемы.

Выполненную в масштабе структурную схему называют *кинематической схемой*.

### 1.2.3. Кинематические цепи и их классификация

*Кинематической цепью* называют *связанную систему звеньев, образующих кинематические пары*.

Кинематические цепи подразделяют на:

- *открытые* и *замкнутые*,
- *простые* и *сложные*,
- *плоские* и *пространственные*.

*Открытой* кинематической цепью называют такую, в которой имеются звенья, входящие только в одну кинематическую пару (рис. 1.2.6, а).

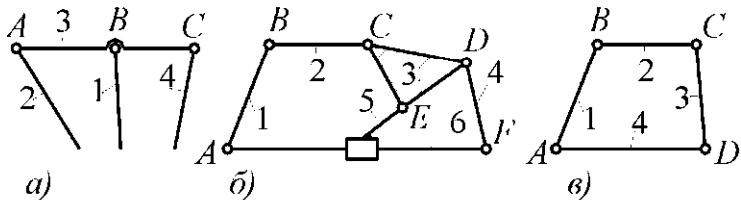


Рис. 1.2.6

В *замкнутой* кинематической цепи каждое звено входит не менее чем в две кинематические пары (рис. 1.2.6, б). В машиностроении применяют, в основном, замкнутые кинематические цепи.

Кинематическую цепь называют *простой*, если каждое ее звено (1-4) входит не более чем в две кинематические пары (рис. 1.2.6, в).

В *сложной* цепи имеется хотя бы одно звено, образующее с другими звеньями более двух кинематических пар (рис. 1.2.6, б).

Если траектории точек всех звеньев цепи лежат в параллельных плоскостях, то такую цепь называют *плоской*.

В пространственных цепях указанные траектории либо представляют собой пространственные кривые, либо находятся в непараллельных плоскостях.

Если точки звеньев описывают траектории на сферах с единым не-подвижным центром, механизм называют *сферическим*.

*Рычажным* механизмом называют такой, в котором звенья образуют лишь *низшие* кинематические пары.

Механизм, имеющий только вращательные пары, называют *шарнирным*.

#### 1.2.4. Степень подвижности кинематической цепи

Число степеней свободы кинематической цепи относительно одного из ее звеньев условно называют *степенью подвижности кинематической цепи*.

Для определения степени подвижности любой кинематической цепи необходимо подсчитать число степеней свободы всех подвижных звеньев, полагая их не связанными между собой. Затем из этого числа следует вычесть число связей, наложенных на звенья кинематическими парами.

Пусть  $n$  – число звеньев пространственной кинематической цепи,  $p_k$  – число кинематических пар  $k$ -го класса ( $k=1, 2, \dots, 5$ ).

Общее число степеней свободы  $n$  звеньев без учета связей равно  $6n$ , а общее число связей, наложенных на звенья кинематическими парами  $k$ -го класса, равно  $kp_k$ . Поэтому *степень подвижности кинематической цепи* равна:

$$w = 6n - \sum_{k=1}^5 kp_k,$$

или в развернутом виде:

$$w = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 \quad (1.2.1)$$

Равенство (1.2.1) носит название *формулы подвижности* или *структурной формулы пространственной кинематической цепи общего вида – формулы Сомова-Малышева*.

Связи, налагаемые на движение звеньев кинематическими парами, подразделяют на *индивидуальные*, характерные для данного звена цепи, и *общие*, накладывающие одинаковые ограничения на движение всех звеньев. Например, кинематическая цепь (рис. 1.2.6, в), звенья которой соединены между собой с помощью лишь вращательных пар V-го класса с параллельными осями, является плоской. Звенья такой цепи движутся параллельно некоторой направляющей плоскости, перпендикулярной к осям вращательных пар. Следовательно, все звенья цепи не

могут перемещаться вдоль оси, перпендикулярной к направляющей плоскости, и вращаться вокруг двух осей, определяющих эту плоскость, т.е. на звенья данной цепи наложены три *общие* связи.

*Структурная формула (1.2.1) в этом случае не применима.*

Число степеней свободы отдельно взятого звена такой цепи с учетом лишь общих связей равно трем, а суммарно для  $n$  звеньев –  $3n$ . Однако каждая пара ограничивает движение звеньев дополнительными связями, число которых для рассматриваемой цепи на три единицы меньше класса пары. Следовательно, кинематические пары I, II и III классов в данной цепи не могут быть, а пары IV и V классов накладывают соответственно одну и две связи.

Таким образом, в этом случае имеет место формула Чебышева:

$$w = 3n - 2p_5 - p_4 \quad (1.2.2)$$

Структурные формулы для кинематических цепей с другим числом общих связей могут быть получены по аналогии с формулой (1.2.2).

## 1.3. Механизмы и их классификация

### 1.3.1. Общие сведения о механизме. Свойства механизмов

Механизмом в классической теории механизмов называют *кинематическую цепь*, в которой при заданном движении одного или нескольких звеньев все остальные звенья совершают вполне определенные движения относительно одного из них. Это определение применяемо к механизмам, звенья которых можно рассматривать как *абсолютно твердые тела*.

Определение механизма в более широком понимании приведено в разделе 1.1.

Звенья, к которым приложены силы, приводящие механизм в движение, называют *входными (ведущими)*. При исследовании механизмов законы движения этих звеньев обычно являются заданными.

Все остальные подвижные звенья называют *ведомыми*. Законы движения ведомых звеньев однозначно определяются законами движения звеньев ведущих. Ведомые звенья, осуществляющие те движения, для воспроизведения которых создается тот или иной механизм, являются *рабочими, или исполнительными*.

Поскольку любой механизм представляет собой кинематическую цепь, то *степень его подвижности* определяют по структурной формуле соответствующей кинематической цепи в зависимости от числа общих связей, наложенных на движение звеньев. В этом плане механизмы подразделяют на пять *семейств*: при этом *номер семейства* (0, I, II, III, IV) соответствует числу общих связей.

Структурные формулы для механизмов всех пяти семейств приведены ниже.

Семейство механизма	Структурная формула
0	$w=6n-5p_5-4p_4-3p_3-2p_2-p_1$
I	$w=5n-4p_5-3p_4-2p_3-p_2$
II	$w=4n-3p_5-2p_4-p_3$
III	$w=3n-2p_5-p_4$
IV	$w=2n-p_5$

Около 75% всех известных механизмов являются *плоскими*, принадлежащими к семействам III или IV.

*Степень подвижности* механизма или число его степеней свободы должна быть равна тому количеству его *ведущих звеньев*, которое необходимо для определенности движения ведомых звеньев. Если, например, механизм обладает одной степенью подвижности, то в этом механизме должно быть одно ведущее звено. Если же степень подвижности равна трем ( $w=3$ ), то механизм должен иметь три звена с заданными законами движения.

### 1.3.2. Конструктивно-функциональная классификация механизмов

Для систематизированного изучения всего многообразия механизмов, используемых в современных машинах и приборах, обратимся к так называемой *практической классификации*, которая в общих чертах учитывает основные кинематические свойства и конструктивные особенности механизмов, а в некоторых случаях и их функциональное назначение. Согласно этой классификации механизмы можно разделить на пять основных видов:

- рычажные,            - фрикционные,            - кулачковые,
- зубчатые,            - с гибкими звеньями.

Кроме того, существует большое число различных составных или комбинированных механизмов, представляющих собой те или иные сочетания механизмов указанных выше пяти видов.

### 1.3.3. Рычажные механизмы

Среди механизмов этого вида широкое распространение получили плоские *кривошипно-шатунные* и *кривошипно-кулисные* механизмы.

На рис. 1.3.1 показаны схемы двух разновидностей *кривошипно-шатунных* механизмов.

Назначение механизма, показанного на рис. 1.3.1, а, – преобразование вращательного движения звена 1 в возвратно-поступательное движение звена 3, или наоборот. Звено 1, образующее со стойкой 4 вращательную кинематическую пару, называют *кривошипом*; звено 3, образующее со стойкой 4 поступательную кинематическую пару, – *ползуном*. Такой механизм называют *кривошипно-ползунным*. Если линия  $xx$  движения ползуна проходит через центр вращения кривошипа, то механизм называют *центрическим* или *аксиальным*, в противном случае – *дезаксиальным*. Основная цель введения дезаксиала (смещения) – уменьшение давления на направляющую  $xx$ .

Механизм, показанный на рис. 1.3.1, б, служит для преобразования вращательного движения кривошипа 1 в возвратно-вращательное движение звена 3 или наоборот. Качающееся звено 3 называют *коромыслом* или *балансиром*. Поэтому механизм называют *кривошипно-балансирным* или *кривошипно-коромысловым*.

В обоих механизмах звено 2 совершает сложное плоское движение и образует с другими подвижными звеньями вращательные кинематические пары. Такое звено называют *шатуном*.

На рис. 1.3.2 изображены *кривошипно-кулисные механизмы*.

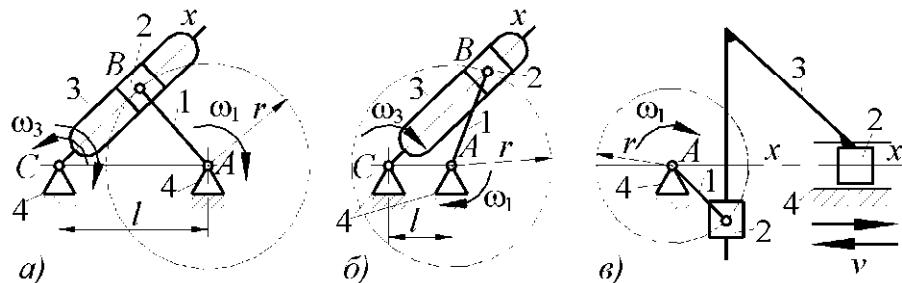


Рис. 1.3.2

Звено 3 этих механизмов, представляющее собой подвижную направляющую для звена 2, называют *кулисой*, а звено 2 – *кулисным камнем*. Все рассмотренные *плоские* рычажные механизмы принадлежат семейству III и обладают одной степенью подвижности.

В технике используются так же и *пространственные* рычажные механизмы.

### 1.3.4. Кулачковые механизмы

Кулачковые механизмы находят широкое применение, особенно в приборах и машинах автоматического действия. В большинстве случаев они предназначены для преобразования вращательного или возвратно-поступательного движения ведущего звена в возвратно-поступательное или возвратно-вращательное движение ведомого звена с остановками последней заданной продолжительности. Иногда применяют неподвижные кулачки – в этом случае все движения совершают ведомое звено.

На рис. 1.3.3 приведены схемы простейших кулачковых механизмов. В зависимости от вида движения звено 2 называется либо толкателем, если оно совершает возвратно-поступательное движение (рис. 1.3.3, а, б, г), либо коромыслом, если его движение возвратно-вращательное (рис. 1.3.3, в).

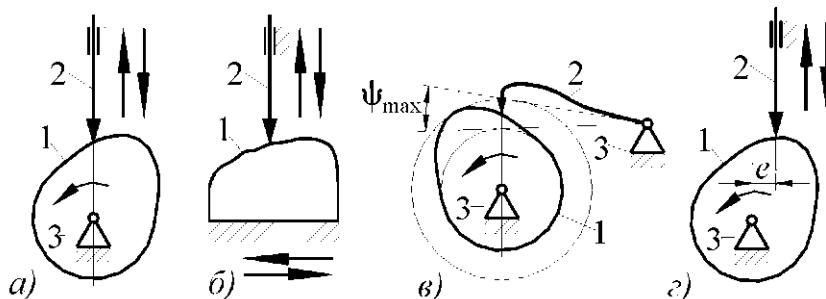


Рис. 1.3.3

Высшая кинематическая пара в кулачковых механизмах замыкается обычно с помощью пружин (рис. 1.3.4, а), однако встречаются механизмы и с геометрическим замыканием (рис. 1.3.4, б).

Плоские кулачковые механизмы принадлежат III семейству, поэтому степень их подвижности определяется по структурной формуле Чебышева.

Если толкатель снабжен роликом, то этот ролик не влияет на характер движения ведомого звена. Такие звенья, а также привносимые ими дополнительные степени свободы и связи, называют лишними и в структурных формулах не должны учитываться.

В технике находят применение также пространственные кулачковые механизмы (рис. 1.3.5).

Основным достоинством кулачковых механизмов является их кинематическая универсальность, т.е. способность воспроизведения практически любого требуемого закона движения толкателя (коромысла) за счет выбора соответствующего профиля кулачка.

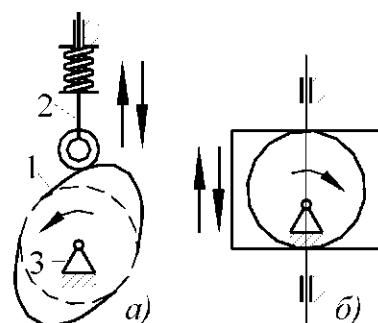


Рис. 1.3.4

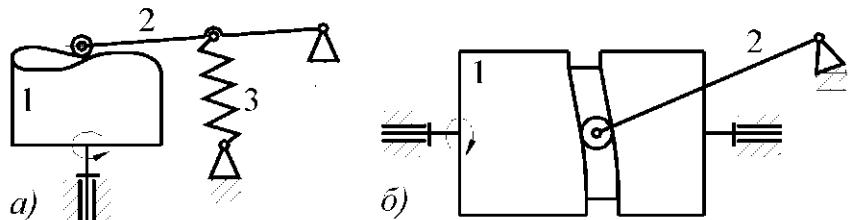


Рис. 1.3.5

Более подробно типы и структура кулачковых механизмов рассмотрены в разделе 3.2.1.

### 1.3.5. Фрикционные механизмы

В этих механизмах движение от ведущего звена к ведомому передается за счет сил трения, возникающих в местах контакта указанных звеньев.

Среди фрикционных механизмов особое место занимают механизмы с одной степенью подвижности, называемые *передачами*.

Простейшая фрикционная передача с параллельными осями состоит из трех звеньев: двух колес (катков) цилиндрической формы и стойки (рис. 1.3.6). Замыкание этой пары *силовое*, поэтому одну из опор выполняют *плавающей*.

Если точка контакта катков располагается между центрами их вращения, что соответствует *внешнему* или *наружному* касанию, направления вращения катков *противоположны* (рис. 1.3.6, а). В случае *внутреннего* касания катки вращаются в *одну* сторону (рис. 1.3.6, б).

Возможность *проскальзывания* катков во время их работы под нагрузкой – основной недостаток фрикционных механизмов. Иногда этот недостаток превращается в *достоинство* – при использовании фрикционной передачи в качестве *предохранительного механизма* от перегрузок рабочего механизма.

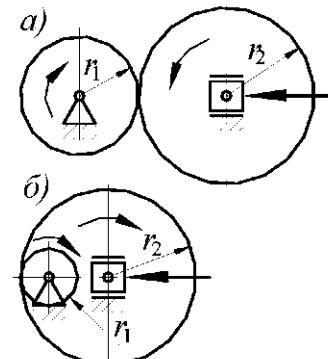


Рис. 1.3.6

### 1.3.6. Зубчатые механизмы

Зубчатые механизмы представляют собой передачи, в которых движение передается зацеплением зубьев ведущего и ведомого звеньев.

Если угловая скорость ведомого вала меньше, чем у ведущего, то передачу называют *пониживающей* (редуктором); в противном случае ее называют *повышающей* (мультипликатором).

Различают передачи с *внешним* (рис. 1.3.7, а) и *внутренним* зацеплением (рис. 1.3.7, б).

По *взаимному расположению геометрических осей валов* применяются зубчатые передачи с *параллельными* осями (цилиндрические переда-

чи), с пересекающимися осями (конические передачи) и со скрещивающимися осями (передачи винтовыми и гипоидными колесами, червячные передачи).

На рис. 1.3.7 показаны цилиндрические (рис. 1.3.7, а, б) и коническая (рис. 1.3.7, в) зубчатые передачи.

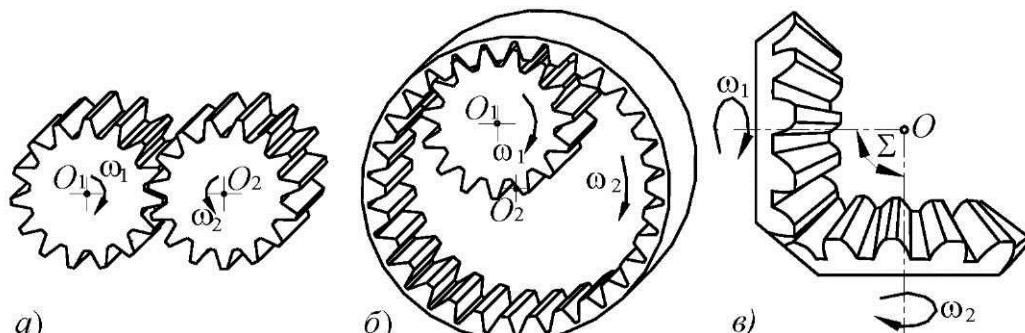


Рис. 1.3.7

### 1.3.7. Червячная передача

Червяк 1 представляет собой видоизмененное косозубое колесо с большим углом наклона зубьев (витков), в то время как угол наклона зубьев червячного колеса 2 сравнительно невелик (рис. 1.3.8).

Большинство применяемых червячных передач имеют угол перекрещивания осей, равный  $90^\circ$ . Такие передачи называют *ортогональными* червячными передачами.

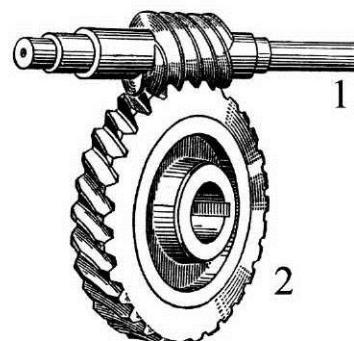


Рис. 1.3.8

### 1.3.8 Механизмы с гибкими звеньями

Механизмы с гибкими звеньями применяют для передачи вращательного движения между валами при больших межосевых расстояниях как с постоянным, так и переменным соотношением их угловых скоростей. Ведущее и ведомое звенья таких механизмов не имеют между собой непосредственного контакта, а их относительное движение осуществляется посредством гибкого звена, которое может быть как замкнутым, так и разомкнутым.

По характеру соединения гибкого звена с ведущим и ведомым звеньями рассматриваемые механизмы подразделяют на:

- передачи *трением*,
- передачи *зацеплением*.

В передачах *трением* в качестве гибкого звена используют *плоские* и *клиновые ремни*, *стальные ленты*, *металлические канаты*, *шнурсы*.

Передача состоит из ведущего 1 и ведомого 2 шкивов, а также замкнутого звена 3, надетого на шкивы с предварительным натяжением (рис. 1.3.9, *a*).

Необходимым условием нормальной работы передач трением является *натяжение гибкой связи*, что достигается обычно при помощи натяжных роликов 4 (рис. 1.3.9, *б*).

В передачах *зацеплением* гибким звеном служит либо *цепь*, либо *зубчатый ремень*, либо *перфорированная лента*.

Преимущества этих передач перед передачами трением соответствуют преимуществам зубчатых передач перед фрикционными.

Нередко гибкое звено используют и в качестве *рабочего органа* (например, ленточные, цепные и пластинчатые конвейеры).

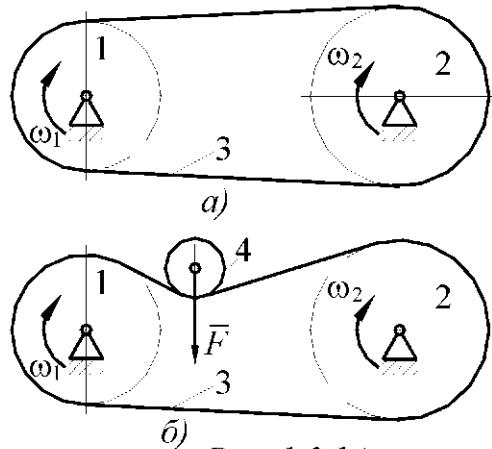


Рис. 1.3.14

## 1.4. Кинематика механизмов

### 1.4.1. Общие положения

*Кинематический анализ* механизмов в общем случае предусматривает решение *трех основных задач*, а именно:

- определение положений звеньев и построение траекторий отдельных точек;
- определение скоростей точек и угловых скоростей звеньев;
- определение ускорений точек и угловых ускорений звеньев.

Эти задачи могут быть решены *графическими*, *графоаналитическими* и *аналитическими* методами. Выбор того или иного метода зависит как от необходимой степени точности решения, так и от целевого назначения расчета.

Первые два метода уступают по точности третьему, однако они более наглядны и сравнительно просты.

### 1.4.2. Структурная классификация плоских рычажных механизмов

Как уже отмечалось выше, в любом механизме должно быть одно или несколько *ведущих* звеньев.

По классификации Ассура-Артоболевского каждое из таких звеньев и стойка образуют *начальный механизм I класса*. *Начальный механизм* является *двухзвенным* и обладает *одной степенью подвижности*, поскольку его

звенья 1 и 2 образуют либо одну вращательную (рис. 1.4.1, а), либо поступательную (рис. 1.4.1, б, в) кинематические пары V класса.

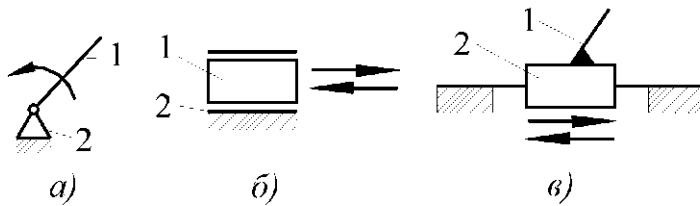


Рис. 1.4.1

Двухзвенные механизмы, имеющие вращательную пару, достаточно широко представлены в технике. Это механизмы приборов роторного типа и таких машин, как электродвигатели, генераторы, турбины, центробежные насосы, вентиляторы и т.д.

Более сложные механизмы могут быть получены *присоединением* к одному или нескольким *начальным механизмам* так называемых *структурных групп*.

*Структурной группой* или *группой Ассура* называют *кинематическую цепь*, получающую *нулевую подвижность* после присоединения ее к стойке.

Таким образом, если учесть кинематические пары, образуемые звенями данной группы между собой, а также со звенями других групп или начального механизма, то для группы выполняется условие:

$$w=0.$$

Рассмотрим группы, содержащие только пары V класса, для которых:

$$w = 3n - 2p_5 = 0.$$

Тогда:

$$p_5 = \frac{3}{2}n. \quad (1.4.1)$$

Так как число пар не может быть дробным, то число звеньев группы должно быть *четным*.

Очевидно, введение одной или нескольких структурных групп в механизм не отразится на степени его подвижности.

Структурную группу с  $n=2$  и  $p_5=3$  называют группой II класса второго порядка (двухпроводковая группа, или диада).

В табл. 1.4.1 приведены пять модификаций (видов) таких групп, которые отличаются друг от друга последовательностью расположения *вращательных* (В) и *поступательных* (П) кинематических пар, а также их количественным соотношением.

В диаде первой модификации все пары *вращательные*.

Диада второй модификации отличается от диады третьей модификации лишь расположением *поступательной* пары.

В диадах четвертой и пятой модификаций из трех кинематических пар две – поступательные и диады различаются только расположением вращательной пары.

Таблица 1.4.1  
*Структурные группы II класса второго порядка*

Модификация (вид) группы	Первая	Вторая	Третья	Четвертая	Пятая
Эскиз группы					
Символ группы	BBB	BVP (PVB)	VPV	PVP	PPV (VPV)

Кинематическая цепь из двух звеньев и трех поступательных пар не является структурной группой, так как в случае присоединения ее к стойке она образует клинчатый механизм IV семейства с одной степенью подвижности.

Сочетание диады *первой* модификации с *начальным* механизмом, подвижное звено которого образует со стойкой вращательную пару, дает *шарнирный четырехзвенник* (рис. 1.3.1, б). Последний в зависимости от соотношения длин звеньев может быть либо *кривошипно-балансирным*, либо *двухкривошипным*, либо *двухбалансирным* механизмом.

Присоединение диады *второй* модификации к аналогичному *начальному* механизму дает либо *кривошипно-ползунный* механизм (рис. 1.3.1, а), либо механизм с ведущей кулисой (рис. 1.3.2, б). В первом случае подвижное звено начального механизма образует с одним из звеньев группы вращательную пару, во втором – поступательную.

Диады остальных модификаций в сочетании с тем или иным начальным механизмом дают также кулисные механизмы.

Кинематическая цепь, состоящая из четырех звеньев ( $n=4$ ) и шести пар ( $p_5=6$ ), может дать структурную группу III класса третьего порядка (трехповодковая группа или триада), либо группу IV класса второго порядка. Отличительным признаком групп III класса (рис. 1.4.2, а) является треугольное звено 4, называемое *базисным*.

Для групп IV класса (рис. 1.4.2, б) характерно наличие подвижного четырехстороннего контура.

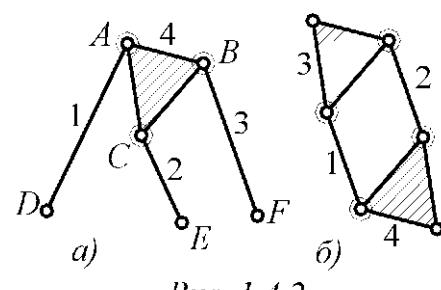


Рис. 1.4.2

На рис. 1.4.2 группы III и IV классов изображены с одними вращательными кинематическими парами.

Очевидно, можно получить различные модификации этих групп, если вращательные пары сочетать с поступательными.

Структурные группы более высоких классов в существующих механизмах находят весьма ограниченное применение.

Итак, структурные группы подразделяют на *классы* и *порядки*. Класс группы с числом звеньев более двух ( $n > 2$  и  $p_5 > 3$ ) определяется *наивысшим по классу замкнутым контуром, входящим в ее состав*.

Класс контура при этом соответствует числу внутренних для группы кинематических пар. Двухзвенные группы ( $n=2$  и  $p_5=3$ ), как уже было отмечено выше, относятся ко II классу.

На рис. 1.4.2 внутренние для группы кинематические пары обозначены двумя концентрическими окружностями.

Порядок структурной группы соответствует числу свободных геометрических элементов кинематических пар, с помощью которых группу можно присоединить к начальному механизму, стойке или звеньям других структурных групп.

Разложение кинематической цепи механизма на структурные группы и начальные механизмы называют *структурным анализом*.

Исследуя структуру механизма, необходимо определить число звеньев, число и класс кинематических пар, степень подвижности, а также установить класс и порядок структурных групп, входящих в его состав. Основой для такого исследования служит *структурная схема механизма*, не содержащая пассивных связей и лишних степеней свободы.

Степень подвижности механизма должна соответствовать количеству его ведущих звеньев, которые должны входить в кинематические пары со стойкой.

При исследовании структуры механизма рекомендуется:

— отсоединение структурных групп начинать со звеньев, наиболее удаленных от ведущих;

— стремиться к тому, чтобы отделять в первую очередь самые простые структурные группы – диады;

— следить за тем, чтобы степень подвижности кинематической цепи механизма до и после отделения каждой структурной группы оставалась неизменной;

— помнить о том, что каждая кинематическая пара и каждое звено могут входить только в одну структурную группу или в один начальный механизм.

Если в плоском механизме имеются высшие кинематические пары, то исследование его структуры выполняется по схеме заменяющего механизма.

Класс механизма соответствует классу наивысшей группы, входящей в его состав. В качестве примера рассмотрим структурную схему шестизвездного механизма (рис. 1.4.3).

Пять подвижных звеньев ( $n=5$ ) и стойка 6 этого механизма образуют семь кинематических пар V класса, из которых шесть являются вращательными и одна – поступательной.

Вращательные пары образованы звеньями 6 и 1, 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4, 3 и 6, 4 и 5, а поступательная пара – ползуном 5 и направляющей (стойкой) 6.

Ведущим звеном механизма является звено 1.

Таким образом, степень подвижности механизма равна:

$$w = 3 \times 5 - 2 \times 7 = 1,$$

то есть механизм должен иметь одно ведущее звено.

Отсоединяем два звена 4 и 5, которые наиболее удалены от ведущего. Эти звенья с тремя кинематическими парами представляют собой структурную группу II класса второго порядка второй модификации. Поскольку оставшаяся часть механизма, состоящая из трех подвижных звеньев (1, 2, 3) и четырех вращательных пар, имеет одну степень подвижности, группа выделена правильно.

Следующие два звена 2 и 3 с тремя кинематическими парами  $B$ ,  $C$  и  $D$  образуют структурную группу II класса второго порядка первой модификации. После отделения этой группы остались кривошип 1 и стойка 6, представляющие собой начальный механизм.

Из-за того, что обе структурные группы II класса, то к этому же классу принадлежит и сам механизм.

### 1.4.3. План положений механизма

Кинематическому анализу рычажного механизма должно предшествовать исследование его структуры. Поэтому число и вид структурных групп, из которых состоит ведомая часть механизма, а также последовательность их присоединения известны.

Кроме того, заданными должны быть размеры всех звеньев.

Начинать расчет следует с группы, которая образует кинематические пары с *ведущим звеном и стойкой*. В этом случае положения геометрических элементов крайних пар группы оказываются известными, и

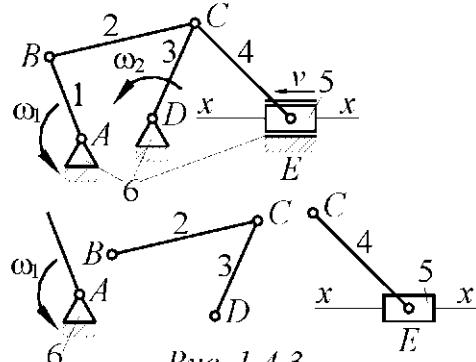


Рис. 1.4.3

задача сводится к определению аналогичных параметров точек, принадлежащих внутренним парам.

Указанное правило справедливо и для последующих групп механизма.

Построение планов положений механизма является *первой задачей кинематики* рычажного механизма, которую можно сформулировать следующим образом: *по известным размерам звеньев механизма, задаваясь положением его ведущего звена, найти положения всех остальных звеньев*.

Для получивших преимущественное распространение в технике механизмов II класса одним из методов решения этой задачи является *метод геометрических мест*. Суть этого метода рассмотрим на примерах определения положений звеньев диад трех модификаций.

На рис. 1.4.4 приведена диада с тремя вращательными парами  $B$ ,  $C$  и  $D$ .

Как уже было отмечено выше, положения точек  $B$  и  $D$ , принадлежащих крайним парам группы, должны быть известны. Следовательно, для определения положений звеньев достаточно найти положение точки  $C$  внутренней в группе кинематической пары.

С геометрической точкой  $C$  совпадают две физические точки  $C_2$  и  $C_3$ , принадлежащие соответственно звеньям 2 и 3. Геометрическим местом возможных положений точки  $C_2$  является окружность  $\alpha\alpha$  радиуса  $BC$  с центром в точке  $B$ , а точки  $C_3$  – окружность  $\beta\beta$  радиуса  $CD$  с центром в точке  $D$ . Положение точки  $C$  определяется, очевидно, точкой пересечения окружностей  $\alpha\alpha$  и  $\beta\beta$ . Из двух возможных положений этой точки ( $C$  и  $C'$ ) истинное следует выбрать с учетом последовательности ее положений при движении механизма.

У диады второй модификации (рис. 1.4.5) известны положения точки  $B$  вращательной пары и направляющей  $xx$ , которая представляет собой геометрический элемент поступательной пары. Как и в предыдущей диаде, определив положение внутренней вращательной пары (точки  $C$ ), найдем положения звеньев группы. Геометрическим местом положений точки  $C$  звена 2 будет окружность  $\alpha\alpha$  радиуса  $BC$  с центром в точке  $B$ . Поскольку точка  $C$  звена 3 находится на постоянном расстоянии  $h_3$  от направляющей  $xx$ , то геометрическим местом положений этой точки будет прямая  $\beta\beta$ , параллельная  $xx$ . Точки пересечения окружности  $\alpha\alpha$  с прямой  $\beta\beta$  дадут возможные положения точки  $C$ .

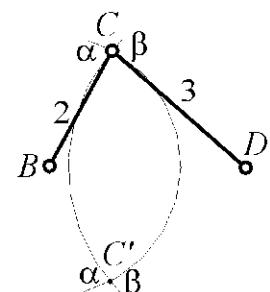


Рис. 1.4.4

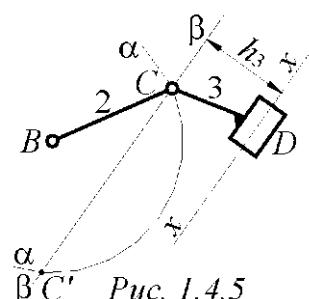


Рис. 1.4.5

В диаде третьей модификации (рис. 1.4.6) должны быть известными положения точек  $B$  и  $D$  вращательных пар, а также кратчайшие расстояния  $h_2$  и  $h_3$  от этих точек до направляющей  $xx'$ . Необходимо определить положение направляющей, которое соответствует положению прямой, касательной к окружностям  $\alpha\alpha'$  и  $\beta\beta'$  радиусов  $h_2$  и  $h_3$ , проведенным из точек  $B$  и  $D$  как из центров. В диаде этой модификации задача по определению положений звеньев в общем случае также имеет несколько решений. Поэтому, определяя положение точки, принадлежащей внутренней паре, необходимо учитывать последовательность положений звеньев при движении механизма. Изображая кинематическую схему механизма, прежде всего, отмечают положения неподвижных геометрических элементов поступательных и вращательных кинематических пар. Затем ведущее звено устанавливают в заданное положение, и методами, изложенными выше, находят положения звеньев структурных групп.

На рис. 1.4.7 представлен ряд последовательных положений звеньев механизма, соответствующихномуному циклу его движения, называемый планом положений механизма. Непрерывные линии, соединяющие на плане последовательные положения одноименных точек, дают размеченные траектории движения этих точек.

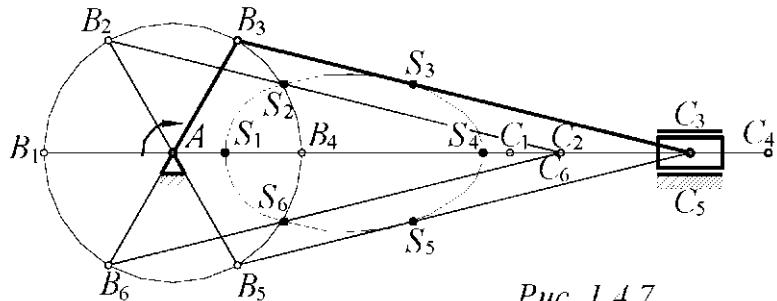


Рис. 1.4.7

Для большей наглядности и точности планы положений механизма рекомендуется строить в масштабе  $\mu_l$ . Под масштабом в теории механизмов понимается отношение какой-либо величины, измеренной в соответствующих единицах, к длине изображающего ее отрезка, измеренного в миллиметрах ( $\mu_l$  – масштаб длин и линейных перемещений).

#### 1.4.4. Планы скоростей механизма

Целью второй задачи кинематического анализа в общем случае является определение скоростей точек и угловых скоростей звеньев.

Так же как и при построении плана положений механизма построение планов скоростей следует начинать с группы, которая образует кинематические пары с ведущим звеном и стойкой.

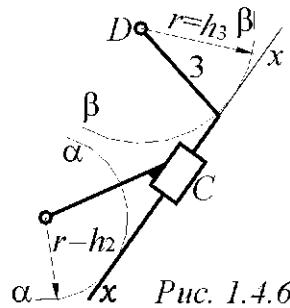


Рис. 1.4.6

В этом случае скорости геометрических элементов крайних пар группы оказываются известными, и задача сводится к определению аналогичных параметров точек, принадлежащих внутренним парам.

Указанное правило справедливо и для последующих групп механизма.

*Планом скоростей* механизма называют векторные изображения скоростей характерных точек механизма, соответствующие заданному положению механизма, т.е. совокупности векторов, которые изображают *абсолютные* скорости точек звеньев, а отрезки, соединяющие концы векторов, — *относительные* скорости соответствующих точек звеньев при данном положении механизма. Векторы абсолютных скоростей на каждом плане откладывают от одной точки — *полюса*, обозначаемого на плане скоростей как  $P_v$ .

Определение скоростей звеньев механизмов методом планов отличается универсальностью и простотой. Так же преимуществом данного векторного метода является то, что в результате построения планов получают не только *величины*, но и *направления* скоростей заданных точек звеньев механизма.

Звенья плоских рычажных механизмов могут совершать поступательное, вращательное и сложное плоскопараллельное движение. Скорости точек этих звеньев определяются по формулам общей механики.

Рассмотрим звено  $BCD$  плоского механизма (рис. 1.4.8, *a*).

Пусть  $\bar{v}_B$ ,  $\bar{v}_C$ , и  $\bar{v}_D$  — скорости соответственно точек  $B$ ,  $C$  и  $D$ . *Мгновенный центр скоростей звена* (точка  $P_v$ ) находится в пересечении перпендикуляров, восстановленных в этих точках к направлениям их скоростей. Поскольку отрезки  $P_vB$ ,  $P_vC$  и  $P_vD$  являются мгновенными радиусами вращения рассматриваемых точек, то *мгновенная угловая скорость звена* удовлетворяет условиям:

$$\omega = \frac{\bar{v}_B}{P_vB} = \frac{\bar{v}_C}{P_vC} = \frac{\bar{v}_D}{P_vD}. \quad (1.4.2)$$

Выберем произвольную точку  $p_v$  (рис. 1.4.8, *б*) и проведем из нее лу-  
чи  $\overline{p_vb} = \bar{v}_B$ ;  $\overline{p_vc} = \bar{v}_C$ ;  $\overline{p_vd} = \bar{v}_D$ .

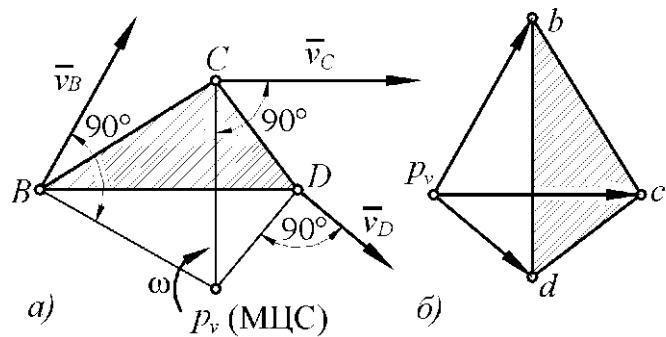


Рис. 1.4.8

Равенство  $\overline{p_v b} = \overline{v_B}$ ; показывает, что вектор  $\overline{p_v b}$  изображает в некотором масштабе  $\mu_v \left( \frac{\text{м / с}}{\text{мм}} \right)$  вектор скорости точки  $B$ , т.е.  $v_B = \mu_v (p_v b)$ , где круглыми скобками обозначена длина отрезка в миллиметрах.

Соединяя концы лучей между собой, получаем фигуру  $p_v bcd$ , называемую *планом скоростей звена BCD*.

Точка  $p_v$  называется *полюсом плана*.

Как известно из общей механики:

$$\overline{v_C} = \overline{v_B} + \overline{v_{CB}}, \quad (1.4.3)$$

но

$$\overline{p_v c} = \overline{v_C}, \quad \overline{p_v b} = \overline{v_B},$$

следовательно, вектор скорости точки  $C$  в относительном вращательном движении звена вокруг точки  $B$ :

$$\overline{v_{CB}} = \overline{bc}.$$

Модуль этой скорости равен:

$$v_{CB} = \mu_v (bc).$$

Поскольку векторы  $\overline{p_v b}$ ,  $\overline{p_v c}$ , и  $\overline{p_v d}$  перпендикулярны соответствующим мгновенным радиусам вращения  $p_v B$ ,  $p_v C$  и  $p_v D$  и пропорциональны им, то фигура  $p_v bcd$  подобна фигуре  $p_v BCD$  и повернута относительно нее на  $90^\circ$  в сторону вращения звена.

*План скоростей звена* расположен сходственно со звеном, так как чередование букв при обходе треугольников  $bcd$  и  $BCD$  по контуру в одном и том же направлении одинаково.

Итак, *план скоростей звена* имеет следующие свойства:

1) векторы абсолютных скоростей точек звена своим началом имеют полюс плана;

2) векторы *относительных* скоростей соединяют на плане концы векторов *абсолютных* скоростей соответствующих точек;

3) план скоростей звена подобен его очертанию, сходственно с ним расположен, но повернут на  $90^\circ$  в сторону мгновенного вращения звена.

Планы скоростей, построенные из одного полюса для *всех звеньев механизма* в данном его положении, можно условно назвать *планом скоростей механизма*.

Однако *свойство подобия* к такому чертежу в целом *неприменимо*, хотя для отдельных звеньев оно остается в силе.

Для построения *планов скоростей механизма* необходимо знать размеры всех звеньев механизма и закон движения его ведущего звена.

Методику построения планов скоростей характерных точек механизма рассмотрим на примере построения указанных планов для шарнирного четырехзвенника (рис. 1.4.9, а).

Для заданного положения механизма шарнирного четырехзвенника построением планов скоростей и ускорений определим скорости характерных точек ( $B, C, D, E$ ) механизма, а также угловые скорости ( $\omega_2, \omega_3$ ) его звеньев.

Определяем скорость точки  $B$  кривошипа:

$$v_B = \omega_1 l_{AB}.$$

Из произвольного полюса  $p_v$  (рис. 1.4.9, б) проводим прямую  $p_v v$ , перпендикулярную кривошипу  $AB$ , в сторону его вращения. На прямой  $p_v v$  откладываем отрезок  $(p_v b)$ , изображающий в выбранном масштабе скорость точки  $B$ .

Далее переходим к построению плана скоростей для диады 2-3 первой модификации. Так как скорости точек  $B$  и  $D$  известны, остается найти скорость точки  $C$ . Но с точкой  $C$  совпадают две точки, из которых одна ( $C_2$ ) принадлежит шатуну, а другая ( $C_3$ ) – коромыслу. Очевидно:

$$\underline{v}_{C_2} = \underline{v}_{C_3} = \underline{v}_C.$$

Относя точку  $C$  сначала к звену 2, а затем к звену 3, получим:

$$\underline{v}_C = \underline{v}_B + \underline{v}_{CB};$$

$$\underline{v}_C = \underline{v}_D + \underline{v}_{CD},$$

откуда:

$$\underline{\underline{v}_B} + \underline{\underline{v}_{CB}} = \underline{\underline{v}_D} + \underline{\underline{v}_{CD}}. \quad (1.4.4)$$

Здесь и далее две черты под вектором показывают, что известны его модуль и направление, а одна черта – только направление вектора или линия его действия.

Получено исходное векторное уравнение для построения плана скоростей структурных групп II класса второго порядка первой модификации.

Так как первый вектор левой части уравнения (1.4.4) уже построен, то через точку  $b$  плана проводим линию  $uu$  действия вектора  $\underline{v}_{CB}$  перпендикулярно  $BC$ . Вектор  $\underline{v}_D$  равен нулю; следовательно, он обратился в точку  $d$ , совпадающую с полюсом плана.

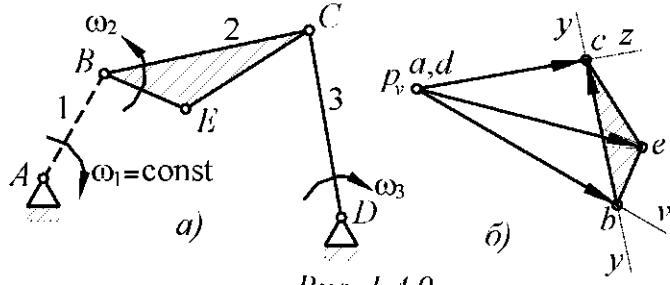


Рис. 1.4.9

Через точку  $d$  ( $p_v$ ) проводим линию  $p_vz$  действия вектора  $\overline{v_{CD}}$  перпендикулярно  $CD$ . Точка  $C$  пересечения прямых  $yu$  и  $p_vz$  определяет положение конца вектора скорости точки  $C$  механизма, а так как  $v_D = 0$ , то  $v_C = v_{CD}$ . Таким образом,

$$v_C = v_{CD} = \mu_v(p_v c);$$

$$v_{CB} = \mu_v(bc).$$

Абсолютная скорость точки  $E$  шатуна при известных скоростях его точек  $B$  и  $C$  определяется на основании свойства подобия плана скоростей. Для этого на отрезке  $(bc)$  плана как на основании необходимо построить треугольник  $bce$ , подобный треугольнику  $BCE$  и сходственno с ним расположенный. Соединив вершину  $e$  треугольника  $bce$  с полюсом  $p_v$ , получим вектор скорости точки  $E$ , модуль которой будет равен:

$$v_E = \mu_v(p_v e).$$

Угловую скорость шатуна 2 найдем по линейной скорости  $v_{CB}$  относительного движения точки  $C$  вокруг точки  $B$ :

$$\omega_2 = \frac{v_{CB}}{l_{BC}} = \frac{\mu_v(bc)}{\mu_l(BC)}.$$

Направление угловой скорости  $\omega_2$  определяется вектором  $\overline{v_{CB}}$ , если этот вектор, не меняя его направления, перенести с плана скоростей в точку  $C$  механизма.

Угловая скорость звена 3:

$$\omega_3 = \frac{v_{CD}}{l_{CD}} = \frac{\mu_v(p_v c)}{\mu_l(CD)}.$$

На рис. 1.4.9, *a* направления угловых скоростей  $\omega_2$  и  $\omega_3$  показаны круговыми стрелками.

#### 1.4.5. Кинематический анализ механизмов для передачи вращательного движения

##### 1.4.5.1. Общие положения

Основным кинематическим параметром любого колесного механизма (фрикционного или зубчатого) является *передаточное отношение*, представляющее собой отношение угловой скорости  $\omega_1$  звена ведущего к угловой скорости  $\omega_2$  звена ведомого, то есть:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}. \quad (1.4.15)$$

Передаточное отношение может быть выражено через конструктивные параметры механизма. Так, в случае фрикционной передачи с параллельными осями (рис. 1.3.6) передаточное отношение может быть выражено через радиусы  $r_1$  и  $r_2$  фрикционных катков.

В передаче *внешнего касания* (рис. 1.3.6, а) направления вращения ведущего 1 и ведомого 2 катков *противоположны*, поэтому угловую скорость одного из них можно рассматривать как положительную, а другого – как отрицательную величину.

При отсутствии проскальзывания скорость контактирующих точек обоих колес одинакова. Поэтому, обозначая указанную скорость через  $v$  и полагая, что  $\omega_1 > 0$ , а  $\omega_2 < 0$ , получаем:

$$v = \omega_1 r_1 = -\omega_2 r_2,$$

откуда:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{r_2}{r_1}. \quad (1.4.16)$$

При передаче *внутреннего касания* (рис. 1.3.6, б) направления вращения катков *одинаковы*, поэтому:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}. \quad (1.4.17)$$

В зубчатых передачах роль радиусов фрикционных катков играют радиусы  $r_1$  и  $r_2$  так называемых *начальных окружностей* находящихся в зацеплении зубчатых колес. Точки касания этих окружностей имеют *одинаковую* скорость. Кроме того, числа зубьев  $z_1$  и  $z_2$  указанных колес пропорциональны величинам  $r_1$  и  $r_2$ .

Поэтому:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \mp \frac{r_2}{r_1} = \mp \frac{z_2}{z_1}, \quad (1.4.18)$$

где «минус» относится к *внешнему*, а знак «плюс» – к *внутреннему* зацеплению.

#### 1.4.5.2. Механизмы с последовательным соединением колес

Особенность такого соединения (рис. 1.4.15, а) заключается в том, что на каждом валу имеется по одному колесу (1-3) и каждое промежуточное колесо касается двух других, находящихся на соседних валах.

Передаточное отношение от ведущего вала  $D$  к ведомому валу  $B$  выражается как:

$$i_{DB} = i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{\omega_2}{\omega_3} = i_{12} i_{23}$$

или

$$i_{13} = \left( -\frac{r_2}{r_1} \right) \left( -\frac{r_3}{r_2} \right) = \frac{r_3}{r_1} = \frac{z_3}{z_1}.$$

В общем случае:

$$i_{1n} = (-1)^k \frac{r_n}{r_1} = (-1)^k \frac{z_n}{z_1}, \quad (1.4.19)$$

где  $k$  – число пар сопряженных колес внешнего касания (зацепления).

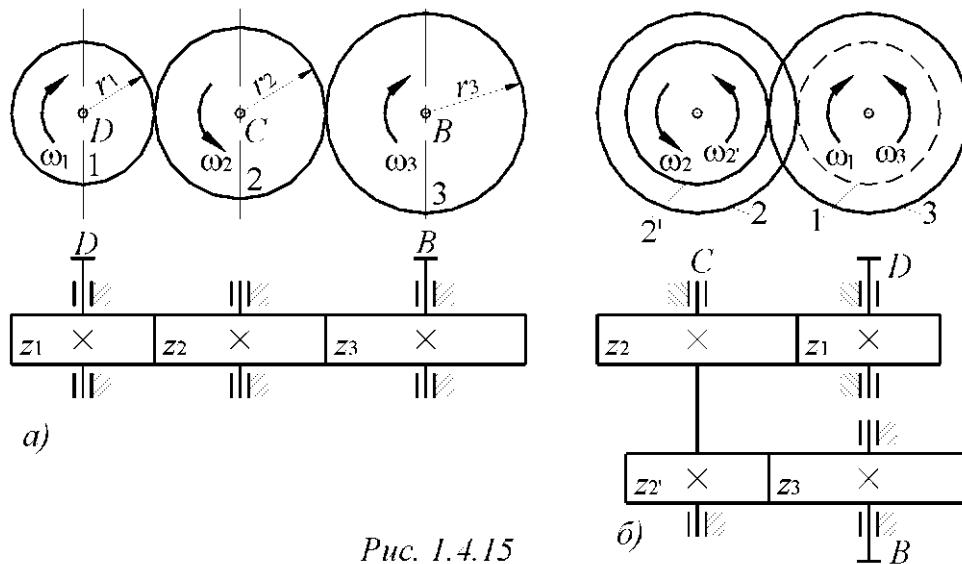


Рис. 1.4.15

Из формулы (1.4.19) следует, что промежуточные колеса не влияют на величину передаточного отношения рассмотренного механизма. Поэтому такие колеса называют *паразитными*. Назначение *паразитных* колес сводится к изменению направления вращения ведомого звена механизма, а также к уменьшению габаритов последнего при значительных межосевых расстояниях.

#### 1.4.5.3. Механизмы со ступенчатым соединением колес

При таком соединении (рис. 1.4.15, б) на каждом промежуточном валу закреплено по два колеса, а на ведущем  $D$  и ведомом  $B$  – по одному.

Передаточное отношение механизма с учетом того, что  $\omega_2 = \omega_2'$ , определяется как:

$$i_{DB} = i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{\omega_2'}{\omega_3} = i_{12} i_{2'3},$$

или в общем случае:

$$i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = i_{12} i_{2'3} i_{3'4} \dots i_{(n-1)'n} = (-1)^k \frac{r_2 r_3 r_4 \dots r_n}{r'_1 r'_2 r'_3 \dots r'_{(n-1)'}} = (-1)^k \frac{z_2 z_3 z_4 \dots z_n}{z'_1 z'_2 z'_3 \dots z'_{(n-1)'}} \quad (1.4.20)$$

где  $n$  – число пар сопряженных колес внешнего касания (зцепления).

Таким образом, ступенчатое соединение колес позволяет реализовать большое передаточное отношение, поскольку его величина оказывается равной произведению передаточных отношений отдельных ступеней.

## 1.5. Трение в кинематических парах

### 1.5.1. Основные понятия

Трением называется сопротивление относительному перемещению соприкасающихся тел, возникающее в месте их соприкосновения.

По кинематическим признакам различают:

- трение скольжения (трение первого рода), возникающее при скольжении одного тела по поверхности другого,
- трение качения (трение второго рода), возникающее при качении одного тела по поверхности другого.

Трение скольжения

По характеру смазки трещущихся поверхностей различают:

- сухое трение – смазка отсутствует;
- граничное трение – поверхности разделены очень тонким слоем смазки ( $0,1$  мкм и менее);
- жидкостное трение – поверхности полностью разделены слоем смазки;
- полусухое трение – сочетание сухого и граничного;
- полужидкостное трение – сочетание жидкостного и граничного.

Рассмотрим особенности сухого и полусухого трения скольжения.

По величине относительного перемещения соприкасающихся тел различают:

- неполную силу трения покоя,
- полную силу трения покоя,
- силу трения движения.

Неполная сила трения покоя соответствует микроскопическим, частично обратимым относительным перемещениям соприкасающихся тел.

Такие перемещения, обусловленные упругими и пластическими деформациями этих тел, называются предварительными смещениями.

Полная сила трения покоя соответствует предельной величине предварительного смещения и равна максимальному значению неполной силы трения покоя.

Полная и неполная сила трения покоя направлена в сторону, противоположную сдвигающему усилию, и равна ему по модулю. Если сдвигающее усилие становится больше полной силы трения покоя, то начинается относительное движение соприкасающихся тел.

*Сила трения движения* соответствует относительному движению соприкасающихся тел. Эта сила не зависит от движущей силы и направлена в сторону, противоположную относительной скорости скольжения.

Отношение силы трения к силе нормального давления между трущимися поверхностями называется *коэффициентом трения*.

Согласно сказанному выше необходимо различать три вида коэффициента трения:

— *коэффициент трения в зоне предварительных смещений*, равный отношению неполной силы трения покоя  $F_{\text{пп}}$  к силе нормального давления  $F_n$ :

$$f_{\text{пс}} = \frac{F_{\text{пп}}}{F_n} \quad (1.6.1)$$

*коэффициент трения покоя*:

$$f_{\text{ст}} = \frac{F_{\text{ст}}}{F_n} \quad (1.6.2)$$

где  $F_{\text{ст}}$  — полная сила трения покоя;

*коэффициент трения движения*:

$$f = \frac{F_d}{F_n} \quad (1.6.3)$$

где  $F_d$  — сила трения движения.

Из этих формул следует, что *коэффициент трения скольжения* — безразмерная величина.

Коэффициент трения в зоне *предварительных смещений*  $f_{\text{пс}}$  является *переменной* величиной, зависящей от сдвигающего усилия или от характера движения тел в момент их контакта и изменяющейся в пределах от нуля до коэффициента трения покоя (или движения):

$$0 \leq f_{\text{пс}} \leq f_{\text{ст}}.$$

Коэффициенты *трения покоя* и *движения* зависят от многих факторов:

- природы материала,
- наличия пленок на его поверхности (смазка, окисел, загрязнение),
- продолжительности неподвижного контакта,
- скорости приложения сдвигающего усилия,
- жесткости и упругости соприкасающихся тел,
- скорости скольжения,
- температурного режима,
- давления,
- характера соприкосновения,
- качества поверхности,
- шероховатости.

При прочих равных условиях коэффициент трения покоя несколько больше коэффициента трения движения:

$$f_{\text{ст}} \geq f.$$

Коэффициент трения движения в большинстве случаев уменьшается при увеличении скорости скольжения.

Для органических материалов (кожа, резина) коэффициент трения с увеличением скорости обычно возрастает.

В большинстве случаев можно считать, что график зависимости коэффициента трения от относительного смещения  $s$  трущихся тел выражается ломаной линией (рис. 1.6.1), где отрезок  $\delta$  изображает максимальную величину *предварительного смещения*.

На основании выражений (1.6.2) и (1.6.3) получаем следующие формулы Амонтона-Кулона для *приближенного определения полной силы трения покоя и силы трения движения*:

$$\begin{aligned} F_{\text{ст}} &= f_{\text{ст}} F_n \\ \text{и} \quad F_d &= f F_n \end{aligned} \quad (1.6.4)$$

Полная реакция поверхности в данной точке в общем случае слагается из нормальной реакции и силы трения (рис. 1.6.2). Угол отклонения полной реакции поверхности в данной точке от нормали к этой поверхности в той же точке называют *углом трения*.

Различают угол трения покоя  $\varphi_{\text{ст}}$  и угол трения движения  $\varphi$ .

Из рис. 1.6.2 следует, что:

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{ст}} = \frac{F_{\text{ст}}}{F_n} = \frac{f_{\text{ст}} F_n}{F_n} = f_{\text{ст}},$$

откуда:

$$\varphi_{\text{ст}} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} f_{\text{ст}}. \quad (1.6.5)$$

Аналогично получаем:

$$\varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} f. \quad (1.6.6)$$

Все возможные направления полной реакции в данной точке поверхности заключаются в пределах так называемого *конуса трения*, вершина которого совпадает с данной точкой, а образующая составляет с нормалью поверхности угол, равный углу трения ( $\varphi_{\text{ст}}$  – при относительном равновесии и  $\varphi$  – при скольжении).

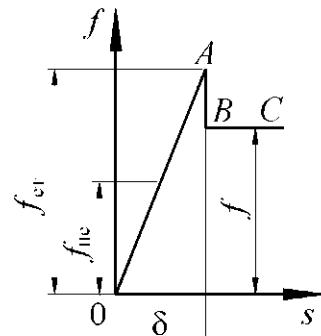


Рис. 1.6.1

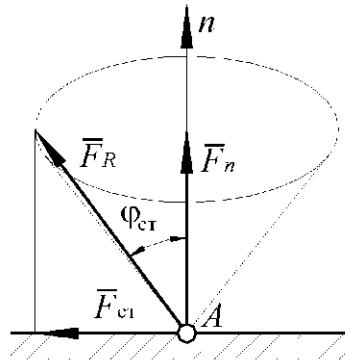


Рис. 1.6.2

Рассмотрим особенности трения при *внезапном контакте* движущихся относительно друг друга тел.

Если тело  $A$  движется с некоторой скоростью  $v$  относительно тела  $B$ , не касаясь этого тела, и затем внезапно прижимается к телу  $B$  некоторой силой  $\bar{F}_n$ , то на поверхности контакта возникает трение первого рода.

Так как в начале контакта тело  $A$  уже движется относительно тела  $B$ , то обычно считают, что на тело  $A$  начинает сразу действовать сила трения движения  $F_t = f\bar{v}_n$ , направленная в сторону, противоположную относительной скорости этого тела.

Однако такое допущение приводит в ряде случаев к парадоксам, противоречащим законам классической механики. Парадоксы снимаются, если принять, что коэффициент трения между движущимися относительно друг друга поверхностями при их внезапном контакте *не сразу* становится равным динамическому коэффициенту трения, а достигает этой величины в течение некоторого весьма малого промежутка времени, соответствующего *предварительным смещениям* контактирующих поверхностей, причем в начале этого промежутка коэффициент сцепления равен нулю.

Если связи, наложенные на вступившие в контакт тела, таковы, что после контакта возможно относительное движение этих тел, то конечное значение коэффициента сцепления равно коэффициенту трения движения  $f$ , но в процессе изменения этого коэффициента от 0 до  $f$  он может (не всегда) принять значение  $f_{ct}$  коэффициента трения покоя. (В данном случае величина  $f_{ct}$  может меньше отличаться от  $f$ , чем при плавном взаимном скольжении тел. Это объясняется, в частности, тем, что коэффициент трения покоя возрастает с увеличением времени предварительного (до начала взаимного скольжения тел) контакта).

Эту возможность необходимо учитывать для надежности расчета в тех случаях, когда в проектируемом механизме не должно быть самозаклинивания, например, тормозных механизмов.

Подобное поведение коэффициента трения вытекает из механической теории трения, если учесть деформации трущихся тел.

## 1.6.2. Трение в низших кинематических парах

### 1.6.2.1. Трение в поступательной паре

Рассмотрим ползун на наклонной и горизонтальной плоскости (рис. 1.6.3).

Введем обозначения:

$\bar{G}$  – вес ползуна;

$\bar{F}$  – движущая или тормозящая сила;

$\alpha$  – угол наклона плоскости;

$\beta$  – угол, образуемый силой  $\bar{F}$  с вертикалью;

$f$  – коэффициент трения;

$\varphi$  – угол трения.

Рассмотрим равномерное движение ползуна по наклонной плоскости вверх (рис. 1.6.3, а).

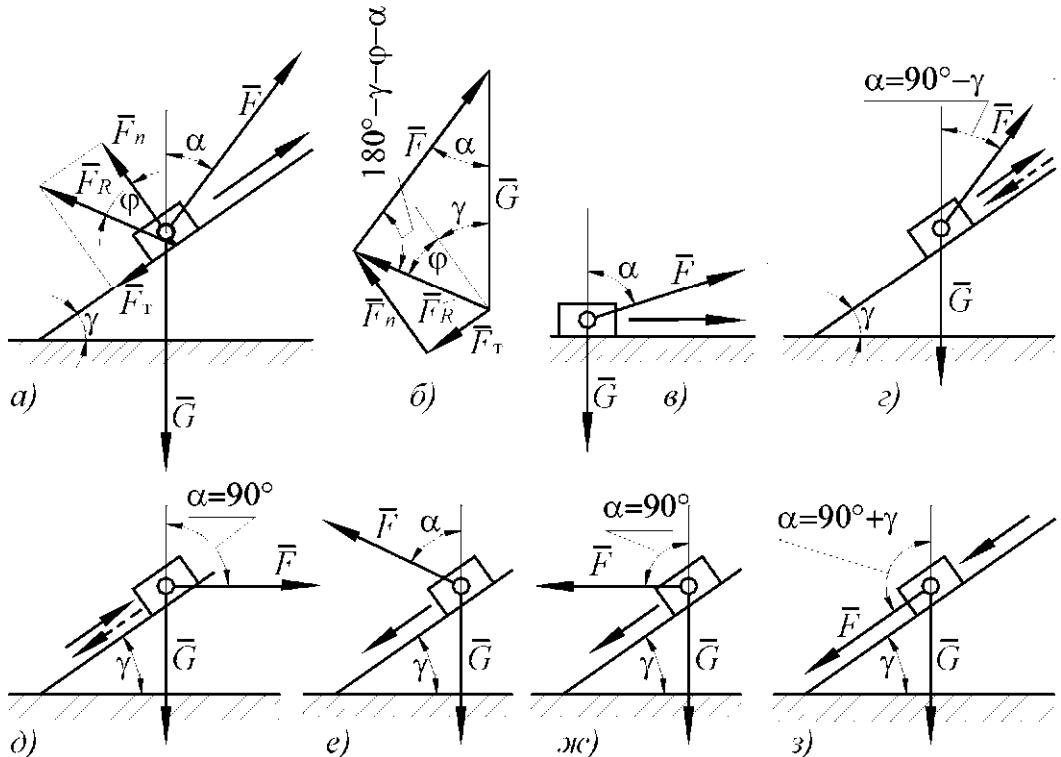


Рис. 1.6.3

Кроме сил  $\bar{F}$  и  $\bar{G}$ , на ползун действуют нормальная реакция  $\bar{F}_n$  наклонной плоскости и сила трения  $\bar{F}_t$ , направленная в сторону, противоположную движению ползуна, и равная по модулю:

$$F_t = fF_n = F_n \operatorname{tg}\varphi.$$

Полная реакция  $\bar{F}_R = \bar{F}_n + \bar{F}_{tp}$  отклонена от нормали к наклонной плоскости на угол  $\varphi$ .

При равномерном движении ползуна:

$$\bar{F} + \bar{G} + \bar{F}_R = 0.$$

Согласно этому векторному равенству строим замкнутый многоугольник сил (рис. 1.6.3, б), из которого, применяя теорему синусов, находим:

$$F = G \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\sin(\alpha + \beta + \varphi)}. \quad (1.6.7)$$

При равномерном движении ползуна вниз по наклонной плоскости сила  $\bar{F}$  играет роль тормозящей силы, а сила трения  $\bar{F}_t$  меняет свое направление на прямо противоположное. В этом случае:

$$F = G \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin(\alpha + \beta - \varphi)}. \quad (1.6.8)$$

При движении ползуна по горизонтальной плоскости (рис. 1.6.3, *в*) следует положить  $\alpha=0$ , что дает:

$$F = G \frac{\sin \varphi}{\sin(\beta + \varphi)}. \quad (1.6.9)$$

При  $\sin(\beta + \varphi)=1$  или  $\beta = 90^\circ - \varphi$  получаем минимальное значение движущей силы:

$$F_{\min} = G \sin \varphi = G \frac{f}{\sqrt{1+f^2}}. \quad (1.6.10)$$

Если сила  $\bar{F}$  направлена вдоль наклонной плоскости, то (рис. 1.6.3, *г*):

$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

и:

$$F = G \frac{\sin(\alpha \pm \varphi)}{\cos \varphi} = G (\sin \alpha \pm f \cos \alpha), \quad (1.6.11)$$

причем верхние знаки соответствуют направлению движения, показанному сплошной линией, а нижние – направлению, показанному пунктиром. Если сила  $\bar{F}$  направлена горизонтально, то  $\beta = 90^\circ$  (рис. 1.6.3, *д*) и:

$$F = G \operatorname{tg}(\alpha \pm \varphi), \quad (1.6.12)$$

где верхние знаки соответствуют движению вверх, а нижние – вниз.

Во всех рассмотренных случаях равномерное движение вниз возможно при  $\alpha > \varphi$ .

Если  $\alpha = \varphi$ , то при равномерном движении вниз имеем:

$$F = 0.$$

Если  $\alpha < \varphi$ , то наклонную плоскость называют *самотормозящей*. В этом случае равномерное движение вниз возможно при наличии движущей силы  $\bar{F}$  (рис. 1.6.3, *е*), которая определяется формулой:

$$F = G \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\sin(\beta - \alpha + \varphi)}. \quad (1.6.13)$$

При  $\beta = 90^\circ$  (рис. 1.6.3, *ж*) имеем:

$$F = G \operatorname{tg}(\varphi - \alpha), \quad (1.6.14)$$

а при  $\beta = 90^\circ + \alpha$  (рис. 1.6.3, з):

$$F = G \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\cos \alpha} = G(f \cos \alpha - \sin \alpha). \quad (1.6.15)$$

### 1.6.2.2. Трение в клинчатом ползуне

Рассмотрим еще один пример поступательной пары – *клинчатый ползун* (рис. 1.6.4, а).

Обозначим через  $\alpha$  половину угла при вершине желоба, а через  $\bar{G}$  вертикальную нагрузку на ползун. Тогда:

$$\bar{G} + \bar{F}_{n1} + \bar{F}_{n2} = 0,$$

где  $\bar{F}_{n1}$  и  $\bar{F}_{n2}$  – нормальные реакции направляющих плоскостей.

Из многоугольника сил (рис. 1.6.4, б) находим:

$$F_{n1} = F_{n2} = \frac{G}{2 \sin \alpha}.$$

При движении ползуна вдоль желоба по каждой из направляющих плоскостей возникает сила трения  $F_t = f F_n$ , поэтому сила  $F$ , необходимая для поддержания равномерного движения ползуна (рис. 1.6.4, б), определяется равенством:

$$F = 2F_t = 2fF_n = \frac{f}{\sin \alpha} G = f\bar{G}, \quad (1.6.16)$$

где

$$f' = \frac{f}{\sin \alpha} > f. \quad (1.6.17)$$

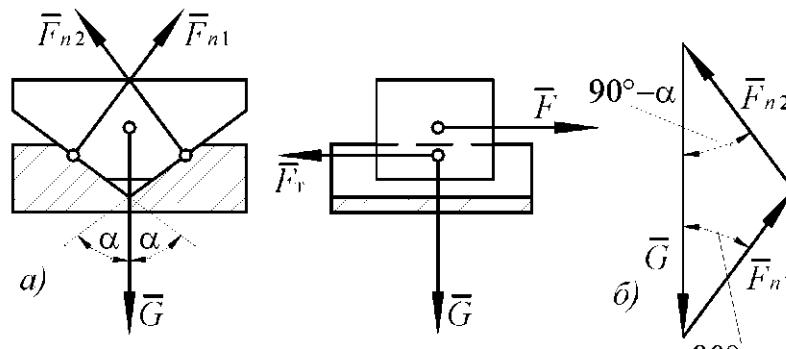


Рис. 1.6.4

Величину  $f'$  называют приведенным коэффициентом трения клинчатого ползуна. Для других конструкций приведенный коэффициент трения выражается другими зависимостями.

### 1.6.2.3. Трение в винтовой паре

Рассмотрим винт с прямоугольной резьбой (рис. 1.6.5, а).

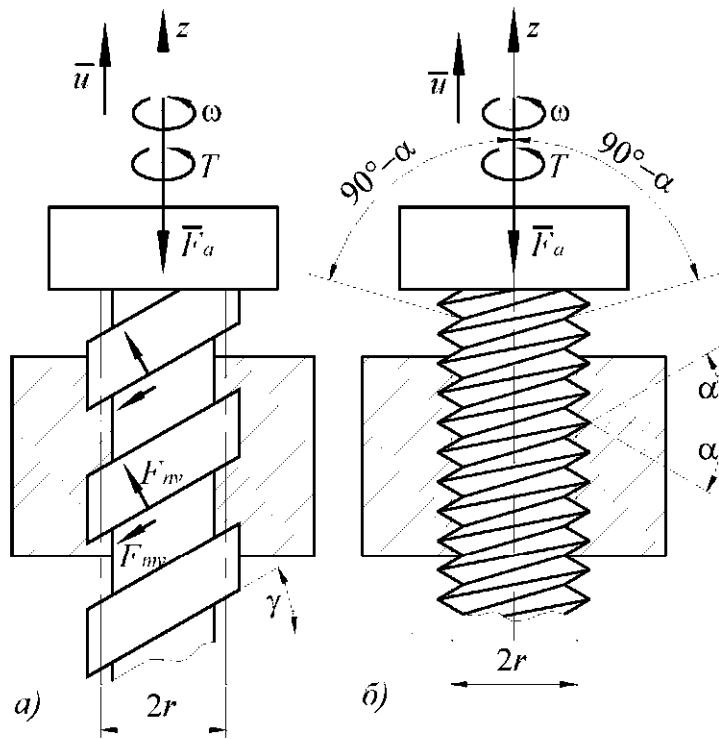


Рис. 1.6.5

Пусть под действием вращающего момента  $T$  винт совершает движение, при котором осевое перемещение винта и осевое усилие  $\bar{F}_a$  противоположны по направлению.

Введем обозначения:

$r$  – средний радиус резьбы;

$\alpha$  – угол подъема винтовой линии;

$f$  – коэффициент трения;

$\varphi$  – угол трения.

Кроме того, через  $\bar{F}_{n_v}$  и  $\bar{F}_{t_v}$  обозначим элементарные силы нормального давления и трения между резьбой гайки и винта.

Составляя уравнение проекций на ось  $z$  и уравнение моментов относительно этой оси, получим:

$$-\bar{F}_a + \sum \bar{F}_{n_v} \cos \alpha - \sum f \bar{F}_{n_v} \sin \alpha = -\bar{F}_a + (\cos \alpha - f \sin \alpha) \sum \bar{F}_{n_v} = 0;$$

$$T - \sum r \bar{F}_{n_v} \sin \alpha - \sum r f \bar{F}_{n_v} \cos \alpha = T - r(\cos \alpha - f \sin \alpha) \sum \bar{F}_{n_v} = 0.$$

Исключая из этих уравнений  $\sum \bar{F}_{n_v}$ , находим:

$$T = \bar{F}_a r \frac{\sin \alpha + f \cos \alpha}{\cos \alpha - f \sin \alpha} = \bar{F}_a r \frac{\operatorname{tg} \alpha + f}{1 - f \operatorname{tg} \alpha}$$

или, окончательно:

$$T = \bar{F}_a r \operatorname{tg}(\alpha + \varphi). \quad (1.6.18)$$

Мощность, развиваемая моментом  $T$ , играющим роль момента движущих сил, определяется так:

$$P_d = T\omega = F_a r \omega \operatorname{tg}(\alpha + \varphi).$$

Мощность, развиваемая силой  $\bar{F}_a$ , играющей роль полезного ее противления:

$$P_{\text{п.с}} = F_a u,$$

где  $u$  – скорость поступательного движения винта вдоль оси вращения-скольжения.

Как известно из кинематики:

$$u = \omega r \operatorname{tg} \alpha,$$

поэтому КПД винта равен:

$$\eta = \frac{P_{\text{п.с}}}{P_d} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \varphi)}. \quad (1.6.19)$$

В случае *треугольной* резьбы (рис. 1.6.5, б) можно приближенно считать, что движение винта аналогично движению клинчатого ползуна по желобу. Тогда в полученных выше формулах коэффициент трения  $f$  и угол трения  $\varphi$  необходимо заменить величинами  $f'$  и  $\varphi'$ , причем:

$$f' = \frac{f}{\sin(90^\circ - \beta)} = \frac{f}{\cos \beta} \quad (1.6.20)$$

и

$$\varphi' = \operatorname{arctg} f'. \quad (1.6.20')$$

#### 1.6.2.4. Трение во вращательной паре

Вращательная пара может быть различных видов. Если пара воспринимает нагрузки, нормальные к оси вращения, то элементами этой пары являются *цапфа* 1 и *подшипник* 2 (рис. 1.6.6).

Пусть равнодействующая  $\bar{Q}$  внешних нагрузок направлена параллельно оси  $\Delta$ . Если бы сила  $\bar{Q}$  была направлена по оси  $\Delta$  и вал не вращался, то точка максимального контакта цапфы и подшипника находилась бы в положении  $A$  и сила  $\bar{Q}$  уравновешивалась бы нормальной реакцией подшипника. Сообщим валу

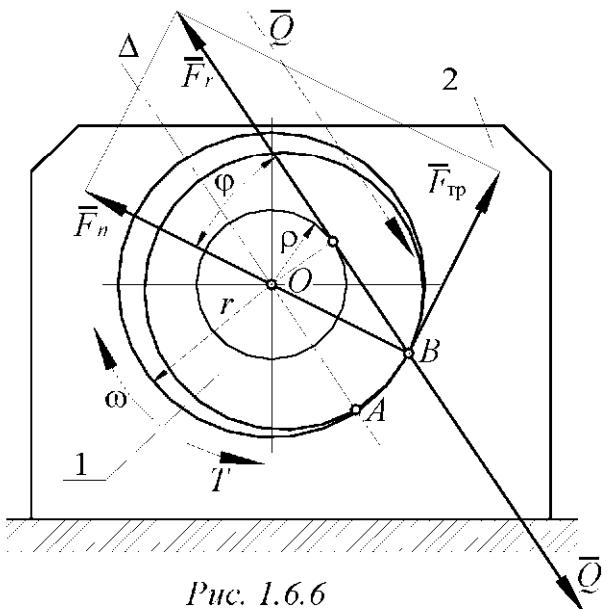


Рис. 1.6.6

вращение в направлении, указанном стрелкой. Тогда точка максимального контакта цапфы и подшипника переместится в положение  $B$  (цапфа набегает на подшипник), а полная реакция  $\bar{F}_R$  подшипника, слагающаяся из нормальной реакции  $\bar{F}_n$  и силы трения  $\bar{F}_{tp}$ , будет направлена по касательной к так называемому *кругу трения*. Обозначая радиус круга трения через  $\rho$ , а радиус цапфы – через  $r$ , имеем:

$$\rho = r \sin \phi' = r \frac{f'}{\sqrt{1 + f'^2}} \quad (1.6.21)$$

где  $\phi'$  – угол отклонения полной реакции от нормали (угол трения);  
 $f'$  – коэффициент трения в подшипнике.

При малых значениях коэффициента трения  $f'$  можно принять:

$$\rho = \frac{rf'}{1 + \frac{f'^2}{2}} = rf' \left(1 - \frac{f'^2}{2}\right) \quad (1.6.22)$$

При  $f' \ll 1$  получаем еще более простую зависимость:

$$\rho = rf' \quad (1.6.23)$$

Так как поступательные перемещения цапфы исключены, то главный вектор всех действующих на цапфу сил (активных и реактивных) равен нулю, откуда  $\bar{F}_R = -\bar{Q}$ , то есть полная реакция подшипника всегда параллельна равнодействующей  $\bar{Q}$  внешних нагрузок.

Если линия действия силы  $\bar{Q}$  касается круга трения, как показано на рис. 1.6.6, то есть силы  $\bar{F}_R$  и  $\bar{Q}$  направлены по одной прямой, то они образуют уравновешенную систему, и вал вращается равномерно или находится в покое. Если линия действия силы проходит вне круга трения, как показано пунктиром, то силы  $\bar{F}_R$  и  $\bar{Q}$  образуют пару сил одного направления с угловой скоростью, и вал вращается ускоренно. Если же линия действия силы  $\bar{Q}$  пересекает круг трения, то вал вращается замедленно или находится в покое.

Момент трения во вращательной паре:

$$T_{tp} = F_{tp}r = F_R\rho = fQr \quad (1.6.24)$$

Коэффициент трения  $f'$ , входящий в формулу (1.6.24), отличается от коэффициента трения плоских поверхностей и определяется экспериментально для различных условий работы вращательной пары. Этот коэффициент зависит от распределения давлений по поверхности контакта цапфы и подшипника.

Для неприработавшихся цапф можно принять по Вейсбаху:

$$f' = \frac{\pi}{2} f \quad (1.6.25)$$

для приработавшихся цапф – по Рейе:

$$f' = \frac{4}{\pi} f \quad (1.6.26)$$

где  $f$  – коэффициент трения соответствующих плоских поверхностей при тех же прочих условиях.

Если вращательная пара воспринимает нагрузку  $F_a$ , направленную вдоль оси вращения, то элементами этой пары являются *пята 1 и подпятник 2* (рис. 1.6.7, а).

Определим момент силы трения в случае *плоской кольцевой пяты*. Полагая, что сила  $\bar{F}_a$  равномерно распределяется по всей площади прилегания, равной  $\pi(R^2 - r^2)$ , находим удельное давление, т.е. силу, отнесенную к единице поверхности:

$$q = \frac{F_a}{\pi(R^2 - r^2)}.$$

Момент силы трения на элементарной площадке, расположенной на расстоянии  $\rho$  от оси вращения (на рис. 1.6.7, б эта площадка заштрихована), определится так:

$$dT_{tp} = fq\rho d\phi d\rho \rho.$$

Полный момент трения в пяте определяется как сумма элементарных моментов:

$$T_{tp} = \sum dT_{tp} = \int_r^R \int_0^{2\pi} fq\rho^2 d\rho d\phi = fq2\pi \int_r^R \rho^2 d\rho = \frac{2}{3}(R^3 - r^3),$$

или

$$T_{tp} = \frac{2}{3}fq \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} = \frac{2}{3}fF_a R \left( \frac{R}{R+r} + \frac{r}{R} \right). \quad (1.6.27)$$

Для сплошной пяты, полагая  $r=0$ , имеем:

$$T_{tp} = \frac{2}{3}fF_a R. \quad (1.6.28)$$

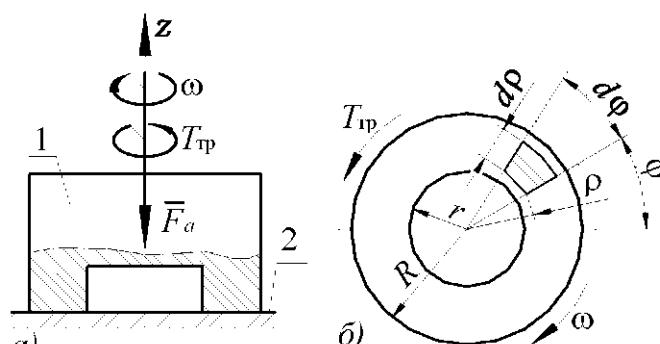


Рис. 1.6.7

### 1.6.3. Трение в высших кинематических парах

В высших кинематических парах может иметь место как *трение скольжения*, рассмотренное выше, так и *трение качения*. Часто встречается смешанный случай, когда перекатывание одного тела по другому сопровождается *проскальзыванием*.

#### 1.6.3.1. Трение качения

Сопротивление, возникающее при качении одного тела по другому, называемое *трением качения*, обусловлено деформациями этих тел. Из-за этих деформаций точка приложения нормальной реакции в контакте тел смещается так, что возникает *пара сил*  $(\bar{F}_n - \bar{F}_n')$ , препятствующая качению, и называемая *парой трения качения* (рис. 1.6.8).

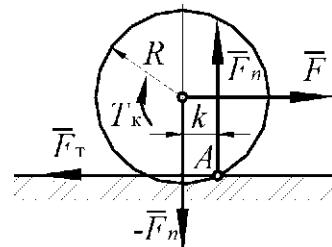


Рис. 1.6.8

Максимальную величину  $k$  плеча этой пары, зависящую от материала данных тел и их упругих свойств, называют *коэффициентом трения качения* (имеет размерность длины). (Величина  $k$  зависит также от радиусов кривизны перекатывающихся поверхностей в местах их контакта и от нормального давления между этими поверхностями).

Максимальная величина момента пары трения качения

$$T_k = kF_n \quad (1.6.29)$$

Минимальная величина силы  $F$ , необходимая для качения катка (если эта сила приложена в центре катка):

$$F = \frac{k}{R} F_n \quad (1.6.30)$$

где  $R$  – радиус катка.

Условия равновесия катка выражаются так:

$$FR \leq T_k = kF_n$$

и

$$F \leq F_{t \max},$$

$$F \leq \frac{k}{R} F_n; \quad (1.6.31)$$

$$F \leq fF_n$$

где  $f$  – коэффициент трения скольжения.

#### 1.6.3.2. Трение гибких тел

В технике широкое применение находят механизмы с гибкими звеньями (ременные и канатные передачи, ленточные конвейеры, ленточные

тормоза и др.). Трение между гибким и твердым телами обладает некоторыми особенностями; оно зависит не только от коэффициента трения между этими телами, но и от упругих свойств гибкого тела, его деформаций, а также от формы поверхности, по которой происходит скольжение.

Рассмотрим задачу о трении между гибким и твердым телами в самой простой постановке.

Пусть гибкая, нерастяжимая нить, охватывающая неподвижный круглый шкив, скользит по этому шкиву (рис. 1.6.9). На элемент  $CD$  нити, которому соответствует центральный угол  $d\phi$ , действуют натяжения  $\bar{S}$  и  $\bar{S}'$  в начале и конце этого элемента, сила трения  $\bar{F}$  между элементом и шкивом и нормальная реакция  $\bar{F}_n$  шкива.

Составим уравнения равновесия этих сил в проекциях на оси  $x$  и  $y$ , расположенные, как указано на чертеже:

$$\sum F_x = S' \cos \frac{d\phi}{2} - S \cos \frac{d\phi}{2} - F = 0;$$

$$\sum F_y = F_n - S' \sin \frac{d\phi}{2} - S \sin \frac{d\phi}{2} = 0.$$

Учитывая, что  $d\phi$  – величина бесконечно малая, можем положить:

$$\cos \frac{d\phi}{2} \approx 1$$

и

$$\sin \frac{d\phi}{2} \approx \frac{d\phi}{2}.$$

Поэтому из первого уравнения:

$$F = S' - S = dS;$$

из второго уравнения:

$$F_n = (S + dS) \frac{d\phi}{2} + S \frac{d\phi}{2} = 2S \frac{d\phi}{2} + dS \frac{d\phi}{2} \approx Sd\phi$$

(пренебрегаем бесконечно малыми величинами второго порядка).

Но:

$$F = fF_n = fSd\phi,$$

где  $f$  – коэффициент трения между нитью и шкивом.

Таким образом,

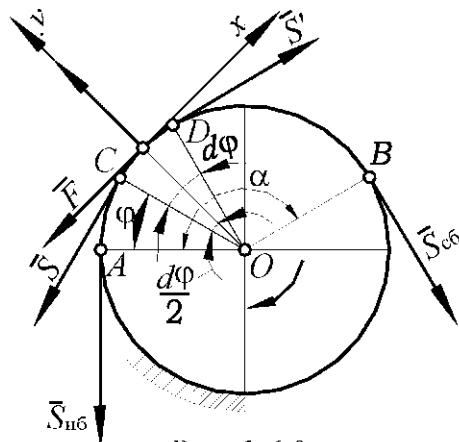


Рис. 1.6.9

$$\begin{aligned}
 fSd\varphi &= dS; \\
 \frac{dS}{S} &= f d\varphi; \\
 \int_{S_{\text{нб}}}^{S_{\text{сб}}} \frac{dS}{S} &= f \int_0^\alpha d\varphi; \\
 \ln \frac{S_{\text{сб}}}{S_{\text{нб}}} &= f\alpha.
 \end{aligned}$$

Отсюда получаем *формулу Эйлера*, устанавливающую зависимость между натяжениями набегающей  $S_{\text{нб}}$  и сбегающей  $S_{\text{сб}}$  ветвей нити:

$$S_{\text{сб}} = S_{\text{нб}} e^{f\alpha}. \quad (1.6.32)$$

### 1.5. Механический коэффициент полезного действия механизма

При установившемся движении механизма имеет место соотношение  $A_{\text{д}} = A_{\text{пс}} + A_{\text{вс}}$ . Так как всегда существуют *вредные сопротивления*, то  $A_{\text{д}} > A_{\text{пс}}$ .

Отношение *абсолютной* величины работы (или средней мощности) *полезных сопротивлений* к работе (или средней мощности) *движущих сил* за один полный цикл установившегося движения механизма называется *механическим коэффициентом полезного действия* (КПД) *механизма*.

Обозначая КПД через  $\eta$ , получаем:

$$\eta = \frac{A_{\text{пс}}}{A_{\text{д}}} = \frac{P_{\text{пс}}}{P_{\text{д}}} < 1. \quad (1.5.19)$$

КПД механизма является одной из важнейших количественных характеристик его качества. Чем больше величина  $\eta$ , тем большая часть энергии расходуется в механизме на полезную работу и тем меньше должна потерять ее на вредные сопротивления, т.е. тем рациональнее используется поступающая энергия.

Наряду с понятием КПД пользуются понятием *коэффициента потерь*  $\varphi$ .

*Коэффициентом потерь* называется отношение абсолютной величины работы (или средней мощности) вредных сопротивлений к работе (или средней мощности) движущих сил:

$$\varphi = \frac{A_{\text{вс}}}{A_{\text{д}}} = \frac{P_{\text{вс}}}{P_{\text{д}}}. \quad (1.5.20)$$

Таким образом,

$$\eta = \frac{A_{\text{пс}}}{A_{\text{д}}} = \frac{A_{\text{д}} - A_{\text{вс}}}{A_{\text{д}}} = 1 - \varphi. \quad (1.5.21)$$

Определим КПД сложного механизма, состоящего из  $n$  последовательно соединенных механизмов, КПД которых соответственно  $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$ . (рис. 1.5.5, а).

$A_{\text{д}}$  – работа движущих сил первого механизма;

$A_1$  – полезная работа первого механизма, являющаяся по отношению ко второму механизму работой движущих сил;

$A_2$  – полезная работа второго механизма;

$A_n$  – полезная работа  $n$ -го механизма.

Тогда:

$$\eta_1 = \frac{A_1}{A_{\text{д}}}; \quad \eta_2 = \frac{A_2}{A_1}; \quad \dots \dots \dots \quad \eta_n = \frac{A_n}{A_{n-1}}.$$

Перемножим соответственно левые и правые части этих равенств:

$$\eta_1 \eta_2 \dots \eta_n = \frac{A_1}{A_{\text{д}}} \frac{A_2}{A_1} \dots \frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{A_n}{A_{\text{д}}},$$

но

$$\frac{A_n}{A_{\text{д}}} = \eta,$$

где  $\eta$  — КПД всего механизма.

Следовательно:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n, \quad (1.5.22)$$

то есть полный КПД сложного механизма, состоящего из ряда последовательно соединенных механизмов, равен произведению частных КПД.

При параллельном соединении нескольких механизмов с общим источником энергии (рис. 1.5.5, б) имеем:

$$A_{\text{д}} = \sum_{v=1}^n A_{\text{д}v},$$

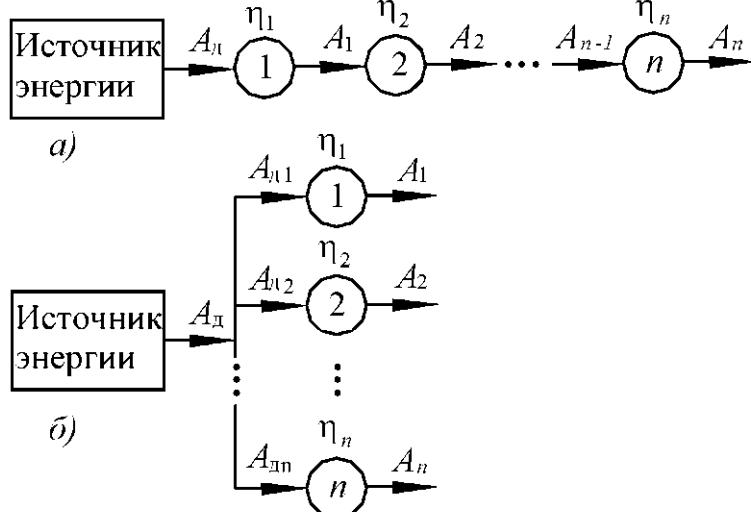


Рис. 1.5.5

$$A_{\text{п.с.}} = \sum_{v=1}^n A_v,$$

где  $A_{\text{д.в.}}$  ( $v=1, 2, \dots, n$ ) – работа движущих сил отдельных механизмов;  $A_v$  ( $v=1, 2, \dots, n$ ) – полезные работы, совершаемые этими механизмами.

Учитывая, что:

$$\eta_v = \frac{A_v}{A_{\text{д.в.}}} \quad (v=1, 2, \dots, n),$$

для КПД всего механизма имеем:

$$\eta = \frac{A_{\text{п.с.}}}{A_{\text{д.в.}}} = \frac{\sum_{v=1}^n A_v}{\sum_{v=1}^n A_{\text{д.в.}}} = \frac{\sum_{v=1}^n \eta_v A_{\text{д.в.}}}{\sum_{v=1}^n A_{\text{д.в.}}} \quad (1.5.23)$$

Если  $\eta_1 = \eta_2 = \dots = \eta_n$ , то, как следует из формулы (1.5.23):

$$\eta = \eta_1 = \eta_2 = \dots = \eta_n,$$

т.е. в этом случае КПД всей машины тот же, что и для отдельного механизма.

Если:

$$A_{\text{д.в.}1} = A_{\text{д.в.}2} = \dots = A_{\text{д.в.}n},$$

то:

$$\eta = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n \eta_v,$$

т.е. КПД всей машины равен среднему арифметическому от КПД отдельных механизмов.

Рассмотрим зависимость между моментом движущих сил и моментом полезных сопротивлений механизма передачи вращательного движения (рис. 1.5.6).

В механизме:

$\omega_1$  – угловая скорость входного вала механизма;

$\omega_n$  – угловая скорость выходного вала механизма;

$\eta$  – КПД механизма.

Обозначим врачающий момент на входном валу через  $T_{\text{д}}$ , а момент полезных сопротивлений на выходном валу – через  $T_{\text{п.с.}}$ .

Тогда:

$$P_{\text{д}} = T_{\text{д}} \omega_1;$$

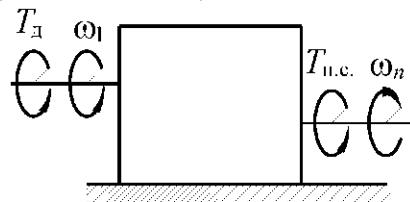


Рис. 1.5.6

$$P_{\text{нс}} = T_{\text{нс}} \omega_n.$$

Следовательно,

$$\eta = \frac{P_{\text{нс}}}{P_d} = \frac{T_{\text{нс}} \omega_n}{T_d \omega_1} = \frac{T_{\text{нс}}}{T_d i},$$

где  $i$  – передаточное отношение всего механизма.

Отсюда:

$$T_{\text{нс}} = \eta i T_d \quad (1.5.24)$$

или

$$T_d = \frac{T_{\text{нс}}}{\eta i}.$$

Полагая  $\eta = 1$ , получим зависимость между моментом движущих сил и моментом полезных сопротивлений при установившемся движении *идеального механизма*.

## **2. ОСНОВЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ**

### **2.1. Общие сведения**

В процессе эксплуатации машин и механизмов элементы конструкции в результате действия на них внешних сил в той или иной степени изменяют свои первоначальные размеры и форму, то есть деформируются. Деформации, в силу своей малости по сравнению с абсолютными размерами тела, не оказывают существенного влияния на законы его равновесия и движения, вследствие чего в теории механизмов и машин ими пренебрегают. Однако без изучения этих деформаций невозможно определить условия, при которых может произойти разрушение детали или недопустимое изменение ее формы или размеров.

*Под прочностью понимают способность конструкции, а также ее частей и деталей, выдерживать, не разрушаясь, действие внешней нагрузки.*

*Изложение методов расчета элементов конструкций на прочность* составляет первую задачу науки о сопротивлении материалов.

Во многих случаях приходится определять те изменения формы и размеров (деформации), которые возникают в элементах конструкций при действии нагрузок. Абсолютно твердых, недеформирующихся тел в природе не существует. Поэтому во многих случаях величину деформаций, несмотря на их малую величину по сравнению с размерами самой детали, приходится ограничивать, так как в противном случае нормальная эксплуатация конструкции может стать невозможной. Например, при механической обработке детали на станке вследствие деформации самой детали и элементов станка может произойти недопустимое снижение точности обработки.

*Способность конструкции и ее элементов сопротивляться изменению своих первоначальных размеров и формы называется жесткостью.*

*Изложение методов расчета элементов конструкций на жесткость* составляет вторую задачу науки о сопротивлении материалов.

Имеется ряд задач, в которых основное внимание приходится уделять вопросам устойчивости, под которой понимается способность элемента конструкции сопротивляться возникновению больших отклонений от невозмущенного равновесия при малых возмущающих воздействиях. Возмущающим воздействием в этом случае является малое изменение нагрузки. Следовательно, понятие устойчивости может быть сформулировано также следующим образом.

*Равновесие элемента устойчиво, если малому изменению нагрузки соответствует малое изменение деформаций.*

*И наоборот, равновесие неустойчиво, если ограниченный рост нагрузки сопровождается неограниченным ростом деформаций.*

*Признаком потери устойчивости является также внезапная смена одной формы равновесия другой.*

В качестве примера приведем случай сжатия тонкого элемента силой, действующей вдоль его оси. До какого-то определенного (критического) значения сжимающей силы, зависящего от материала, размеров и условий закрепления элемента, он устойчиво сохраняет прямолинейную форму. При достижении же силой критического значения наряду с прямолинейной становится возможной и *искривленная форма равновесия* – более опасная для элемента.

Потеря устойчивости может иметь место при значениях нагрузок, совершенно безопасных с точки зрения прочности или жесткости элемента.

Создание *методов расчетов на устойчивость*, которые должны обеспечить отсутствие качественного изменения характера деформации элементов конструкций, составляют *третью задачу* науки о сопротивлении материалов.

*Основной задачей* науки о сопротивлении материалов является *разработка методов расчета* различных элементов сооружений и машин с целью получения их оптимальных весогабаритных характеристик.

## **2.2. Основные понятия и определения**

### **2.2.1. Внешние и внутренние силы**

При изучении сопротивления материалов активные внешние силы, действующие на рассматриваемое тело (элемент конструкции), называют *нагрузками*.

Нагрузки, действующие на сооружения и их элементы, по способу приложения нагрузки подразделяют на:

- *сосредоточенные*;
- *распределенные*.

К *сосредоточенным* относят силы, которые передаются на элемент конструкции через площадку небольших размеров (*по сравнению с размерами всего элемента*). Характеристикой сосредоточенной силы  $F$  является ее модуль, имеющий размерность, например, ньютон. При расчетах сосредоточенную силу считают приложенной в *точке*. Это допущение достаточно условно, так как в природе сосредоточенных сил не бывает. Все реальные силы распределены по некоторой площади или объему. Например, давление колеса вагона на рельс практически передается через небольшую площадку, получающуюся в результате деформации рельса и колеса. Однако для определения внутренних сил, возни-

кающих в рельсе и колесе на некотором расстоянии от площади передачи давления, можно, как это будет показано позднее (принцип Сен-Венана), распределенную нагрузку заменить сосредоточенной равнодействующей силой, что значительно упрощает расчет.

К *распределенным* относятся *нагрузки, приложенные непрерывно на некоторой длине или площади*. На схемах такие нагрузки изображают в виде графиков, показывающих изменение нагрузки по длине или поверхности тела. Характеристикой распределенной нагрузки является ее интенсивность  $q$ , то есть величина нагрузки, которая приходится на единицу площади или длины. В первом случае величина  $q$  измеряется, например, в  $\text{Н}/\text{м}^2$ , а во втором – в  $\text{Н}/\text{м}$ . Нагрузки могут быть *распределены* не только по поверхности или длине, но и по объему (силы веса, силы инерции, магнитные силы и др.). Они также характеризуются интенсивностью, имеющей размерность, например,  $\text{Н}/\text{м}^3$ . Распределенные по длине элемента конструкции нагрузки, как и сосредоточенные силы, реально в природе не существуют, а получаются в результате схематизации действительных нагрузок. В ряде случаев такая схематизация приводит к появлению пар сил (моментов).

По *характеру действия* на элементы конструкции нагрузки подразделяют на:

- статические;
- динамические.

*Статическими* называются *нагрузки, которые изменяют свою величину или точку приложения (или направление) с очень маленькой скоростью, поэтому возникающими при этом ускорениями можно пренебречь*. При действии таких нагрузок колебания сооружений и их частей пренебрежимо малы.

*Динамическими* называются *нагрузки, изменяющиеся во времени с большой скоростью* (например, *ударные* нагрузки). Действие таких нагрузок сопровождается возникновением колебаний сооружений. При колебании же вследствие изменения скорости колеблющихся масс возникают силы инерции, пропорциональные (по второму закону Ньютона) колеблющимся массам и ускорениям. Величина этих сил инерции может многократно превосходить те же нагрузки, приложенные статически, и ими при расчетах пренебрегать нельзя.

Динамические нагрузки делятся на:

- *мгновенно приложенные,*
- *ударные,*
- *повторно-переменные.*

В частных случаях изменение нагрузки  $F$  может носить *периодически повторяющийся характер*, так что через одни и те же промежутки

времени  $t$  максимальные значения нагрузки будут повторяться. Нагрузки такого типа называются нагрузками с *установившимся режимом* или *повторно-периодическими*.

Однако во многих, других случаях изменение нагрузки во времени не имеет установившегося характера. Таковы нагрузки, действующие на детали автомобилей, тракторов, станков, нагрузки, действующие на сооружения, нагрузки от давления ветра, снега и т.п. Эти нагрузки называются *повторными нагрузками неустановившихся режимов*.

В машиностроении расчетные нагрузки определяются в зависимости по *номинальным* значениям мощности, угловой скорости отдельных ее деталей, силы тяжести, силы инерции и т.п. Например, при расчете деталей трехтонного автомобиля учитывают номинальный полезный груз, равный трем тоннам. Возможность же *перегрузки* автомобиля учитывают тем, что размеры сечения деталей назначают с некоторым *запасом прочности*.

*Сопротивление тел*, оказываемое действующим на них нагрузкам, обусловливается наличием в этих телах *внутренних сил*, природа которых объясняется молекулярным строением материи. Внутренние силы существуют всегда, и именно они являются причиной существования тела как такого. При действии на тело *внешних сил* *внешние силы* изменяются – появляются *дополнительные внутренние силы*, которые в дальнейшем будем называть *усилиями*. Эти усилия и являются предметом изучения науки о сопротивлении материалов, так как именно их величина характеризует способность тел сопротивляться внешним воздействиям.

Для определения величины внутренних усилий пользуются *методом сечений*, суть которого заключается в следующем.

1. Тело, на которое действует какая-либо *внешняя* нагрузка, в интересующем нас месте мысленно рассекается на две части (рис. 2.2.1, а).
2. Отбрасывается условно одна из частей (например, часть  $B$ ).
3. Действие отброшенной части  $B$  на оставшуюся  $A$  заменяется *внутренними силами*.

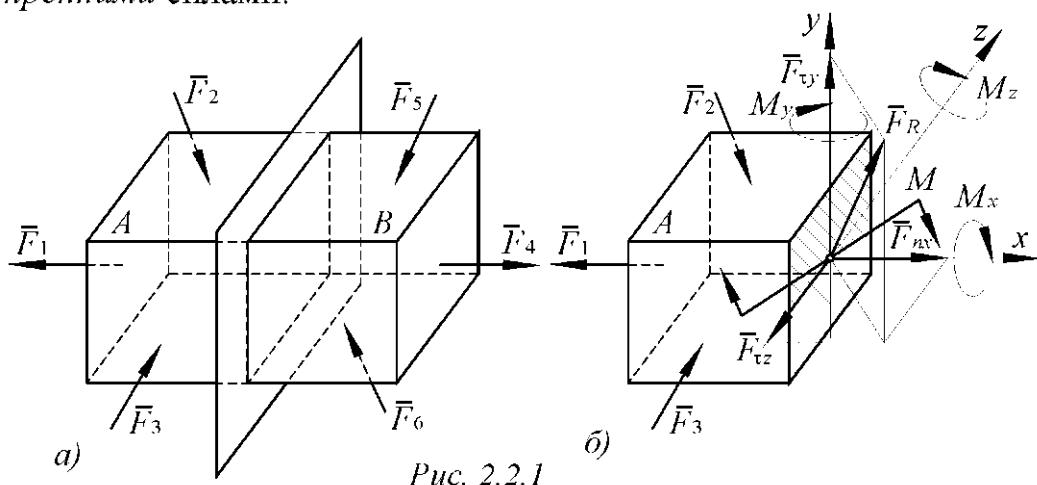


Рис. 2.2.1

Так как тело под действием внешних сил находилось в состоянии статического равновесия, то эти внутренние силы, являющиеся внешними для оставшейся части, должны уравновесить часть  $A$  с приложенными к ней внешними силами (рис. 2.2.1, б).

Таким образом, *внутренние* силы сводятся к категории *внешних* сил, для определения которых можно использовать уравнения статики твердого тела.

Со стороны отброшенной части на часть  $A$  действует система сил, распределенных по всему сечению. Эту систему в общем случае можно привести к одной силе  $F_R$  (главному вектору) и к одной паре сил  $M$  (главному моменту) (рис. 2.2.1, б).

Выбрав систему координатных осей  $x, y, z$  с началом в центре тяжести сечения, разложим главный вектор и главный момент на составляющие по указанным осям.

Эти составляющие имеют следующие обозначения и названия:

$F_{n_x} = F_n$  – продольная сила;

$F_{\tau_y}$  и  $F_{\tau_z}$  – поперечные силы соответственно в плоскостях  $yx$  и  $xz$ ;

$M_x = T_k$  – крутящий момент;

$M_y$  и  $M_z$  – изгибающие моменты соответственно в плоскостях  $xz$  и  $xy$ .

Этим видам внутренних усилий соответствуют следующие виды деформации:

1) *растяжение или сжатие* – при появлении в поперечных сечениях только продольных усилий  $F_n$ ;

2) *сдвиг* – при появлении в поперечных сечениях только поперечных усилий  $F_{\tau_y}$  и  $F_{\tau_z}$ ;

3) *кручение* – в поперечных сечениях возникает только крутящий момент  $T_k$ ;

4) *изгиб* – в сечении действует только изгибающий момент  $M_y$  или  $M_z$ .

Появление в поперечных сечениях сразу нескольких внутренних усилий приводит к сложным видам деформации (сложному сопротивлению).

## 2.2.2. Понятие о напряжениях

Внутренние усилия, которые были найдены выше из уравнений статики, не являются реальными, а представляют собой лишь статический эквивалент этих усилий, распределенных по всей площади рассматриваемого сечения. Иначе говоря, найденные усилия являются рав-

нодействующими действительных внутренних сил, возникающих в каждой точке сечения.

В сечении части  $A$  (рис. 2.2.1, б) выделим элементарную площадку  $dA$  (рис. 2.2.2). В силу малости элемента можно считать, что внутренние усилия, приложенные к его различным точкам, одинаковы по величине и направлению. Тогда равнодействующая их  $\overline{dF_R}$  будет проходить через центр тяжести площади элемента  $dA$ , координаты которого равны  $x$  и  $z$ . Проектируя вектор  $\overline{dF_R}$  на оси  $x$ ,  $y$  и  $z$ , получим элементарную продольную силу  $\overline{dF_n}$  и элементарные поперечные силы  $\overline{dF_{\tau_y}}$  и  $\overline{dF_{\tau_z}}$ .

Разделив эти усилия на площадь  $dA$ , получим величины внутренних сил, приходящихся на единицу площади (рис. 2.2.3):

$$\sigma_x = \frac{dF_n}{dA}; \quad (2.2.1)$$

$$\tau_{xy} = \frac{dF_{\tau_y}}{dA}; \quad (2.2.2)$$

$$\tau_{xz} = \frac{dF_{\tau_z}}{dA}. \quad (2.2.3)$$

Эти величины называют *напряжениями в точке поперечного сечения тела* (с координатами  $y$ ,  $z$ ):

$\sigma$  – нормальное напряжение;

$\tau$  – касательное напряжение.

*Нормальные и касательные напряжения представляют собой интенсивность распределения соответственно нормальных и поперечных сил, действующих по элементарной площадке в рассматриваемой точке.*

У нормального напряжения ставится индекс, указывающий, какой координатной оси параллельно данное напряжение.

*Растягивающее нормальное напряжение принято считать положительным, а сжимающее нормальное напряжение – отрицательным.*

Обозначения касательных напряжений снабжены двумя индексами:

— первый индекс указывает, какой оси параллельна нормаль к площадке действия данного напряжения,

— второй индекс указывает, какой оси параллельно само напряжение.

Разложение полного напряжения на нормальное и касательное имеет физический смысл.

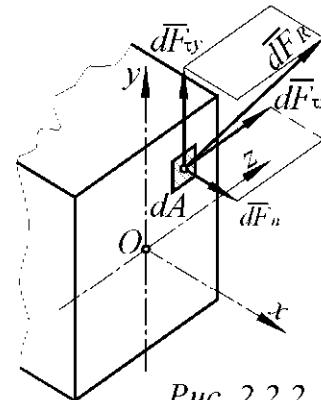


Рис. 2.2.2

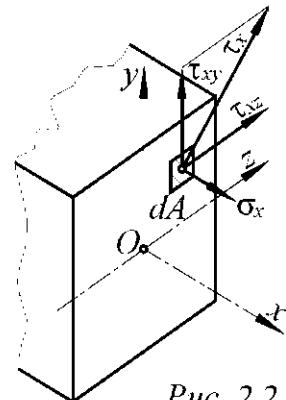


Рис. 2.2.3

*Нормальное напряжение* возникает, когда частицы материала стремятся отдалиться друг от друга или, наоборот, сблизиться.

*Касательные напряжения* связаны со сдвигом частиц материала по плоскости рассматриваемого сечения.

Через любую точку упругого тела, подверженного действию внешней нагрузки, можно провести бесчисленное множество сечений (площадок), по которым в общем случае будут действовать как нормальные, так и касательные напряжения. При этом величина и направление указанных напряжений в каждом конкретном случае будут зависеть от ориентации площадки.

Для исследования напряжений обычно выделяют элемент в виде бесконечно малого параллелепипеда (рис. 2.2.4). На его гранях действуют внутренние силы, заменяющие действие удаленной части тела и вызывающие появление напряжений. Полные напряжения на гранях можно разложить на нормальные и касательные составляющие.

Если ориентацию выделенного элемента изменить, то действующие на его гранях напряжения будут также изменяться. При этом *можно найти хотя бы одно такое положение элемента, при котором на его гранях касательные напряжения равны нулю*.

Границы элемента, по которым касательные напряжения не действуют, называют *главными площадками*, а нормальные напряжения на них – *главными напряжениями*. Доказано, что в каждой точке тела имеются, по крайней мере, *три главные площадки*, причем они всегда взаимно перпендикулярны, то есть в каждой точке будут также *три главных напряжения*. Главные напряжения принято обозначать так, чтобы наибольшее из них (*алгебраически*) имело индекс «1», а наименьшее – индекс «3» (рис. 2.2.5).

В зависимости от величины главных напряжений различают следующие виды напряженного состояния в точке:

- *линейное, или однородное* – только одно главное напряжение (любое из трех) отлично от нуля, а два других равны нулю (рис. 2.2.5, а);

- *плоское, или двухосное* – два главных напряжения отличны от нуля (рис. 2.2.5, б);

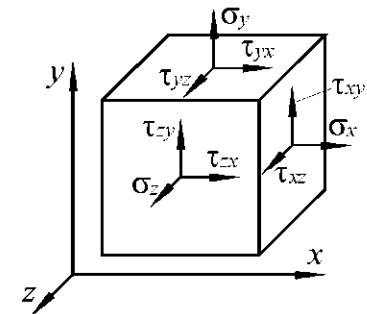


Рис. 2.2.4

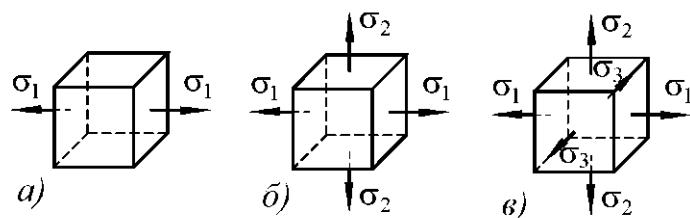


Рис. 2.2.5

— *объемное, или трехосное* — все главные напряжения отличны от нуля (рис. 2.2.5, б).

Зная напряженное состояние в любой точке детали, можно оценить прочность этой детали.

В *простейших* случаях оценка прочности элементов конструкций производится или по наибольшему нормальному напряжению (расчет на растяжение или сжатие), или по наибольшему касательному напряжению (расчет на сдвиг).

Условия прочности в этих случаях записываются в виде:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_p, \quad (2.2.4)$$

$$\tau_{\max} \leq \tau_p, \quad (2.2.5)$$

где  $\sigma_p$  и  $\tau_p$  — допускаемые значения нормального и касательного напряжений, зависящие от материала и условий работы рассчитываемого элемента.

Величины  $\sigma_p$  и  $\tau_p$  выбираются с таким расчетом, чтобы была обеспечена нормальная эксплуатация конструкции.

В более сложных случаях оценка прочности производится по приведенному напряжению в соответствии с той или иной гипотезой прочности, которые будут рассмотрены в разделе «Сложное сопротивление».

### 2.2.3 Конструктивные элементы механизмов и машин

Конструкции, с которыми инженеру приходится встречаться на практике, имеют в большинстве случаев сложную форму, отдельные элементы которой можно свести к следующим *простейшим типам*:

1. *Брусья* — элементы конструкций, у которых один размер (длина) значительно больше других (рис. 2.2.6, а).

Основными геометрическими характеристиками бруса являются его *ось* и *поперечное сечение*.

*Ось бруса* — линия, соединяющая центры тяжести всех его поперечных сечений. В зависимости от формы оси брусья могут быть либо *прямолинейными* (рис. 2.2.6, а), либо *криволинейными* (рис. 2.2.6, б). Брус с *прямолинейной* осью часто называют *стержнем*.

Плоская фигура, имеющая свой центр тяжести на оси и нормальная к ней, называется его *поперечным сечением*.

*Оболочки* — тела, ограниченные криволинейными поверхностями, расположеными на близком расстоянии друг от друга. У этих элементов конструкции один размер значительно меньше двух других (рис. 2.2.6, в).

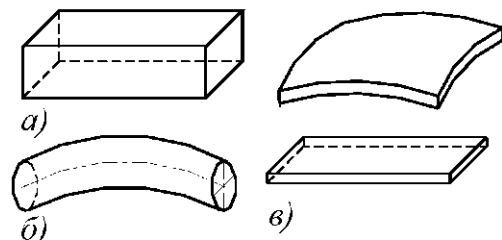


Рис. 2.2.6

*Плоские оболочки называют плитами или пластинами.*

*Массив – тело, у которого все три размера одного порядка.*

В разделе «Основы сопротивления материалов» рассматриваются преимущественно тела, имеющие форму брусьев постоянного сечения, и простейшие системы, состоящие из них, обладающие *достаточной жесткостью*, то есть *не претерпевающие значительных деформаций при нагрузке*. В расчетных схемах брусья обычно изображают одной осевой линией с идеализированными опорами.

В *гибких стержнях* возникают столь значительные деформации, что с ними нельзя считаться даже при определении опорных реакций. Методы расчета *гибких* брусьев, пластинок, оболочек и массивных тел рассматриваются в курсе «Прикладная теория упругости» без упрощающих гипотез, которые вводятся в данном разделе (см. ниже).

Способы расчета *стержневых* систем изучаются в курсе «Строительная механика».

#### **2.2.4. Основные гипотезы и допущения**

Из-за сложности задачи расчета элементов конструкций в курсе сопротивления материалов принимают некоторые *упрощающие* гипотезы и допущения, касающиеся свойств материала, нагрузок и характера взаимодействия детали и нагрузок. Экспериментальная проверка расчетных зависимостей, полученных на основе приведенных ниже гипотез и допущений, показала, что погрешность, вносимая ими, незначительна и для практических целей ею можно пренебречь.

**Гипотеза о сплошном строении тела.**

*Предполагают, что материал полностью заполняет объем тела (пустоты отсутствуют).*

Это допущение вполне оправдано, так как большинство конструкционных материалов имеет мелкозернистую структуру, что позволяет без существенной погрешности считать их строение сплошным, непрерывным.

**Гипотеза об однородности материала.**

*Предполагают, что все частицы материала обладают одинаковыми свойствами, то есть свойства материала не зависят от размеров тела.*

Металлы обладают высокой однородностью, то есть имеют во всех точках детали практически одинаковые свойства. В пластмассах же свойства смолы отличаются от свойств наполнителя.

Тем не менее, как показывает опыт, расчеты, основанные на допущении об однородности материала детали, для основных конструкционных материалов дают удовлетворительные результаты.

### **Гипотеза об изотропности материала.**

*Предполагают, что в любом направлении свойства материала одинаковы.*

У материалов, имеющих мелкозернистую структуру, благодаря большому количеству кристаллов, расположенных в беспорядке, свойства в разных направлениях выравниваются, «осредняются», и можно считать эти материалы практически *изотропными*.

Материалы, свойства которых в разных направлениях различны, называются *анизотропными*. Например, для меди прочность кристаллов в разных направлениях различается более чем в 3 раза.

### **Гипотеза об идеальной упругости материала.**

*Под идеальной упругостью понимают способность тела восстанавливать свою первоначальную форму и размеры после устранения причин, вызвавших деформацию тела.*

### **Гипотеза плоских сечений (гипотеза Бернулли).**

*Поперечные сечения, плоские и нормальные к оси бруса до приложения к нему нагрузки, остаются плоскими и нормальными к его оси после деформации.*

### **Допущение о малости деформаций.**

*Деформации тела настолько малы по сравнению с его размерами, что не оказывают существенного влияния на взаимное расположение нагрузок.*

### **Допущение о линейной зависимости между деформациями и нагрузками.**

*Предполагают, что для большинства материалов перемещения, являющиеся результатом деформации тела, прямо пропорциональны вызвавшим их нагрузкам.*

### **Допущение об отсутствии начальных усилий.**

*В теле до приложения нагрузки нет внутренних (начальных) усилий.*

Это допущение полностью не выполняется ни для одного материала. Например, в стальных деталях имеются внутренние силы, вызванные неравномерностью остывания. Величина этих сил конструктору обычно неизвестна. В тех случаях, когда есть основания предполагать, что эти силы значительны, их определяют экспериментальным путем.

### **Принцип независимости действия сил (принцип суперпозиции или принцип наложения).**

*Какая-либо величина, например усилие или перемещение в любом элементе конструкции, вызванные различными факторами (несколькими силами, воздействием температуры), может быть получена как сумма величин, найденных от действия каждого из этих факторов в отдельности и в любом порядке.*

Под словами «результат воздействия» в зависимости от конкретной задачи следует понимать деформации, внутренние силы, возникающие в теле, и перемещения отдельных точек. Необходимо иметь в виду, что действие отдельных сил системы должно рассматриваться вместе с соответствующими им реакциями связей.

Принцип независимости действия сил к деформируемым телам применим лишь при следующих двух условиях:

— *перемещения* точек приложения сил *малы* по сравнению с размерами тела;

— *перемещения*, являющиеся результатом деформации тела, *линейно* зависят от действующих сил (такие тела называют *линейно деформируемыми* или подчиняющимися закону Гука).

В обычных конструкциях оба эти условия выполняются и поэтому принцип независимости действия сил широко используется при силовом расчете конструкций.

#### **Принцип Сен-Венана.**

*Если тело нагружается статически эквивалентными системами сил и размеры области их приложения невелики (по сравнению с размерами тела), то в сечениях, достаточно удаленных от мест приложения нагрузок, величина напряжений весьма мало зависит от способа нагружения.*

Этот принцип во многих случаях позволяет производить замену одной системы сил другой системой, статически эквивалентной, что может упростить расчет.

Например, при расчете рельса, как балки, опирающейся на множество опор (шпал) (рис. 2.2.7), фактическую нагрузку от колеса, распределенную по площадке контакта по некоторому закону ( $\sigma$ ), можно заменить сосредоточенной (равнодействующей) силой  $F_r$ .

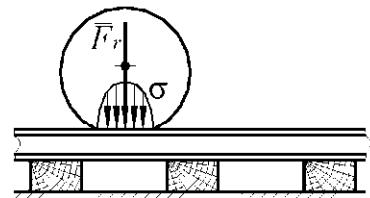


Рис. 2.2.7

## **2.3 Растяжение и сжатие**

### **2.3.1 Внутренние усилия**

Рассмотрим случай осевого (центрального) растяжения или сжатия, когда внешние силы действуют по оси стержня (рис. 2.3.1).

Для определения *внутренних усилий* (продольных сил) применим *метод сечений*. Проведем какое-нибудь сечение, например  $a-a$ , и рассмотрим равновесие нижней отсеченной части. Воздействие верхней отброшенной части на нижнюю заменим продольной силой и предвари-

тельно направим ее *от сечения*, то есть предположим, что сила является *растягивающей*.

Составим уравнение равновесия.

Проектируя все силы, действующие на нижнюю часть, на направление, параллельное оси стержня, и приравнивая сумму проекций нулю, получаем:

$$F_{n_1} + F_1 - F_2 = 0,$$

откуда:

$$F_{n_1} = -(F_1 - F_2).$$

Знак «минус» показывает, что направление силы  $F_{n_1}$  следует изменить на обратное, то есть продольная сила будет в данном случае не *растягивающей*, как мы предположили, а *сжимающей*.

Аналогично найдем продольную силу в сечении  $b-b$ :

$$F_{n_2} = F_2 \text{ (растяжение).}$$

Условимся продольную силу, соответствующую *растяжению*, считать *положительной*.

Наглядное представление о законе изменения продольных сил по длине стержня дает график (эпюра продольных сил), ось абсцисс которого проводится параллельно оси стержня, а ось ординат ей перпендикулярна. По оси ординат в выбранном масштабе откладывают значения продольных сил (с учетом знаков) в поперечных сечениях стержня.

Для рассмотренного случая эпюра  $F_n$  представлена на рис. 2.3.1.

### 2.3.2 Напряжения

Если на поверхность призматического стержня нанести сетку линий, параллельных и перпендикулярных оси стержня (рис. 2.3.2,  $a$ ), и приложить к нему растягивающую силу, то можно убедиться в том, что линии сетки и после деформации остаются взаимно перпендикулярными, за исключением небольшого участка стержня вблизи точки приложения силы, который из рассмотрения пока исключаем, но расстояния между ними изменятся (рис. 2.3.2,  $b$ ).

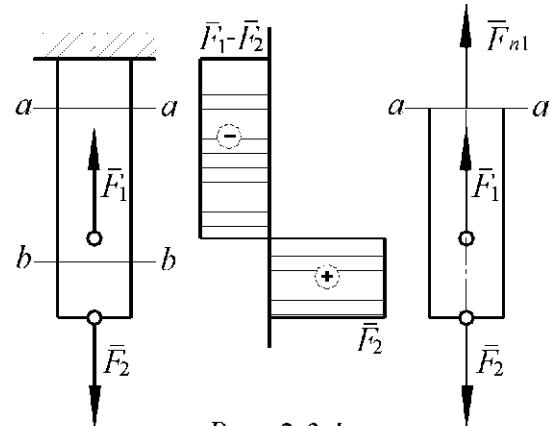


Рис. 2.3.1

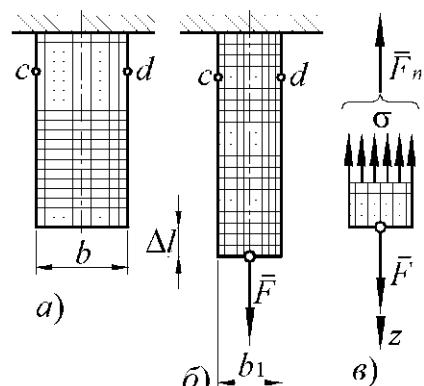


Рис. 2.3.2

Все горизонтальные линии, например  $cd$ , переместятся вниз, оставаясь горизонтальными и прямыми.

Можно предположить также, что и внутри стержня будет такая же картина – *поперечные сечения стержня плоские и нормальные к его оси до деформации, останутся плоскими и нормальными к оси и после деформации*, то есть подтверждается гипотеза плоских сечений.

Такая картина деформаций дает основание считать, что в поперечных сечениях стержня действуют только *нормальные напряжения, равномерно распределенные по сечению, а касательные напряжения равны нулю*.

Продольная сила  $F_n$  есть равнодействующая нормальных напряжений в поперечном сечении:

$$F_n = \int_A \sigma dA.$$

Поскольку  $\sigma = \text{const}$ , то:

$$F_n = \sigma A, \quad (2.3.1)$$

откуда:

$$\sigma = \frac{F_n}{A}. \quad (2.3.2)$$

В частном случае, когда на стержень действует одна внешняя сила  $F$ , из уравнения равновесия (рис. 2.3.2, в) получим:

$$F_n = F$$

и вместо общей формулы (2.3.2) получим частный вид формулы для растяжения:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.3.3)$$

Эти формулы справедливы и для сжатия, с той только разницей, что сжимающие напряжения считаются *отрицательными*.

Кроме того, *сжатые стержни помимо расчета на прочность рассматриваются также на устойчивость*.

### 2.3.3 Деформации и перемещения

Стержень (рис. 2.3.2), под действием двух равных по величине и противоположно направленных по его продольной оси сил ( $F$  и  $F_n$ , претерпевает деформацию *растяжения*, которая проявляется в изменении длины и поперечных размеров стержня. Его первоначальная длина  $l$  увеличивается на величину  $\Delta l$ , именуемую *абсолютным удлинением*, и становится равной  $l_1$ .

Таким образом:

$$\Delta l = l_1 - l.$$

Абсолютное удлинение стержня при заданном значении деформирующей силы возрастает с увеличением его первоначальной длины. Поэтому деформация при растяжении более полно характеризуется относительной величиной  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ , которую называют *относительным удлинением*.

Очевидно:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l_1 - l}{l} \quad (2.3.4)$$

При направлении внешних сил, *противоположном* указанному на рис. 2.3.2, стержень испытывает деформацию *сжатия*. В этом случае параметр  $\Delta l$  называют *абсолютным укорочением*, так как при сжатии длина стержня уменьшается.

Одновременно с продольной деформацией стержень претерпевает *поперечную* деформацию. При растяжении поперечные размеры уменьшаются, при сжатии – увеличиваются.

Относительная поперечная деформация:

$$\varepsilon' = \frac{b - b_1}{b}.$$

Отношение

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| \quad (2.3.5)$$

называют *коэффициентом Пуассона*, характеризующим способность материала к поперечным деформациям. Этот коэффициент определяют опытным путем.

## 2.3.4. Механические характеристики и свойства материалов

### 2.3.4.1 Общие сведения

Работоспособность конструкционных материалов при различных видах нагружения определяется величинами, которые называют *механическими характеристиками*.

*Механические характеристики* устанавливают границу *безопасной эксплуатации* элементов конструкций при *статическом и динамическом (циклическом и ударном) нагружениях*.

К числу основных механических характеристик относятся:

- *пределные напряжения*,
- *твёрдость*,
- *ударная вязкость*.

Величины механических характеристик могут быть получены в лабораторных условиях доведением образцов до *разрушения* или *чрезмер-*

*ной деформации.* Наиболее распространены испытания на растяжение и сжатие, так как они относительно просты, дают результаты, позволяющие с достаточной достоверностью судить о поведении материалов и при других видах деформации.

Часто целью испытаний является *определение твердости и ударной вязкости.*

Все конструкционные материалы можно условно разделить на:

- хрупкие,
- пластичные.

К весьма *пластичным* материалам относят малоуглеродистые стали, алюминий, медь и некоторые другие. Эти материалы обладают способностью деформироваться в широких пределах без разрушения.

Примерами *хрупких* материалов могут служить чугун, высокоуглеродистые сорта стали, металлокерамические материалы, стекло. Хрупкие материалы разрушаются без заметной предварительной деформации.

Промежуточное положение занимают *малопластичные* материалы, к которым могут быть отнесены многие легированные стали, дюралюминий, бронза.

#### **2.3.4.2 Испытания материалов**

##### **2.3.4.2.1 Испытания на растяжение**

Для изучения свойств материалов и установления величины предельных напряжений (по разрушению или по пластическим деформациям) производят испытания образцов материала вплоть до разрушения.

*Испытания производят при нагрузках следующих категорий:*

- статической,
- ударной и циклической (испытание на усталость или выносливость).

По виду *деформации*, испытываемой образцом, различают испытания на:

- растяжение,
- сжатие,
- кручение
- изгиб.

Значительно реже проводят испытания на *сложное сопротивление*, например, сочетание растяжения и кручения.

Так как результаты испытаний зависят от формы образца, скорости его деформирования, температуры при испытании и т.д., то эксперимент обычно ведут в условиях, предусмотренных Государственными стандартами (ГОСТами).

Подробное описание испытательных машин и приборов можно найти в специальных руководствах.

Наибольшее распространение имеют испытания на растяжение статической нагрузкой, так как они наиболее просты и в то же время во многих случаях дают возможность достаточно верно судить о поведении материала при других видах деформации. Испытание различных материалов на растяжение осуществляют статическим нагружением на специальных машинах. Для этого применяют стандартный цилиндрический образец диаметром (3-10) мм (рис. 2.3.3, а).

Длина центрального цилиндра превышает его диаметр приблизительно в 15 раз. На цилиндре выделяют участок  $l_0$  для измерения деформации:

$$l_0 = 10d_0,$$

где  $d_0$  – диаметр стержня до растяжения.

Иногда для испытаний применяют плоские или малые цилиндрические образцы, у которых:

$$l_0 = 5d_0.$$

При растяжении образца на машинах регистрируют нагрузку на образец и его удлинение  $\Delta l$ .

Количественная оценка физических свойств материала может быть сделана при помощи диаграммы растяжения в системе координат ( $\sigma, \varepsilon$ ).

*Напряжение, откладываемое по вертикальной оси:*

$$\sigma = \frac{F}{A_0}, \quad (2.3.6)$$

где  $A_0$  – площадь поперечного сечения образца до испытания.

*Относительное удлинение* образца, откладываемое по горизонтальной оси:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (2.3.7)$$

где  $l_0$  – длина расчетного участка образца до испытания.

*Диаграмма растяжения*  $\sigma = f(\varepsilon)$  характеризует свойства испытуемого материала и носит название *условной* диаграммы растяжения, так как напряжения и относительные удлинения вычисляют соответственно по отношению к *первоначальной* площади сечения и *первоначальной* длине.

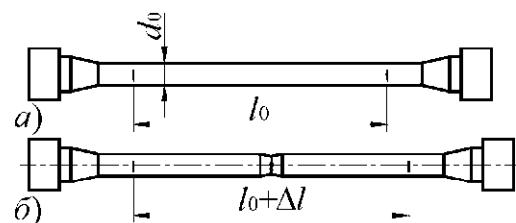


Рис. 2.3.3

Условная диаграмма растяжения образца из малоуглеродистой стали (рис. 2.3.4) характеризуется следующими четырьмя отличительными участками.

Участок I соответствует упругим деформациям материала образца.

На этом участке для пластичных материалов имеет место прямая пропорциональная зависимость между напряжениями и деформациями, называемая законом Гука (прямая OA):

$$\sigma = E \varepsilon \quad (2.3.8)$$

Коэффициент пропорциональности  $E$  называется модулем продольной упругости или модулем упругости первого рода. Он имеет размерность напряжений (МПа) и характеризует способность материала сопротивляться упругой деформации при растяжении и сжатии. Величину модуля продольной упругости для различных материалов определяют экспериментально и приводят в справочниках.

Участок II начинается после точки A, когда диаграмма становится криволинейной. Однако до точки B деформации остаются упругими, то есть при разгрузке образец восстанавливает свою первоначальную форму и размеры.

При дальнейшем увеличении нагрузки за точкой B появляются неупругие деформации.

В точке C начинается процесс деформации детали без увеличения внешней нагрузки. Этот процесс называется процессом текучести материала.

Участок III (DK) характерен увеличением нагрузки, при которой происходит дальнейшая деформация образца. Этот участок называется зоной упрочнения. Заканчивается участок при достижении максимальной нагрузки, воспринимаемой образцом.

Участок IV начинается в точке K и заканчивается разрушением образца в точке R. Этот участок носит название зоны разрушения образца. Деформация образца на этом участке характерна образованием шейки и удлинением образца за счет ее утонения (рис. 2.3.3, б).

Диаграмма растяжения хрупких материалов показана на рис. 2.3.5, где отклонение от закона Гука начинает-

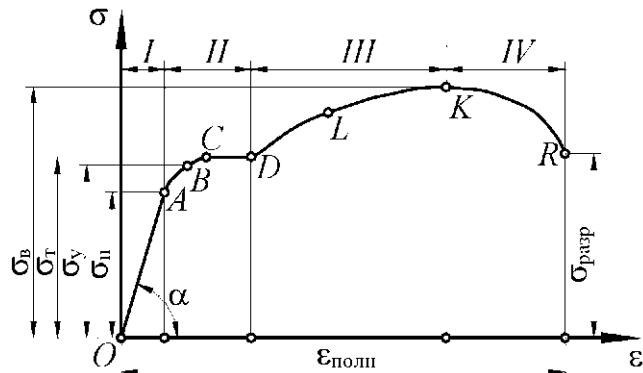


Рис. 2.3.4

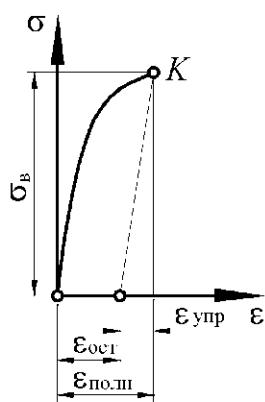


Рис. 2.3.5

ся при малых значениях деформирующей силы. Эта диаграмма не имеет площадки текучести. Образцы разрушаются при очень малой остаточной деформации без образования шейки.

#### 2.3.4.2.2. Испытания на сжатие

Во избежание искривления металлические образцы, подлежащие испытанию на сжатие, выполняют в виде коротких цилиндров высотой  $h \leq 3d$  или кубиков. Применение очень коротких образцов также нежелательно, так как развивающиеся по торцам образца силы трения препятствуют его расширению, в результате чего образец принимает бочкообразную форму. Результаты испытания на сжатие зависят от величины сил трения и поэтому цилиндрические образцы целесообразнее кубических.

Образцы на сжатие испытывают на специальных прессах или универсальных разрывных машинах.

Диаграмма сжатия образца из пластического материала показана на рис. 2.3.6, а. В начальной части диаграмма сжатия совпадает с диаграммой растяжения (линия  $OABCD$ ). После точки  $D$  материал образца расплющивается, и сжимающая сила быстро возрастает. Модуль упругости первого рода, а также пределы пропорциональности, упругости и текучести у малоуглеродистой стали при растяжении и сжатии можно считать совпадающими. На рис. 2.3.6, в представлен вид малоуглеродистого стально-го образца до сжатия и после сжатия на специальном испытательном станке.

Диаграмма сжатия образца из хрупкого материала показана на рис. 2.3.6, б. Основными характеристиками хрупкого материала при сжатии является предел прочности, обозначаемый  $\sigma_{в.с.}$ , и относительная остаточная деформация при разрушении  $\varepsilon_{ост.}$ .

На рис. 2.3.6, г изображен образец из хрупкого материала, разрушенный при сжатии.

Предел прочности при сжатии хрупких материалов оказывается значительно выше, чем при растяжении, то есть хрупкие материалы сопротивляются сжатию значительно лучше, чем растяжению.

Качественно диаграмма сжатия хрупкого материала аналогична диаграмме его растяжения.

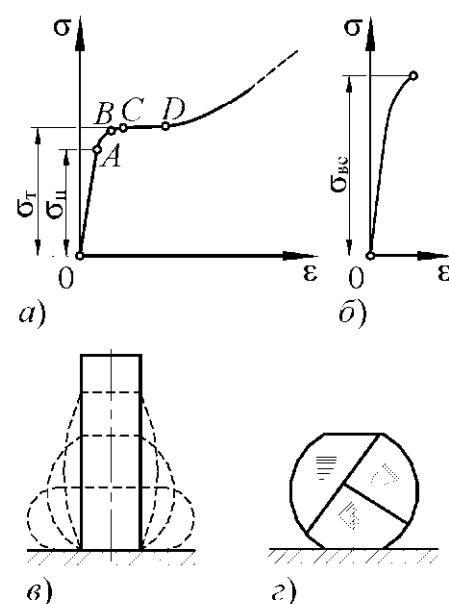


Рис. 2.3.6

### 2.3.4.3. Механические характеристики материалов

#### 2.3.4.3.1. Основные характеристики

В соответствии с диаграммой растяжения вводят следующие *основные характеристики материала*.

1. Отношение растягивающего усилия в точке *A* к первоначальной площади поперечного сечения стержня называется *пределом пропорциональности*:

$$\sigma_{\text{п}} = \frac{F_A}{A_0} \quad (2.3.9)$$

До предела пропорциональности сохраняет силу *закон Гука*.

2. Отношение растягивающего усилия в точке *B* к первоначальной площади поперечного сечения стержня называется *пределом упругости*:

$$\sigma_y = \frac{F_B}{A_0} \quad (2.3.10)$$

*Предел упругости* – такое напряжение, до которого материал сохраняет свои упругие свойства (величина относительной остаточной деформации не превышает 0,005%).

Для многих материалов разница между пределом *пропорциональности* и пределом *упругости* очень мала.

3. Отношение растягивающего усилия в точке *C* к первоначальной площади поперечного сечения стержня называется *пределом текучести*:

$$\sigma_t = \frac{F_C}{A_0} \quad (2.3.11)$$

*Предел текучести* – такое напряжение, при котором происходит рост деформации без увеличения нагрузки.

Для ряда материалов, не имеющих на диаграмме выраженной площадки текучести, вводят понятие *условного предела текучести*, под которым подразумевают напряжение, вызывающее *остаточную деформацию*, равную 0,2%.

4. Отношение наибольшей нагрузки к первоначальной площади поперечного сечения стержня называется *пределом прочности*, или *временным сопротивлением*:

$$\sigma_{\text{в(пч)}} = \frac{F_{\text{max}}}{A_0} \quad (2.3.12)$$

Предел прочности обозначают:

- при *растяжении*  $\sigma_{\text{в.р}}$ ,
- при *сжатии*  $\sigma_{\text{в.с.}}$

Предел прочности соответствует максимальному напряжению, возникающему в образце до его разрушения.

Диаграммой растяжения можно воспользоваться для определения модуля упругости  $E$ . На диаграмме растяжения (рис. 2.3.4) прямолинейный участок, соответствующий закону Гука, наклонен под углом  $\alpha$  к горизонтальной оси. Отметим текущее напряжение  $\sigma$  и соответствующее ему относительное удлинение  $\varepsilon$ . Тогда тангенс угла наклона участка  $OA$ :

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon}. \quad (2.3.13)$$

Исходя из соотношения, выражающего закон Гука, получим:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}. \quad (2.3.14)$$

Сопоставление этих формул позволяет сделать вывод о том, что:

$$E = \operatorname{tg}\alpha. \quad (2.3.15)$$

Следовательно, модуль упругости материала численно равен тангенсу угла наклона к горизонтали прямолинейного участка  $OA$  диаграммы растяжения.

За характеристику прочности хрупких материалов, как и в случае растяжения, принимается временное сопротивление.

Подставив в формулу (2.3.8) значение величин  $\varepsilon$  и  $\sigma$  из формул (2.3.7) и (2.3.3), получим:

$$\Delta l = \frac{Fl_0}{EA} \quad (2.3.16)$$

то есть абсолютное удлинение (укорочение) стержня при растяжении (сжатии) прямо пропорционально растягивающей (сжимающей) силе, первоначальной длине стержня и обратно пропорционально модулю упругости  $E$  и площади поперечного сечения  $A$ .

Произведение  $EA$  называют жесткостью поперечного сечения при растяжении (сжатии).

Для ступенчатых стержней (рис. 2.3.7) полное изменение длины бруса определяется как алгебраическая сумма деформаций его отдельных частей, в пределах которых  $E$ ,  $F_n$  и  $A$  постоянны:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta l_i = \sum \frac{F_{n_i} l_i}{E_i A_i} \quad (2.3.17)$$

Например, для стержня согласно рис. 2.3.7 имеем:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{F_{n_1} l_1}{E_1 A_1} + \frac{F_{n_2} l_2}{E_2 A_2} \quad (2.3.18)$$

где  $F_{n_1} = F_{n_2} = F$ .

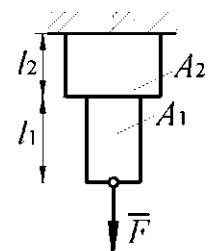


Рис. 2.3.7

#### **2.3.4.3.2. Явление наклена**

Если при нагружении образца *не был превышен предел упругости*, то при разгружении все деформации полностью исчезнут и при повторном нагружении этот образец будет себя вести так же, как и при первом нагружении.

Если же образец был нагружен *до напряжения, большего предела упругости*, например, до напряжения, соответствующего точке  $L$  диаграммы на рис. 2.3.4, а затем нагрузка будет снята, то *пластическая часть деформации останется*. При этом происходит *увеличение предела текучести*. Если материал нагружать снова, то *пластическая деформация увеличится, но в меньшей степени, чем при первичном однократном нагружении*.

*Явление повышения предела пропорциональности и снижения пластичности материала при повторных нагружениях называется наклепом.*

Наклеп во многих случаях является нежелательным явлением, так как наклепанный металл становится более хрупким. Наклеп можно устранить при помощи специальной термической обработки

Однако в целом ряде других случаев наклеп полезен и его создают искусственно, например, в деталях, подвергающихся воздействию переменных нагрузок.

#### **2.3.4.3.3. Твердость**

*Твердостью называют способность материала сопротивляться механическому проникновению в него другого тела.*

Твердость определяют различными способами, и соответственно существуют различные величины, характеризующие твердость. Наиболее широкое распространение получили испытания твердости по Бринеллю и по Роквеллу. Твердость по Бринеллю определяют вдавливанием *закаленного шарика* в испытуемый материал. Величина, характеризующая твердость или число твердости по Бринеллю ( $HB$ ), представляет отношение силы  $F$ , с которой вдавливается шарик, к поверхности  $A$  лунки, оставшейся после вдавливания на испытуемом материале:

$$HB = \frac{F}{A}. \quad (2.3.19)$$

При испытании по Роквеллу в материал вдавливают *острый алмазный наконечник*.

Числом твердости можно пользоваться в производственных условиях для определения механических характеристик материала. Так, по числу твердости можно с достаточной степенью точности определить предел текучести, временное сопротивление и предел упругости.

Для углеродистой термически не обработанной стали связь между числом твердости и временным сопротивлением может быть выражена следующей зависимостью:

$$\sigma_v = (0,35 - 0,40) HB. \quad (2.3.20)$$

Для легированной термически обработанной стали

$$\sigma_v = (0,35 - 0,45) HB. \quad (2.3.21)$$

В справочной литературе приведены таблицы, устанавливающие зависимость между числами твердости по Бринеллю и Роквеллу.

#### 2.3.4.3.4. Ударная вязкость

*Ударной вязкостью называют величину, характеризующую способность материала сопротивляться действию ударных нагрузок.*

Меру сопротивления удару определяют на специальных испытательных копрах, на которых при помощи маятника разрушаются образцы. Ударную вязкость  $a$  определяют как отношение работы, затраченной на разрушение образца  $A_p$  (в дж) к площади его поперечного сечения  $A$  (в м<sup>2</sup>):

$$a = \frac{A_p}{A}. \quad (2.3.22)$$

Величины механических характеристик основных конструкционных материалов приведены в соответствующих справочниках.

Описанные выше испытания материалов с целью получения их механических характеристик проведены по методикам, строго регламентированным ГОСТами и ведомственными нормалями.

Механические характеристики материалов зависят от многих факторов, в числе которых можно назвать, например, химический состав и технологию получения материалов, виды термической обработки и обработки резанием, условия эксплуатации и др.

#### 2.3.5. Допускаемые напряжения и запасы прочности

Для обеспечения нормальной работоспособности детали необходимо, чтобы фактически возникающие напряжения растяжения и сжатия не превышали некоторого безопасного, или допускаемого напряжения, обозначаемого  $\sigma_p$ . То есть допускаемое напряжение является таким максимально возможным напряжением, при котором обеспечивается достаточная прочность и необходимая долговечность детали.

Известно, что экспериментально определенные механические характеристики, как и принимаемые для расчета нагрузки, в большинстве случаев отличаются от фактически существующих. При этом многие факторы, оказывающие влияние на действительную прочность, не поддаются непосредственному предварительному учету, так как носят слу-

чайный характер и прогнозировать их трудно. Часть факторов не может быть учтена из-за отсутствия исчерпывающих данных о физической сущности происходящих явлений.

Для того чтобы деталь обладала необходимой надежностью, необходимо создать требуемый запас прочности по отношению к экспериментально определенным величинам предельных напряжений, при которых может разрушиться деталь или возникнуть пластическая деформация. Таким образом:

$$\sigma_p = \frac{\sigma_{up}}{S_p} \quad (2.3.23)$$

где  $\sigma_p$  – допускаемое напряжение;

$S_p$  – регламентированный нормами проектирования коэффициент запаса прочности или коэффициент безопасности;

$\sigma_{up}$  – предельное напряжение материала.

В качестве исходной величины для определения предельных напряжений выбирают одну из нормативных механических характеристик материала:

— для пластичных материалов при статическом нагружении – предел текучести  $\sigma_t$ ;

— для хрупких материалов при статическом нагружении – временное сопротивление  $\sigma_b$ ;

— для любых материалов при циклическом изменении нагрузки – предел выносливости (предел усталости)  $\sigma_r$ .

Величина регламентированного коэффициента безопасности  $S_p$  определяется на основе существующего опыта эксплуатации данной группы механизмов, машин, приборов. Общий коэффициент безопасности  $S_p$  обычно рассматривают как произведение частных коэффициентов безопасности:

$$S_p = S_{p1}S_{p2}\dots S_{pn} \quad (2.3.24)$$

При выполнении проверочных расчетов должно быть выполнено условие:

$$S \geq S_p, \quad (2.3.25)$$

где  $S$  – фактически существующий коэффициент безопасности.

Каждый из частных коэффициентов безопасности отражает влияние на прочность деталей какого-либо фактора или группы взаимозависимых факторов. Учет тех или иных факторов зависит от требований, которые предъявляются к расчету, а также от назначения и условий работы рассчитываемых деталей. Обычно при определении коэффициента безопасности учитывают степень надежности материала, точность расчетной схемы, степень динамичности нагрузки и величину возможной перегрузки, степень

ответственности детали, условия работы детали, наличие концентраторов напряжения и т.д. Количество учитываемых факторов и соответствующих им частных коэффициентов колеблется от одного до десяти.

Значения коэффициентов безопасности обычно принимают на основании опыта конструирования и эксплуатации машин определенного типа. В литературе имеются рекомендации по использованию одним, тремя, пятью и даже десятью частными коэффициентами безопасности. Обычно рекомендуется пользоваться тремя частными коэффициентами:

$$S_p = S_{p1} S_{p2} S_{p3}, \quad (2.3.26)$$

где  $S_{p1}$  – коэффициент, учитывающий *точность расчетной схемы*;

при повышенной точности расчета:

$$S_{p1}=1,2-1,5;$$

при наличии упрощений и допущений, снижающих точность расчета:

$$S_{p1}=2-3;$$

$S_{p2}$  – коэффициент, учитывающий *неоднородность материала и его чувствительность к степени чистоты обработки поверхности*;

$S_{p2}$  в расчетах по пределу текучести при действии *статических* нагрузок можно принимать по нижеприведенной таблице (без учета влияния абсолютных размеров) в зависимости от отношения предела текучести к пределу прочности.

$\frac{\sigma_t}{\sigma_b}$	0,45-0,55	0,55-0,70	0,70-0,90
$S_{p2}$	1,2-1,5	1,4-1,8	1,7-2,2

При расчете по пределу прочности для *малопластичных и хрупких* материалов величину  $S_{p2}$  принимают:

- a) для *малопластичных* материалов (высокопрочные стали при низком отпуске)  $S_{p2}=2-3$ ;
- б) для *хрупких* материалов  $S_{p2}=3-4$ ;
- в) для *весьма хрупких* материалов  $S_{p2}=4-6$ .

При расчете на усталость коэффициент  $S_{p2}$  принимают равным 1,5-2,0, увеличивая его для материала с *пониженней однородностью* (например, для литья) и для деталей *больших размеров* до 3,0 и более;  $S_{p3}$  – коэффициент, учитывающий *условия работы и степень ответственности детали*; обычно  $S_{p3}=1,0-1,5$ .

Выбор допускаемого напряжения определяет эксплуатационные и экономические характеристики механизма или машины.

### 2.3.6. Расчеты при растяжении (сжатии)

#### 2.3.6.1. Расчеты на прочность

Для обеспечения работоспособности детали необходимо, чтобы фактически существующее напряжение растяжения (сжатия) не превышало допускаемого. Напряжение в расчетном сечении растянутого (сжатого) стержня может быть определено из уравнения (2.3.3). Для оценки прочности стержня необходимо сопоставить *действующее напряжение с допускаемым*:

$$\sigma_{p(c)} = \frac{F}{A} \leq \sigma_{p(c)p} \quad (2.3.27)$$

Здесь  $\sigma_{p(c)}$  – фактическое напряжение на растяжение или сжатие;

$\sigma_{p(c)p}$  – допускаемое напряжение на растяжение или сжатие.

Неравенство (2.3.27) называется *условием прочности*.

С помощью условия (2.3.27) могут быть решены задачи следующих трех типов.

1. Расчет на прочность существующей конструкции с определенными размерами. При этом определяют *напряжения* в деталях конструкции и величину их сравнивают с допустимым напряжением. Такой расчет носит название *поверочного*.

2. Определение *предельной (допускаемой) нагрузки* для детали с определенными размерами поперечного сечения  $A$  и допускаемым напряжением  $\sigma_p$ .

Из соотношения (2.3.27) получим:

$$F_p \leq A\sigma_p. \quad (2.3.28)$$

3. Определение *площади поперечного сечения* стержня по заданной продольной силе и допускаемому напряжению:

$$A \geq \frac{F}{\sigma_p}. \quad (2.3.29)$$

Такие расчеты называют *расчетами на прочность*.

#### 2.3.6.2. Расчеты на жесткость

В некоторых случаях работоспособность конструкции определяют не величиной предельной нагрузки или предельного напряжения, а *величиной предельной деформации*  $\Delta l_p$ . В этом случае по уравнению (2.3.16) находят *фактическую* деформацию и сопоставляют ее с *предельной*:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} \leq \Delta l_p . \quad (2.3.30)$$

Неравенство (2.3.30) называют *условием жесткости*, а расчеты, проводимые по этому неравенству, – *расчетами на жесткость*.

### 2.3.6.3. Пример расчетов на прочность и жесткость при растяжении (сжатии)

В качестве примера рассмотрим ступенчатый брус (рис. 2.3.9), нагруженный продольными силами  $F_1$  и  $F_2$ , для которого следует определить во всех поперечных сечениях внутреннюю продольную силу  $F_R$  и напряжения  $\sigma$ , а также определить также вертикальные перемещения  $\delta$  в всех поперечных сечениях стержня. Результаты приведем в графическом виде, построив графики (эпюры)  $F_R = f(l)$ ,  $\sigma = f(l)$  и  $\delta = f(l)$ .

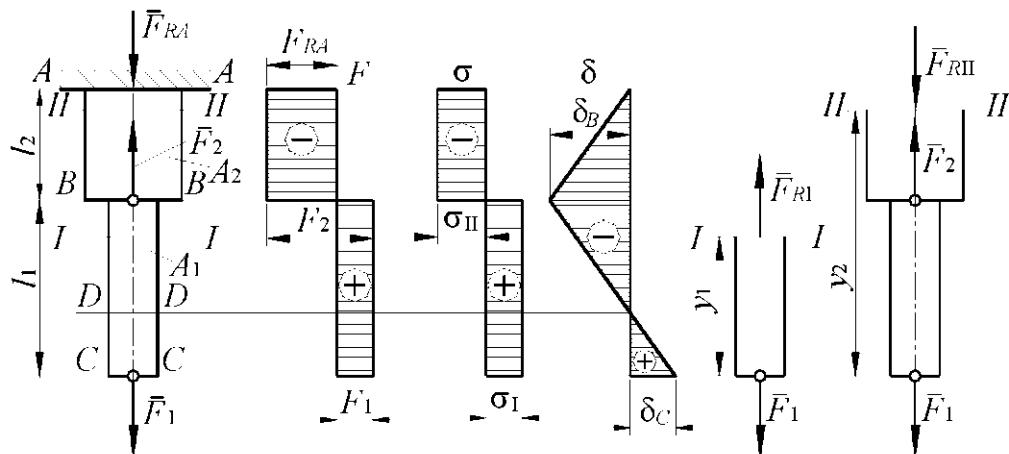


Рис. 2.3.9

*Решение.*

Для определения внутренних сил в поперечных сечениях бруса используем метод сечений.

Мысленно разрежем брус по сечениям I-I и II-II.

Составим уравнение равновесия части стержня, расположенной ниже сечения I-I:

$$\sum F_{yI} = F_{R_I} - F_1 = 0,$$

откуда:

$$F_{R_I} = F_1.$$

Эти уравнения будут справедливы при изменении текущей координаты  $y_1$  в пределах от 0 до  $l_1$ , то есть при:

$$0 \leq y_1 \leq l_1.$$

Уравнение равновесия части стержня, расположенной ниже сечения II-II:

$$\Sigma F_{y\text{II}} = -F_{R\text{II}} + F_2 - F_1 = 0,$$

откуда:

$$F_{R\text{II}} = F_2 - F_1 = 0.$$

Эти уравнения будут справедливы при:

$$l_1 \leq y_1 \leq l_1 + l_2.$$

Выбрав масштаб, строим эпюру продольных сил. При этом *растягивающую* продольную силу  $F_{R\text{I}}$  считаем *положительной*, *сжимающую*  $F_{R\text{III}}$  – *отрицательной*.

Напряжения равны:

в сечениях нижней части стержня:

$$\sigma_{\text{I}} = \frac{F_{R\text{I}}}{A_1} \text{ (растяжение),}$$

в сечениях верхней части стержня:

$$\sigma_{\text{II}} = \frac{F_{R\text{II}}}{A_2} \text{ (сжатие).}$$

В выбранном масштабе строим эпюру напряжений.

Для построения эпюры  $\delta$  определяем перемещения характерных сечений  $B-B$  и  $C-C$  (перемещение сечения  $A-A$  равно нулю).

Перемещение сечения вниз считаем *положительным*, вверх – *отрицательным*.

Сечение  $B-B$  будет перемещаться вверх, поскольку верхняя часть стержня сжимается:

$$\delta_B = \frac{\sigma_{\text{II}} l_2}{E} \text{ (вверх).}$$

Перемещение сечения  $C-C$  является алгебраической суммой перемещения сечения  $B-B$  ( $\delta_B$ ) и удлинения части стержня длиной  $l_1$ :

$$\delta_C = \delta_B + \Delta l = \delta_B + \frac{\sigma_{\text{II}} l_1}{E}$$

В выбранном масштабе откладываем на эпюре значения  $\delta_C$  и  $\delta_B$ , соединяем полученные точки прямыми линиями, так как при действии сосредоточенных внешних сил перемещения линейно зависят от абсцисс сечений стержня, и получаем график (эпюру) перемещений.

Из эпюры видно, что сечение  $D-D$  не перемещается, сечения, расположенные выше сечения  $D-D$ , перемещаются вверх, сечения, расположенные ниже сечения  $D-D$ , перемещаются вниз.

## 2.4. Сдвиг

### 2.4.1. Основные понятия

Если на гранях элементарного выделенного из бруса элемента действуют только касательные напряжения (рис. 2.4.1), то такой вид напряженного состояния называется *чистым сдвигом*. Площадки, по которым действуют только касательные напряжения, называются *площадками чистого сдвига*.

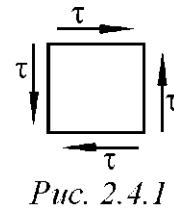


Рис. 2.4.1

Пусть, например, к брусу приложены перпендикулярно его оси две равные по модулю, но противоположно направленные силы  $F$ , действующие весьма близко друг от друга (рис. 2.4.2, а). При достаточной величине этих сил произойдет *срез* – отделение левой части бруса от правой по некоторому сечению  $AB$ .

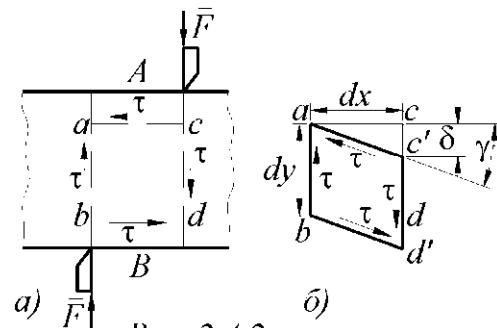


Рис. 2.4.2

Деформации среза в зоне действия усилий предшествует *перекашивание* прямых углов параллелепипеда  $abdc$  (рис. 2.4.2, б). Этую деформацию называют *сдвигом*. На гранях параллелепипеда возникают касательные напряжения, направление которых определяется законом парности касательных напряжений. Величина касательного напряжения:

$$\tau = \frac{F}{A}, \quad (2.4.1)$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения бруса.

Под действием касательных напряжений грань  $cd$  смещается относительно грани  $ab$  вниз и занимает новое положение  $c'd'$ . Величина  $\delta$  сдвига  $cc'$  относительно плоскости  $ab$  носит название *абсолютного* или *линейного сдвига*. Величина абсолютного сдвига зависит от расстояния между параллельными плоскостями.

Величину  $\frac{\delta}{dx}$  называют *относительным сдвигом*.

Угол  $\gamma$ , на который поворачиваются сечения  $ac$  и  $bd$  в процессе деформации, носит название *угла сдвига*. Угол сдвига в пределах упругой деформации очень мал, поэтому тангенс угла может быть заменен самим углом:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\delta}{dx} \approx \gamma \quad (2.4.2)$$

Следовательно, угол сдвига  $\gamma$  характеризует *относительную деформацию при сдвиге*.

Для деформации чистого сдвига закон Гука выражается соотношением:

$$\tau = G\gamma, \quad (2.4.3)$$

где  $G$  – коэффициент пропорциональности, называемый *модулем упругости второго рода*;

$\gamma$  – относительный сдвиг.

Линейная зависимость между  $\tau$  и  $\gamma$  справедлива до тех пор, пока касательные напряжения не превзойдут предела пропорциональности при сдвиге.

Модуль упругости второго рода имеет размерность напряжения, так как относительный сдвиг является величиной безразмерной.

Для стали модуль сдвига равен:

$$G = \frac{2 \times 10^5}{2(1+0,3)} \approx 8 \times 10^4 \text{ МПа.}$$

Подставив в формулу (2.4.3) значение касательного напряжения из уравнения (2.4.1) и относительный сдвиг из уравнения (2.4.2), получим еще один вариант формулы закона Гука для сдвига:

$$\delta = \frac{Fdx}{GA}. \quad (2.4.4)$$

Конструкцию на прочность при деформации сдвига рассчитывают так, чтобы действительные касательные напряжения были меньше допускаемых.

Условие прочности при срезе имеет вид:

$$\tau = \frac{F}{A} \leq \tau_p. \quad (2.4.5)$$

Допускаемое напряжение при срезе обычно принимается как некоторая часть допускаемого напряжения того же материала при растяжении.

Для стали, меди и алюминия:

$$\tau_p = (0,5 - 0,6)\sigma_p; \quad (2.4.6)$$

для чугуна:

$$\tau_p = (0,75 - 0,80)\sigma_p. \quad (2.4.7)$$

#### 2.4.2. Потенциальная энергия при сдвиге. Зависимость между тремя упругими постоянными

Вычислим потенциальную энергию при сдвиге.

Для простоты предположим, что грань  $ab$  элемента неподвижна (рис. 2.4.2). Тогда при смещении правой грани сила  $\tau bdy$  (где  $b$  – толщина элемента) совершил работу на перемещении  $\gamma dx$ . Следовательно, потенциальная энергия деформации, накопленная в элементе, равна:

$$dU = \tau \gamma bdy \frac{dx}{2}.$$

Удельная потенциальная энергия:

$$u_p = \frac{dU}{dV} = \frac{\tau \gamma}{2}.$$

Выразив  $\gamma$  через  $\tau$  по закону Гука (2.4.3), получим:

$$u_p = \frac{\tau^2}{2G}. \quad (2.4.8)$$

Множитель  $\frac{1}{2}$  принят потому, что сила прямо пропорциональна смещению.

С другой стороны, потенциальная энергия может быть выражена через главные нормальные напряжения. Из формулы (2.3.63) для плоского напряженного состояния, каким является чистый сдвиг, полагая  $\sigma_2 = 0$ , получаем:

$$u_p = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - 2\mu\sigma_1\sigma_3}{2E}. \quad (2.4.9)$$

Но главные напряжения при сдвиге равны

$$\sigma_1 = \tau,$$

$$\sigma_3 = -\tau,$$

следовательно,

$$u_p = \tau^2 (1 + \mu) E. \quad (2.4.10)$$

Так как величина энергии не должна зависеть от ориентирования граней элемента, то, приравнивая правые части выражений (2.4.8) и (2.4.9), получаем:

$$\frac{\tau^2}{2G} = \frac{\tau^2 (1 + \mu)}{E}. \quad (2.4.11)$$

Отсюда найдем зависимость между модулем сдвига  $G$ , модулем упругости первого рода  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\mu$ :

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}. \quad (2.4.12)$$

## 2.5. Кручение

### 2.5.1. Построение эпюр крутящих моментов

Стержень испытывает *кручение*, если в его поперечных сечениях возникают крутящие моменты, то есть моменты, лежащие в плоскости сечения. Обычно эти крутящие моменты  $T_k$  возникают под действием внешних моментов  $T$  (рис. 2.5.1).

Внешние моменты передаются на вал, как правило, в местах посадки на него шкивов, зубчатых колес и т.п. Однако и поперечная нагрузка, смещенная относительно оси стержня, вызывает крутящие моменты (рис. 2.5.2), но в этом случае в поперечных сечениях наряду с крутящими моментами возникают и другие внутренние усилия – *поперечные силы и изгибающие моменты*.

Стержни, работающие на *кручение*, называют *валами*.

В расчетах вместо аксонометрического изображения чаще применяют плоское изображение, как более простое. Внешние скручивающие и внутренние крутящие моменты изображают иногда в виде линии с двумя окружностями. В одной из них ставят точку, обозначающую начало стрелки (направленной на наблюдателя), в другом – крестик, обозначающий конец стрелки, направленный от наблюдателя (рис. 2.5.3, а). Иногда вышеуказанные моменты изображают эллипсной стрелкой (рис. 2.5.3, б).

Для определения крутящих моментов  $T_k$ , возникающих в сечениях вала под действием внешних скручивающих моментов или поперечной нагрузки, применяют *метод сечений*. Сделаем мысленный разрез стержня (рис. 2.5.3), например по  $a-a$ , отбросим одну часть стержня (в данном случае – левую) и рассмотрим равновесие оставшейся правой части (рис. 2.5.3, в). Взаимодействие частей стержня заменим крутящим моментом  $T_k$ , уравновешивающим внешний момент  $T$ . Для равновесия отсеченной части необходимо, чтобы алгебраическая сумма всех моментов, действующих на нее, была равна нулю. Отсюда в рассматриваемом случае получим, что:

$$T_k = T.$$

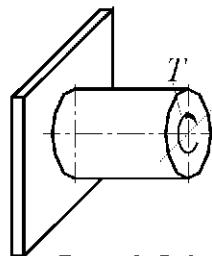


Рис. 2.5.1

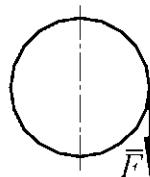


Рис. 2.5.2

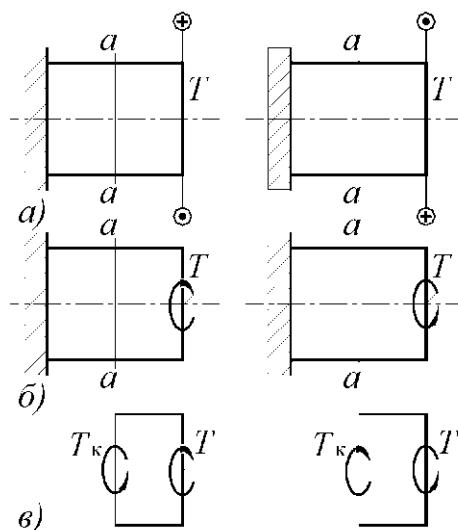


Рис. 2.5.3

Если на отсеченную часть будет действовать несколько внешних моментов, то, проведя аналогичные рассуждения, можно убедиться, что *крутящий момент в сечении численно равен алгебраической сумме внешних скручивающих моментов, действующих по одну сторону от сечения*.

Для наглядного представления о характере распределения и величине крутящих моментов по длине стержни строят эпюры (графики) этих моментов. Построение их вполне аналогично по строению эпюр продольных сил при растяжении или сжатии. Для построения эпюр необходимо условиться о правиле знаков. Общепринятого правила знаков для крутящих моментов не существует. Может быть принято любое правило знаков. Важно лишь принятое правило выдержать на всем протяжении эпюры. Примем следующее правило знаков (рис. 2.5.4).

Крутящий момент в сечении *a-a* считается *положительным*, когда внешний момент вращает отсеченную часть *против часовой стрелки*, если смотреть на отсеченную часть со стороны сечения.

Если же внешний момент вращает отсеченную часть *по часовой стрелке* (при взгляде со стороны сечения), то крутящий момент в сечении будем считать *отрицательным*.

Построение эпюры крутящих моментов поясним на следующем *примере* (рис. 2.5.5): рассмотрим вал *CD*, опирающийся на подшипники *B* и *A* и находящийся в равновесии под действием приложенных к нему в сечениях *E*, *K* и *L* моментов.

Сделав сечение *a-a* где-либо на участке *DL* и рассмотрев равновесие правой отсеченной части, убедимся, что  $T_k = 0$ .

Если мы сделаем затем сечение *b-b* в любом месте участка *LK*, то из условия равновесия правой от сечения части получим:

$$T_k = 2 \text{ кНм}.$$

Момент считаем положительным в соответствии с принятым правилом знаков.

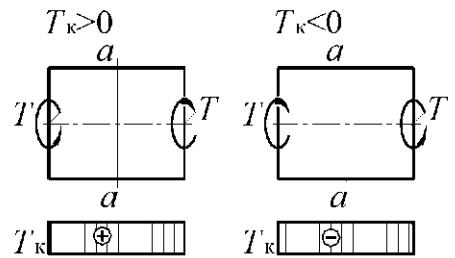


Рис. 2.5.4

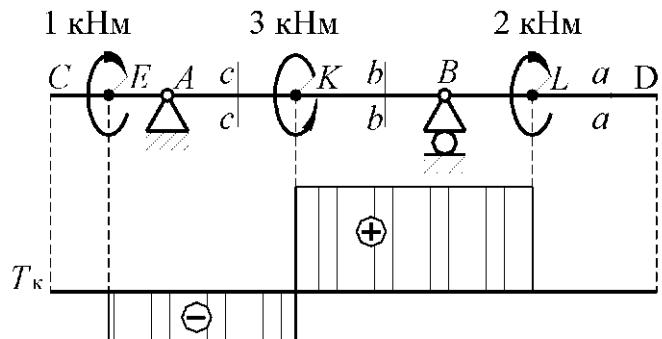


Рис. 2.5.5

Сделав сечение  $c-c$  на участке  $KE$  из условия равновесия правой части, получаем:

$$2 - 3 - T_k = 0 ,$$

откуда:

$$T_k = -1 \text{ кНм} .$$

Получившаяся эпюра имеет форму двух прямоугольников.

Важно заметить, что в местах приложения внешних моментов ординаты эпюры *скачкообразно* изменяются на величину приложенного здесь внешнего момента.

Если заданы поперечные нагрузки, вызывающие кручение стержня (рис. 2.5.2), то предварительно вычисляют внешние скручивающие моменты, создаваемые этими силами.

В случае, представленном на рис. 2.5.2, внешний вкручивающий момент от силы  $F$  равен:

$$T = Fr .$$

После определения внешних моментов определяют внутренние крутящие моменты и строят эпюры, как указано выше.

### 2.5.2. Определение напряжений в стержнях круглого сечения

Крутящие моменты, о которых шла речь выше, представляют лишь равнодействующие внутренние усилия. Фактически в поперечном течении скручиваемого стержня действуют непрерывно распределенные внутренние касательные напряжения, к определению которых теперь и перейдем.

Ознакомимся с результатами опытов. Если на поверхности стержня круглого сечения нанести прямоугольную сетку (рис. 2.5.6, *a*), то после деформации (рис. 2.5.6, *б*):

- прямоугольная сетка превратится в сетку, состоящую из параллелограммов, что свидетельствует о наличии касательных напряжений в поперечных сечениях бруса, а по закону парности касательных напряжений — и в продольных его сечениях;

- расстояния между окружностями, например между  $I$  и  $II$ , не изменятся. Не изменится длина стержня и его диаметр. Естественно допустить, что каждое поперечное сечение поворачивается в своей плоскости на некоторый угол, как жесткое целое (гипотеза плоских и жестких сечений). На основании этой гипотезы можно считать, что радиусы

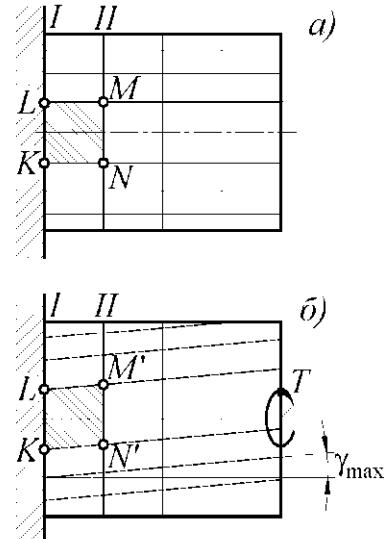


Рис. 2.5.6

всех поперечных сечений будут поворачиваться (на разные углы), оставаясь прямолинейными.

На основании вышеизложенного можно сделать вывод о том, что при кручении в поперечных сечениях стержня действуют только *касательные напряжения*, то есть напряженное состояние в точках скручиваемого стержня представляет собой *чистый сдвиг*.

Формулы, полученные на основе этого допущения, подтверждаются опытами. Точка  $D$  переместится по дуге  $DD'$ , точка  $C$  – по меньшей дуге  $CC'$  (рис. 2.5.7).

Для установления закона распределения касательных напряжений по поперечному сечению скручиваемого стержня рассмотрим более детально деформации стержня (рис. 2.5.6 и рис. 2.5.8).

На рис. 2.5.8 в более крупном масштабе изображена часть стержня между сечениями  $I$  и  $II$  и показана одна сторона  $KN$  элемента  $KLMN$  (рис. 2.5.6).

Угол сдвига для элемента  $KLMN$ , лежащего на поверхности стержня, равен отношению отрезка  $NN'$  к длине элемента  $dx$  (рис. 2.5.8):

$$\gamma_{\max} = \frac{rd\phi}{dx}. \quad (2.5.1)$$

Выделяя мысленно из рассматриваемой части бруса цилиндр произвольного радиуса  $\rho$  и повторяя те же рассуждения, получим угол сдвига для элемента, отстоящего на расстоянии  $\rho$  от оси стержня:

$$\gamma = \frac{\rho d\phi}{dx} \quad (2.5.2)$$

На основании закона Гука при сдвиге имеем:

$$\tau = G\gamma = G\mu \frac{d\phi}{dx} \quad (2.5.3)$$

Очевидно, что при кручении деформации сдвига и касательные напряжения прямо пропорциональны расстоянию от центра тяжести сечения.

Эпюра касательных напряжений по поперечному сечению стержня представлена на рис. 2.5.7. В центре тяжести круглого сечения каса-

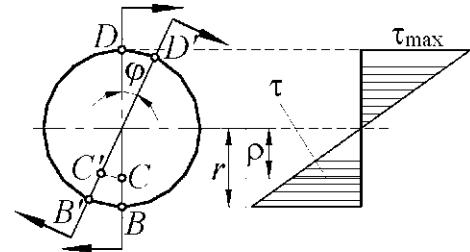


Рис. 2.5.7

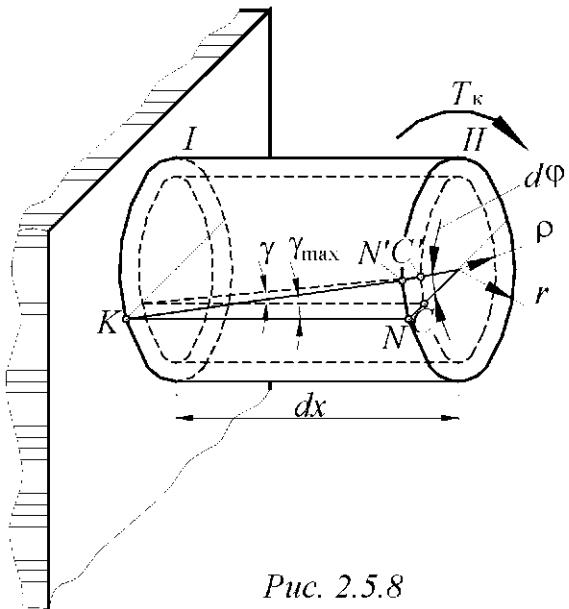


Рис. 2.5.8

тельные напряжения равны нулю. Наибольшие касательные напряжения будут в точках сечения, расположенных у поверхности стержня.

Зная закон распределения касательных напряжений, можно определить их величину из условия, что крутящий момент в сечении представляет собой равнодействующий момент касательных напряжений в сечении:

$$T_k = \int_A \tau \rho dA, \quad (2.5.4)$$

где  $\tau \rho dA$  – элементарный крутящий момент внутренних сил, действующих по площадке  $dA$ .

Подставив в (2.5.4) значение напряжений из формулы (2.5.3), получим:

$$T_k = G \frac{d\phi}{dx} \int_A \rho^2 dA. \quad (2.5.5)$$

Величина  $\int_A \rho^2 dA$  называется *полярным моментом инерции* сечения

и обозначается  $J_p$ .

Для круглого сплошного сечения:

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}. \quad (2.5.6)$$

Тогда:

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{T_k}{GJ_p}. \quad (2.5.7)$$

Подставляя значение  $\frac{d\phi}{dx}$  в формулу (2.5.3), получим:

$$\tau = \frac{T_k \rho}{J_p}.$$

В частном случае, когда на стержень действует один внешний скручивающий момент  $T$  (рис. 2.5.9), из условия равновесия отсеченной части стержня получим:

$$T_k = T.$$

Таким образом, окончательная формула для определения касательных напряжений при кручении имеет вид:

$$\tau = \frac{T_k \rho}{J_p}. \quad (2.5.8)$$

Как видно из этой формулы, в точках, одинаково удаленных от центра сечения, напряжения  $\tau$  одинаковы.

Наибольшие напряжения в точках у контура сечения равны:

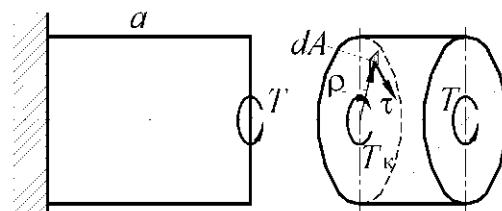


Рис. 2.5.9

$$\tau_{\max} = \frac{T_k r}{J_p} = \frac{T_k}{W_p}, \quad (2.5.9)$$

где:

$$W_p = \frac{J_p}{r} \quad (2.5.10)$$

Геометрическая характеристика  $W_p$  называется *полярным моментом сопротивления* или *моментом сопротивления при кручении*.

Для круглого сплошного сечения:

$$W_p = \frac{J_p}{r} = \frac{\pi d^4}{32d} = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3. \quad (2.5.11)$$

Для колыцевого сечения:

$$W_p = \frac{2J_p}{D} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16D} = \frac{\pi D^3}{16} (1 - c^4) \approx 0,2D^3(1 - c^4) \quad (2.5.12)$$

$$\text{где } c = \frac{d}{D}.$$

Условие статической прочности вала при кручении имеет вид:

$$\tau_{\max} = \frac{T_k}{W_p} \leq \tau_p, \quad (2.5.13)$$

где  $\tau_p$  – допускаемое касательное напряжение.

При действии статической нагрузки принимают (без учета концентрации напряжений и других факторов, снижающих прочность)

$$\tau_p = (0,5 - 0,6)\sigma_{pp}. \quad (2.5.14)$$

Кроме проверки прочности, по этой формуле можно также подбирать диаметр вала или определять допускаемый крутящий момент при известных остальных величинах.

Так как для круглого сплошного сечения:

$$W_p \approx 0,2d^3,$$

получаем:

$$d = \sqrt[3]{\frac{T_k}{0,2\tau_p}} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{T_k}{\tau_p}} \quad (2.5.15)$$

По этой формуле определяют *диаметр вала по условию прочности*.

Допускаемый из условия прочности крутящий момент определяют по формуле:

$$T_{kp} = W_p \tau_p.$$

### 2.5.3. Деформации и перемещения при кручении валов

#### 2.5.3.1. Расчет деформаций и перемещений при кручении

Для вычисления деформаций вала при кручении воспользуемся формулой (2.5.6):

$$d\varphi = \frac{T_k dx}{GJ_p} \quad (2.5.16)$$

Деформация вала на длине  $z$  (взаимный угол поворота сечений) равна:

$$\varphi = \int_0^x \frac{T_k dx}{GJ_p} \quad (2.5.17)$$

Если крутящий момент и величина  $GJ_p$ , называемая жесткостью вала при кручении, постоянны на всем участке интегрирования, то:

$$\varphi = \frac{T_k x}{GJ_p} \quad (2.5.18)$$

Аналогично, для вала длиной  $l$  получим:

$$\varphi = \frac{T_k l}{GJ_p} \quad (2.5.19)$$

Эта формула по своей структуре аналогична формуле для определения деформаций при растяжении-сжатии.

Угол закручивания, приходящийся на единицу длины, называют относительным углом закручивания. Он равен:

$$\psi = \frac{\varphi}{l} = \frac{T_k}{GJ_p} \quad (2.5.20)$$

Для обеспечения требуемой жесткости вала необходимо, чтобы наибольший относительный угол закручивания  $\theta$  не превосходил допускаемого значения  $\psi_p$ :

$$\psi = \frac{\varphi}{l} = \frac{T_k}{GJ_p} \leq \psi_p \quad (2.5.21)$$

В формуле (2.5.21)  $\psi_p$  – допускаемый относительный угол закручивания в радианах на единицу длины вала.

Эта формула выражает условие жесткости вала при кручении.

В большинстве случаев допускаемый относительный угол закручивания задают в градусах на 1 м длины, тогда взамен формулы (2.5.21) получим:

$$\psi = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{T_k}{GJ_p} \leq \psi_p \quad (2.5.22)$$

Угол  $\psi_p$  выбирают в зависимости от назначения вала и его размеров. Для валов средних размеров рекомендуется принимать допускаемый угол закручивания  $\psi_p$  равным  $0,5^\circ$  на 1 м длины.

Из условия (2.5.22) можно определить диаметр вала по заданной жесткости. Учитывая, что:

$$J_p \approx 0,1d^4,$$

получаем:

$$d = \sqrt[4]{\frac{180^\circ T_k}{\pi G 0,1 \psi_p}} \quad (2.5.23)$$

### 2.5.3.2. Построение эпюор угловых перемещений при кручении

Имея формулы для определения деформаций и зная условия закрепления стержня, нетрудно определить угловые перемещения сечений стержня и построить эпюры этих перемещений. Если имеется вал, у которого нет неподвижных сечений, то для построения эпюры угловых перемещений принимают какое-либо сечение за условно неподвижное.

Рассмотрим конкретный пример (рис. 2.5.10, а).

На рис. 2.5.10, б приведена эпюра  $T_k$ .

Примем сечение в точке  $A$  за условно неподвижное. Определим поворот сечения  $B$  по отношению к сечению  $A$ .

По формуле (2.5.19) найдем:

$$\Phi_{BA} = \frac{T_{BA} l_{AB}}{GJ_p},$$

где  $T_{AB}$  – крутящий момент на участке  $AB$ ;

$l_{AB}$  – длина участка  $AB$ .

Примем следующее правило знаков для углов поворота сечений: углы  $\phi$  будем считать *положительными*, когда сечение поворачивается (если смотреть вдоль оси справа налево) *против часовой стрелки*.

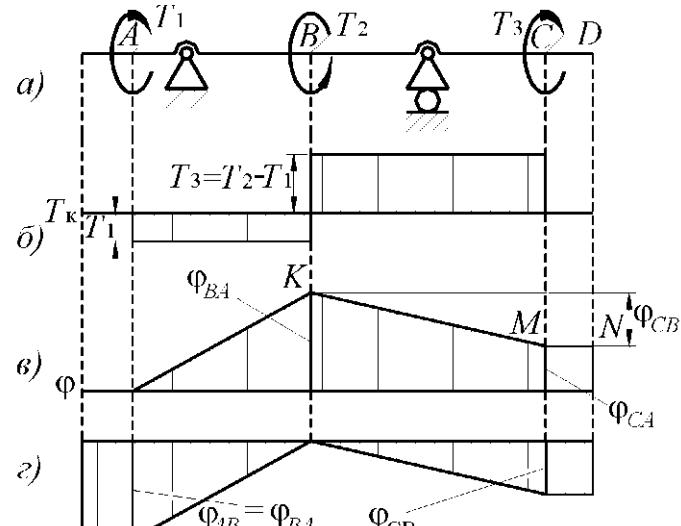


Рис. 2.5.10

В данном случае  $\varphi_{BA}$  будет положительным.

В принятом масштабе отложим ординату  $\varphi_{BA}$  (рис. 2.5.10, в). Полученную точку  $K$ , соединяя прямой точкой  $E$ , так как на участке  $AB$  углы изменяются по закону прямой линии (см. формулу (2.5.18), в которую абсцисса сечения  $z$  входит в первой степени).

Вычислим теперь угол поворота сечения  $C$  по отношению к сечению  $B$ . Учитывая принятое правило знаков для углов закручивания, получаем:

$$\varphi_{CB} = -\frac{T_{BC}l_{BC}}{GJ_p}.$$

Так как сечение  $B$  не неподвижное, то угол поворота сечения  $C$  по отношению к сечению  $A$  равен:

$$\varphi_{CA} = \varphi_{CB} + \varphi_{BA} = -\frac{T_{BC}l_{BC}}{GJ_p} + \varphi_{BA}.$$

Угол закручивания  $\varphi_{CA}$  может получиться положительным, отрицательным и, в частном случае, равным нулю.

Предположим, что в данном случае угол  $\varphi_{CA}$  получился положительным.

Тогда, отложив эту величину в принятом масштабе вверх от оси эпюры, получим точку  $M$ .

Соединяя точку  $M$  с точкой  $K$ , получим график углов закручивания  $\varphi$  на участке  $BC$ .

На участке  $CD$  скручивания не происходит, так как крутящие моменты на этом участке равны нулю, поэтому там все сечения поворачиваются на столько же, на сколько поворачивается сечение  $C$ .

Участок  $MN$  эпюры  $\varphi$  здесь горизонтален.

Если за неподвижное принять сечение  $B$ , то эпюра углов закручивания будет иметь вид, представленный на рис. 2.5.10, г.

Рассмотрим *пример* определения диаметра стального вала, вращающегося с угловой скоростью  $\omega$ , и передающего мощность  $P$ . Допускаемое напряжение  $\tau_p$ . Допускаемый угол закручивания равен  $\Theta_p$ .

Модуль сдвига равен  $G$ .

Момент, передаваемый валом, определим по формуле:

$$T = \frac{P}{\omega}.$$

Диаметр вала *по прочности на кручение* определяем по формуле (2.5.15). Диаметр вала *из условия жесткости* определяем по формуле (2.5.23). Для дальнейшего проектирования вала принимается боль-

ший из этих двух значений диаметра (округленный в большую сторону до стандартной величины).

## 2.6. Изгиб

### 2.6.1. Общие понятия о деформации изгиба

Значительное количество деталей механизмов или элементы этих деталей в процессе работы подвергаются воздействию нагрузки, перпендикулярной к продольной оси, или внешних пар, действующих в плоскости, проходящей через указанную ось (рис. 2.6.1). При этом в поперечных сечениях деталей или их элементов возникают *изгибающие моменты*, то есть *внутренние моменты*, действующие в плоскости, перпендикулярной к плоскости поперечного сечения. Такой вид нагружения называют *изгибом*. При действии такой нагрузки ось стержня искривляется. Стержни, работающие в основном на изгиб, принято называть *балками*.

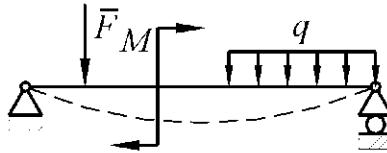


Рис. 2.6.1

Изгиб называют *чистым*, если *изгибающий момент* является *единственным* внутренним усилием, возникающим в поперечном сечении стержня (в поперечном сечении *отсутствуют поперечные силы*).

Если в поперечных сечениях стержня наряду с изгибающими моментами *возникают и поперечные силы*, то такой изгиб называют *поперечным*.

Если плоскость действия изгибающего момента (силовая плоскость) проходит через одну из главных центральных осей поперечного сечения стержня, изгиб называют *простым* или *плоским*. При этом ось балки после деформации остается в силовой плоскости.

Если плоскость действия изгибающего момента в сечении не совпадает ни с одной из главных осей сечения, изгиб называют *косым*. При косом изгибе плоскость деформации *не совпадает* с силовой плоскостью.

Деформацию изгиба легко проследить на модели, представляющей собой прямолинейный призматический брус, длина которого значительно превышает его поперечные размеры. На боковые грани бруса нанесены равноотстоящие горизонтальные и вертикальные линии (рис. 2.6.2, а). В плоскости симметрии *abcd* к концам бруса приложены два равных противоположно направленных момента *M*, под действием которых брус изгибается, как показано на (рис. 2.6.2, б).

Рассмотрение изогнутого бруса позволяет установить следующие основные признаки *чистого изгиба*.

1. Плоские поперечные сечения бруса остаются плоскими и поворачиваются на некоторый угол одно относительно другого.

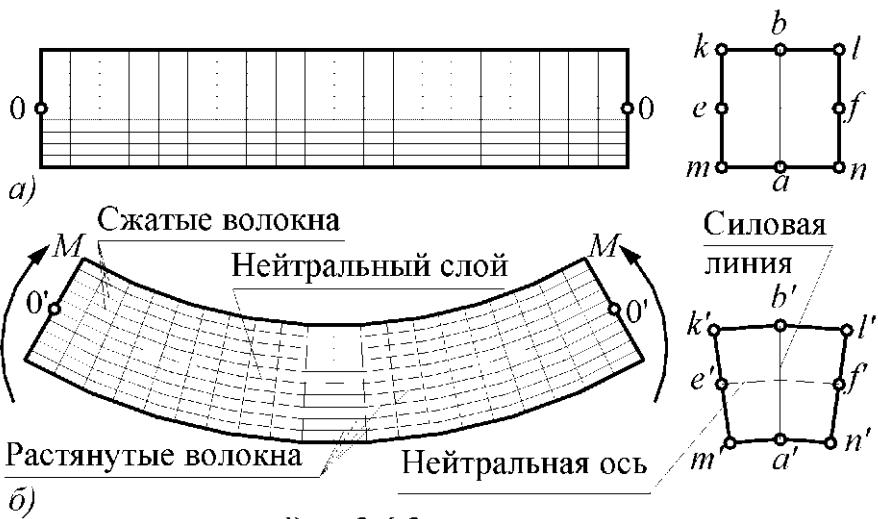


Рис. 2.6.2

2. Плоские продольные сечения искривляются, о чем можно судить по тому, что продольные горизонтальные прямые, нанесенные на боковые грани, становятся кривыми линиями.

3. Волокна на *вогнутой* стороне бруса укорачиваются, что свидетельствует об их сжатии, а на *выпуклой* стороне – удлиняются, *растягиваются*.

4. Как показывает опыт, одна из горизонталей на боковой грани бруса своей длины не изменяет (линия 00 на рис. 2.6.2, б). Это позволяет сделать вывод о существовании у бруса слоя, который не испытывает ни растяжения, ни сжатия. Такой слой называют *нейтральным слоем*.

5. След  $e'f'$  нейтрального слоя на плоскости поперечного сечения называют *нейтральной осью* (рис. 2.6.2, б). *Нейтральная ось 00 при изгибе своей длины не изменяет*.

6. След  $a'b'$  силовой плоскости на поперечном сечении балки называют *силовой линией*.

Таким образом, здесь наблюдаются те же явления, что и при простом растяжении и сжатии, когда знак поперечной деформации противоположен знаку продольной деформации, то есть продольное растяжение сопровождается поперечным сжатием и продольное сжатие приводит к поперечному растяжению.

Из рис. 2.6.2 следует, что величина деформации волокон, как в продольном, так и в поперечном направлении тем больше, чем дальше они расположены от нейтрального слоя или нейтральной оси.

## 2.6.2. Типы опор балок

Опоры балок, рассматриваемых как плоские системы, бывают трех основных типов.

1. *Подвижная шарнирная опора* (рис. 2.6.3, а).

Такая опора не препятствует вращению конца балки и его перемещению вдоль плоскости качения. В ней может возникать только *одна реакция*, которая перпендикулярна плоскости качения и проходит через центр катка.

Подвижные опоры дают возможность балке беспрепятственно изменять свою длину при изменении температуры и тем самым устраниют возможность появления температурных напряжений.

### 2. Неподвижная шарнирная опора (рис. 2.6.3, б).

Такая опора допускает вращение конца балки, но устраняет поступательное перемещение ее в любом направлении. Возникающую в ней реакцию можно разложить на *две составляющие* – горизонтальную и вертикальную.

### 3. Жесткая заделка, или защемление (рис. 2.6.3, в).

Такое закрепление не допускает ни линейных, ни угловых перемещений опорного сечения. В этой опоре может в общем случае возникать реакция, которую обычно раскладывают на *две составляющие* (вертикальную и горизонтальную) и *реактивный момент*.

Для того чтобы балка могла воспринимать нагрузку в одной плоскости и оставалась бы при этом в целом неподвижной по отношению к основанию, наименьшее число связей, налагаемых опорами, должно быть равно *трем*.

Если опорные реакции могут быть найдены только из *уравнений статики*, то балки называют *статически определимыми*.

Для таких балок возможны следующие варианты крепления:

1) защемление балки одним концом (балка с одним заделанным концом называется *консольной балкой* или просто *консолью*);

2) крепление одного конца балки при помощи неподвижной шарнирной опоры, а другого конца – при помощи подвижной шарнирной опоры (балки, имеющие две опоры, называют *двухопорными*).

Такие опоры исключает возможность возникновения продольных усилий при деформации, вызванной изменением температуры.

Если же *число неизвестных опорных реакций больше, чем число уравнений статики*, возможных для данной задачи, то балки называют *статически неопределенными*. Для определения реакций в таких балках необходимо составлять дополнительные уравнения – *уравнения перемещений*.

В данном курсе статически неопределенные балки не рассматриваются.

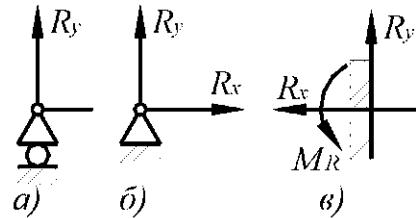


Рис. 2.6.3

### 2.6.3. Определение опорных реакций

Определение *опорных реакций* производят при помощи *уравнений статики*. Методику их определения рассмотрим на примерах.

В первом примере определим опорные реакции консольной балки (рис. 2.6.4).

Реакцию заделки разложим на две составляющие силы  $\overline{R_{Ax}}$  и  $\overline{R_{Ay}}$ , направленные вдоль осей  $x$  и  $y$ , и реактивный момент  $M_{Az}$ ,

Составим *уравнения равновесия балки*.

1. Приравняем нулю сумму проекций на ось  $x$  всех сил, действующих на балку:

$$\sum F_x = 0.$$

Получаем:

$$R_{Ax} = 0.$$

При отсутствии горизонтальной нагрузки горизонтальная составляющая реакции  $R_{Ax}$  равна нулю.

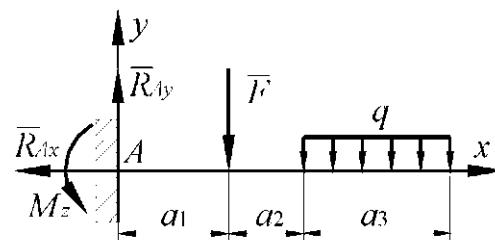


Рис. 2.6.4

2. Приравняем нулю сумму проекций на ось  $y$  всех сил, действующих на балку:

$$\sum F_y = 0.$$

Равномерно распределенную нагрузку  $q$  заменяем *равнодействующей*  $qa_3$ , приложенной в середине участка  $a_3$ :

$$R_{Ay} - F_1 - qa_3 = 0,$$

откуда:

$$R_{Ay} = F_1 + qa_3.$$

Вертикальная составляющая реакции в консольной балке равна сумме сил, приложенных к балке.

3. Составляем третье уравнение равновесия.

Приравняем нулю сумму моментов всех сил относительно какой-нибудь точки, например, относительно точки  $A$ :

$$\sum M_{Az} = 0;$$

$$-M_{Az} - F_1 a_1 - qa_3 \left( a_1 + a_2 + \frac{a_3}{2} \right) = 0,$$

откуда:

$$M_{Az} = -F_1 a_1 - qa_3 \left( a_1 + a_2 + \frac{a_3}{2} \right) = 0.$$

Знак «минус» показывает, что принятное вначале направление реактивного момента следует изменить на обратное.

*Реактивный момент в заделке равен сумме моментов внешних сил относительно заделки.*

Во втором примере рассмотрим определение опорных реакций двухопорной балки (рис. 2.6.5).

$$1. \sum F_{Ax} = -R_{Ax} - F \cos \alpha = 0;$$

$$R_{Ax} = -F \cos \alpha.$$

$$2. \sum M_{Bz} = -R_{Ay}(a + b + c + d) + (b + c + d)F \sin \alpha + \\ + \frac{q(c + d)^2}{2} - M = 0.$$

$$R_{Ay} = \frac{(b + c + d)F \sin \alpha + \frac{q(c + d)^2}{2} - M}{a + b + c + d}.$$

$$2. \sum F_y = R_{Ay} - F - q(c + d) + R_{By} = 0;$$

$$R_{By} = -R_{Ay} + F + q(c + d).$$

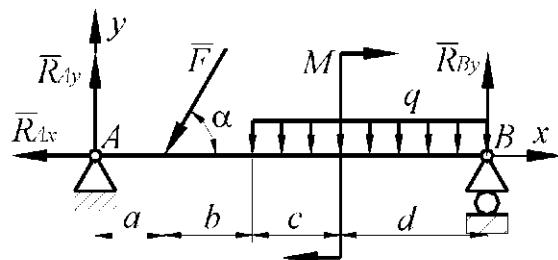


Рис. 2.6.5

#### 2.6.4. Определение внутренних усилий при изгибе

Как было отмечено в разделе 2.6.1, при плоском поперечном изгибе в поперечных сечениях балки возникают два внутренних силовых фактора:

— изгибающий момент  $M_x$ ,

— поперечная сила  $F_{Rt}$ .

Для их определения применим метод сечений.

В рассматриваемом месте сделаем мысленный разрез балки, например, на расстоянии  $x$  от левой опоры (рис. 2.6.6, а). Отбросим одну из частей балки, например правую, и рассмотрим равновесие левой части. Взаимодействие частей балки заменим внутренними усилиями, действующими в этом сечении: изгибающим моментом  $M_x$  и поперечной силой  $F_{Rt}$  (рис. 2.6.6, б).

Для определения величин  $M_x$  и  $F_{Rt}$  используем два уравнения равновесия:

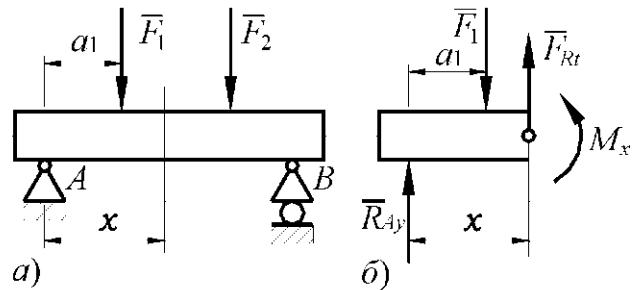


Рис. 2.6.6

$$1. \sum M_0 = R_{A_y}x - F_l(x - a_1) - M_x = 0;$$

$$M_x = R_{A_y}x - F_l(x - a_1).$$

$$2. \sum F_y = R_{A_y} - F_l + F_{Rt} = 0;$$

$$F_{Rt} = F_l - R_{A_y}.$$

Следовательно:

1) *поперечная сила*  $F_{Rt}$  в поперечном сечении балки *численно* равна *алгебраической* сумме проекций на плоскость сечения всех *внешних сил*, действующих по *одну* сторону от сечения;

2) *изгибающий момент* в поперечном сечении балки *численно* равен *алгебраической* сумме моментов (вычисленных *относительно центра тяжести сечения*) *внешних сил*, действующих по *одну* сторону от данного сечения.

#### **Правило знаков для изгибающих моментов и поперечных сил**

*Поперечная сила* в сечении балки *тп* (рис. 2.6.7, *а*) считают *положительной*, если равнодействующая внешних сил слева от сечения направлена *снизу вверх*, а справа – *сверху вниз*, и *отрицательной* – в *противоположном* случае (рис. 2.6.7, *б*).

*Изгибающий момент* в сечении балки, например, в сечении *тп* (рис. 2.6.8, *а*), *положителен*, если равнодействующий момент внешних сил слева от сечения направлен *по часовой стрелке*, а справа – *против часовой стрелки*, и *отрицателен* – в *противоположном* случае (рис. 2.6.8, *б*).

Моменты, изображенные на рис. 2.6.8, *а*, изгибают балку *выпуклостью вниз*, а моменты, изображенные на рис. 2.6.8, *б*, изгибают балку *выпуклостью вверх*.

Отсюда следует другое, более удобное для запоминания *правило знаков для изгибающего момента*.

*Изгибающий момент считается положительным, если в рассматриваемом сечении балка изгибается выпуклостью вниз.*

#### **2.6.5. Построение эпюр изгибающих моментов и поперечных сил**

Для наглядного представления о характере изменения изгибающего момента и поперечной силы по длине балки и для нахождения опасных

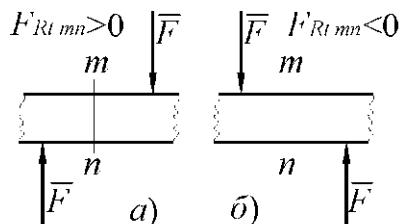


Рис. 2.6.7

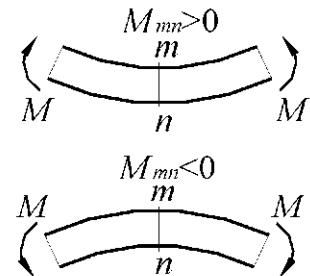


Рис. 2.6.8

сечений строят эпюры  $M_x$  и  $F_{Rt}$ . Методику построения этих эпюр рассмотрим на следующих примерах.

В первом примере рассмотрим построение эпюр  $M_x$  и  $F_{Rt}$  для консольной балки, изображенной на рис. 2.6.9, а.

Проводим сечение справа от силы на расстоянии  $x_1$  от правого конца балки (сечение I-I),  $x_1$  – величина переменная, индекс «1» обозначает номер участка, на котором сделано сечение.

*Изгибающий момент* в сечении I-I проще всего определить, составив уравнение суммы моментов внешних сил, расположенных, в данном случае, справа от сечения:

$$M_{x1} = 0;$$

$$0 \leq x_1 \leq a_2.$$

Изгибающий момент в любом поперечном сечении балки на участке BC отсутствует.

*Изгибающий момент* в сечении II-II на участке AB так же вычислим, как сумму моментов всех сил, расположенных справа от сечения (в этом случае нет необходимости в определении опорных реакций в заделке):

Получим:

$$M_{x2} = -F(x_2 - a_2);$$

$$a_2 \leq x_2 \leq (a_1 + a_2).$$

Знак «минус» взят потому, что балка изгибается выпуклостью вверх.

Полученное уравнение является уравнением наклонной прямой линии. Поэтому для построения эпюры на участке AB достаточно вычислить два значения  $M_x$ :

$$M_{x2=a_2} = 0;$$

$$M_{x2=a_1+a_2} = -Fa_1.$$

Величину  $Fa_1$  в выбранном масштабе откладываем вниз от оси эпюры. Эпюра  $M_x$  представлена на рис. 2.6.9, б.

Наибольший изгибающий момент возникает в сечении у заделки:

$$M_{x\max} = -Fa_1.$$

Вычислим теперь *поперечную силу* в сечении I-I.

Проектируя на вертикальную ось силы, расположенные справа от сечения, получаем, что:

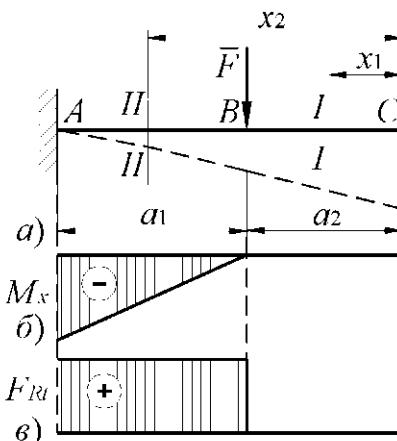


Рис. 2.6.9

$$F_{Rt,x1} = 0;$$

$$0 \leq x_1 \leq a_2$$

Для сечения II-II тем же путем получим:

$$F_{Rt,x2} = F;$$

$$a_2 \leq x_2 \leq (a_1 + a_2).$$

Знак «плюс» взят потому, что внешняя сила справа от сечения направлена сверху вниз.

Эпюра  $F_{Rt}$  показана на рис. 2.6.9, в.

Во втором примере рассмотрим построение эпюр  $M_x$  и  $F_{Rt}$  для двухопорной балки, изображенной на рис. 2.6.10, а.

Используя уравнения равновесия, определим реакции  $R_{Ay}$  и  $R_{By}$ .

Изгибающий момент в сечении с абсциссой  $x_1$  определяем как сумму моментов от сил, расположенных слева от сечения:

$$M_{x1} = -R_{Ay}x_1 - \frac{q_1 x_1^2}{2};$$

$$0 \leq x_1 \leq l_1.$$

Уравнение момента  $M_{x1}$  описывает параболу. Поэтому двух фиксированных точек для построения эпюры недостаточно. Эпюру строим по трем точкам:

$$x'_1 = 0;$$

$$M'_{x1} = 0;$$

$$x''_1 = \frac{l_1}{2};$$

$$M''_{x1} = -\frac{R_{Ay}l_1}{2} - \frac{q_1 l_1^2}{8};$$

$$x'''_1 = l_1;$$

$$M'''_{x1} = -R_{Ay}l_1 - \frac{q_1 l_1^2}{2}.$$

По этим данным строим эпюру  $M_x$  на участке AE.

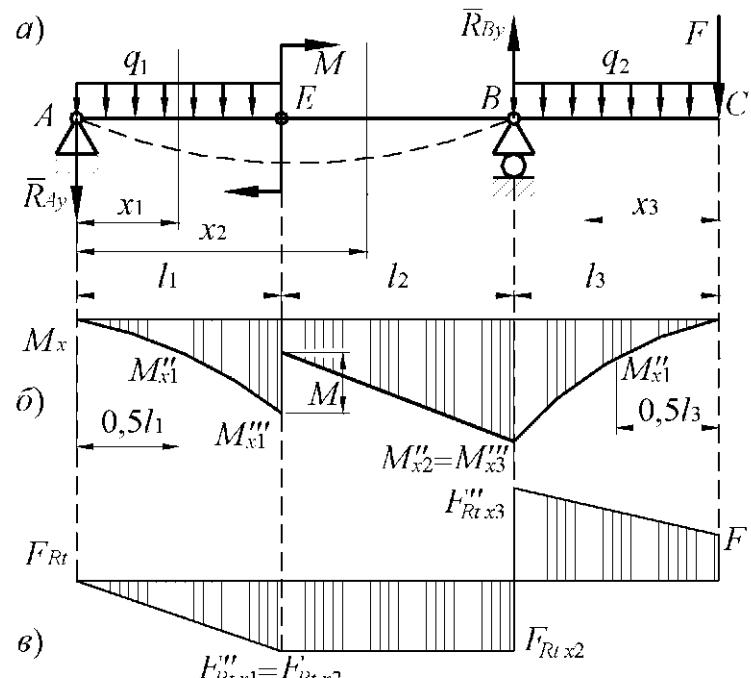


Рис. 2.6.10

Определяем изгибающий момент в сечении с абсциссой  $x_2$  от всех нагрузок, действующих слева от этого сечения:

$$M_{x2} = -R_{Ay}x_2 - q_1 l_1 \left( x_2 - \frac{l_1}{2} \right) + M;$$

$$l_1 \leq x_2 \leq (l_1 + l_2).$$

Второй член этого выражения представляет собой изгибающий момент от равнодействующей распределенной нагрузки  $q_1$ , действующей на участке  $AH$ .

Уравнение  $M_{x2}$  описывает наклонную *прямую* линию. Поэтому для построения эпюры достаточно вычислить *два* значения  $M_{x2}$ :

$$x'_2 = l_1;$$

$$M'_{x2} = -R_{Ay}l_1 - \frac{q_1 l_1^2}{2} + M;$$

$$x''_2 = l_1 + l_2;$$

$$M''_{x2} = -R_{Ay}(l_1 + l_2) - q_1 l_1 \left( \frac{l_1}{2} + l_2 \right) + M.$$

По этим данным построим эпюру  $M_x$  на участке  $BE$ .

Определяем изгибающий момент в сечении, отстоящем на расстоянии  $x_3$  от *правого* конца балки.

Так как справа от указанного сечения внешних силовых факторов меньше, чем слева, то  $M_{x3}$  проще вычислить как сумму моментов от сил, расположенных *справа* от сечения:

$$M_{x3} = -Fx_3 - \frac{q_2 x_3^2}{2};$$

$$0 \leq x_3 \leq l_3.$$

Первый член в уравнении  $M_{x3}$  представляет собой изгибающий момент от силы  $F$ , а второй – изгибающий момент от распределенной нагрузки  $q_2$ , действующей *правее* рассматриваемого сечения.

Уравнение момента  $M_{x3}$  описывает *параболу*. Эпюру строим по *трем* точкам:

$$x'_3 = 0;$$

$$M'_{x3} = 0;$$

$$x''_3 = \frac{l_3}{2};$$

$$M''_{x3} = -\frac{Fl_3}{2} - \frac{q_2 l_3^2}{8},$$

$$x''_3 = l_3;$$

$$M'''_{x3} = -Fl_3 - \frac{q_2 l_3^2}{2}.$$

По этим данным строим эпюру  $M_x$  на участке  $BC$ .

Поперечную силу  $F_{Rt}$  определяем, проектируя на вертикаль силы, действующие на отсеченную часть:

$$F'_{Rtx1} = -R_{Ay} - q_1 x_1;$$

$$0 \leq x_1 \leq l_1.$$

Уравнение  $F'_{Rtx1}$  является уравнением наклонной *прямой* линии.

$$x'_1 = 0;$$

$$F'_{Rtx1} = 0;$$

$$x''_1 = l_1;$$

$$F''_{Rtx1} = -R_{Ay} - q_1 l_1.$$

Поперечная сила в произвольном сечении участка  $EB$ :

$$F'_{Rtx2} = -R_{Ay} - q_1 l_1.$$

Величина  $F'_{Rtx2}$  не зависит от текущей координаты  $x_2$ , поэтому ее эпюра имеет вид горизонтальной *прямой* линии.

На третьем участке:

$$F'_{Rtx3} = F + q_2 x_3;$$

$$0 \leq x_3 \leq l_3.$$

Уравнение  $F'_{Rtx3}$  является уравнением наклонной *прямой* линии на участке  $BC$ .

$$x'_3 = F;$$

$$F'_{Rtx3} = 0;$$

$$x''_3 = l_3;$$

$$F''_{Rtx3} = F + q_2 l_3.$$

Скачки в эпюре  $F_{Rt}$  равны по величине приложенным в соответствующих сечениях балки сосредоточенным силам  $R_{Ay}$ ,  $R_{By}$ ,  $F$ .

## 2.6.6. Напряжения при изгибе. Расчеты на прочность

### 2.6.6.1. Общие сведения

Как было показано в разделе 2.6.1, наибольшую деформацию растяжения (или сжатия) претерпевают периферийные слои изгибаемой балки. Очевидно, что эти деформации тем больше, чем больше изгибающий момент. Следовательно, при изгибе величина нормальных напряжений зависит от величины изгибающего момента. Величина же касательных напряжений зависит от величины поперечной силы.

Изгибающий момент или поперечная сила в любом сечении балки могут быть определены с помощью эпюор рассмотренными выше методами.

При расчетах на прочность большое значение имеет *распределение нормальных и касательных напряжений по сечению*. Длительная практика эксплуатации изогнутых балок показывает, что *наиболее опасной*, определяющей работоспособность конструкции, является точка, расположенная на *крайних растянутых волокнах*.

Лишь в *некоторых специфических случаях* касательное напряжение может оказаться решающим фактором, определяющим прочность изогнутой балки. Тогда производят *полный* расчет балки по *эквивалентным напряжениям*.

Установим зависимость между изгибающим моментом, действующим в сечении, и возникающими при этом нормальными напряжениями, а также определим закон распределения нормальных напряжений по сечению. Пусть прямолинейная балка, имеющая продольную вертикальную плоскость симметрии, подвергается *чистому* изгибу под влиянием силовых факторов, действующих в этой плоскости (рис. 2.6.11). Указанную плоскость будем называть *плоскостью изгиба*.

Выделим элемент балки, ограниченный двумя поперечными сечениями, находящимися на бесконечно малом расстоянии  $ds$  друг от друга.

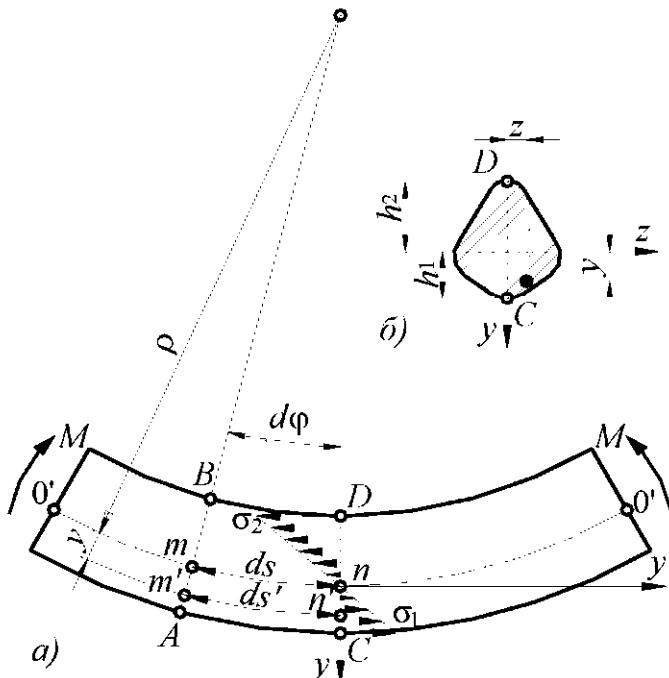


Рис. 2.6.11

При изгибе ось балки (линия пересечения нейтрального слоя с плоскостью изгиба) искривляется (рис. 2.6.11, *a*), а сечения, ограничивающие выделенный элемент балки, поворачиваются вокруг нейтральных осей, проходящих через точки *m* и *n*, и, заняв положения *AB* и *CD*, образуют угол  $d\phi$ . При этом можно считать, что указанные сечения остаются плоскими, а расстояния между продольными слоями балки не меняются.

Дуга *mn*, принадлежащая нейтральному слою, сохраняет свою первоначальную длину  $ds$ , а длина дуги *m'n'*, отстоящей на расстоянии *y* от нейтрального слоя, принимает новое значение  $ds''$ . Радиус кривизны дуги *mn* изогнутой оси балки можно считать постоянным. Обозначив его через  $\rho$ , получим:

$$ds = \rho d\phi;$$

$$ds' = (\rho + y)d\phi.$$

Относительное удлинение дуги:

$$\varepsilon = \frac{ds' - ds}{ds} = \frac{(\rho + y)d\phi - \rho d\phi}{\rho d\phi} = \frac{y}{\rho}. \quad (2.6.8)$$

По закону Гука напряжение в слое, отстоящем на расстоянии *y* от нейтрального слоя, равно:

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{y}{\rho}. \quad (2.6.9)$$

Таким образом, нормальные напряжения в поперечном сечении изогнутой балки прямо пропорциональны расстояниям от рассматриваемых точек до нейтральной оси (рис. 2.6.11, *b*), т. е. изменение напряжений по сечению в плоскости изгиба подчиняется линейному закону (рис. 2.6.11, *a*).

Из равенства (2.6.9) следует:

$$\sigma = 0 \text{ при } y = 0;$$

$$\sigma = \sigma_{\max} \text{ при } y = y_{\max},$$

то есть *нормальное напряжение равно нулю на нейтральной оси* и достигает максимальных значений в наиболее удаленных от этой оси волокнах.

Рассматривая *y* как алгебраическую величину, имеющую положительное значение для растянутых и отрицательное для сжатых волокон, получим для напряжений в этих волокнах соответственно положительные и отрицательные значения.

На выделенный элемент *ABCD* (рис. 2.6.11, *a*) действуют со стороны правой части балки распределенные по сечению *CD* силы:

$$dF = \sigma dA = \frac{Ey}{\rho} dA,$$

где *dA* – элементарная площадка, расположенная на расстоянии *y* от нейтральной оси.

Эта система элементарных сил эквивалентна системе внешних сил, действующих на правую часть балки, сводящихся в данном случае к одному изгибающему моменту  $M_u$  (поперечная сила  $F_{Rl} = 0$ , так как рассматривается чистый изгиб). Таким образом, главный вектор распределенных по сечению  $CD$  сил равен нулю, а главный момент их относительно любого центра равен изгибающему моменту в этом сечении. Поэтому при выбранной системе осей:

$$\sum F_x = 0;$$

$$\sum F_x = \sum dF = \int_A \frac{E}{\rho} y dA = \frac{E}{\rho} \int_A y dA = 0;$$

$$\sum M_z = -\sum y dF = -\int_A \frac{E}{\rho} y^2 dA = -\frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = -M_u,$$

где  $\int_A y dA = S_z$  — статический момент площади сечения относительно нейтральной оси;

$$\int_A y^2 dA = J_z \text{ — момент инерции площади сечения относительно нейтральной оси.}$$

Отсюда, так как  $\frac{E}{\rho} \neq 0$ :

$$S_z = 0. \quad (2.6.10)$$

Кроме того:

$$\frac{EJ_z}{\rho} = M_u. \quad (2.6.11)$$

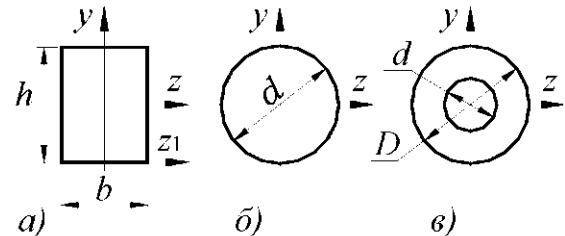


Рис. 2.6.12

Из уравнения (2.6.10) следует, что *нейтральная ось проходит через центр тяжести сечения и для симметричных сечений она является одной из главных центральных осей инерции.*

Для наиболее распространенных сечений (рис. 2.6.12) величины моментов инерции равны:

1. прямоугольник высотой  $h$  и шириной  $b$ :

$$J_z = \frac{bh^3}{12}; \quad J_y = \frac{hb^3}{12}; \quad (2.6.12)$$

для того же прямоугольника момент инерции *относительно оси, проходящей через основание*:

$$J_{z1} = \frac{bh^3}{3}; \quad (2.6.13)$$

2. круг диаметром  $d$ :

$$J_z = J_y = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05d^4; \quad (2.6.14)$$

3. круговое кольцо с наружным диаметром  $D$  и внутренним  $d$ :

$$J_z = J_y = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} \approx 0,05(D^4 - d^4). \quad (2.6.15)$$

Уравнение (2.6.11) можно представить в виде:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_u}{EJ_z} \quad (2.6.16)$$

Величина  $\frac{1}{\rho}$  представляет собой *кривизну изогнутой оси балки* и характеризует *величину деформации при изгибе*.

Произведение модуля упругости  $E$ , характеризующего механические свойства материала балки, на момент инерции сечения  $J_z$ , характеризующий форму и размеры сечения, называют *жесткостью при изгибе*. Из соотношения (2.6.16) следует, что величина деформации изогнутой оси балки прямо пропорциональна изгибающему моменту  $M_u$  и обратно пропорциональна жесткости при изгибе  $EJ_z$ .

Таким образом, *жесткость при изгибе характеризует способность балки из данного материала с заданной формой и размерами поперечного сечения сопротивляться воздействию изгибающего момента*.

Подставляя в уравнение (2.6.9) выражение  $\frac{1}{\rho}$  из уравнения (2.6.16), получим:

$$\sigma = Ey \frac{M_u}{EJ_z} = \frac{M_u y}{J_z}. \quad (2.6.17)$$

Наибольшие по абсолютной величине напряжения возникают на наиболее удаленных от нейтральной оси волокнах, то есть при:

$$y = y_{\max}.$$

Формула (2.6.17) выведена для чистого изгиба. С достаточной для практики точностью она может применяться и при *поперечном изгибе*.

Обозначим:

$$\frac{J_z}{y_{\max}} = W_z. \quad (2.6.18)$$

Величину  $W_z$  называют *осевым моментом сопротивления сечения*. Момент сопротивления является *геометрической характеристикой* поперечного сечения балки, определяющей ее *прочность при изгибе*.

### 2.6.6.2. Условия прочности по нормальным напряжениям

Для обеспечения прочности балки необходимо, чтобы наибольшие растягивающие и наибольшие сжимающие напряжения при изгибе в опасном сечении, то есть в сечении, где  $M_u$  имеет наибольшее значение, не превосходили соответствующих допускаемых напряжений (рассматриваются только балки с постоянным по всей длине поперечным сечением).

Обозначим (рис. 2.6.11):

$h_1$  – расстояние от нейтральной оси до наиболее удаленного растянутого волокна,

$h_2$  – расстояние от нейтральной оси до наиболее сжатого волокна.

Тогда:

- наибольшее растягивающее напряжение при изгибе равно:

$$\sigma_{p_{\max}} = \frac{M_u h_1}{J_x}, \quad (2.6.19)$$

- наибольшее сжимающее напряжение (по абсолютной величине):

$$\sigma_{c_{\max}} = \frac{M_u h_2}{J_x} \quad (2.6.20)$$

Для хрупких материалов (например; чугуна) допускаемые напряжения на растяжение и сжатие различны:  $\sigma_{cp}$  в 3-5 раз больше  $\sigma_{pp}$ , поэтому для балок из таких материалов обычно применяют сечения, не симметричные относительно нейтральной оси. При этом сечение располагают таким образом, чтобы  $h_1 < h_2$ , то есть, чтобы обеспечивалось неравенство  $\sigma_{p_{\max}} < \sigma_{c_{\max}}$ .

В указанных случаях нужно составлять два условия прочности:

- по наибольшим растягивающим напряжениям:

$$\sigma_{p_{\max}} = \frac{M_u h_1}{J_z} = \frac{M_u}{W_{zp}} \leq \sigma_{pp} \quad (2.6.21)$$

- по наибольшим сжимающим напряжениям:

$$\sigma_{c_{\max}} = \frac{M_u h_2}{J_z} = \frac{M_u}{W_{zc}} \leq \sigma_{cp} \quad (2.6.22)$$

где  $W_{zp}$  и  $W_{zc}$  – моменты сопротивления растянутого и сжатого волокон.

В формулы (2.6.21), (2.6.22) надо подставлять наибольшее (по абсолютной величине) значение  $M_u$ .

Если сечение балки симметрично относительно нейтральной оси (такие сечения целесообразно применять для балок из пластичных материалов), то есть:

$$h_1 = h_2 = \frac{h}{2},$$

то вместо двух формул (2.6.19) и (2.6.20) получим одну:

$$\sigma = \frac{M_u}{J_z} \frac{h}{2}. \quad (2.6.23)$$

Обозначив:

$$W_z = \frac{2J_z}{h}, \quad (2.6.24)$$

получим при одинаковых допускаемых напряжениях на растяжение и сжатие  $\sigma_p$  следующее условие прочности:

$$\sigma = \frac{M_u}{W_z} \leq \sigma_p. \quad (2.6.25)$$

Величина  $W_z$  называется *осевым моментом сопротивления* или *моментом сопротивления при изгибе*.

Момент сопротивления является *геометрической* характеристикой поперечного сечения балки, определяющей ее прочность при изгибе.

Для наиболее распространенных сечений (рис. 2.6.12) величины моментов сопротивления равны:

1. Прямоугольник высотой  $h$  и шириной  $b$ :

$$W_z = W_y = \frac{bh^2}{6}; \quad (2.6.26)$$

2. Круг диаметром  $d$ :

$$W_z = W_y = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3. \quad (2.6.27)$$

3. Круговое кольцо с наружным диаметром  $D$  и внутренним  $d$ :

$$W_z = W_y = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D} \approx 0,1 \frac{D^4 - d^4}{D}. \quad (2.6.28)$$

4. Для прокатных сечений (двуутавры, швеллеры и т.п.) значения  $W_z$  приведены в таблицах сортамента.

Определение минимально допускаемого поперечного сечения балки при его заданной форме при изгибе рассмотрим на примере, в котором требуется построить эпюры  $M_u$  и  $R_{Rl}$  для двухопорной балки, находящейся под действием равномерно распределенной нагрузки (рис. 2.6.13, а, б, в) и подобрать сечение балки двутаврового профиля при данных  $l$ ,  $q$  и  $\sigma_p$ .

Вследствие симметрии нагружения балки опорные реакции равны между собой:

$$R_{Ay} = R_{By} = \frac{ql}{2}.$$

Изгибающий момент в сечении с абсциссой  $x$  равен:

$$M_x = R_{Ay}x - \frac{qx^2}{2} = \frac{qlx}{2} - \frac{qx^2}{2}.$$

$$0 \leq x \leq l.$$

Первый член в вышеприведенном уравнении представляет собой изгибающий момент от реакции, взятый со знаком «плюс», так как, мысленно закрепив балку в рассматриваемом сечении, можно убедиться, что от действия реакции часть балки слева от сечения изогнется выпуклостью вниз.

Второй член представляет собой изгибающий момент от равномерно распределенной нагрузки, расположенной левее проведенного сечения. Равнодействующая этой нагрузки равна  $qx$  и приложена в середине участка, то есть на расстоянии  $0,5x$  от сечения. Следовательно, момент от этой нагрузки равен  $\frac{qx^2}{2}$  со знаком «минус», так как такая нагрузка изогнет балку (мысленно закрепленную в сечении) выпуклостью вверх.

Полученное уравнение для изгибающего момента есть уравнение параболы.

Вычисляем три ординаты эпюры  $M_i$ :

$$x' = 0;$$

$$M'_x = 0;$$

$$x'' = \frac{l}{2};$$

$$M''_x = \frac{ql^2}{8};$$

$$x''' = l;$$

$$M'''_x = 0;$$

По этим данным строим эпюру  $M_i$ .

Максимальный изгибающий момент (в середине балки) равен:

$$M_{\max} = -\frac{ql^2}{8}.$$

Продифференцировав выражение для  $M_x$  и приравняв первую производную нулю, убедимся в том, что максимум  $M_i$  действительно имеет место посередине пролета балки.

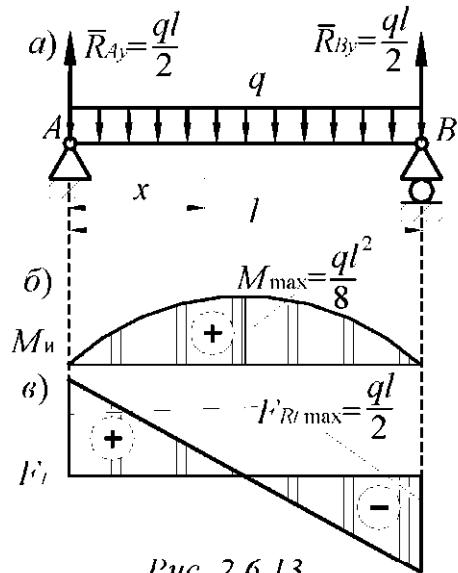


Рис. 2.6.13

Поперечная сила в сечении (как сумма сил, расположенных слева от сечения):

$$F_{Rt} = \frac{ql}{2} - qx;$$

$$0 \leq x \leq l.$$

$$x' = 0;$$

$$F'_{Rt} = \frac{ql}{2};$$

$$x' = l;$$

$$F''_{Rt} = -\frac{ql}{2}.$$

Строим эпюру  $F_t$ .

Требуемый момент сопротивления:

$$W_z = \frac{M_{\max}}{\sigma_p} = \frac{ql^2}{8\sigma_p}.$$

Из таблиц сортамента выбираем двутавр, у которого момент сопротивления ближайший больший относительно определенного по последней формуле расчета.

## 2.7. Сложное сопротивление

### 2.7.1. Общие положения

До сих пор рассматривались расчеты на прочность для простых видов деформации – когда материал находится или в одноосном напряженном состоянии (*растяжение, сжатие*), или *простейшем двухосном*, когда главные напряжения в каждой точке равны между собой по величине и противоположны по знаку (*сдвиг, кручение*).

На практике нередки случаи, когда в поперечных сечениях бруса возникают сразу *несколько внутренних силовых факторов*, например, кручение с изгибом и другие, более сложные, случаи напряженного состояния. Такие случаи принято называть *сложным сопротивлением*.

На рис. 2.7.1 изображен общий случай трехосного напряженного состояния. На этом рисунке показана площадка действия максимального касательного напряжения.

Ранее (см. раздел 2.2.2) было принято следующее правило обозначения *главных напряжений*:

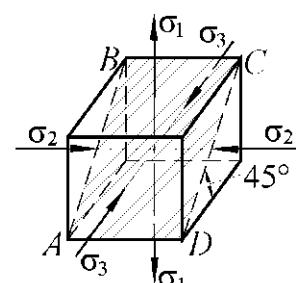


Рис. 2.7.1

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3,$$

где величины  $\sigma$  – алгебраические величины.

### 2.7.2. Теории прочности

Одной из важнейших задач инженерного расчета является *оценка прочности* детали по известному *напряженному состоянию в опасной точке поперечного сечения*.

Для *простых* видов деформаций эта задача решается сравнительно просто: по известным формулам определяют максимальные напряжения, которые затем сравнивают с опасными (предельными) для данного материала напряжениями, устанавливаемыми экспериментально.

Для обеспечения прочности материала требовалось, чтобы наибольшее нормальное напряжение (при растяжении, сжатии) или наибольшее касательное напряжение (при кручении) не превосходило соответствующего *пределного* напряжения, значение которого установлено по полученному опытным путем, соответствующему *пределу текучести* (для пластичных материалов) или *пределу прочности* (для хрупких материалов).

В случае необходимости реализовать требуемый коэффициент безопасности максимальные напряжения сравнивают с *допускаемыми*.

Указанный подход к оценке прочности является вполне обоснованным, так как при растяжении и сжатии бруса имеет место однородное линейное напряженное состояние, а при прямом поперечном изгибе наиболее нагруженные точки также находятся, как правило, в условиях линейного напряженного состояния.

Для *сложного* напряженного состояния подобный метод оценки прочности непригоден. Дело в том, что для одного и того же материала, как показывают опыты, *опасное* состояние может наступить при *различных предельных значениях главных напряжений*  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  в зависимости от *соотношений* между ними. Экспериментально установить предельные величины главных напряжений в зависимости от соотношений между ними очень сложно не только из-за трудности постановки опытов, но и вследствие большого объема испытаний.

В случае *сложного* напряженного состояния конструкции, как правило, расчеты на прочность производят на основании теоретических разработок с использованием данных о механических свойствах материалов, получаемых при испытании на растяжение и сжатие (иногда используют также результаты опытов на кручение). Только в отдельных случаях для оценки прочности конструкции или ее элементов прибегают к моделированию. В исключительных, особо ответственных случаях вопрос о прочности решается натурными испытаниями опытных образцов конструкции.

Все существующие теоретические методы расчета основаны на гипотезах о преимущественном влиянии того или иного фактора на процесс перехода материала в предельное состояние. Суть применения этих гипотез для оценки прочности материала заключается в замене *фактического* напряженного состояния *эквивалентным* (равноопасным) ему линейным напряженным состоянием.

*Эквивалентными (равноопасными и равнопрочными)* называют такие два каких-либо напряженных состояния, которые при пропорциональном увеличении главных напряжений одновременно становятся предельными. В этом случае коэффициент безопасности для обоих напряженных состояний при указанных условиях будет одинаковым.

Приведение *сложного* напряженного состояния к эквивалентному ему *линейному* осуществляется заменой главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  *эквивалентным напряжением*, которое надо создать в *растянутом* образце, чтобы получить напряженное состояние, *эквивалентное заданному*.

Прочность оценивают при помощи сравнения эквивалентных напряжений с *предельными* при *растяжении (сжатии)* или непосредственно с *допускаемыми* напряжениями.

Выранную за основу гипотезу о преимущественном влиянии на прочность материала того или иного фактора часто называют *теорией прочности*.

Существует множество теорий прочности, но для наиболее распространенных конструкционных материалов используются пять теорий:

- теория наибольших нормальных напряжений (первая теория прочности);
- теория наибольших относительных линейных деформаций (вторая теория прочности);
- теория наибольших касательных напряжений (третья теория прочности);
- энергетическая теория формоизменения (четвертая теория прочности);
- теория прочности Мора (пятая теория прочности).

#### *2.7.2.1. Первая теория прочности*

За критерий прочности принимается *наибольшее нормальное напряжение*.

Первая теория прочности может быть сформулирована следующим образом: *пределное состояние материала при сложном напряженном состоянии наступает тогда, когда наибольшее нормальное напряже-*

*ние достигает величины предельного напряжения при одноосном напряженном состоянии:*

$$\sigma_{1\pi} = \sigma_\pi, \quad (2.7.1)$$

где  $\sigma_{1\pi}$  – предельное значение наибольшего (из трех) нормального напряжения (в момент разрушения),

$\sigma_\pi$  – предельное напряжение при одноосном сжатии или растяжении (предел прочности).

*Условие прочности:*

$$\sigma_1 \leq \sigma_p \quad (2.7.2)$$

где  $\sigma_1$  – фактическое значение наибольшего главного напряжения, возникающего в опасной точке детали;

$\sigma_p$  – допускаемое значение нормального напряжения, принимаемое для одноосного растяжения или сжатия.

*Прочность материала при сложном напряженном состоянии обеспечивается, если наибольшее нормальное напряжение не превосходит допускаемого нормального напряжения, установленного для одноосного напряженного состояния.*

Эта гипотеза учитывает лишь влияние наибольшего главного напряжения, пренебрегая влиянием двух других главных напряжений на прочность материала.

Первая теория прочности подтверждается экспериментальными данными для хрупких материалов.

Если материал имеет различные допускаемые напряжения на *растяжение и сжатие*, то вместо одного условия прочности (2.7.2) будем иметь два условия – по наибольшим растягивающим и сжимающим напряжениям:

$$\sigma_{p\max} \leq \sigma_{pp} \quad (2.7.3)$$

$$\sigma_{c\max} \leq \sigma_{cp} \quad (2.7.4)$$

### **2.7.2.2. Вторая теория прочности**

Согласно второй гипотезе основной причиной разрушения материала является *наибольшая относительная линейная деформация*.

Предполагается, что нарушение прочности в общем случае напряженного состояния наступит тогда, когда наибольшая по абсолютной величине линейная деформация  $\epsilon_{\max}$  достигнет опасного значения, соответствующего предельному состоянию данного материала при растяжении или сжатии.

Условие прочности в рассматриваемом случае записывается так:

$$\varepsilon_{\max} \leq \varepsilon_p \quad (2.7.5)$$

Используя формулы (2.3.49) обобщенного закона Гука, выразим условие прочности (2.7.5) в напряжениях.

Так как из трех деформаций  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  наибольшей в алгебраическом смысле будет деформация  $\varepsilon_1$ , то:

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)}{E}.$$

Имея в виду, что:

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E},$$

окончательно получим:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq \sigma_p \quad (2.7.6)$$

Из условия прочности (2.7.6) видно, что с допускаемым напряжением нужно сравнивать не какое-либо из главных напряжений, а их *комбинацию*, которая представляет собой некоторое напряжение, называемое *эквивалентным*.

Вторая теория учитывает влияние на прочность всех трех главных напряжений, однако применима она только для хрупких материалов (например, для легированного чугуна, высокопрочных сталей после низкого отпуска и т.д.).

### 2.7.2.3. Третья теория прочности

В качестве фактора, определяющего прочность материала, здесь принимается величина *наибольшего касательного напряжения*.

Предполагается, что прочность материала при сложном напряженном состоянии считается обеспеченной, если *наибольшее касательное напряжение не превосходит допускаемого касательного напряжения, установленного для одноосного напряженного состояния*:

$$\tau_{\max} \leq \tau_p \quad (2.7.7)$$

В разделе 2.3.7.3 было показано, что при *двухосном* напряженном состоянии наибольшие касательные напряжения имеют место в сечениях под углом  $\alpha=45^\circ$  к направлению главных напряжений и равны полуразности этих напряжений.

В случае *объемного* напряженного состояния максимальные касательные напряжения имеют место в плоскости *ABCD*; их величина равна (рис. 2.7.1):

$$\tau'_{\max} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2}.$$

Допускаемое касательное напряжение  $\tau_p$  при одноосном напряженном состоянии связано с допускаемым нормальным напряжением  $\sigma_p$  соотношением, вытекающим из предыдущей формулы, если положить в ней  $\sigma_3$  равные нулю:

$$\tau_p = \frac{\sigma_p}{2}.$$

Таким образом, условие прочности по третьей гипотезе, выраженное в нормальных напряжениях, имеет вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_p \quad (2.7.8)$$

Выражение, стоящее в левой части неравенства (2.7.8), представляет собой некоторое напряжение, называемое *эквивалентным*.

Его следует понимать как *напряжение*, которое следует создать в *растянутом (или сжатом) образце*, чтобы его прочность была одинаковой с прочностью образца, находящегося в условиях *сложного напряженного состояния*.

Чтобы сравнить эту гипотезу с опытными данными, напишем по третьей гипотезе также условие перехода материала в предельное состояние:

$$\sigma_{1\text{п}} - \sigma_{3\text{п}} = \sigma_{\text{п}} \quad (2.7.9)$$

где  $\sigma_{1\text{п}}$  и  $\sigma_{3\text{п}}$  – значения главных напряжений в предельном состоянии;  $\sigma_{\text{п}}$  – предельное напряжение одноосного сжатия или растяжения.

Для случая часто встречающегося на практике случая *плоского напряженного состояния* (рис. 2.7.2), для которого:

$$\sigma_\alpha = \sigma,$$

$$\tau_\alpha = \tau,$$

$$\sigma_\beta = 0.$$

Тогда, на основании формулы (2.3.44):

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2},$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}.$$

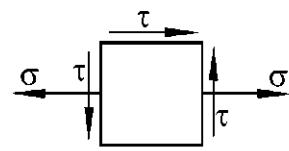


Рис. 2.7.2

Условие прочности (2.7.7) можно записать в следующем виде:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \sigma_p. \quad (2.7.10)$$

Для случая чистого сдвига (кручения), когда  $\sigma_1 = \tau$  и  $\sigma_3 = -\tau$ , по формуле (2.7.9) получаем:

$$2\tau_t = \sigma_t$$

или

$$\tau_t = 0,5\sigma_t,$$

где  $\tau_t$  – предел текучести при чистом сдвиге;

$\sigma_t$  – предел текучести при одноосном растяжении (сжатии).

Опыты для большинства сталей дают значение:

$$\tau_t \approx 0,6\sigma_t.$$

Третья теория прочности хорошо подтверждается экспериментальными данными для пластичных материалов, одинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию. Ее недостатком является то, что она не применима при расчете деталей из хрупких материалов.

#### 2.7.2.4. Четвертая теория прочности

Предполагается, что прочность материала при сложном напряженном состоянии обеспечивается в том случае, если *удельная потенциальная энергия формоизменения не превосходит допускаемой удельной потенциальной энергии формоизменения, установленной для одноосного напряженного состояния*:

$$u_{\phi} \leq u_{\phi p} \quad (2.7.11)$$

Удельная потенциальная энергия деформации при объемном напряженном состоянии равна (см. раздел 2.3.8):

$$u_p = \frac{\left[ \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \right]}{2E}. \quad (2.7.12)$$

Эта величина всегда положительна. Поэтому энергетическая гипотеза, так же как и третья, не учитывает различия между растяжением и сжатием, другими словами, пользуясь этой гипотезой, приходится принимать:

$$\sigma_{pp} = \sigma_{cp} = \sigma_p.$$

Допускаемая удельная потенциальная энергия при одноосном напряженном состоянии при  $\sigma_1 = \sigma_p$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$  определяется по той же формуле (2.7.12):

$$u_{pp} = \frac{\sigma_p}{2E}. \quad (2.7.13)$$

Подставив значения  $u_p$  из формулы (2.7.12) и  $u_{pp}$  из формулы (2.7.13) в формулу (2.7.11), получим:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \leq \sigma_p^2$$

или

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \leq \sigma_p. \quad (2.7.14)$$

Опыты показывают, что лучшие результаты получаются, если в качестве критерия прочности принимать *не всю* энергию деформации, а лишь *ту ее часть, которая связана с изменением формы тела*. Это условие проще всего записать, полагая в формуле (2.7.14)  $\mu=0,5$ , так как при  $\mu=0,5$  объем тела не изменяется (см. раздел 2.3.7.5). Тогда *условие прочности* (в данном случае это – *условие пластичности*) по *энергетической теории формоизменения (четвертой теории прочности)* примет вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1} \leq \sigma_p. \quad (2.7.15)$$

В частном случае для плоского напряженного состояния ( $\sigma_3=0$ ) получим:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \leq \sigma_p. \quad (2.7.16)$$

Для сопоставления с опытными данными напишем предельное условие по этой гипотезе для плоского напряженного состояния:

$$\sigma_{1\text{п}}^2 + \sigma_{2\text{п}}^2 - \sigma_{1\text{п}}\sigma_{2\text{п}} = \sigma_{\text{п}}^2, \quad (2.7.17)$$

где  $\sigma_{1\text{п}}$  и  $\sigma_{2\text{п}}$  – предельные значения главных напряжений;

$\sigma_{\text{п}}$  – предельное значение напряжения при одноосном растяжении (сжатии).

Для случая *плоского* напряженного состояния из (2.7.17) получим:

$$3\tau_t^2 = \sigma_{\text{п}}^2,$$

откуда:

$$\tau_t \approx 0,58\sigma_{\text{п}},$$

что близко совпадает с опытными данными.

*Уравнение прочности* принимает вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_p \quad (2.7.18)$$

*Четвертая теория прочности* дает для *пластичных* материалов *более точное*, по сравнению с *третьей* теорией, совпадение теоретических расчетов с экспериментальными данными, благодаря чему она получила большое распространение.

Для расчета деталей из *хрупких* материалов данная теория прочности *неприменима*.

### 2.7.2.5. Пятая теория прочности

Рассматриваемые выше теории прочности дают удовлетворительные результаты:

— только для *хрупкого разрушения* (*первая теория*),

— только для вязкого (третья или четвертая теории).

Но все они не учитывают различной прочности материалов на растяжение и сжатие.

Пятая теория прочности (теория прочности Мора) позволяет учесть различное сопротивление материалов растяжению и сжатию.

Условие прочности, по теории Мора, имеет вид:

$$\sigma_{\text{окв}} = \sigma_1 - v\sigma_3 \leq \sigma_{\text{pp}} \quad (2.7.19)$$

где  $v = \frac{\sigma_{\text{п.р}}}{\sigma_{\text{п.с}}} ;$

$\sigma_{\text{п.р}}$  — предельное напряжение при растяжении;

$\sigma_{\text{п.с}}$  — предельное напряжение при сжатии.

Для пластичных материалов предельные напряжения равны соответствующим пределам текучести:

$$\sigma_{\text{п.р}} = \sigma_{\text{т.р}} ;$$

$$\sigma_{\text{п.с}} = \sigma_{\text{т.с}} .$$

Для хрупких материалов предельные напряжения равны пределам прочности:

$$\sigma_{\text{п.р}} = \sigma_{\text{пч.р}} ;$$

$$\sigma_{\text{п.с}} = \sigma_{\text{пч.с}} .$$

Таким образом, теория Мора может рассматриваться и как теория пластичности, и как теория разрушения.

При  $v=1$  теория прочности Мора совпадает с третьей теорией.

Для хрупких материалов теория Мора дает удовлетворительные результаты, хотя и приводит к завышенным размерам сечений.

Наилучшие результаты дает теория Мора при  $\sigma_1 > 0$  и  $\sigma_3 < 0$ .

#### 2.7.2.6. Рекомендации по применению теорий прочности

На основании имеющихся опытных данных можно считать, что для пластичных материалов при трехосном напряженном состоянии удовлетворительные результаты дают четвертая и третья теории прочности.

Что же касается хрупких материалов, то для них рекомендуется пятая теория прочности (теория прочности Мора).

#### 2.7.3. Расчеты на прочность и жесткость при сложном сопротивлении

Рекомендуется следующий порядок решения таких задач.

Вначале с помощью метода сечений определяют внутренние силовые факторы, возникающие в поперечных сечениях стержня.

При *сложной* нагрузке рекомендуется строить эпюры внутренних усилий, позволяющие определить положение *опасного сечения*.

В некоторых случаях по эпюрам внутренних усилий не представляется возможным с полной уверенностью установить, какое сечение является опасным, при этом по эпюрам устанавливают два (а иногда и более) *предположительно опасных сечения* и для каждого из них производят расчет.

После этого на основании принципа независимости действия сил (см. раздел 2.2.4) определяют *нормальные* и *касательные* напряжения от *каждого* внутреннего усилия *отдельно*, пользуясь полученными в предыдущих разделах формулами.

Исследуя *распределение* напряжений по *сечению*, устанавливают *опасную* (или предположительно опасную) точку, для которой и составляют *условие прочности*.

Если окажется, что в опасной точке имеет место *одноосное* напряженное состояние (одноосное растяжение или сжатие), то для расчета на прочность достаточно сопоставить возникающее в этой точке суммарное (то есть от всех внутренних усилий) нормальное напряжение с допускаемым  $\sigma_{pp}$  или  $\sigma_{cp}$ .

В случае же, если напряженное состояние в опасной точке является *двухосным* (при расчете бруса случаи трехосного напряженного состояния не встречаются), расчет следует выполнять, применяя ту или иную *теорию прочности*.

*Выбор теории прочности* определяется в первую очередь состоянием материала (*пластическое* или *хрупкое*).

При необходимости определения того или иного перемещения также используется *принцип независимости действия сил* (сложение перемещения производится, как правило, геометрически).

#### 2.7.3.1. Изгиб с кручением

В конструкциях различных механизмов очень часто встречаются детали, работающие на совместное действие изгиба и кручения. Характерным примером таких деталей являются валы самых разнообразных устройств.

Силы, которые передаются на вал механизма, в общем случае приводят к появлению в поперечных сечениях вала крутящего момента  $T_k = T_x$ , изгибающих моментов  $M_x$  и  $M_y$ , а также поперечных сил  $F_{tx}$  и  $F_{ty}$ . Под действием указанных силовых факторов в сечениях возникают нормальные (от изгиба) и касательные (от изгиба и кручения) напряжения. Величиной касательных напряжений от изгиба обычно

пренебрегают, поскольку она незначительна по сравнению с величиной касательных напряжений от кручения. Так же пренебрегают сжимающих сил на прочность вала. Поэтому фактически рассматривают сочленение кручения с чистым изгибом.

Рассмотрим вал-червяк круглого поперечного сечения (рис. 2.7.5).

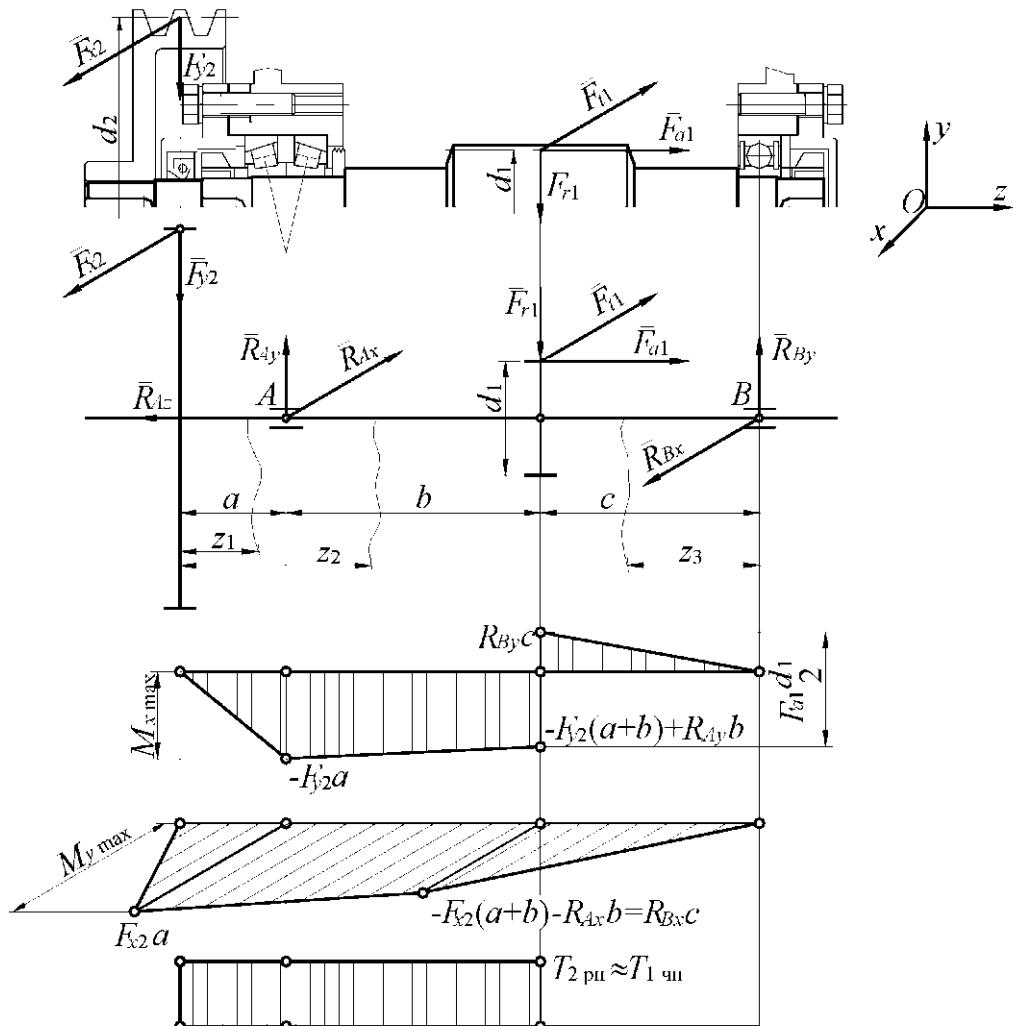


Рис. 2.7.5

Решение этой задачи производим с использованием принципа независимости действия сил.

#### 2.7.3.1.1. Определение составляющих реакций в опорах

Силовую картину рассмотрим отдельно в плоскостях:

- вертикальной ( $YOZ$ );
- горизонтальной ( $XOZ$ ).

Плоскость  $YOZ$ :

1. Составим уравнение моментов, действующих на вал относительно опоры A, исходя из условия равновесия системы.

Единого правила знаков при решении подобных задач не существует. Условимся, для определенности, при решении подобных задач, считать положительным момент, действующий по часовой стрелке, и отрицательным – действующий против часовой стрелки.

Тогда:

$$\Sigma M_A = -F_{y2}a + F_{r1}b + F_{a1}\frac{d_1}{2} - R_{By}(b+c) = 0, \quad (2.7.36)$$

откуда:

$$R_{By} = \frac{-F_{y2}a + F_{r1}b + F_{a1}\frac{d_1}{2}}{b+c}. \quad (2.7.37)$$

2. Исходя из условия равновесия системы, составим уравнение суммы сил, действующих на вал:

$$\Sigma F_y = -F_{y2} + R_{Ay} - F_{r1} + R_{By} = 0, \quad (2.7.38)$$

откуда:

$$R_{Ay} = F_{r1} - R_{By} + F_{y2}. \quad (2.7.39)$$

$$\Sigma F_z = F_{a1} - R_{Az} = 0, \quad (2.7.40)$$

откуда:

$$F_{a1} = R_{Az}. \quad (2.7.41)$$

Плоскость  $XOZ$ :

1. Составим уравнение моментов, действующих на вал относительно опоры  $A$ , исходя из условия равновесия системы.

$$\Sigma M_A = -F_{x2}a - F_{t1}b + R_{Bx}(b+c) = 0, \quad (2.7.42)$$

откуда:

$$R_{Bx} = \frac{F_{x2}a + F_{t1}b}{b+c}. \quad (2.7.43)$$

2. Исходя из условия равновесия системы, составим уравнение суммы сил, действующих на вал:

$$\Sigma F_x = F_{x2} - R_{Ax} - F_{t1} + R_{Bx} = 0, \quad (2.7.44)$$

откуда:

$$R_{Ax} = F_{x2} - F_{t1} + R_{Bx}. \quad (2.7.45)$$

### 2.7.3.1.2. Построение эпюор изгибающих моментов

Определим изгибающие моменты в сечениях вала, которые численно равны алгебраической сумме изгибающих моментов всех внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.

Плоскость  $YOZ$ :

$$\Sigma M_{z1} = -F_{y2}z_1, \quad (2.7.46)$$

где  $0 \leq z_1 \leq a$ .

При  $z_1=0 M_{z1}=0$ ;

при  $z_1=a M_{z1}=-F_{y2}a$ ;

$$\Sigma M_{z2} = -F_{y2}z_2 + R_{Ay}(z_2 - a), \quad (2.7.47)$$

где  $a \leq z_2 \leq a+b$ .

При  $z_2=a M_{z2}=-F_{y2}a$ ;

при  $z_2=a+b M_{z2}=-F_{y2}(a+b) + R_{Ay}b$ ;

$$\Sigma M_{z3} = R_{By}z_3, \quad (2.7.48)$$

где  $0 \leq z_3 \leq c$ .

При  $z_3=0 M_{z3}=0$ ;

при  $z_3=a M_{z3}=R_{By}c$ ;

По полученным данным строится эпюра  $M_x$ .

Плоскость  $XOZ$ :

$$\Sigma M_{z1} = -F_{x2}z_1, \quad (2.7.49)$$

где  $0 \leq z_1 \leq a$ .

При  $z_1=0 M_{z1}=0$ ;

при  $z_1=a M_{z1}=-F_{x2}a$ ;

$$\Sigma M_{z2} = F_{x2}z_2 - R_{Ax}(z_2 - a), \quad (2.7.50)$$

где  $a \leq z_2 \leq a+b$ .

При  $z_2=a M_{z2}=F_{x2}a$ ;

при  $z_2=a+b M_{z2}=F_{x2}(a+b) - R_{Ax}b$ ;

$$\Sigma M_{z3} = R_{Bx}z_3, \quad (2.7.51)$$

где  $0 \leq z_3 \leq c$ .

При  $z_3=0 M_{z3}=0$ ;

при  $z_3=a M_{z3}=R_{Bx}c$ .

По полученным данным строится эпюра  $M_y$ .

### 2.7.3.1.3. Построение эпюр крутящих моментов

Определим крутящие моменты в сечениях вала, которые численно равны алгебраической сумме крутящих моментов, действующих по одному сторону от рассматриваемого сечения.

$$\Sigma T_{z1} = T_{2\text{ при}}, \quad (2.7.52)$$

где  $0 \leq z_1 \leq a$ .

При  $z_1=0 T_{z1} = T_{2\text{ при}}$ ;

при  $z_1=a$   $T_{z1}=T_{z\text{ pp}}$ ;  
 $\Sigma T_{z2}=T_{2\text{ pp}}$ , (2.7.53)

где  $a \leq z_2 \leq a+b$ .

При  $z_2=a$   $T_{z2}=T_{z\text{ pp}}$ ;  
 при  $z_2=a+b$   $T_{z2}=T_{z\text{ pp}}$ ;  
 $\Sigma T_{z3}=0$ , (2.7.54)

где  $0 \leq z_3 \leq c$ .

При  $z_3=0$   $T_{z3}=0$ ;

при  $z_3=a$   $T_{z3}=0$ ;

По полученным данным строится эпюра кручящих моментов  $T$ .

#### 2.7.3.1.4. Проверка прочности вала

Сопоставляя полученные эпюры, находим, что наиболее опасным являются сечение под подшипником  $A$ .

В каждом сечении круглого вала имеет место прямой изгиб от действия *результатирующего изгибающего момента*:

$$M_i = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}. \quad (2.7.55)$$

Нормальные напряжения от этого момента достигают наибольших значений в крайних волокнах вала и определяются по формуле:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_i}{W} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{W}. \quad (2.7.56)$$

В любой точке контура поперечного сечения вала действуют также максимальные касательные напряжения от кручения, связанные с величиной крутящего момента соотношением:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_p} = \frac{T}{2W}. \quad (2.7.57)$$

В формулах (2.7.56) и (2.7.57):

$W$  – осевой момент сопротивления сечения вала.

Прочность вала в опасном сечении проверяют по формулам приемлемых теорий прочности.

Воспользуемся, например, условием прочности (2.7.10), исходя из третьей теории.

Подставив в это условие выражения (2.7.56) и (2.7.57) для напряжений  $\sigma$  и  $\tau$ , получим:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{\sqrt{M_i^2 + T^2}}{W} \leq \sigma_p. \quad (2.7.58)$$

Если исходить из четвертой теории прочности, то согласно условию (2.7.18), после подстановок (2.7.56) и (2.7.57) получим:

$$\sigma_{\text{екв}} = \frac{\sqrt{M_i^2 + 0,75T^2}}{W} \leq \sigma_p. \quad (2.7.59)$$

При проверочных расчетах, когда диаметр вала известен, коэффициент безопасности определяется, как:

$$S = \frac{\sigma_t}{\sigma_{\text{екв}}}, \quad (2.7.60)$$

где  $\sigma_t$  — предел текучести.

По третьей теории прочности значение  $\sigma_{\text{екв}}$  определяется выражением (2.7.10). Для этого случая:

$$S = \frac{\sigma_t}{\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{\sigma_t^2} + \frac{\tau^2}{(0,5\sigma_t)^2}}}.$$

В соответствии с третьей теорией  $\tau_t = 0,5\sigma_t$ , поэтому:

$$S = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{\sigma_t^2} + \frac{\tau_t^2}{\sigma_t^2}}}. \quad (2.7.61)$$

Формула (2.7.61) после преобразований принимает вид:

$$S = \frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}}, \quad (2.7.62)$$

где  $S_\sigma = \frac{\sigma_t}{\sigma}$  — коэффициент безопасности по нормальным напряжениям;

$S_\tau = \frac{\tau_t}{\tau}$  — коэффициент безопасности по касательным напряжениям.

Следует отметить, что зависимости (2.7.61) и (2.7.62) остаются в силе и для четвертой теории прочности, только в этом случае:

$$\tau_t \approx 0,58\sigma_t. \quad (2.7.63)$$

## 2.8. Местные напряжения

### 2.8.1. Виды местных напряжений

Изложенные в предыдущих разделах методы расчетов на прочность для различных видов деформаций предполагают определенную

схематизацию элементов конструкций и внешней нагрузки. Так, внешняя нагрузка переносится на ось бруса и прикладывается к ней в виде сил и пар. Полученная таким образом нагрузка на ось может, очевидно, соответствовать действительным способам приложения внешних сил к поверхности бруса. Однако распределение напряжений внутри бруса в том и другом случаях будет не везде одинаковым.

При решении практических задач указанной выше схематизацией пользуются весьма широко. Расчетные зависимости позволяют достаточно точно определять основные напряжения в брусе и дают *погрешности* только в тех областях бруса, которые *непосредственно прилегают к месту приложения нагрузок*.

Дополнительные напряжения, накладывающиеся на основные в отмеченных областях, носят название *местных напряжений*.

### 2.8.2. Концентрация напряжений

Резкое изменение размеров сечения, ослабления его всякого рода отверстиями и выточками также приводят к довольно значительным местным отклонениям от общего закона распределения напряжений. Это явление носит общее название *концентрации напряжений*, а причина, вызвавшая его (отверстие, выточка и т.д.), – *концентратора напряжений*.

Определение напряжений в местах концентрации производится экспериментально или методами теории упругости. Поскольку аналитическое решение указанной задачи довольно сложно и не является предметом данного курса, рассмотрим лишь основные результаты исследований применительно к каждому из основных видов деформаций.

Предварительно остановимся на некоторых понятиях и определениях, встречающихся при расчетах на прочность с учетом концентрации напряжений.

*Номинальным* называют такое напряжение, которое определяется по общим формулам сопротивления материалов в предположении, что концентрация напряжений отсутствует.

Например, для полосы с отверстием:

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad (2.8.1)$$

где  $A$  – площадь ослабленного сечения.

Количественной характеристикой концентрации напряжений является *коэффициент концентрации*.

Различают *теоретический* и *эффективный* коэффициенты концентрации.

Отношение максимального местного напряжения к номинальному называется теоретическим коэффициентом концентрации напряжений:

$$\alpha_{\kappa\sigma} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma}, \quad (2.8.2)$$

$$\alpha_{\kappa\tau} = \frac{\tau_{\max}}{\tau}.$$

Теоретический коэффициент концентрации напряжений, определяемый в предположении, что для материала при деформации выполняется закон Гука, во многих случаях не дает правильного представления о влиянии концентрации напряжений на прочность детали, так как он зависит только от вида концентратора и его размеров и не учитывает свойства материала. Опыты показывают, что для большинства материалов снижение прочности при наличии концентрации напряжений получается меньше чем в  $\alpha_k$  раз. Это снижение определяется экспериментально, как отношение предела прочности  $\sigma_b$  детали без концентрации напряжений к пределу прочности  $\sigma_{b,k}$  детали, имеющей заданный концентратор напряжений:

$$k_\sigma = \frac{\sigma_b}{\sigma_{b,k}}, \quad (2.8.3)$$

$$k_\tau = \frac{\tau_b}{\tau_{b,k}}.$$

Коэффициент  $k$  называется эффективным коэффициентом концентрации напряжений.

Опыты показывают, что при статических нагрузках для деталей из пластичных материалов практически  $k=1$ , то есть для таких нагрузок концентрация напряжений должна учитываться лишь при расчете деталей из хрупких или малопластичных материалов.

При действии переменной нагрузки (расчет на выносливость) концентрация напряжений учитывается для всех материалов.

Значения  $\alpha_k$  и  $k$  приводятся в справочниках.

### 2.8.2.1. Концентрация напряжений при растяжении (сжатии)

На рис. 2.8.1, а показана эпюра нормальных растягивающих напряжений в сечении широкой полосы, ослабленном небольшим круглым отверстием, а на рис. 2.8.1, б – в сече-

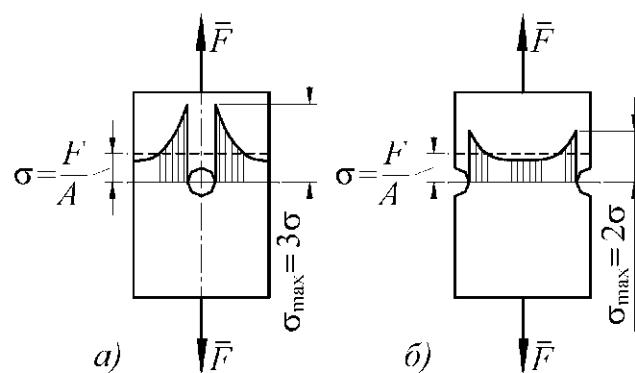


Рис. 2.8.1

нии, ослабленном полукруглыми выкружками.

Максимальное напряжение у края отверстия  $\sigma_{\max}$  (рис. 2.8.1, а) в три раза больше среднего (номинального), вычисленного по формуле:

$$\sigma = \frac{F}{A}.$$

Для широкой полосы с небольшими полукруглыми ослаблениями по краям максимальное напряжение в два раза больше номинального (рис. 2.8.1, б). При этом чем меньше радиус, тем в большей степени максимальные напряжения отличаются от номинальных.

Чтобы уменьшить влияние концентрации напряжений на прочность элементов конструкций, следует по возможности избегать глубоких выточек, выкружек, резких переходов сечений и т.п. Необходимо также стремиться к тщательной обработке поверхностей деталей, особенно изготовленных из высокопрочных закаленных сталей.

### 2.8.2.2. Концентрация напряжений при изгибе

В местах резкого изменения формы или размеров поперечных сечений балки наблюдается концентрация напряжений. На рис. 2.8.2 приведены эпюры нормальных напряжений, возникающих в балке при отсутствии концентрации напряжений (рис. 2.8.2, а) и при наличии концентрации (рис. 2.8.2, б).

В последнем случае вследствие резкого изменения сечения в его крайних волокнах действуют максимальные напряжения:

$$\sigma_{\max} = \alpha_{k\sigma} \sigma_n,$$

где  $\sigma_n = \frac{M_x}{W_x} = \frac{Fl}{W_x}$  [см. формулу (2.6.25)].

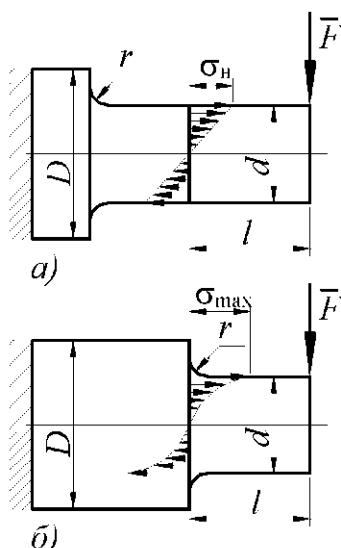


Рис. 2.8.2

Величина теоретического коэффициента концентрации напряжений в данном случае зависит от соотношения диаметров  $d$  и  $D$  сопрягаемых участков балки, а также от радиуса закругления  $r$  в месте сопряжения этих участков.

Для определения величины эффективного коэффициента концентрации проводят испытания на изгиб специальных образцов. Установив значения временного сопротивления материала образца без концентрации напряжений ( $\sigma_{в.и.}$ ) и с концентрацией ( $\sigma_{в.и.к.}$ ), находят  $k$ :

$$k_\sigma = \frac{\sigma_{в.и.}}{\sigma_{в.и.к.}}.$$

Чтобы уменьшить концентрацию напряжений в деталях, испытывающих деформацию изгиба, необходимо предусматривать плавные переходы от одного размера сечения к другому, закругления в углах, уменьшение жесткости более массивной части детали в месте перехода, и т.п. Все это приводит к заметному снижению коэффициента концентрации и, следовательно, благоприятно сказывается на прочности деталей.

### 2.8.2.3. Концентрация напряжений при кручении

Местное увеличение напряжений при кручении вызывается резким изменением контура поперечного или продольного сечения вала (наличием отверстия, резьбы, выточки, канавки и т.д.).

Как при растяжении или изгибе, величина максимального касательного напряжения в зоне концентрации определяется произведением номинального напряжения  $\tau_n$  на коэффициент  $\alpha_{kt}$ , то есть:

$$\tau_{\max} = \alpha_{kt} \tau_n .$$

Значение  $\tau_n$  вычисляют для наименьшего сечения по обычным формулам сопротивления материалов. Например, при расчете круглых валов используется зависимость (2.6.9):

$$\tau_{\max} = \frac{T_k}{W_p}, \quad (2.8.4)$$

Рассмотрим концентрацию напряжений у продольных шпоночных пазов. Если шпоночный паз имеет прямоугольное сечение (рис. 2.8.3), то в выступающих углах *m* касательные напряжения равны нулю, а во входящих углах *n* напряжения теоретически бесконечно велики (практически же их величина ограничена пределом текучести – если вал изготовлен из пластичного материала).

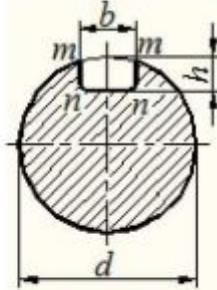


Рис. 2.8.3

Как показали исследования, коэффициент концентрации напряжений для паза при заданных глубине его и размерах вала зависит главным образом от кривизны поверхности по дну паза. Поэтому углы *n* необходимо скруглять, причем с увеличением радиуса скругления концентрация напряжений будет уменьшаться. Так, с увеличением радиуса от 0,1 до 0,5 глубины паза коэффициент  $\alpha_k$  снижается более чем в 2 раза.

Если вал имеет поперечную кольцевую выточку полукруглого сечения с очень малым радиусом (рис. 2.8.4), то касательное напряжение в глубине выточки вдвое больше, чем на поверхности вала без выточки.

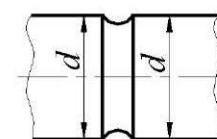


Рис. 2.8.4

На практике часто применяют цилиндрические валы с различными диаметрами на разных участках, причем

участки сопрягаются кольцевыми выкружками (рис. 2.8.5, а). При кручении таких валов в начале закругления имеет место высокая концентрация напряжений (эпюра касательных напряжений в зоне концентрации показана на рис. 2.8.5, б).

Для случая, когда  $\frac{D}{d} = 2$  и  $\frac{2r}{d} = 0,04$ , величина теоретического коэффициента концентрации  $\alpha_k = 2,4$ .

Чтобы уменьшить концентрацию напряжений, следует избегать резких изменений контура сечения, применяя в местах ступенчатого изменения диаметра вала переходные кривые возможно большего радиуса. Влияние концентрации напряжений на прочность деталей машин, испытывающих деформацию растяжения (сжатия), изгиба или кручения, проявляется примерно одинаково.

Опыты показывают, что для *пластичных* материалов концентрация напряжений при статических нагрузках не представляет опасности, поскольку за счет текучести в зоне концентрации происходит перераспределение (выравнивание) напряжений. Величина эффективного коэффициента концентрации  $k$  в этом случае близка к единице.

*Хрупкие* материалы, напротив, весьма чувствительны к концентрации напряжений. Например, разрушение при кручении ступенчатого вала, изготовленного из закаленной стали, может произойти и при статической нагрузке, так как вследствие концентрации напряжений в местах перехода двух смежных диаметров возможно появление трещин. Поэтому в расчетах на статическую прочность деталей из хрупких и мало-пластичных материалов необходимо учитывать концентрацию напряжений, причем для таких материалов эффективный коэффициент концентрации  $k$  весьма близок по своему значению к теоретическому  $\alpha_k$ .

В случае *динамических* нагрузок концентрация напряжений существенно снижает прочность деталей как из хрупких, так и пластичных материалов, что необходимо учитывать в практических расчетах.

### 2.8.3. Контактные напряжения

При взаимном сжатии двух соприкасающихся тел в зоне контакта возникают *местные* напряжения. Вследствие деформации материала в месте соприкосновения возникает *площадка* контакта, по которой и происходит передача давления. Материал вблизи такой площадки, не имея возможности свободно деформироваться, испытывает объемное

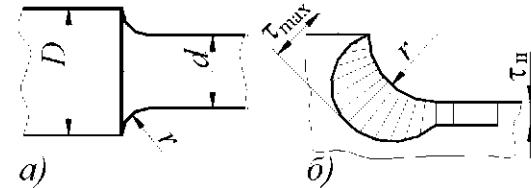


Рис. 2.8.5

напряженное состояние. Если *первоначальный контакт* тел происходит в *точке* или по *линии*, то такие напряжения называют *контактными*.

В результате деформации контактирующих тел начальный точечный или линейный контакт переходят в контакт по некоторой малой площадке. Давление, передаваемое от одной детали к другой, распределено по контактной площадке неравномерно.

Определение контактных напряжений и деформаций производится методами теории упругости при следующих *допущениях*:

- a)* в зоне контакта возникают только упругие деформации, следующие закону Гука;
- б)* линейные размеры площадки контакта малы по сравнению с радиусами кривизны соприкасающихся поверхностей;
- в)* силы давления, распределенные по поверхности контакта, нормальны к этим поверхностям;
- г)* на поверхности контакта возникают только нормальные напряжения.

Как доказывается в теории упругости, при этих допущениях силы давления распределяются по площадке контакта, имеющей в общем случае форму эллипса. Максимальное давление возникает в центре площадки контакта.

Контактные напряжения играют основную роль при расчете шариковых и роликовых подшипников, зубчатых колес, элементов кулачковых механизмов и т. д.

Ниже приведены (без вывода) некоторые расчетные формулы для частных случаев контактной деформации. Коэффициент Пуассона  $\mu$  принят равным 0,3.

1. При взаимном давлении двух упругих шаров диаметрами  $d_1$  и  $d_2$  (рис. 2.8.6) образуется круглая площадка контакта, радиус которой  $a$  может быть определен по формуле:

$$a = 0,698 \sqrt[3]{F} \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} \frac{E_1 + E_2}{E_1 E_2} \quad (2.8.5)$$

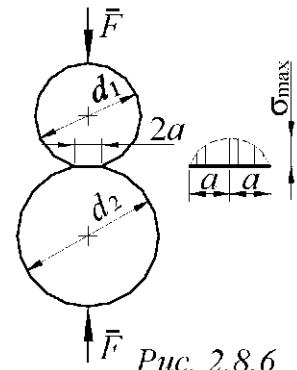


Рис. 2.8.6

Максимальное давление, следовательно, и сжимающее напряжение у поверхности контактирующих тел в центре площадки определяется по формуле:

$$\sigma_{\max} = 0,978 \sqrt[3]{F} \frac{(d_2 + d_1)^2}{d_1^2 d_2^2} \frac{E_1^2 E_2^2}{(E_1 + E_2)^2} \quad (2.8.6)$$

Формула (2.8.6) справедлива и для случая, когда *шар* диаметром  $d_1$  лежит на *вогнутой шаровой поверхности* диаметром  $d_1$  (рис. 2.8.7), только

в этом случае значение  $d_2$  следует взять с обратным знаком. В результате получим:

$$\sigma_{\max} = 0,978 \sqrt{F} \frac{(d_2 - d_1)^2}{d_1^2 d_2^2} \frac{E_1^2 E_2^2}{(E_1 + E_2)^2} \quad (2.8.7)$$

По сравнению с предыдущим случаем напряжения получаются меньшими.

В случае давления шара на плоскость напряжения определяют по формуле (2.8.6), если принять в ней значение  $d_2$  бесконечно большим:

$$\sigma_{\max} = 0,978 \sqrt{F} \frac{1}{d^2} \frac{E_1^2 E_2^2}{(E_1 + E_2)^2} \quad (2.8.8)$$

2. Контакт цилиндрических тел с параллельными образующими бесконечно большой длины (рис. 2.8.8).

При равномерно распределенной нагрузке  $q$  площадка касания имеет вид узкого прямоугольника, ширина которого равна:

$$b = 2,15 \sqrt{q} \frac{r_1 r_2}{r_2 + r_1} \frac{E_1 + E_2}{E_1 E_2}. \quad (2.8.9)$$

Максимальное напряжение сжатия определяется по формуле:

$$\sigma_{\max} = 0,418 \sqrt{q} \frac{r_2 + r_1}{r_1 r_2} \frac{2 E_1 E_2}{E_1 + E_2}. \quad (2.8.10)$$

В случае давления цилиндра на деталь с вогнутой цилиндрической поверхностью (рис. 2.8.9) значение  $\sigma_{\max}$  определяют по формуле:

$$\sigma_{\max} = 0,418 \sqrt{q} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \frac{2 E_1 E_2}{E_1 + E_2}. \quad (2.8.11)$$

Подставив в формулу (2.8.10) величину  $R_2 = \infty$ , получим выражение для  $\sigma_{\max}$  в случае взаимного давления цилиндра и детали с плоской поверхностью (рис. 2.8.10):

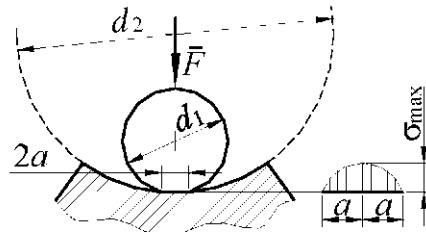


Рис. 2.8.7

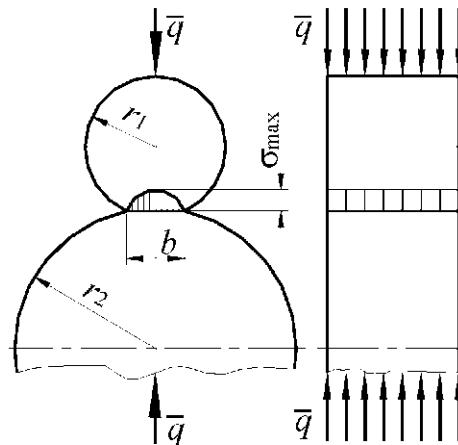


Рис. 2.8.8

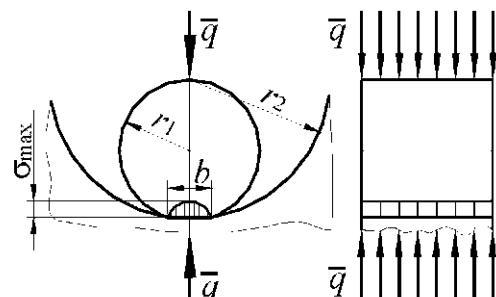


Рис. 2.8.9

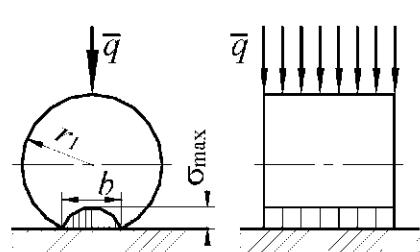


Рис. 2.8.10

$$\sigma_{\max} = 0,418 \sqrt{\frac{q}{r_1}} \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}. \quad (2.8.12)$$

На основании формул для определения  $\sigma_{\max}$  нетрудно установить, что контактные напряжения не являются линейной функцией нагрузки, с ростом сил они возрастают все медленнее. Это объясняется тем, что с увеличением нагрузки увеличивается и площадка контакта.

Следует обратить внимание на следующее: если размеры площадки контакта окажутся сопоставимыми с величиной радиусов кривизны соприкасающихся поверхностей, то приведенные выше расчетные зависимости применять нельзя.

Если начальный контакт происходит по некоторой площадке конечных размеров, то возникающие напряжения называют принято *напряжениями смятия* (рис. 2.8.11).

Аналогичная картина имеет место при контакте между поверхности тела болта или заклепки и цилиндрической поверхности отверстия. В этом случае обычно принимают, что напряжения *смятия* распределены по площадке контакта (смятия) равномерно.

Учитывая указанное допущение, получим следующую формулу для определения напряжения смятия:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}}, \quad (2.8.13)$$

где  $A_{\text{см}}$  — площадь смятия.

Уравнение прочности при смятии:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}} \leq \sigma_{\text{см} p}, \quad (2.8.14)$$

На основании опытных данных в расчетах на прочность допускаемые напряжения на смятие принимают в 2-2,5 раза больше допускаемых напряжений на обычное сжатие:

$$\sigma_{\text{см} p} = (2 - 2,5) \sigma_{\text{сж}}. \quad (2.8.15)$$

*Усталостное выкрашивание* является наиболее распространенным видом повреждения рабочих поверхностей зубьев колес, дорожек качения подшипников и др. Этот вид разрушения происходит при одновременном наличии двух условий:

- относительное *качение* контактирующих *сжатых* тел происходит с их относительным *проскальзыванием*;
- наличие *жидкой* смазки в зоне контакта.

Рассмотрим контакт двух тел, удовлетворяющий вышеуказанным условиям (рис. 2.8.12).

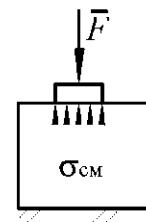


Рис. 2.8.11

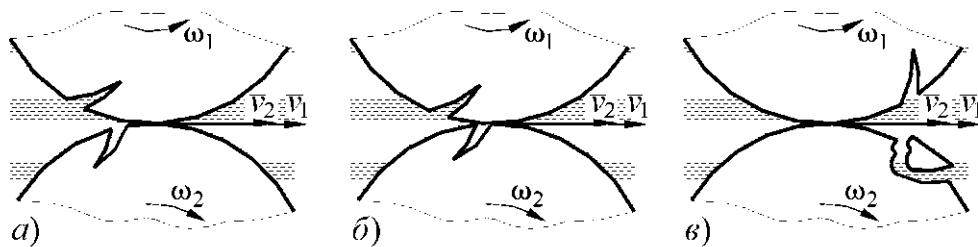


Рис. 2.8.12

Линейная скорость тела 1 в точке контакта несколько больше линейной скорости тела 2, т.е. соблюдается условие:

$$v_1 > v_2. \quad (2.8.16)$$

Для этого случая поверхность 1 является *опережающей* в относительном движении, а поверхность 2 – *отстающей*.

Под действием переменных сил трения первоначальные трещины ориентируются относительно поверхности так, как показано на рис. 2.8.12, а.

На *опережающем* теле 1 трещины ориентированы так, что в зоне наибольших контактных давлений масло из трещины выдавливается и роста трещины не происходит.

На *отстающем* теле 2 трещины ориентируются неблагоприятно. При встрече с сопряженной поверхностью края трещины соединяются и это препятствует истечению масла из трещины. В результате давление в трещине резко возрастает (рис. 2.8.12, б). Этим обусловлено расклинивающее действие, способствующее постепенному развитию трещины и выходу ее на поверхность (выламывание частиц металла) (рис. 2.8.12, в).

Из рассмотренного очевидно, что в большей степени контактному выкрашиванию подвержена *отстающая* в относительном движении поверхность.

Выкрашивание металла с поверхности контактирующих деталей может носить *ограниченный* или *прогрессирующий* характер.

*Ограничное* выкрашивание возникает на деталях тогда, когда из-за погрешностей изготовления или монтажа нагрузка первоначально концентрируется только на отдельных участках площадки контакта. В результате начального выкрашивания, локального пластического деформирования и т. п. общая поверхность контакта возрастает, концентрация нагрузки уменьшается и усталостное выкрашивание прекращается.

Если выкрашивание начинается при *нормальном* прилегании контактирующих поверхностей, то оно обычно оказывается *прогрессирующим*.

*Контактная усталость* деталей определяется:

- физико-механическими свойствами материалов;
- скоростью смещения (качения, скольжения);
- режимом нагружения;

- шероховатостью поверхностей;
- характеристиками и способом подачи смазки в зону контакта и др.

Наиболее существенное влияние на контактную прочность деталей оказывает *твердость поверхностей контакта*. Установлено, что пределы выносливости деталей из различных материалов прямо пропорциональны твердости рабочих поверхностей, т.е.:

$$\sigma_{H\lim} = C_B \cdot HB; \quad (2.8.17)$$

$$\sigma_{H\lim} = C_R \cdot HRC, \quad (2.8.18)$$

где  $C_B$  и  $C_R$  – коэффициенты, зависящие от материала и термообработки;

$HB$  и  $HRC$  – твердости соответственно по Бринеллю и по Роквеллу.

Для повышения контактной выносливости необходимо, в первую очередь, увеличивать твердость поверхностей контактирующих деталей (в большей степени для отстающих поверхностей).

## 2.9. Прочность материалов при переменных напряжениях

### 2.9.1. Основные понятия об усталостной прочности

Ранее были рассмотрены вопросы, связанные с расчетом на прочность упругих элементов конструкций, испытывающих действие *статических* нагрузок. При этом считалось, что прочность элементов будет обеспечена, если максимальные напряжения в их опасных сечениях не превышают предельных значений.

Однако, в случае действия на элементы конструкций нагрузок, *периодически изменяющихся во времени* по величине или по величине и направлению, разрушение материала происходит при напряжениях, значительно меньших предельных значений. С подобными действиями нагрузок встречаются при расчетах движущихся элементов машин и механизмов.

Нагрузки, вызывающие появление в поперечных сечениях периодически изменяющихся напряжений, называют *циклическими* нагрузками.

Совокупность всех значений напряжений за время одного периода их изменения носит название *цикла напряжений*.

*Частота изменения напряжений* характеризуется числом циклов в единицу времени, а продолжительность цикла во времени определяет *период цикла*.

Характер разрушения материала от воздействия на него циклических нагрузок существенно отличается от характера разрушения при статических нагрузках. Разрушение начинается обычно с образования *микротрешин*, которые прогрессивно развиваются вглубь материала, уменьшая тем самым площадь поперечного сечения детали. Разрушение всегда происхо-

дит внезапно, после того как площадь сечения сократится настолько, что не может выдержать заданной нагрузки. На поверхности излома всегда можно видеть две характерные зоны: зону постепенного разрушения от развития трещин (с гладкой поверхностью) и зону внезапного разрушения (имеющую вид крупнозернистого хрупкого излома).

Накопление необратимых механических изменений в материале при приложении циклических нагрузок называют *усталостью*, а разрушение в результате постепенного развития трещины – *усталостным разрушением*.

Способность материала воспринимать многократное действие переменных напряжений без разрушения носит название *выносливости*, или *циклической прочности*.

Максимальные переменные напряжения, при которых материал способен сопротивляться, не разрушаясь, при любом произвольно большом числе циклов нагружения, называют *пределом выносливости*.

Законы изменения переменных напряжений могут быть самыми разнообразными. На рис. 2.9.1 приведена кривая изменения во времени нормальных напряжений в коленчатом валу дизельного двигателя за один оборот. Напряжения изменяются по очень сложному закону, но имеют периодический (циклический) характер.

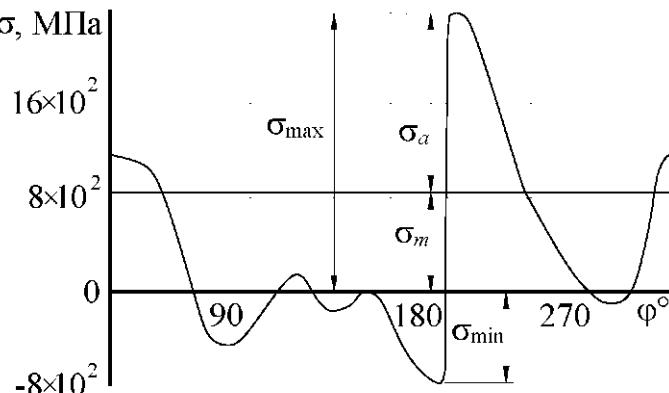


Рис. 2.9.1

Влияние формы кривой изменения напряжений на усталостную прочность деталей изучено недостаточно, но имеющиеся данные позволяют считать, что это влияние невелико, а решающую роль играют значения максимального и минимального напряжения цикла и их отношение. Поэтому в дальнейшем будет предполагать, что изменение напряжений во времени происходит по закону, близкому к *синусоиде* (рис. 2.9.2).

Цикл переменных напряжений характеризуется:

- максимальным по алгебраической величине напряжением  $\sigma_{\max}$ ;
- минимальным по алгебраической величине напряжением  $\sigma_{\min}$ ;
- средним напряжением  $\sigma_m$  (постоянной во времени (статической) составляющей цикла (положительной или отрицательной));

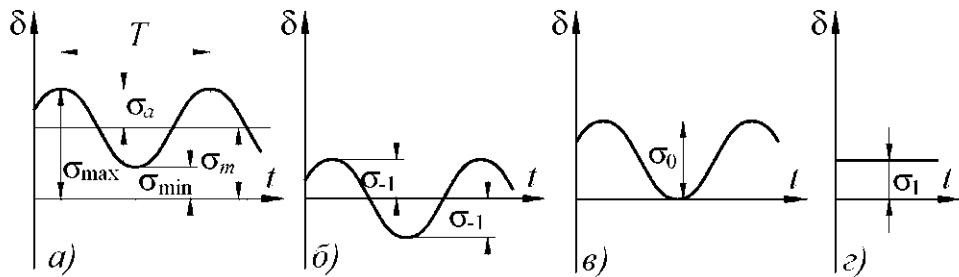


Рис. 2.9.2

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}, \quad (2.9.1)$$

— амплитудой цикла (наибольшим (положительным) значением переменной составляющей цикла напряжений);

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}, \quad (2.9.2)$$

— коэффициентом асимметрии цикла:

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (2.9.3)$$

Циклы, имеющие одинаковые значения  $r$ , называют *подобными*.

Из формул (2.9.1), (2.9.2), а также из рис. 2.9.2 очевидно, что:

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a; \quad (2.9.4)$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a. \quad (2.9.5)$$

Если:

$$\sigma_{\max} = -\sigma_{\min},$$

то такой цикл напряжений называется *симметричным* (рис. 2.9.2, б).

Для симметричного цикла:

$$\sigma_m = 0,$$

$$\sigma_a = \sigma_{-1},$$

$$r = -1.$$

Цикл напряжений, показанный на рис. 2.9.2, в, называют *отнулевым* или *пульсирующим*. Для этого случая:

$$\sigma_{\max} = \sigma_0, \sigma_{\min} = 0,$$

$$\sigma_m = \sigma_a = \frac{\sigma_0}{2}, r = 0.$$

Постоянное статическое напряжение (рис. 2.9.2, г) можно рассматривать как частный случай переменного цикла с характеристиками:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\min} = \sigma_m = \sigma_1,$$

$$\sigma_a = \sigma_1, r = 1.$$

Любой асимметричный цикл переменных напряжений можно представить как сумму симметричного цикла с максимальным напряжением, равным амплитуде заданного цикла, и постоянного напряжения, равного среднему напряжению заданного цикла (рис. 2.9.2, а).

Из рассмотренных циклов напряжений наиболее опасным является симметричный цикл, поскольку именно для него предел выносливости имеет минимальное значение.

В случае переменных касательных напряжений остаются в силе все приведенные здесь термины и соотношения, с заменой  $\sigma$  на  $\tau$ .

### 2.9.2. Предел выносливости при симметричном цикле.

#### Диаграмма пределов выносливости

Величину предела выносливости при симметричном цикле определяют на основании опытных данных. Для этого испытывают серию одинаковых образцов, каждый из которых подвергают действию переменных напряжений. Целью испытаний является определение числа циклов  $N$ , при котором разрушается каждый образец. Кривую, построенную по экспериментальным данным в координатах  $(\sigma_{\max}, N)$ , называют *кривой выносливости* (рис. 2.9.3).

Для большинства металлов характерной особенностью кривой выносливости является наличие горизонтальной асимптоты. Последняя является следствием того, что при некотором значении наибольшего напряжения цикла образец может выдержать теоретически бесконечно большое число циклов нагружения.

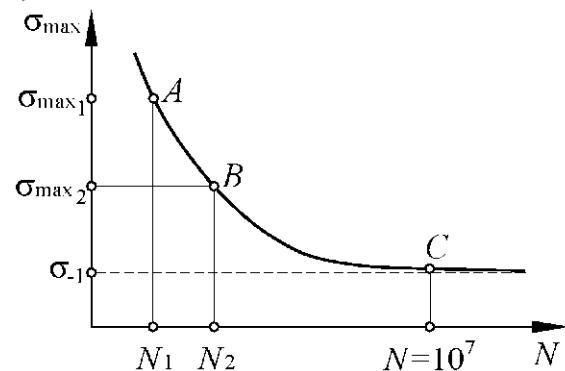


Рис. 2.9.3

Это напряжение, как отмечалось, носит название *предела выносливости* и обозначается в общем случае  $\sigma_r$ , где  $r$  — коэффициент асимметрии цикла.

При симметричном цикле  $r=-1$ , а потому  $\sigma_r=\sigma_{-1}$ .

Для черных металлов за предел выносливости принимают то предельное значение наибольшего напряжения, при котором не происходит разрушения после прохождения  $10^7$  циклов. Это число циклов называют *базовым* и обозначают, как  $N_0$ .

Для цветных металлов и для закаленных сталей не удается установить такое число циклов, выдержав которое, образец не разрушился бы в дальнейшем. Для этих случаев введено понятие *предела ограниченной*

*выносливости*, как наибольшего по величине максимального напряжения цикла, при котором образец способен выдержать определенное число циклов (обычно  $N=10^8$ ).

Число циклов, выдерживаемых образцом до разрушения при напряжениях, превышающих предел выносливости, определяет его *долговечность*.

Экспериментально установлено, что между пределами выносливости при изгибе ( $\sigma_{-1}$ ), кручении ( $\tau_{-1}$ ) и растяжении-сжатии ( $\sigma_{-1p}$ ) в случае симметричных циклов имеют место для некоторых материалов определенные соотношения.

Примерные их значения следующие:

при *растяжении-сжатии*:

$$\sigma_{-1p} = 0,7\sigma_{-1} \text{ (для сталей)}$$

$$\sigma_{-1p} = 0,65\sigma_{-1} \text{ (для чугуна);}$$

при *кручении*:

$$\tau_{-1} = 0,55\sigma_{-1} = 0,55\sigma_{-1} \text{ (для сталей и легких сплавов)}$$

$$\tau_{-1} = 0,8\sigma_{-1} \text{ (для чугуна).}$$

Зная величину временного сопротивления  $\sigma_b$ , можно найти приближенные значения предела выносливости  $\sigma_{-1}$  по следующим эмпирическим соотношениям:

для углеродистой стали  $\sigma_{-1} = (0,40-0,45)\sigma_b$ ;

для легированной стали  $\sigma_{-1} = (0,40-0,45)\sigma_b + (70-80) \text{ Н/мм}^2$ ;

для чугуна  $\sigma_{-1} = 0,4\sigma_b$ ;

для цветных металлов  $\sigma_{-1} = (0,24-0,50)\sigma_b$ ;

У большинства металлов предел выносливости при симметричном цикле ниже предела упругости; только для мягкого железа и красной меди он оказывается выше.

### 2.9.3. Диаграмма предельных напряжений

Для полной характеристики усталостной прочности материала необходимо иметь данные о его пределах выносливости при различных циклах напряжений.

Экспериментальные исследования показывают, что значительное влияние на величину предела выносливости оказывает *асимметрия цикла*. Наименьшее значение предел выносливости имеет при *симметричном* цикле напряжений и *наибольшее* – при *постоянном*. В последнем случае величина предела выносливости равна пределу прочности.

Циклы напряжений, у которых наибольшее напряжение равно пределу выносливости, называют *пределыми*.

Для определения предела выносливости при действии напряжений с асимметричными циклами строятся диаграммы различных типов. Наиболее распространенной из них являются – *диаграмма предельных напряжений* в координатах  $\sigma_{\max} - \sigma_m$  (диаграмма Смита) (рис. 2.9.4), в которой *предельное напряжение цикла*, соответствующее пределу выносливости, откладывается по вертикальной оси, *среднее напряжение – по горизонтальной оси*.

Вначале на ось  $\sigma_{\max}$  наносится точка  $C$ , ордината которой представляет собой предел выносливости при симметричном цикле  $\sigma_{-1}$  (при симметричном цикле среднее напряжение  $\sigma_m$  равно нулю). Затем экспериментально определяют предел выносливости для какой-нибудь асимметричной нагрузки, например для отнулевой, у которой максимальное напряжение  $\sigma_{\max}$  всегда в два раза больше среднего  $\sigma_m$ .

На диаграмму нанесем точку  $P$ , ордината которой представляет собой предел выносливости для отнулевого цикла  $\sigma_0$ . Для многих материалов значения  $\sigma_{-1}$  и  $\sigma_0$  определены и приводятся в справочниках.

Аналогично опытным путем определяют предел выносливости для асимметричных циклов с другими параметрами.

Результаты наносят на диаграмму в виде точек  $A$ ,  $B$  и т.д., ординаты которых есть пределы выносливости для соответствующих циклов напряжений. Точка  $D$ , лежащая одновременно и на биссектрисе  $OD$ , характеризует предельное напряжение (предел прочности) для постоянной нагрузки, у которой  $\sigma_{\max} = \sigma_m$ .

Так как для пластичных материалов опасным напряжением является также предел текучести  $\sigma_t$ , то на диаграмме наносится горизонтальная линия  $KL$ , ордината которой равна  $\sigma_t$ . (Для пластичных материалов, диаграмма растяжения которых не имеет площадки текучести, роль  $\sigma_t$  играет условный предел текучести  $\sigma_{0.2}$ .) Следовательно, диаграмма предельных напряжений окончательно имеет вид  $CAPKL$ .

Обычно эту диаграмму упрощают, заменяя ее двумя прямыми  $CM$  и  $ML$ , причем прямую  $CM$  проводят через точку  $C$  (соответствующую симметричному циклу) и точку  $P$  (соответствующую отнулевому циклу).

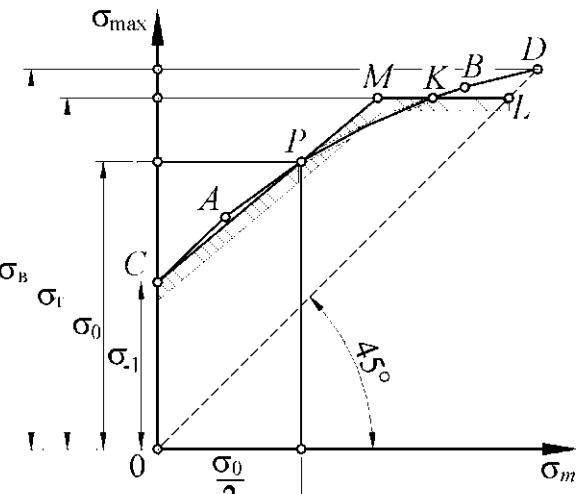


Рис. 2.9.4

Указанный способ схематизации диаграммы предельных напряжений предложен С.В.Серенсеном и Р.С.Кинасошвили.

В этом случае в пределах прямой  $CM$  предельное напряжение цикла (предел выносливости) выражается уравнением:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{-1} + \frac{\sigma_0 - \sigma_{-1}}{\sigma_0} \sigma_m = \sigma_{-1} + \left(1 - \psi_{\sigma}\right) \sigma_m \quad (2.9.6)$$

2

или

$$\sigma_a = \sigma_{\max} - \sigma_m = \sigma_{-1} + \psi_{\sigma} \sigma_m, \quad (2.9.7)$$

где

$$\psi_{\sigma} = \frac{(2\sigma_{-1} - \sigma_0)}{\sigma_0}. \quad (2.9.8)$$

Аналогично:

$$\tau_{\max} = \tau_{-1} + \frac{\tau_0 - \tau_{-1}}{\tau_0} \tau_m = \tau_{-1} + \left(1 - \psi_{\tau}\right) \tau_m \quad (2.9.9)$$

2

или

$$\tau_a = \tau_{\max} - \tau_m = \tau_{-1} + \psi_{\tau} \tau_m, \quad (2.9.10)$$

где

$$\psi_{\tau} = \frac{(2\tau_{-1} - \tau_0)}{\tau_0}. \quad (2.9.11)$$

Коэффициенты  $\psi_{\sigma}$  и  $\psi_{\tau}$  характеризует чувствительность материала к асимметрии цикла. Значения  $\psi_{\sigma}$  и  $\psi_{\tau}$  приведены в нижеприведенной таблице 2.9.1.

Таблица 2.9.1

Коэффициенты	$\sigma_B$ , МПа				
	320-420	400-500	600-750	700-1050	1050-1250
$\psi_{\sigma}$ (изгиб, растяжение, сжатие)	0	0	0,05	0,10	0,20
$\psi_{\tau}$ (кручение)	0	0	0	0,05	0,10

#### 2.9.4. Факторы, влияющие на величину предела выносливости

На выносливость элементов конструкций, находящихся в реальных условиях эксплуатации, влияет ряд факторов, которые при обычном статическом расчете не играют существенной роли. Опыт показывает, что на величину предела выносливости существенно влияют следующие факторы:

- концентрация напряжений,

- размеры деталей,
- состояние поверхности,
- характер технологической обработки и др.

#### **2.9.4.1. Влияние концентрации напряжений**

В местах резкого изменения поперечных размеров детали, у отверстий, надрезов, выточек и т.п. возникает, как известно, местное повышение напряжений, снижающее предел выносливости по сравнению с таковым для гладких цилиндрических образцов. Это снижение учитывается эффективным коэффициентом концентрации напряжений  $k$ , который определяется экспериментальным путем. Указанный коэффициент представляет собой отношение предела выносливости гладкого образца при симметричном цикле к пределу выносливости образца тех же размеров, но имеющего тот или иной концентратор напряжений:

для нормальных напряжений:

$$k_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1K}} \quad (2.9.12)$$

для касательных напряжений:

$$k_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1K}} \quad (2.9.13)$$

Значения  $k_{\sigma}$  и  $k_{\tau}$  приводятся в справочниках.

В тех случаях, когда экспериментальные данные по определению эффективного коэффициента концентрации напряжений отсутствуют, а известны значения теоретического коэффициента концентрации напряжений, можно использовать для определения  $k_{\sigma}$  и  $k_{\tau}$  следующие эмпирические формулы:

$$k_{\sigma} = 1 + q_{\sigma} (\alpha_{\sigma} - 1) \quad (2.9.14)$$

$$k_{\tau} = 1 + q_{\tau} (\alpha_{\tau} - 1) \quad (2.9.15)$$

где  $q_{\sigma}$ ,  $q_{\tau}$  — коэффициенты чувствительности материала к местным напряжениям.

Для конструкционных сталей в среднем величина  $q_{\sigma}$  равна 0,6–0,8. Более подробные данные о величине коэффициента чувствительности материала к местным напряжениям для стали приведены в справочниках.

Значения теоретических коэффициентов  $\alpha_{\sigma}$  и  $\alpha_{\tau}$  определяются либо теоретически (методом теории упругости), либо экспериментально путем сравнения пределов прочности образцов без концентрации напряжений и для образцов с концентрацией напряжений.

#### 2.9.4.2. Влияние размеров деталей

Экспериментально установлено, что с увеличением размеров испытуемого образца предел выносливости его понижается.

Это объясняется тем, что:

- на образцах больших размеров более вероятны дефекты материала,
- при изготовлении малых образцов имеет место упрочнение (наклеп) поверхностного слоя на относительно большую глубину, чем у образцов больших размеров.

Влияние размеров деталей на величину предела выносливости учитывается коэффициентом  $\varepsilon$ , представляющим собой отношение предела выносливости детали заданных размеров (диаметром  $d$ ) к пределу выносливости лабораторного образца подобной конфигурации, имеющего малые размеры ( $d_0=6-12$  мм). Это отношение называют *коэффициентом влияния абсолютных размеров сечения или масштабным фактором*.

Для нормальных напряжений:

$$\varepsilon_\sigma = \frac{(\sigma_{-1})_d}{(\sigma_{-1})_{d_0}}; \quad (2.9.16)$$

Для касательных напряжений:

$$\varepsilon_\tau = \frac{(\tau_{-1})_d}{(\tau_{-1})_{d_0}}. \quad (2.9.17)$$

Масштабные коэффициенты можно определять и на образцах с концентрацией напряжений.

Коэффициенты влияния абсолютных размеров сечения могут определяться и на образцах с концентрацией напряжений. В этом случае:

для нормальных напряжений:

$$\varepsilon_{\sigma_{\text{ок}}} = \frac{(\sigma_{-1\kappa})_d}{(\sigma_{-1\kappa})_{d_0}}; \quad (2.9.18)$$

для касательных напряжений:

$$\varepsilon_{\tau_{\kappa}} = \frac{(\tau_{-1\kappa})_d}{(\tau_{-1\kappa})_{d_0}}. \quad (2.9.19)$$

При этом как деталь размером  $d$ , так и образец размером  $d_0$  должны иметь геометрически подобную конфигурацию. Данные о значениях  $\varepsilon_\sigma$  приведены в справочниках. Из-за отсутствия достаточного количества экспериментальных данных о коэффициентах  $\varepsilon_\tau$  (при кручении) можно приблизенно принимать, что  $\varepsilon_\tau \approx \varepsilon_\sigma$ .

#### 2.9.4.3. Влияние состояния поверхности

Состояние поверхности деталей зависит от качества механической обработки. Так как разрушение материала от периодически изменяющихся нагрузок начинается с образования на поверхности микроскопических трещин, то очевидно, что их образованию способствует наличие на поверхности острых рисок и царапин. Последнее приводит, естественно, к уменьшению предела выносливости материала.

Для оценки влияния качества поверхности на предел выносливости вводится *коэффициент состояния поверхности*  $\beta$ , равный отношению предела выносливости детали с данной обработкой поверхности к пределу выносливости тщательно полированного образца:

для *нормальных напряжений*:

$$\beta_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1\text{II}}}{\sigma_{-1}}, \quad (2.9.20)$$

для *касательных напряжений*:

$$\beta_{\tau} = \frac{\tau_{-1\text{II}}}{\tau_{-1}}. \quad (2.9.21)$$

В справочной литературе приведены графики значений  $\beta$  в зависимости от предела прочности  $\sigma_v$  стали и способа упрочнения поверхностного слоя.

#### 2.9.4.4. Определение предела выносливости при симметричном цикле

Учитывая изложенное выше, общий коэффициент изменения предела выносливости при симметричном цикле можно записать как:

для *нормальных напряжений*:

$$k_{\sigma_{-1}} = \frac{k_{\sigma}}{\sigma_{\sigma}\beta_{\sigma}}, \quad (2.9.22)$$

для *касательных напряжений*:

$$k_{\tau_{-1}} = \frac{k_{\tau}}{\sigma_{\tau}\beta_{\tau}}. \quad (2.9.23)$$

Действительные пределы выносливости реальной детали вычисляются по формулам:

для *нормальных напряжений*:

$$(\sigma_{-1K})_d = \frac{\sigma_{-1}}{k_{\sigma_{-1}}} = \frac{\sigma_{-1}\varepsilon_{\sigma}\beta_{\sigma}}{k_{\sigma}}, \quad (2.9.24)$$

для *касательных напряжений*:

$$(\tau_{-1K})_d = \frac{\tau_{-1}}{k_{\tau_{-1}}} = \frac{\tau_{-1}\varepsilon_{\tau}\beta_{\tau}}{k_{\tau}}. \quad (2.9.25)$$

### 2.9.5. Расчеты на прочность при переменных напряжениях

Расчет элементов конструкций, находящихся под действием переменных нагрузок, обычно начинают со *статического расчета*, целью которого является *предварительное определение размеров*. Только после этого проводят *проверочный расчет* на выносливость, в результате которого определяют *фактический коэффициент безопасности*.

Коэффициент безопасности при *симметричном цикле* характеризуется отношением действительного предела выносливости детали к максимальному напряжению цикла  $\sigma_a$ :

для *нормальных* напряжений:

$$S_\sigma = \frac{(\sigma_{-1k})_d}{\sigma_a}; \quad (2.9.26)$$

для *касательных* напряжений:

$$S_\tau = \frac{(\tau_{-1k})_d}{\tau_a}. \quad (2.9.27)$$

При *сложном* напряженном состоянии коэффициент безопасности вычисляется обычно по формуле (2.7.62):

$$S = \frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}}, \quad (2.9.28)$$

где  $S_\sigma$  и  $S_\tau$  определяют по формулам (2.9.26) и (2.9.27).

Для определения коэффициента безопасности при *несимметричных* циклах в случае любого вида нагружения (изгиба, растяжения-сжатия, кручения) можно воспользоваться следующими зависимостями:

для *нормальных* напряжений:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma \sigma_a}{\varepsilon_\sigma \beta_\sigma} + \Psi_\sigma \sigma_m}; \quad (2.9.29)$$

для *касательных* напряжений:

$$S_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau \tau_a}{\varepsilon_\tau \beta_\tau} + \Psi_\tau \tau_m}. \quad (2.9.30)$$

В уравнениях (2.9.29) и (2.9.30):

$\Psi_\sigma$  — коэффициент, характеризующий чувствительность материала к асимметрии цикла по *нормальным* напряжениям;

$\Psi_\tau$  — коэффициент, характеризующий чувствительность материала к асимметрии цикла по *касательным* напряжениям.

Значения  $\psi_\sigma$  и  $\psi_\tau$  приводятся в справочниках.

При сложном напряженном состоянии коэффициент безопасности вычисляется по формуле (2.9.28).

Определив коэффициент безопасности по сопротивлению усталости, необходимо сравнить его с коэффициентом безопасности по сопротивлению пластическим деформациям, которые определяются по формулам:

для нормальных напряжений:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_t}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_t}{\sigma_a + \sigma_m}, \quad (2.9.31)$$

для касательных напряжений:

$$S_\tau = \frac{\tau_t}{\tau_{\max}} = \frac{\tau_t}{\tau_a + \tau_m}, \quad (2.9.32)$$

При сложном напряженном состоянии коэффициент безопасности вычислить по формуле (2.9.28).

Прочность рассчитываемой детали оценивают по наименьшему из коэффициентов безопасности, полученных при расчетах по сопротивлению усталости и по сопротивлению пластическим деформациям.

## **3. СОЕДИНЕНИЯ**

### **3.1 Общие сведения**

Способы соединения деталей при сборке машин, приборов и различных механизмов весьма разнообразны. Все соединения можно разделить на две основные группы:

- неразъемные;
- разъемные.

*Неразъемные* соединения не допускают разборки собранных деталей и применяются для упрощения технологии изготовления деталей или для сокращения расхода дефицитных материалов. В таких соединениях взаимное расположение деталей в сборочной единице остается неизменным.

К неразъемным относятся соединения:

- заклепками,
- сваркой,
- пайкой,
- склеиванием,
- замазкой,
- прессовые,
- развальцовкой,
- гибкой,
- заформовкой.

*Разъемные* соединения допускают разборку соединенных деталей без разрушения деталей и скрепляющих элементов. Эти соединения применяют по технологическим, конструктивным и эксплуатационным соображениям.

К разъемным соединениям относятся:

- резьбовые,
- шпоночные,
- шлицевые,
- штифтовые,
- профильные,
- штыковые.

К соединениям предъявляются следующие основные *требования*:

- статическая и усталостная прочность;
- равнопрочность самого соединения с материалом соединяемых деталей;
- жесткость;
- плотность;

-сохранение физических и химических свойств материала в местах соединения;

— универсальность способа, то есть применимость способа для соединения деталей различной формы и размеров, изготовленных из разнообразных материалов.

Разъемные соединения должны допускать многократные сборки и разборки без дополнительных технологических операций.

## 3.2. Неразъемные соединения

### 3.2.1. Заклепочные соединения

#### 3.2.1.1. Общие сведения

Заклепкой называется сплошной или полый цилиндрический стержень с заранее сформированной закладной головкой на одном конце.

В настоящее время в приборостроении и в машиностроении наиболее распространены стандартные заклепки с полуциркульными (рис. 3.2.1, а), полупотайными (рис. 3.2.1, б), потайными (рис. 3.2.1, в) головками, и пустотельные заклепки, которые, в свою очередь, могут быть как со скругленной головкой (рис. 3.2.1, г) и с потайной (рис. 3.2.1, д).

Размеры стандартизованных заклепок приводятся в таблицах сортамента заклепок.

Заклепки изготавливают из пластичных материалов: малоуглеродистых сталей, низколегированных малоуглеродистых сталей, меди, латуни, алюминиевых сплавов, а также жароупорных и специальных сплавов.

Заклепочные соединения образуются с помощью заклепок, поставленных в специально просверленные или пробитые отверстия в соединяемых деталях. При клепке на другом конце стержня формируется вторая головка, называемая замыкающей головкой (рис. 3.2.2).

Заклепочные соединения применяют в конструкциях, воспринимающих большие вибрационные и повторные нагрузки, а также для соединения деталей из несвариваемых материалов и не допускающих сварку из-за нагрева деталей. Кроме того, заклепочные соединения широко применяют для соединения нескольких деталей в один пакет. В приборостроении заклепочные соединения применяют чаще, чем в машиностроении.

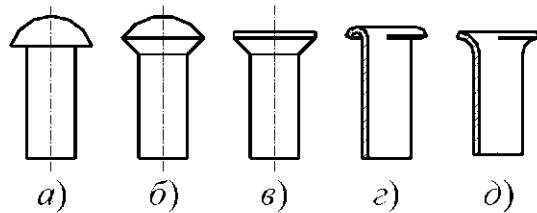


Рис. 3.2.1

Для облегчения сборки диаметр отверстий  $d_o$  назначают несколько больше диаметра стержня заклепок:

$$d_o = d + 0,1 \text{ мм}. \quad (3.2.1)$$

Однако благодаря пластическим деформациям в процессе клепки стержни заклепок осаживаются и полностью заполняют отверстия.

Таким образом, относительному смещению склеенных деталей препятствуют как стержни заклепок, так и силы трения, возникающие между склеенными деталями.

По назначению заклепочные швы разделяют на *прочные (силовые)* для восприятия внешних нагрузок и, обеспечивающие также и герметичность, *прочноплотные* соединения. Герметичностьстыка в прочноплотных швах дополнительно обеспечивается нанесением на поверхностистыка уплотнительных составов – клеев, силоксановых эмалей или металлических покрытий.

По конструкции заклепочные соединения делят на соединения *внахлестку* (рис. 3.2.2) и *встык с одной* (рис. 3.2.3) и *двумя* (рис. 3.2.4) накладками, а также на однорядные (рис. 3.2.18) и многорядные с *параллельным* (рис. 3.2.3) и *шахматным* (рис. 3.2.20) расположением заклепок в рядах.

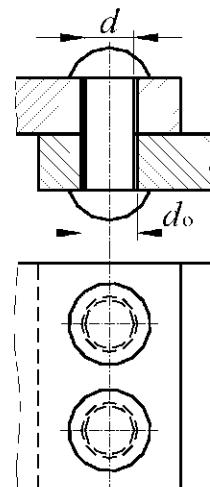


Рис. 3.2.2

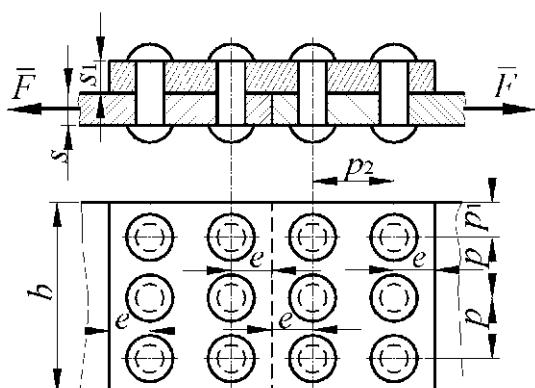


Рис. 3.2.3

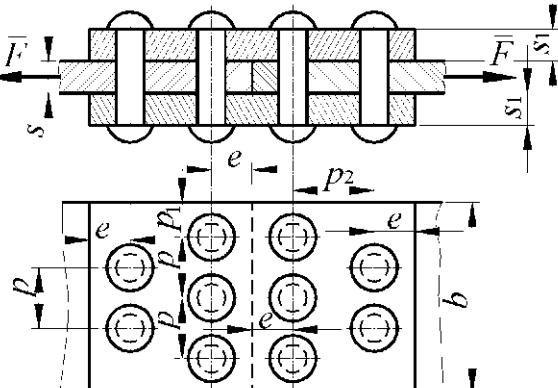


Рис. 3.2.4

Количество рядов считается по одну сторонустыка в перпендикулярном ему направлении.

В зависимости от числа склеиваемых слоев металла (в том числе и накладок) шов имеет различное число поперечных срезов заклепок. Так, шов *внахлестку* или *встык с одной* накладкой будет *односрезным*, шов *встык с двумя* накладками – *двухсрезным*.

### 3.2.1.2. Определение основных параметров заклепочных швов

Основными параметрами заклепочных швов являются шаг  $p$  и диаметр заклепок  $d$ , толщина склеиваемых деталей  $s_1$  и  $s_2$  (рис. 3.2.5).

Шагом заклепочного шва  $p$  называется расстояние между центрами заклепок в направлении, перпендикулярном к действующему на шов усилию.

Введем обозначения (рис. 3.2.3-3.2.5):

$b$  – ширина склеиваемых деталей;

$z$  – число заклепок;

$n$  – число плоскостей среза за- клепок, равное числу плоскостей скольжения листов;

$s_{\min}$  – наименьшая толщина од- ной или нескольких деталей, передающих нагрузку в одну сторону (на- пример, если  $2s_1 > s$ , то  $s_{\min} = s$  (рис. 3.2.4));

$e$  – расстояние от центра заклепки до края детали в направлении дей- ствующего на шов усилия;

$p_2$  – расстояние между рядами заклепок.

При нагрузке, действующей в направлении *перпендикулярно осям за- клепок* заклепочное соединение может быть разрушено в результате *среза заклепок* в плоскости соединения деталей или *смятия заклепок* деталями.

Если заклепки окажутся прочными и выдержат все перечисленные выше деформации, то соединение может разрушиться в результате *разрыва деталей* по их наиболее опасному сечению (по сечению, ослабленному отверстиями), *среза листа* заклепками (если расстояния до края детали и ме- жду рядами будут малы), *смятия материала листа* под заклепками.

При расчетах на прочность заклепочных соединений принимают неко- торые *допущения*. Считают, что в швах все заклепки нагружаются равн-

мерно силой  $\frac{F}{z}$ . При этом полагают, что напряжения в поперечных сечени-

ях деталей распределяются так же равномерно. Фактически же, особенно в первоначальный момент возникновения усилий растяжения, заклепки, расположенные ближе к точке приложения внешней силы, будут испытывать большие напряжения, чем заклепки, удаленные от нее. В дальнейшем,

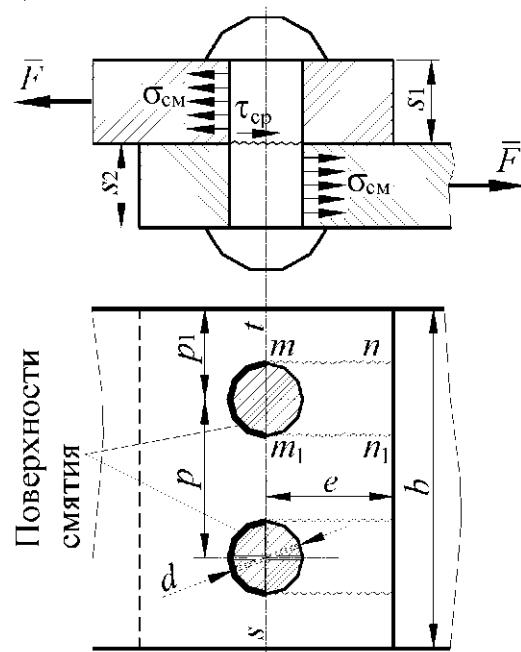


Рис. 3.2.5

вследствие упругих и остаточных деформаций как заклепок, так и соединяемых деталей, нагрузки на заклепки будут почти одинаковыми. Кроме того, при расчете заклепочного соединения наличие трения между соединяемыми деталями не учитывается, что увеличивает запас прочности.

Условие прочности заклепки на срез, на основании (2.4.5), определяется равенством:

$$F \leq A_{\text{cp}} \tau_{\text{cpp}} = z n \frac{\pi d^2}{4} \tau_{\text{cpp}}$$

откуда:

$$d \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi z n \tau_{\text{cpp}}}}. \quad (3.2.3)$$

Условие прочности соединяемых деталей и заклепки на смятие, на основании (2.8.14), определяется равенством:

$$F \leq A_{\text{cm}} \sigma_{\text{cm}p} = z s_{\min} \sigma_{\text{cm}p}, \quad (3.2.4)$$

откуда:

$$d \geq \frac{F}{z s_{\min} \sigma_{\text{cm}p}}. \quad (3.2.5)$$

При применении формул (3.2.4) и (3.2.5) было сделано следующее *упрощение*. Из рис. 3.2.5 очевидно, что распределение напряжений смятия по поверхности смятия неравномерно – оно равно нулю по краям площадки смятия и максимально в центре. Для упрощения расчетов за площадь смятия принята площадь диаметрального сечения заклепки на длине  $s_{\min}$ , равная  $ds_{\min}$ .

Условие прочности детали шириной, равной шагу  $p$ , на разрыв соединяемых деталей по наиболее опасному их сечению, (сечению, ослабленному отверстиями), согласно (2.3.27), имеет вид:

$$F \leq s_{\min} (b - dz) \sigma_p, \quad (3.2.6)$$

откуда:

$$s_{\min} \geq \frac{F}{(b - dz) \sigma_p}. \quad (3.2.7)$$

Если размер  $e$  от кромки листа до линии центров будет недостаточен, то заклепка может прорезать край листа по плоскостям  $tt$  и  $t_1t_1$  (рис. 3.2.5). Условие прочности в этом случае определяется равенством:

$$F \geq 2 s_{\min} e z \tau_{\text{cp}p}. \quad (3.2.8)$$

откуда:

$$e \geq \frac{F}{2zs_{\min} \tau_{cp,p}}. \quad (3.2.9)$$

Обычно расстояние от кромки листа до центра заклепки принимается равным:

$$e = (1,5 - 2,0)d. \quad (3.2.10)$$

Расстояние между рядами заклепок принимается равным при расположении заклепок:

— рядовом (рис. 3.2.3):

$$p_2 = 4d, \quad (3.2.11)$$

— шахматном (рис. 3.2.4):

$$p_2 = 2d. \quad (3.2.12)$$

Допускаемые напряжения среза  $\tau_{cp,p}$  и смятия  $\sigma_{cm,p}$  заклепок и разрывы листов  $\sigma_p$  выбирают по приводимой в специальной справочной литературе по таблицам в зависимости от материала листов и заклепок, вида деформаций, характера нагрузки, способа подготовки отверстий.

### 3.2.2. Сварные соединения

#### 3.2.2.1. Общие сведения

При сварке детали соединяют за счет формирования межатомных связей в свариваемых деталях при их местном или общем нагреве (сварка плавлением), пластическом деформировании деталей в зоне стыков (сварка давлением).

Способы сварки давлением делятся, в свою очередь, на две группы: с применением нагрева и без применения нагрева. Способы сварки называются по виду используемого источника теплоты (газовая, электродуговая), по способу защиты материала в зоне сварки (в аргоне, под флюсом, в вакууме), по степени механизации (ручная, полуавтоматическая, автоматическая), по другим техническим признакам. Наибольшее применение имеют электродуговая, электроконтактная и газовая сварки.

Источником энергии в электродуговой сварке является электрическая дуга между свариваемыми деталями и электродом — плавящимся металлическим или неплавящимся, выполненным из электротехнического угля, синтетического графита или из вольфрама.

При сварке плавящимся электродом сварной шов образуется почти полностью за счет металла электрода. Для защиты от окисления шва (металла в зоне сварки) электрод обмазывают защитным покрытием.

Ручная дуговая сварка металлическими электродами является универсальным способом сварки плавлением, позволяющим выполнять все

виды соединений из всех марок конструкционных, углеродистых, легированных и высоколегированных сталей и сплавов при различном сочетании свариваемых материалов толщиной до 100 мм. Это один из наиболее дешевых способов сварки.

При сварке *неплавящимся* электродом сварной шов образуется почти полностью за счет металла присадочного прутка, а зону расплава защищают *инертными газами* (аргоном, гелием) или *углекислым газом*.

В среде *инертных газов* рекомендуется сваривать детали из алюминиевых, медных и титановых сплавов, высоколегированных сталей и сплавов, а также детали из разнородных сталей и сплавов.

В среде *углекислого газа* рекомендуется сваривать детали из углеродистой и легированной сталей толщиной до 20 мм. Сварку в среде углекислого газа не допускается применять при изготовлении конструкций из алюминиевых, титановых и медных сплавов.

*Контактная электросварка* производится за счет разогрева стыка деталей (тонких листов) теплотой, выделяемой при прохождении электрического тока через два электрода, сжимающих эти детали.

*Газовая сварка* происходит при оплавлении материала деталей и прутка присадочного металла высокотемпературным газовым пламенем от сгорания горючего газа в кислороде. Эту сварку применяют в основном при ремонтных работах, при заварке дефектов чугунного литья, при сварке тонколистовых конструкций из малоуглеродистых сталей (толщиной до 5 мм) и некоторых цветных металлов, а также для сварки неметаллических деталей.

При избытке кислорода металл интенсивно окисляется – «горит», что используется для резки стальных деталей.

Сварные соединения являются наиболее прочными и наименее затратными среди неразъемных соединений и могут быть получены на автоматах и автоматических линиях, в силу чего они и получили среди неразъемных соединений наибольшее распространение.

Основными недостатками сварных соединений являются: наличие остаточных напряжений из-за неоднородного нагрева и охлаждения и возможность коробления деталей при сваривании (особенно тонкостенных), возможность существования скрытых (невидимых) дефектов (трещин, непроваров, шлаковых включений), снижающих прочность соединений.

Выбор способа сварки определяется следующими факторами:

- маркой свариваемого материала;
- требуемыми свойствами сварного соединения;
- конструкцией сборочной единицы.

Необходимо принимать во внимание и *дополнительные* факторы, влияющие на выбор способа сварки (например, общий объем сварки в

изделии, серийность и стоимость процесса сварки), и рассматривать их с учетом конкретных условий производства сварной конструкции.

В настоящем разделе рассмотрены главным образом конструктивные разновидности и расчет наиболее распространенных электродуговых сварных соединений.

### 3.2.2.2. Виды сварных соединений

По конструкции узлов сварные соединения делят на следующие виды:

- стыковые (рис. 3.2.6, а);
- угловые, которые, в свою очередь, подразделяются на:
  - нахлесточные (рис. 3.2.6, б),
  - тавровые (рис. 3.2.6, в),
  - угловые (рис. 3.2.6, г).

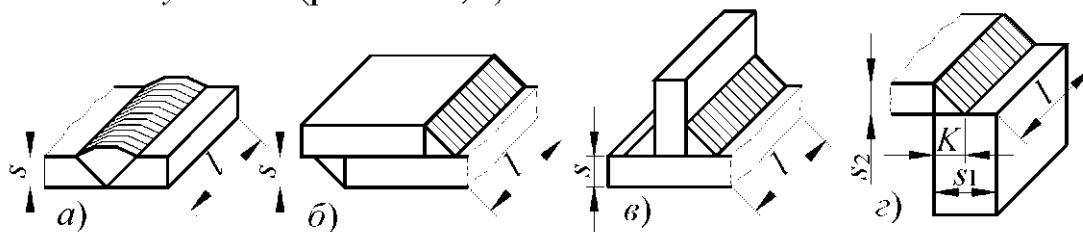


Рис. 3.2.6

Наиболее просты и прочны стыковые швы.

Стыковые швы обеспечивают хорошую проварку кромок деталей и поэтому лучше угловых работают при переменных нагрузках. Форму кромок и размеры поперечного сечения стыковых швов назначают в зависимости от толщины свариваемых деталей и способа сварки (ручная или автоматическая).

Стыковые швы деталей *одинаковой* толщины выполняют с *отбороткой* при  $s \leq 3$  мм (рис. 3.2.7, а), без скоса кромок при  $s = (3 - 8)$  мм (рис. 3.2.7, б); *односкосными* (рис. 3.2.7, в) и *двухскосными* (рис. 3.2.7, г) при  $s = (8 - 20)$  мм; *двусторонними* (рис. 3.2.7, д) при  $s \geq 12$  мм.

Сварка стыковых соединений деталей *неодинаковой* толщины при разнице, не превышающей приведенных ниже значений, должна проводиться так же, как деталей одинаковой толщины (конструктивные элементы подготовленных кромок и размеры сварного шва следует выбирать по большей толщине), из табл. 3.2.1.

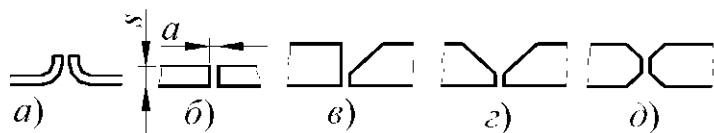


Рис. 3.2.7

Таблица 3.2.1

Толщина тонкой детали, мм	1-4	4-20	30-30	Св. 30
Разность толщин деталей, мм	1	2	3	4

При разности в толщине свариваемых деталей свыше этих значений на детали, имеющей большую толщину  $s_1$ , должен быть сделан скос с одной или двух сторон до толщины тонкой детали  $s$ , как указано на рис. 3.2.8. При этом конструктивные элементы подготовленных кромок и размеры сварного шва следует выбирать по меньшей толщине.

Угловые швы (рис. 3.2.6, б, в, г) в поперечном сечении имеют обычно форму, близкую к прямоугольному треугольнику. Выполняются швы *нормальными* (прямыми) (рис. 3.2.9, а), *выпуклыми* (рис. 3.2.9, б), *вогнутыми* (рис. 3.2.9, в) и *специальными* (с неравными катетами) (рис. 3.2.9, г).

*Выпуклые швы* (условно называемые *швами с усилением*) склонны к образованию непроваров на участках соединения шва со стенками деталей и обладают пониженным сопротивлением усталости.

Швы с *неравными катетами*, как и *вогнутые швы*, создают более плавные переходы между деталями узлов и снижают концентрацию напряжений. Эти швы применяют при действии переменных усталостных нагрузок. Технология сварки такими швами несколько сложнее, и поэтому чаще всего применяют *нормальные швы*.

Катеты углового шва должны быть установлены не более 3 мм для деталей толщиной до 3 мм включительно и 1-2 толщин более тонкой детали при сварке деталей толщиной свыше 3 мм.

Швы *тавровых* и *угловых* соединений можно выполнять *без скоса кромок* (рис. 3.2.10, а, рис. 3.2.10, г) и *со скосом кромок* (рис. 3.2.10, б, в, 3.2.10, д, е).

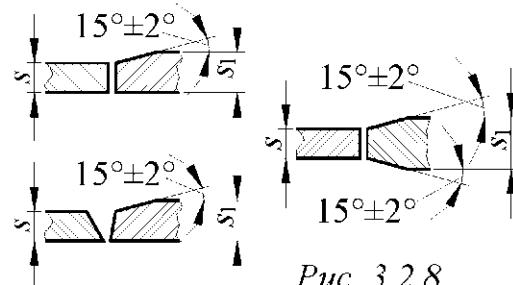


Рис. 3.2.8

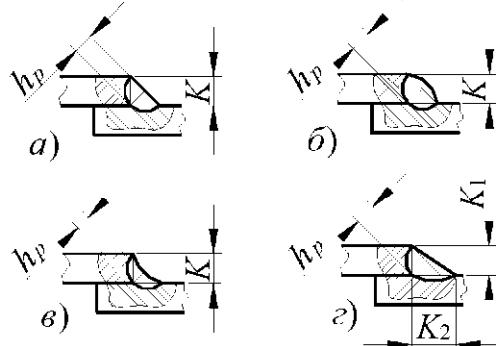


Рис. 3.2.9

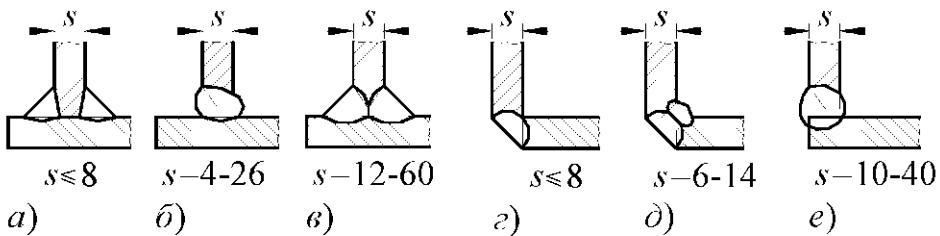


Рис. 3.2.10

В зависимости от расположения по отношению к направлению нагрузки сварные швы делят на *фланговые* – шов параллелен направлению нагрузки (рис. 3.2.11, а), *лобовые* (фронтальные) – шов перпендикулярен к направлению нагрузки (рис. 3.2.11, б); *косые* (рис. 3.2.11, в) и *комбинированные* (рис. 3.2.11, г).

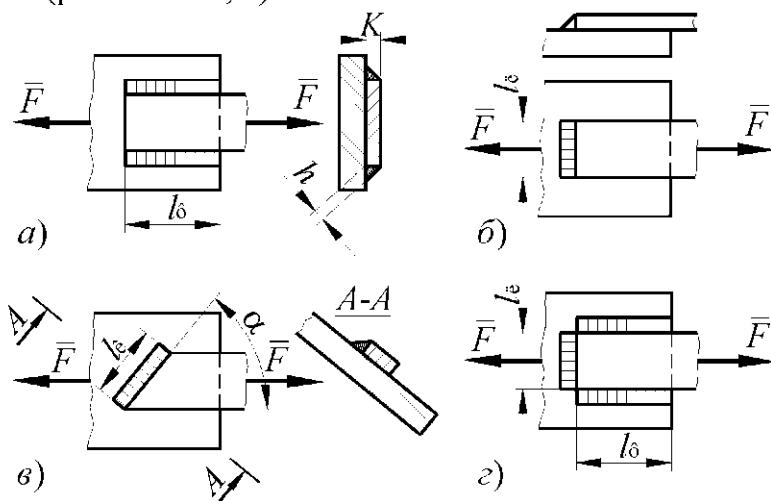


Рис. 3.2.11

Основные типы и размеры сварных швов, а также размеры, определяющие подготовку кромок свариваемых деталей из углеродистых и низколегированных сталей при ручной электродуговой сварке, приведены в ГОСТ 5264-80, а условные изображения и обозначения швов сварных соединений – в ГОСТ 2.312-72.

### 3.2.2.3. Выбор сварочных материалов

Свариваемость конструкционных углеродистых, легированных и низколегированных сталей определяется приближенно по эквиваленту углерода  $C_{\text{Э}}$  по формуле:

$$C_{\text{Э}} = C + 0,05\text{Mn} + 0,067\text{Ni} + 0,1(\text{Cr} + \text{Mo} + \text{V}), \quad (3.2.13)$$

где  $C$  – содержание углерода, %;

$\text{Mn}$  – содержание марганца, %;

$\text{Ni}$  – содержание никеля, %;

$\text{Cr}$  – содержание хрома, %;

$\text{Mo}$  – содержание молибдена, %;

V – содержание ванадия.

В зависимости от величины С сталь по свариваемости подразделяется на четыре группы:

I – хорошая свариваемость,  $C_v < 0,25\%$ ;

II – удовлетворительная свариваемость,  $C_v = (0,25-0,39)\%$ ;

III – ограниченная свариваемость,  $C_v = (0,39-0,5)\%$ ;

IV – плохая свариваемость,  $C_v > 0,5\%$ .

Применение марок сталей группы IV следует ограничивать.

К сварочным материалам относятся сварочная проволока, флюсы, электроды для ручной электродуговой сварки, защитные и горючие газы.

При назначении сварочных материалов необходимо учитывать их технико-экономические характеристики:

- марку свариваемого материала,
- обеспечение требуемой формы и размеров швов,
- обеспечение необходимых механических свойств сварных соединений и коррозионной стойкости,
- возможность сварки в различных пространственных положениях,
- предупреждение появления трещин в металле шва и зоне термического влияния,
- способ сварки,
- стоимость,
- коэффициент полезного действия.

Для обеспечения эксплуатационной надежности сварных соединений необходимо обеспечивать не только равнопрочность шва с основным металлом, но и высокую пластичность металла шва. Практически это достигается при сварке малоуглеродистых сталей. При сварке высокопрочных и легированных сталей, когда не представляется возможным подобрать электроды, обеспечивающие сочетание этих условий, следует предпочитать электроды с несколько меньшей прочностью наплавленного металла, но с более высокой пластичностью.

При сварке алюминия и его сплавов применяются сварки:

- в среде инертных газов,
- контактная,
- газовая,
- ручная электродуговая,
- под флюсом.

Выбор состава проволоки для сварки обусловливается требованиями, предъявляемыми к металлу шва и соединениям. Обычно требования предусматривают стойкость против образования трещин, прочность, пластичность, коррозионную стойкость.

### 3.2.2.4. Допускаемые напряжения

Прочность сварного соединения зависит от качества основного материала, определяющего его способность к свариванию, от совершенства технологического процесса сварки и от характера действующих нагрузок (постоянные и переменные).

Все принятые в инженерной практике методы расчета сварных соединений являются *приближенными*.

Наиболее трудной и ответственной частью расчета является правильный выбор *допускаемых напряжений* с учетом всех особенностей рассчитываемой конструкции, технологии ее изготовления и условий эксплуатации. Допускаемые напряжения в сварных швах при *статической* нагрузке определяют в зависимости от допускаемых напряжений на растяжение  $\sigma_{pp}$  для основного металла:

при растяжении:

$$\sigma_{pp} = 0,9\sigma_{pp}, \quad (3.2.14)$$

при сжатии:

$$\sigma_{сж pp} = \sigma_{pp}, \quad (3.2.15)$$

при срезе:

$$\tau_{ср pp} = 0,6\sigma_{pp}. \quad (3.2.16)$$

В зависимости от вида сварного соединения и вида сварки принятые допускаемые напряжения для сварных швов поникаются путем умножения их на коэффициент  $\phi$  (табл. 3.2.2).

Таблица 3.2.2  
Значения коэффициента  $\phi$  в зависимости от вида сварного соединения и сварки

Вид сварного соединения	Вид дуговой сварки	$\phi$
Стыковое с двусторонним проваром	Автоматическая под флюсом	1,00
	Ручная, выполненная качественным электродом	0,95
	Ручная с повышенными требованиями контроля	1,00
Стыковое при одностороннем шве	Автоматическая под флюсом	0,80
	Ручная	0,70
Тавровое со сплошным проваром	Автоматическая под флюсом	1,00
	Ручная	0,70
Тавровое с угловыми швами без сплошного провара	Автоматическая под флюсом или ручная	0,80

Допускаемые напряжения при *периодическом* нагружении:

$$\sigma_{rp} = \gamma \sigma_p, \quad (3.2.17)$$

$$\tau_{rp} = \gamma \tau_p, \quad (3.2.18)$$

где  $\gamma$  – коэффициент понижения допускаемых напряжений,

$$\gamma = \frac{1}{(ak_\sigma + b) - (ak_\sigma - b)r} \leq 1, \quad (3.2.19)$$

где  $k_\sigma$  ( $k_\tau$ ) – эффективный коэффициент концентрации нормальных (касательных) напряжений (табл. 3.2.3);

Таблица 3.2.3  
Значения эффективных коэффициентов концентрации напряжений для сварных швов

Сварной шов		Коэффициент $k_\sigma$ ( $k_\tau$ ) для стали	
		углеродистой	низколегированной
стыковой с полным проваром	при автоматической и ручной сварке и контроле швов	1,0	1,0
	при ручной сварке без контроля качества шва	1,2	1,4
	при автоматической сварке без контроля качества шва	1,1	1,2
угловой, лобовой	при ручной сварке	2,3	3,2
	при автоматической сварке	1,7	2,4
	углового флангового шва, работающий на срез от осевой силы	3,4	4,4

$a, b$  – коэффициенты:

для углеродистых сталей:  $a=0,58, b=0,26;$

для низколегированных сталей:  $a=0,65, b=0,30,$

$r$  – коэффициент асимметрии цикла; определяется как отношение наименьшего и наибольшего по абсолютному значению напряжений или сил, взятых со своими знаками:

$$r = r_\sigma = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{F_{\min}}{F_{\max}}, \quad (3.2.20)$$

$$r = r_\tau = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}} = \frac{F_{\min}}{F_{\max}}. \quad (3.2.21)$$

### 3.2.2.5. Расчет на прочность типовых сварных соединений

Соединения обычно разрушаются по месту сварки. Рассчитывают соединения в предположении равномерного распределения напряжений по сечению швов.

*Стыковые швы* (рис. 3.2.6, а) рассчитывают на прочность по *номинальному сечению соединяемых деталей* (без учета утолщения швов), как целевые детали.

От внешней растягивающей силы  $F$  в сечении шва возникают напряжения растяжения  $\sigma_p$  (рис. 3.2.12).

Условие прочности (2.3.27) в этом случае примет вид:

$$\sigma_p = \frac{F}{ls} \leq \sigma_{pp}, \quad (3.2.22)$$

где  $l$  – длина шва;

$s$  – толщина соединяемых деталей.

Из уравнения (3.2.22) получаем:

$$l \geq \frac{F}{s\sigma_{pp}}. \quad (3.2.23)$$

В случае сварки деталей разной толщины расчет ведут по более тонкой детали. Утолщения стыковых швов в расчете не учитывают.

Как показал опыт эксплуатации, все *угловые швы*, разрушаются по биссектрисе прямого угла  $h$  (рис. 3.2.9, 3.2.11), несмотря на различные условия нагружения лобовых (*фронтальных*) и фланговых швов. В этом случае площадь расчетного сечения  $A$  будет равна (рис. 3.2.11):

для фланговых швов:

$$A_{\text{фл}} = l_{\phi} K \cos 45^\circ \approx 0,71 l_{\phi} K; \quad (3.2.24)$$

для лобовых (*фронтальных*) швов:

$$A_{\text{фр}} = l_{\text{ф}} K \cos 45^\circ \approx 0,71 l_{\text{ф}} K. \quad (3.2.25)$$

где  $K$  – расчетный катет углового шва, равный катету вписанного равнобедренного прямоугольного треугольника (рис. 3.2.9).

Катет шва выбирают из условия  $K \leq s$ , но не менее 3 мм при  $s \geq 3$  мм. Верхний предел катета не ограничен, но швы, у которых  $K > 20$  мм, встречаются редко.

Угловые швы при нагружении испытывают сложное напряженное состояние. Однако в *упрощенном* расчете такие швы условно рассчитыва-

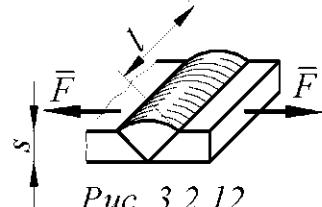


Рис. 3.2.12

ют на срез по средним касательным напряжениям  $\tau_{\text{ср}}'$ . Для расчетного сечения условие прочности (2.4.5) в этом случае будет иметь вид:

$$\tau_{\text{ср}}' = \frac{F}{A_p} \leq \tau_{\text{ср} p}' . \quad (3.2.26)$$

Значения в формуле  $A_p$  (3.2.26) для *фланговых и лобовых (фронтальных)* швов определяются по формулам (3.2.24) и (3.2.25), а значения допускаемых напряжений в сварном шве при срезе  $\tau_{\text{ср} p}'$  – по формуле (3.2.16).

Из уравнения (3.2.26) с учетом (3.2.24) и (3.2.25) получаем:

$$l_\phi \geq \frac{1,41F}{K\tau_{\text{ср} p}'}, \quad (3.2.27)$$

$$l_\pi \geq \frac{1,41F}{K\tau_{\text{ср} p}'} . \quad (3.2.28)$$

Из-за дефектов сварки на концах шва (непровар в начале и кратер в конце шва) принимают *минимальную* длину шва не менее 30 мм.

Длина  $l_\phi$  *фланговых* швов не должна превышать  $60K$  для ограничения неравномерности распределения напряжений по длине флангового шва.

Длина  $l_\pi$  *лобовых (фронтальных)* швов не ограничена.

Соединение *комбинированным* (лобовым и фланговым) швом рассчитывают, полагая, что швы работают независимо.

### 3.3. Разъемные соединения

#### 3.3.1. Резьбовые соединения

##### 3.3.1.1. Резьбы и их классификация

Рассмотрим образование резьбы.

*Винтовая линия* *атп* образуется гипотенузой прямоугольного треугольника *abc* при его навивании на круглый цилиндр диаметра  $d_2$  (рис. 3.3.1, *a*).

Винтовая линия за один оборот треугольника *abc* вокруг цилиндра опишет траекторию *атп* (рис. 3.3.1, *a*). Следовательно, *ходом* винтовой линии *S* (расстояние между *витками* *одной и той же винтовой линии* в осевом направлении цилиндра) является отрезок образующей цилиндра *ап*.

*Шагом* винтовой линии *P* называется расстояние между *двумя соседними витками* в осевом направлении цилиндра.

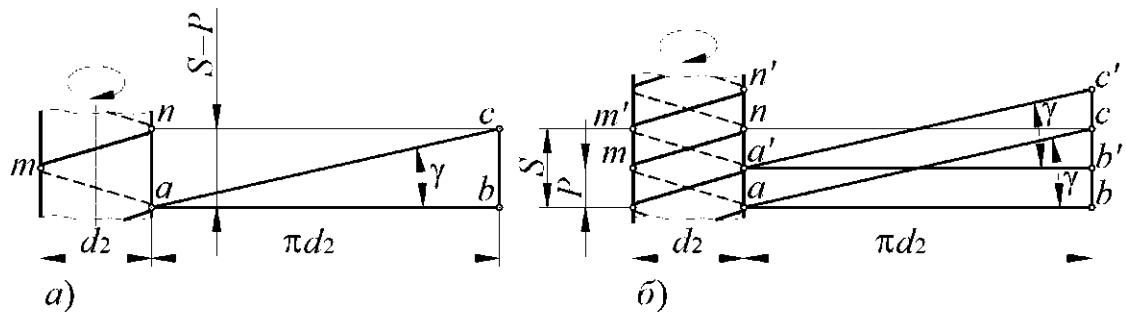


Рис. 3.3.1

Очевидно, что если винтовая линия единственная (рис. 3.3.1, а), то выполняется условие:

$$S = P. \quad (3.3.1)$$

Если вокруг цилиндра образованы две (или более) винтовых линии, то, при *равном* расстоянии между витками (рис. 3.3.1, б) связь между *ходом*  $S$  и *шагом* винтовой линии  $P$  определяется уравнением:

$$S = zP, \quad (3.3.2)$$

где  $z$  – число параллельных винтовых линий (число заходов).

Если *плоскую* фигуру перемещать вокруг *круглого* цилиндра по *винтовой* линии так, чтобы ее плоскость при движении постоянно проходила через *геометрическую ось цилиндра*, то *боковые* стороны *плоской* фигуры опишут *поверхность резьбы* (рис. 3.3.2).

В зависимости от вида выбранной плоской фигуры (треугольник, прямоугольник, трапеция, прямоугольная трапеция, полукруг) получится соответствующая резьба – *треугольная* (рис. 3.3.2, а), *прямоугольная* (рис. 3.3.2, б), *трапецидальная* (рис. 3.3.2, в), *упорная* (рис. 3.3.2, г) или *круглая* (рис. 3.3.2, д).

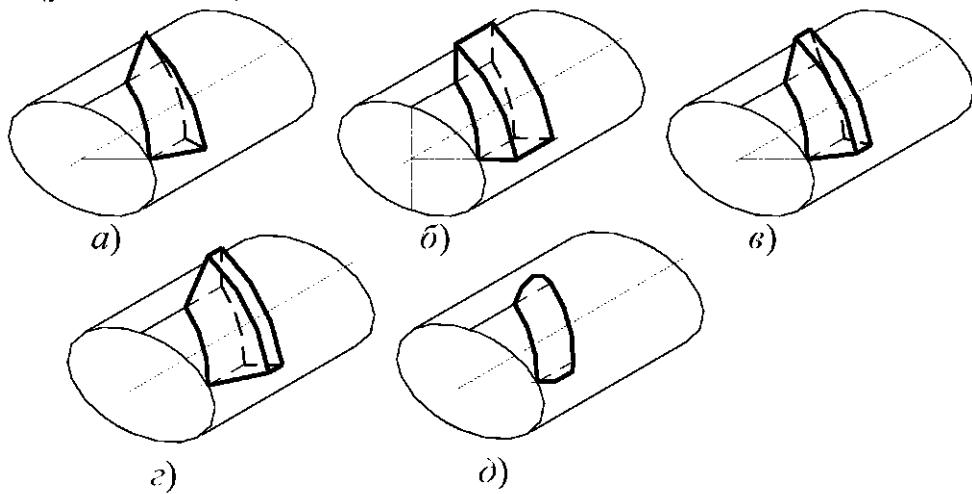


Рис. 3.3.2

Две детали, образующие резьбовое соединение, имеют соответственно на наружной и внутренней поверхностях *наружную* и *внутреннюю* резьбу (рис. 3.3.3).

Основными геометрическими параметрами цилиндрической резьбы являются:

$d$  – наружный диаметр резьбы (номинальный);

$d_1$  – внутренний диаметр резьбы (расчетный);

$d_2$  – средний диаметр резьбы (на котором ширина витка равна ширине впадины);

$P$  – шаг резьбы (расстояние между одноименными сторонами двух соседних витков в осевом направлении);

$S$  – ход резьбы (расстояние между одноименными сторонами одного и того же витка в осевом направлении);

$z$  – число заходов резьбы;

$\alpha$  – угол профиля резьбы;

$\gamma$  – угол подъема резьбы (угол, образованный касательной к винтовой линии по среднему диаметру резьбы и плоскостью, перпендикулярной к оси винта).

Из рис. 3.3.1:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{S}{\pi d_2} = \frac{Pz}{\pi d_2}. \quad (3.3.3)$$

По направлению винтовой линии различают *правую*, которая используется в подавляющем большинстве, и *левую* резьбы. *Правая* резьба получается при винтовой линии, идущей по направлению движения часовой стрелки, если смотреть в торец винта; в этом случае болты и гайки завинчиваются по ходу часовой стрелки. Наоборот, *левая* резьба получается, когда винтовая линия идет в обратном направлении, а болты и гайки завинчиваются против хода часовой стрелки.

Рассмотрим классификацию резьб в зависимости от ее профиля (рис. 3.3.2).

В метрической резьбе профилем для ее образования принят *равносторонний треугольник* с углом при вершине  $\alpha = 60^\circ$  (ГОСТ 9150-81). Все размеры метрической резьбы измеряются в *миллиметрах* и для цилиндрической резьбы определяются ГОСТ 24705-81 (рис. 3.3.4).

По величине шага метрическую резьбу подразделяют на *резьбу с крупным шагом*; и *ряд резьб с мелким шагом*.

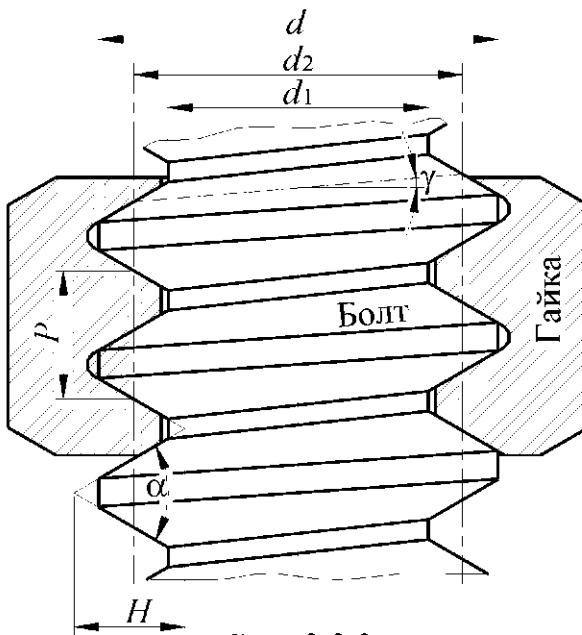


Рис. 3.3.3

На чертежах и в технических текстах метрические резьбы с *крутым* шагом обозначаются буквой *M*, например, метрическая резьба с *крутым* шагом, *наружный диаметр* 14 мм: *M14*. Шаг резьбы в этом случае не указывается, так как он определен стандартом.

Метрические резьбы с *мелким* шагом обозначаются буквой *M* с обязательным указанием не только наружного диаметра резьбы, но и *шага* резьбы.

Например:

*метрическая резьба с мелким шагом, наружный диаметр 12 мм, шаг резьбы 1,0 мм: M12×1.*

Условное обозначение для левой резьбы дополняется буквами *LH*:

*метрическая левая резьба с мелким шагом, наружный диаметр 12 мм, шаг резьбы 1,0 мм: M12×1 LH.*

*Метрическая коническая резьба* с конусностью 1:16 (ГОСТ 25229-82) (рис. 3.3.5) применяется для конических резьбовых соединений, а также в соединениях наружной конической резьбы с внутренней цилиндрической резьбой с профилем по ГОСТ 9150-81.

Обозначение *метрической конической* резьбы должно состоять из букв *MK*, номинального диаметра, шага и номера стандарта (для внутренней цилиндрической резьбы), например: *MK 20×1,5*.

Условное обозначение для левой резьбы дополняется буквами *LH*: *MK 20×1,5 LH*.

*Дюймовая резьба* (рис. 3.3.6) образована равнобедренным треугольником с углом при вершине  $\alpha$ , равным  $55^\circ$ . Наружный диаметр дюймовой резьбы измеряется в *дюймах*, шаг определяется числом *ниток* винтовой линии на один дюйм ( $1"$ ) длины нарезанного стержня ( $1"=25,4$  мм). В России эта резьбу допускается применять только при *ремонте старых и импортных машин*.

*Трубная цилиндрическая резьба* (ГОСТ 6357-81) представляет собой *мелкую дюймовую* резьбу с закругленными выступами и впадинами и

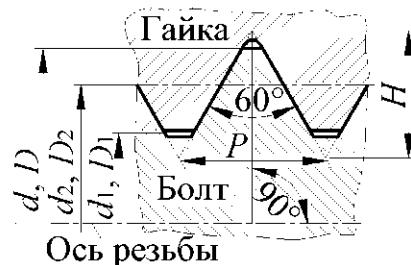


Рис. 3.3.4

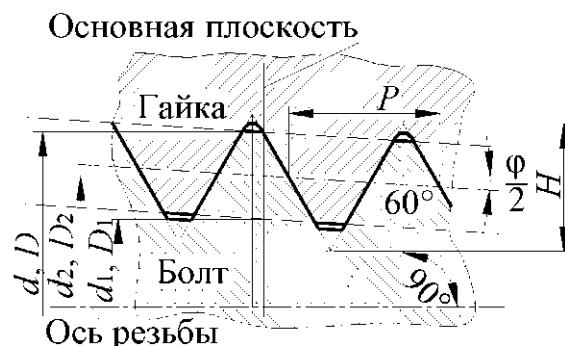


Рис. 3.3.5

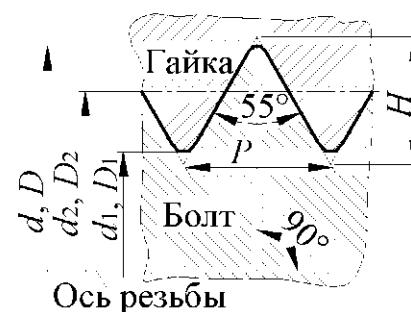


Рис. 3.3.6

имеет треугольный профиль с  $\alpha = 55^\circ$ . Для большей плотности соединения трубная резьба выполняется без зазора между вершинами выступов и впадин резьбы скрепляемых деталей. Трубная резьба применяется для соединения труб. Номинальным размером трубной резьбы считается *внутренний диаметр самой трубы в дюймах*.

В условное обозначение *трубной цилиндрической* резьбы должны входить буква  $G$ , обозначение размера резьбы и класс точности среднего диаметра, например,  $G\frac{1}{2}-A$ .

Условное обозначение для левой резьбы дополняется буквами  $LH$ .

Например, для левой резьбы класса точности  $B$ :  $G\frac{3}{4}LH-B$ .

Наиболее высокую плотность соединения дает *трубная коническая* резьба (ГОСТ 6211-81).

В условное обозначение резьбы должны входить буквы ( $R$  – для конической наружной резьбы;  $R_c$  – для конической внутренней резьбы;) и обозначение размера резьбы в дюймах.

Условное обозначение для левой резьбы дополняется буквами  $LH$ .

Примеры обозначения резьбы:

*внутренняя трубная коническая* резьба:  $R_c\frac{1}{4}$ .

*левая наружная коническая* резьба:  $R\frac{1}{4}LH$ .

Соединение *внутренней трубной цилиндрической* резьбы класса точности А по ГОСТ 6357-81 с *наружной трубной конической* резьбой по ГОСТ 6211-81:  $\frac{G}{R}\frac{1}{4}-A$ .

*Трапециoidalная* резьба (ГОСТ 9484-81) (рис. 3.3.7) является основной для передачи реверсивного движения под нагрузкой.

Профиль резьбы – равнобедренная трапеция с углом  $\alpha = 30^\circ$ .

Пример условного обозначения *трапециoidalной* резьбы:  $Tr. 40 \times 6$ .

*Упорная* резьба (ГОСТ 10177-82) (рис. 3.3.8) имеет профиль в виде *неравнобочной трапеции*, причем рабочий угол профиля равен  $3^\circ$ , задний –  $30^\circ$  (ГОСТ 10177-62).

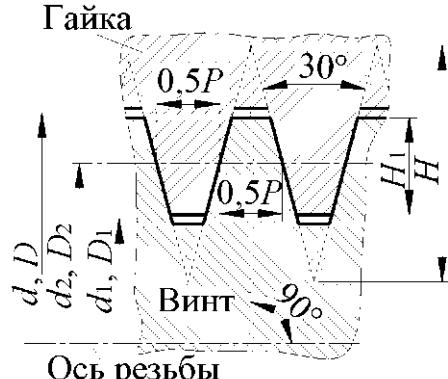


Рис. 3.3.7

В условное обозначение упорной резьбы должны входить буква *S*, номинальный диаметр и шаг, например: *S80×10*.

Для левой резьбы после условного обозначения размера резьбы указывают буквы *LH*, например: *S80×10 LH*.

В условное обозначение многозаходной резьбы должны входить: буква *S*, номинальный диаметр, значение хода и (в скобках) буква *P* и значение шага, например:

для двухзаходной резьбы с шагом 10 мм и значением хода 20 мм: *S80×20(P10)*;

для двухзаходной левой резьбы с шагом 10 мм и значением хода 20 мм: *S80×20(P10)LH*.

Прямоугольная резьба (рис. 3.3.9) обычно делается квадратной ( $\alpha = 0$ ).

Прямоугольная резьба не стандартизована.

Размеры прямоугольной резьбы выбираются расчетным путем:

$$P = 0,25d_1$$

$$d = 1,25d_1.$$

Круглая резьба (рис. 3.3.10) имеет профиль, образованный двумя дугами, соединенных сопряженными прямыми отрезками.

Угол профиля  $\alpha$  равен  $30^\circ$ .

Круглая резьба в общем машиностроении применяется редко и поэтому не стандартизована. Ее размеры принимаются по стандартам предприятия.

### 3.3.1.2. Области применения резьб

На основе опыта эксплуатации резьбовых соединений созданы следующие рекомендации по применению резьб.

Для неподвижных (крепежных) соединений обычно применяют метрические и дюймовые резьбы с крупным или мелким шагом.

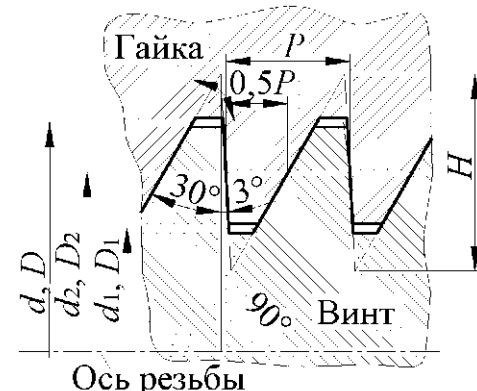


Рис. 3.3.8

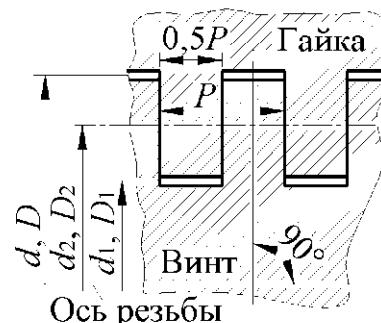


Рис. 3.3.9

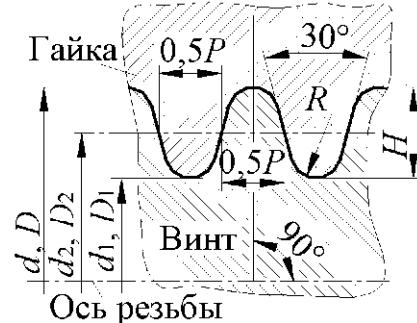


Рис. 3.3.10

При равных наружных диаметрах, в соответствии с формулой (3.3.3) угол подъема резьбы  $\gamma$  мелких резьб меньше угла подъема основных резьб, следовательно, у мелких резьб приведенный коэффициент трения выше. На основании этого очевидно, что мелкие резьбы более надежны по критерию самоотвинчивания в сравнении с основными метрическими резьбами. Кроме того, резьбы с мелким шагом имеют меньшую глубину впадины и, следовательно, меньше ослабляют сечение детали. Поэтому их применяют для соединения *толкостенных* деталей и при действии *динамических* нагрузок. Мелкие метрические резьбы находят наибольшее применение в электромашиностроении, приборостроении, авиастроении и там, где недопустимы большие усилия при затяжке резьбового соединения.

*Трубные* резьбы, кроме перечисленных выше свойств, обладают повышенной герметичностью.

*Коническая трубная* резьба обеспечивает быстроту сборки и разборки соединений.

Для *подвижных* резьбовых соединений преимущественно используют *трапецидальные, упорные и прямоугольные* резьбы, имеющие повышенные КПД и износостойкость.

*Прямоугольную* резьбу применяют в грузовых винтах, так как она обладает более высоким КПД по сравнению с трапецидальной и упорной резьбами, но ее применение ограничено ее недостатками, основными из которых являются появление больших как радиальных, так и осевых зазоров при износе, вызывающих «мертвый ход», и недостаточно точная центровка сопрягаемых деталей соединения.

*Трапецидальная* резьба широко применяется в станкостроении для *ходовых* винтов, то есть таких механизмов, где винт должен передавать усилие и движение. Такие резьбы, по сравнению с прямоугольными, более технологичны и, следовательно, менее дороги в изготовлении, и, по условиям прочности, требует меньшей высоты гайки.

*Упорная* резьба, при одинаковых габаритах с прямоугольной, имеет прочность выше, поэтому она применяется для восприятия больших усилий при передвижении одной части машины или устройства относительно другой (колонны гидравлических прессов, домкраты и др.) при одностороннем направлении нагрузки.

*Круглая* резьба по сравнению с вышеперечисленными резьбами, менее чувствительна к загрязнению (песок, пыль и др.), к толчкам, хорошо воспринимает ударные нагрузки, поэтому ее применяют в винтах водопроводной и паровой арматуры, в винтовых стяжках, ручных тормозах и других подобных устройствах.

### 3.3.1.3. Основные конструкции резьбовых соединений

Все резьбовые соединения в зависимости от назначения можно разделить на две основные группы:

- резьбовые соединения для скрепления деталей друг с другом (*крепежные*);
- резьбовые соединения для передачи сил и движения (*ходовые*).

Наибольшее распространение среди резьбовых деталей получили *крепежные*: болты, винты, шпильки и гайки (рис. 3.3.11), все размеры которых определены стандартами.

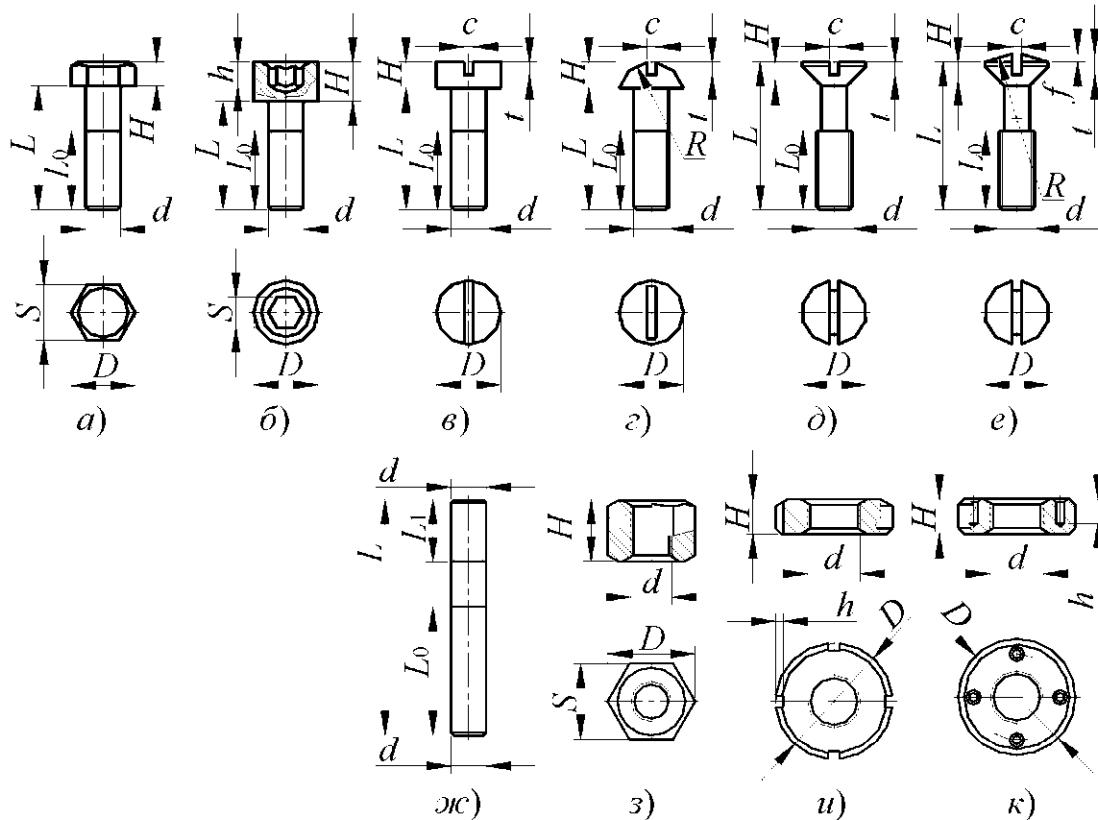


Рис. 3.3.11

*Болт (винт)* представляет собой цилиндрический или конический стержень, на одном конце которого имеется головка, а на другом – резьба для навинчивания гайки (рис. 3.3.11, *a – e*).

*Крепежные винты* в зависимости от *типа резьбового соединения* (рис. 3.3.12) применяют следующих исполнений:

- винты с гайками, обычно называемые *болтами* (рис. 3.3.12, *a, б*); наиболее распространенным видом которых являются болты с шестигранной головкой под ключ (рис. 3.3.11, *a, б*, 3.3.12, *a, б*) из-за большого допускаемого усилия затяжки и небольшого угла поворота ключа до перехвата;

— винты, ввинчиваемые в одну из скрепляемых деталей (рис. 3.3.11, а–е, 3.3.12, в–ж).

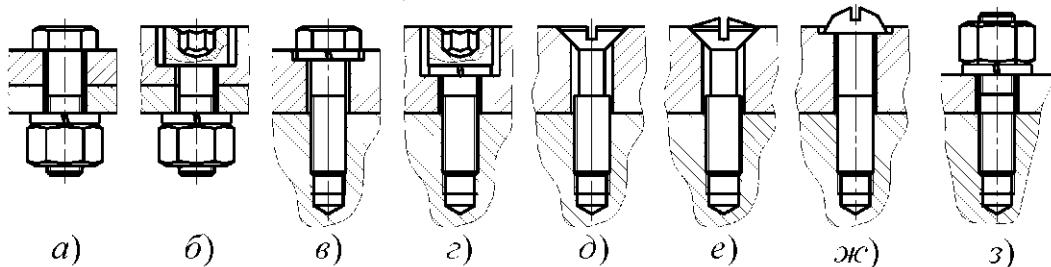


Рис. 3.3.12

*Шпилька* (рис. 3.3.11, ж, 3.3.12, з) имеет два резьбовых конца. Одним (посадочным) концом шпилька ввертывается в одну из соединяемых деталей, на другой конец шпильки навинчивается гайка.

*Болтовые соединения* (рис. 3.3.12, а, б) применяют при свободном доступе к гайке и головке болта для скрепления деталей сравнительно небольшой толщины (например, при наличии фланцев), а также при многократной разборке и сборке соединений. В последнем случае при большой толщине соединяемых деталей предпочтение отдается соединениям *шпильками*.

*Соединения винтом* (рис. 3.3.12, в–ж) и *шпилькой* (рис. 3.3.12, з) применяют для скрепления деталей при наличии доступа монтажного инструмента лишь с одной стороны. При этом шпильки используют обычно для соединения деталей корпусов из материалов с невысокой прочностью (чугуна, алюминиевых и магниевых сплавов, композиционных материалов), а винты — для соединения деталей корпусов из высокопрочных материалов (сталей и сплавов). *Шпильки* в корпусной детали фиксируют (стопорят) (посадкой на резьбе с натягом, завинчиванием на сбег резьбы, с помощью клея и т.д.) для предотвращения вывинчивания их при отвинчивании гаек.

Область применения соединений *винтом с головкой со шлицом* (рис. 3.3.11, в–е, 3.3.12, д–ж) в силовых конструкциях ограничена.

Для предотвращения отвинчивания крепежных деталей при завинчивании гаек (рис. 3.3.12, а, б, з) или винтов (рис. 3.3.12, в, г), под них подкладывают *пружинные шайбы*. Размеры пружинных шайб определены стандартами.

Для более равномерного распределения усилий на большей площади соединяемых деталей и предохранения поверхности детали от повреждения под гайку или головку болта (винта) закладываются *плоские шайбы*. Если в соединении используется пружинная шайба, то плоская шайба прокладывается между пружинной шайбой и соединяемой деталью. Размеры плоских шайб так же стандартизованы.

*Ходовые* резьбовые соединения применяются в домкратах, прессах, металлорежущих станках и других механизмах.

### **3.3.1.4. Материалы крепежных деталей**

Крепежные детали изготавливают из углеродистых сталей обыкновенного качества (Ст3, Ст4, Ст5), качественных конструкционных сталей (10-45), автоматных сталей (А12, А20, А30), легированных конструкционных сталей (35Х, 40Х и др.), бронз, латуней, красной меди, пластмасс.

Для защиты крепежных деталей из углеродистых сталей от коррозии на них наносят окисные пленки или гальванические покрытия (цинковое, кадмиеевое, фосфатное, медное и др.). Толщина покрытий выбирается в зависимости от шага резьбы и имеет следующие значения:

- (3-6) мкм для шага до 0,4 мм,
- (6-9) мкм для шага (0,4-0,8) мм;
- (9-12) мкм для шага свыше 0,8 мм.

Основные механические характеристики (предел прочности  $\sigma_b$ , предел текучести  $\sigma_t$ , относительное удлинение  $\varepsilon$  и др.) материалов болтов, винтов, шпилек и гаек нормированы ГОСТ 1759-82. В зависимости от механических характеристик крепежные детали подразделяются на классы прочности. Для болтов установлены 12 классов прочности, для гаек – 7 классов прочности. Выбор материала определяется условиями работы (прочностью деталей, технологией изготовления деталей и др.). В специальных конструкциях, к которым предъявляются жесткие требования по массе, тепло- и коррозионной стойкости, используют крепежные детали, изготовленные из титановых и бериллиевых сплавов, а также коррозионностойких, жаростойких и жаропрочных сталей).

### **3.3.1.5. Виды резьбовых крепежных соединений**

Резьбовые соединения бывают двух видов:

- *ненапряженные* (усилие предварительной затяжки отсутствует);
- *напряженные* (болты, винты или шпильки предварительно затянуты).

Причины, по которым резьбовое соединение затягивают, различны. Для ряда конструкций она должна создавать требуемую герметичность соединения, например, при соединении головки цилиндров с самим цилиндром двигателя внутреннего сгорания, крышек паровых котлов или автоклавов с их корпусами.

В других конструкциях предварительная затяжка предотвращает разъединение узла при действии переменных нагрузок.

В *ненапряженных* резьбовых соединениях предварительная затяжка отсутствует.

*Напряженные* болты (винты или шпильки) могут подвергаться деформациям растяжения (сжатия), сдвига, изгиба и кручения.

### 3.3.1.6. Силовые параметры при затяжке резьбового соединения

Крутящий момент  $T_1$ , который необходимо приложить к гайке для преодоления трения между витками гайки и болта, может быть определен из уравнения:

$$T_1 = F_{\text{оз}} \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\gamma + \varphi'), \quad (3.3.4)$$

где  $F_{\text{оз}}$  — осевая сила затяжки;

$\gamma$  — угол подъема винтовой линии;

$\varphi'$  — приведенный угол трения в резьбе, определяемый по формуле:

$$\varphi' = \operatorname{arctg} f',$$

где, на основании формулы (1.6.20):

$$f' = \frac{f}{\cos(0,5\alpha)}.$$

В последней формуле:

$f$  — коэффициент трения пары материалов болта и гайки;

$\alpha$  — угол профиля резьбы.

Для определения момента на ключе необходимо учесть дополнительное сопротивление от трения торцевой поверхности о деталь (момент  $T_2$ ).

Для случая, показанного на рис. 3.3.13, имеем:

$$T_2 = \frac{1}{3} F_{\text{оз}} f \frac{D^3 - d_o^3}{D^2 - d_o^2}, \quad (3.3.5)$$

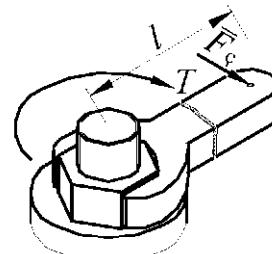


Рис. 3.3.13

где  $D$  — диаметр опорной поверхности гайки, равный размеру гайки;

$f$  — коэффициент трения торцевой поверхности гайки о деталь;

$d_o$  — диаметр отверстия под болт.

Затягивая гайку болта ключом, прикладывая силу затяжки  $F_3$ , создаем момент затяжки  $T_3$ :

$$T_3 = F_3 l, \quad (3.3.6)$$

где  $l$  — расстояние от точки приложения силы  $F_3$  до геометрической оси болта, вокруг которой вращается гайка.

Приложенному моменту затяжки  $T_3$  противодействуют два момента трения:

$T_1$  – момент от сил трения в резьбе;

$T_2$  – момент трения на поверхности соприкосновения гайки с деталью, в которую гайка упирается, растягивая болт.

Условие равновесия моментов в общем виде можно записать:

$$T_3 = T_1 + T_2, \quad (3.3.7)$$

где  $T_1$  и  $T_2$  определяются по уравнениям (3.3.4) и (3.3.5).

Результирующий момент затяжки для схемы на рис. 3.3.13 можно приближенно определить по уравнению:

$$T_3 \approx 0,2 F_{\text{os}} d. \quad (3.3.8)$$

### 3.3.1.7. Расчеты резьбовых соединений на прочность

Расчет болтовых соединений состоит из:

определения величины, направления и вида нагрузки, действующей на болт (если она не задана);

выбора допускаемого напряжения;

определения геометрических размеров элементов резьбового соединения.

Методы расчета болтов определяются видами их нагружения, наиболее часто встречающимися из которых являются:

растяжение или сжатие центральной осевой нагрузкой при отсутствии предварительной затяжки;

растяжение или сжатие центральной осевой нагрузкой и одновременно кручение (с предварительной затяжкой);

изгиб, срез и смятие или растяжение поперечной нагрузкой;

растяжение центральной осевой нагрузкой совместно с изгибом (болты с эксцентричной нагрузкой).

#### 3.3.1.7.1. Ненапряженное болтовое соединение, нагруженное осевой силой

В этом случае (рис. 3.3.14) болт испытывает только деформацию растяжения. Его расчет производится по внутреннему диаметру резьбы, исходя из условия прочности по растяжению (см. формулу (2.3.27)), из которого для данного случая, на основании рис. 3.3.3 и 3.3.14, получаем:

$$A = \frac{\pi d_1^2}{4} \geq \frac{F}{\sigma_{pp}} \quad (3.3.9)$$

или

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi \sigma_{pp}}}. \quad (3.3.10)$$

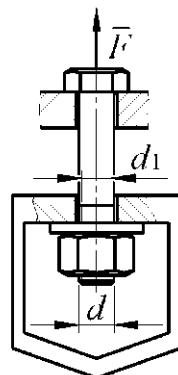


Рис. 3.3.14

В формулах (3.3.9) и (3.3.10):

$F$  – осевая нагрузка;

$\sigma_{pp}$  – допускаемое растягивающее напряжение.

По таблицам соответствующего стандарта подбирается резьба, у которой значение диаметра  $d_1$  является ближайшим большим по отношению к значению диаметра  $d_1'$ , определенному по формуле (3.3.10).

### 3.3.1.7.2. Болтовое соединение, нагруженное осевой силой с затягиванием под нагрузкой

Болт нагружен осевой силой  $F$  и может подтягиваться под нагрузкой (рис. 3.3.15).

В этом случае стержень болта работает на растяжение от силы  $F$  и на кручение от момента трения в резьбе  $T$ . Поэтому болт рассчитывают по эквивалентному напряжению, используя четвертую теорию прочности.

Нормальные напряжения растяжения для данного случая будут равны:

$$\sigma_p = \frac{4F}{\pi d_1^2}, \quad (3.3.11)$$

а касательные от кручения:

$$\tau_k = \frac{T}{W_p} = \frac{8F}{\pi d_1^2} \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') d_2. \quad (3.3.12)$$

Тогда:

$$\sigma_{eqv} = \frac{4F}{\pi d_1^2} \sqrt{1 + 3 \left[ \frac{2d_2}{d_1} \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') \right]^2} = \frac{4F}{\pi d_1^2} \beta \leq \sigma_{pp}. \quad (3.3.13)$$

В формуле (3.3.13):

$\beta$  – коэффициент, учитывающий влияние касательных напряжений на прочность болта.

Из формулы (3.3.13) получаем:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F\beta}{\pi\sigma_{pp}}}. \quad (3.3.14)$$

При среднем диаметре  $d_2 \approx 1,12d_1$ , угле подъема винтовой линии  $\gamma = 2^\circ 30'$  и коэффициенте трения  $f = 0,15$  получим:

$$\beta \approx 1,3. \quad (3.3.15)$$

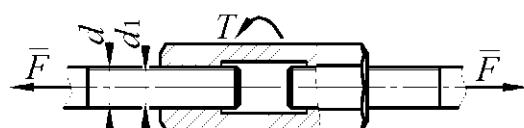


Рис. 3.3.15

По таблицам соответствующего стандарта подбирается резьба, у которой значение диаметра  $d_1$  является ближайшим большим по отношению к значению диаметра  $d_1$ , определенному по формуле (3.3.14).

### 3.3.1.7.3. Ненапряженное болтовое соединение с поперечной нагрузкой

Болт, поставленный в отверстие с зазором, будет подвергаться деформации изгиба, после того как скрепляемые детали окажутся сдвинутыми относительно друг друга (рис. 3.3.16). Такой случай работы болта наиболее неблагоприятен. Условие прочности в этом случае описывается уравнением, известным из курса сопротивления материалов:

$$\sigma_F = \frac{M_u}{W} \leq \sigma_{Fp}. \quad (3.3.16)$$

Величина изгибающего момента  $M_u$  и осевой момент сопротивления  $W$  в этом случае равны:

$$M_u = F \frac{s_1 + s_2}{2}, \quad (3.3.17)$$

$$W = \frac{\pi d_1^3}{32} \approx 0,1d_1^3.$$

Подставляя выражения (3.3.17) в (3.3.16), после преобразования получим:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{16(s_1 + s_2)}{\pi \sigma_{Fp}}}, \quad (3.3.18)$$

где  $\sigma_{Fp}$  – допускаемые изгибные напряжения материала болта.

По таблицам соответствующего стандарта подбирается резьба, у которой значение диаметра  $d_1$  является ближайшим большим по отношению к значению диаметра  $d_1$ , определенному по формуле (3.3.18).

Если болты ставят в отверстия без зазора то, как правило, в плоскости разъема соединяемых деталей болт не имеет резьбы и диаметр ненарезанной части болта равен наружному диаметру резьбы  $d$  (рис. 3.3.17). В этом случае расчет болта ведется на срез по условию прочности на срез (2.6.2), которое при решении данной задачи имеет вид:

$$F \leq \frac{\pi d^2}{4} \tau_{ep,p}, \quad (3.3.19)$$

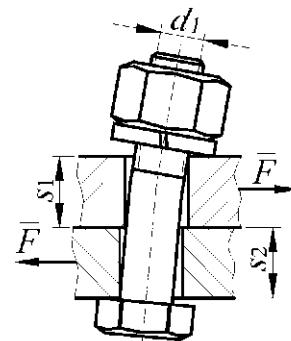


Рис. 3.3.16

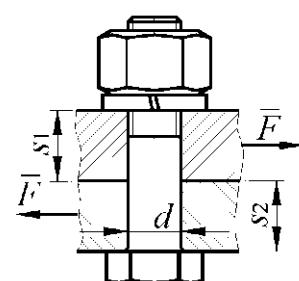


Рис. 3.3.17

или

$$d \geq \sqrt{\frac{4F}{i\pi\tau_{cp} p}}, \quad (3.3.20)$$

где  $i$  – число плоскостей среза;

$\tau_{cp}$  – допускаемые напряжения на срез материала болта.

Кроме того, болт подвергают проверке на смятие аналогично заклепке (уравнение (3.3.4) и рис. 3.3.18).

При расчете болта принятые те же упрощения, что и при расчете заклепки.

$$\sigma_{cm} = \frac{F}{ds_{min}} \leq \sigma_{cm,p}, \quad (3.3.21)$$

где  $s_{min}$  – длина сминаемой поверхности; она определяется, как меньшая из сравнения  $s_2$  и  $l_{min}$ .

Из уравнения (3.3.21) очевидно:

$$d \geq \frac{F}{s_{min}\sigma_{cm,p}}. \quad (3.3.22)$$

#### 3.3.1.7.4. Соединение призонными болтами

Подгонка цилиндрических болтов к отверстиям в соединяемых деталях удорожает изготовление и монтаж болтов. Поэтому для восприятия поперечных нагрузок болты изготавливают коническими и вставляют их в конические отверстия, предварительно обработанные разверткой, что обходится дешевле, чем подгонка цилиндрических болтов к цилиндрическим отверстиям. Такие болты называются *призонными* (рис. 3.3.19).

Расчет призонных болтов проводится аналогично расчету цилиндрических болтов.

#### 3.3.1.7.5. Напряженное болтовое соединение с поперечной нагрузкой

Если болт поставлен в отверстие с зазором, но предварительно затянут, то под действием силы затяжки  $F_{oz}$  (рис. 3.3.20) соединяемые детали окажутся взаимно прижатыми, вследствие чего на поверхностях сопряжения деталей возникнут силы трения  $F_t$ , препятствующие относительному сдвигу деталей. Для сохра-

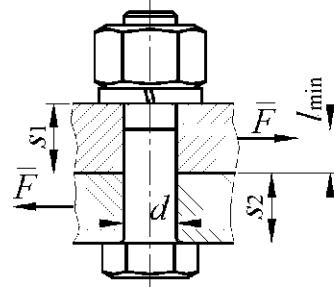


Рис. 3.3.18

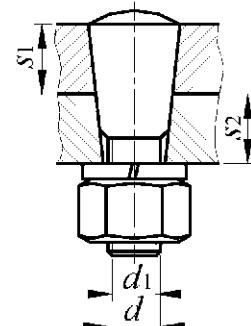


Рис. 3.3.19

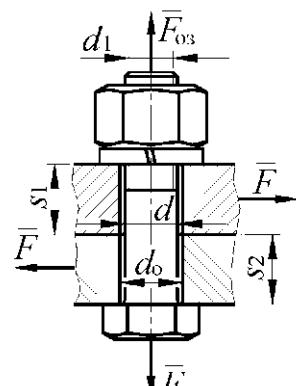


Рис. 3.3.20

нения исходного положения деталей друг относительно друга при наличии *поперечной* нагрузки  $F$  должно выполняться условие:

$$F \leq F_T = F_{\text{ос}} f, \quad (3.3.23)$$

где  $F_{\text{ос}}$  – осевая сила затяжки;

$f$  – коэффициент трения соединяемых деталей.

Из уравнения (3.3.23) получаем:

$$F_{\text{ос}} \geq \frac{F}{f}. \quad (3.3.24)$$

Так как при данной схеме соединения болт одновременно испытывает растяжение силой  $F_{\text{ос}}$  и кручение от момента трения в резьбе, то для его расчета можно применить формулу (3.3.14), которая в этом случае, с учетом (3.3.24), будет иметь вид:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F\beta}{\pi f \sigma_{pp}}}. \quad (3.3.25)$$

С учетом замечаний к формуле (3.3.14) по величине  $\beta$  получим:

$$d_1 \geq 1,3 \sqrt{\frac{F}{f \sigma_{pp}}}. \quad (3.3.26)$$

По таблицам соответствующего стандарта подбирается резьба, у которой значение диаметра  $d_1$  является ближайшим большим по отношению к значению диаметра  $d_1$ , определенному по формуле (3.3.26).

### 3.3.2. Шпоночные соединения

#### 3.3.2.1. Общие сведения

*Шпоночным* называется соединение зацеплением *соосных* деталей, имеющих цилиндрические или конические поверхности контакта, с помощью промежуточной детали (шпонки). Шпонка размещается в совмещенных пазах сопряженных деталей.

Шпоночные соединения разделяют на виды в зависимости от *формы* шпонки, наиболее применяемыми из которых из которых являются *призматические* (рис. 3.3.21) и *сегментные* (рис. 3.3.22). Форма и размеры этих шпонок определены соот-



Рис. 3.3.21

ветствующими стандартами. Достаточно часто применяются и цилиндрические шпонки (рис. 3.3.23).

Кроме передачи вращающего момента между соосными деталями в *неподвижных* соединениях, шпонки применяются для направления относительного осевого перемещения сопряженных деталей в *подвижных* соединениях (*направляющие* шпонки). Направляющие шпонки, в связи со значительной их длиной, закрепляют винтами в пазу вала. Их применяют при небольших относительных перемещениях сопряженных деталей.

При больших относительных перемещениях сопряженных деталей применяют *скользящие* шпонки, которые соединяют с охватывающей деталью с помощью выступов, и они скользят по пазу вместе с этой деталью.

*Призматические* шпонки создают ненапряженные соединения. Они работают боковыми гранями, которыми сопрягаются с пазами по посадкам с зазором или по переходным посадкам. Такой характер соединения обеспечивает достаточную точность центрирования и не вызывает заметных внутренних напряжений в деталях в процессе их сборки. Недостатками являются повышенные требования к точности изготовления и сборки.

*Сегментные* шпонки по принципу работы подобны призматическим, но они из-за глубокого паза в валу значительно ослабляют последние и поэтому их применяют при небольших нагрузках. Однако глубокий паз в валу не позволяет сегментной шпонке перекашиваться под нагрузкой. Еще одним из их достоинств является простота и дешевизна изготовления.

*Цилиндрические* шпонки достаточно просты в изготовлении, но обладают малой нагрузочной способностью.

### 3.3.2.2. Расчеты шпоночных соединений

#### 3.3.2.2.1. Материалы шпонок

Шпонки изготавливают из сталей, имеющих временное сопротивление на разрыв не менее 590 МПа (наиболее часто используется сталь 45 и 50) с твердостью (30-40) HRC<sub>Э</sub>.



Рис. 3.3.22

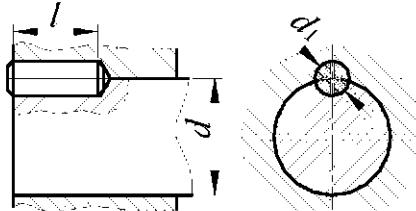


Рис. 3.3.23

### 3.3.2.2.2. Шпоночное соединение с призматической шпонкой

Поперечные размеры шпонок и шпоночных пазов в соединяемых деталях определяются по стандартам в зависимости от диаметра вала. В технически обоснованных случаях (например, для валов со сквозным осевым отверстием при малой толщине стенки) допускается применять меньшие размеры сечений стандартных шпонок на валах больших диаметров, за исключением выходных концов валов.

Длина шпонки определяется из расчета на смятие. В особо ответственных случаях шпоночное соединение проверяют по напряжениям сдвига.

При расчетах нагружение шпонки по длине принимают равномерным.

Рассмотрим расчет шпоночного соединения с *призматической шпонкой исполнения 1* (рис. 3.3.21, 3.3.24).

#### 3.3.2.2.1. Расчет на смятие боковых поверхностей шпонки и соединяемых деталей

Из рис. 3.3.24 очевидно, что для левой площадки контакта шпонки с охватываемой деталью условие прочности при *смятии* (2.8.14) примет вид:

$$\sigma_{cm2} = \frac{F_2}{t_2 l_p} = \frac{T}{r_2 K l_p} \leq \sigma_{cm\ p}, \quad (3.3.27)$$

а для правой (по чертежу) площадки контакта:

$$\sigma_{cm1} = \frac{F_1}{t_1 l_p} = \frac{T}{r_1 t_1 l_p} \leq \sigma_{cm\ p}. \quad (3.3.28)$$

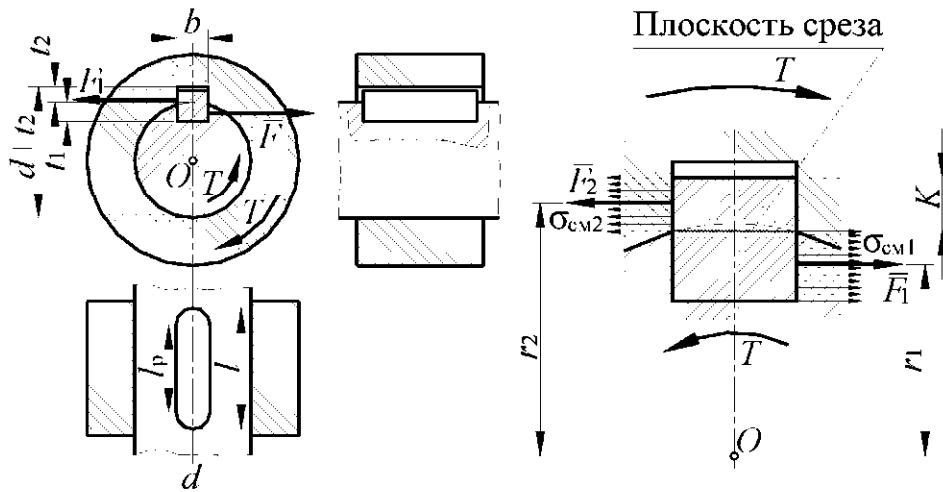


Рис. 3.3.24

Для упрощения расчетов принимают, что:

$$r_2 \approx r_1 \approx \frac{d}{2} \text{ и } K \approx t_1 \approx \frac{h}{2}. \quad (3.3.29)$$

Тогда можно записать единое уравнение прочности по напряжениям смятия:

$$\sigma_{cm} = \frac{4kT}{dh l_p} \leq \sigma_{cm\ p}. \quad (3.3.30)$$

В уравнении (3.3.28):

$k$  – поправочный коэффициент, учитывающий принятые выше упрощение расчетной схемы, обычно принимаемый равным 1,1;

$l_p$  – рабочая длина шпонки;

$\sigma_{cm\ p}$  – допускаемые напряжения смятия материалов соединяемых деталей или шпонки (в зависимости от того, какая деталь проверяется по условиям недопущения смятия).

Шпонка контактирует с прямолинейным пазом охватывающей детали по плоской поверхности, имеющей размер в осевом направлении, равный рабочей длине шпонки  $l_p$ . Из рис. 3.3.21 очевидно, что рабочая длина  $l_p$  призматической шпонки исполнения 1 при закруглении ее концов радиусом, равным половине ширины шпонки, равна:

$$l_p = l - b, \quad (3.3.31)$$

На основании уравнения (3.3.30) с учетом (3.3.31), получаем:

$$l \geq \frac{4kT}{dh\sigma_{cm\ p}} + b. \quad (3.3.32)$$

Длина шпонки, после определения ее минимально допускаемой величины по формуле (3.3.32), должна быть округлена до ближайшей большей из ряда величин, определяемых стандартом.

### 3.3.2.2.2.2. Проверочный расчет шпонки по напряжениям сдвига

Расчет производится по условию прочности по напряжениям сдвига (2.4.5). На основании рис. 3.3.24 очевидно, что площадь сечения  $A_{cp}$  при срезе равна:

$$A_{cp} = bl_p. \quad (3.3.33)$$

Сила сдвига, с принятием допущений (3.3.29), будет равна:

$$F = \frac{2kT}{d}. \quad (3.3.34)$$

Окончательно условие прочности по напряжениям сдвига для призматической шпонки исполнения 1 с учетом (3.3.33), (3.3.34) и (3.3.31) примет вид:

$$\tau = \frac{2kT}{db(l-b)} \leq \tau_p. \quad (3.3.35)$$

Расчеты шпоночных соединений с призматическими шпонками исполнений 2 и 3 производятся аналогично с учетом того, что:

при исполнении шпонки 2:

$$l_p = l - 0,5b, \quad (3.3.36)$$

при исполнении шпонки 3:

$$l_p = l. \quad (3.3.37)$$

В случае установки двух противоположно расположенных шпонок вводят *поправочный коэффициент*, учитывающий неравномерное распределение нагрузки между шпоночными соединениями, равный 0,75. В этом случае формулы (3.3.32) и (3.3.35) принимают вид:

$$l \geq \frac{3kT}{dh\sigma_{cm\,p}} + b. \quad (3.3.38)$$

$$\tau = \frac{1,5kT}{db(l-b)} \leq \tau_p. \quad (3.3.39)$$

Рассмотрим особенности выбора шпонок для *ступенчатых валов* (рис. 3.3.25). Схема расчета представлена с упрощениями, определяемыми уравнениями (3.3.29).

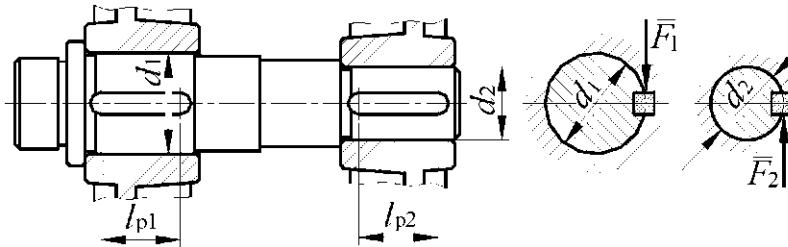


Рис. 3.3.25

Шпоночными соединениями передается постоянный врачающий момент  $T$ . Силы  $F_1$  и  $F_2$ , действующие на шпонки и приложенные на плече, равном половине диаметра соответствующей ступени вала, равны:

$$F_1 = \frac{2T}{d_1}, \quad (3.3.40)$$

$$F_2 = \frac{2T}{d_2}. \quad (3.3.41)$$

Диаметр вала  $d_1$  больше его диаметра  $d_2$ , следовательно:

$$F_1 < F_2. \quad (3.3.42)$$

По соображениям прочности и работоспособности шпоночных соединений нет оснований к назначению для ступени с диаметром  $d_1$  шпонки большей, чем для ступени с диаметром  $d_2$ . Целесообразно принять для этих двух участков вала шпонки, одинаковые по поперечным размерам и одинаковой длины, так как наличие на одном валу шпоночных пазов, одинаковых по сечению и длине, улучшает технологичность конструкции вала.

Таким образом, рекомендуется назначать одинаковые шпонки для всех ступеней вала исходя из ступени *наименьшего* диаметра, имеющего шпоночный паз.

### 3.3.2.2.3. Шпоночное соединение с сегментной шпонкой

Схема шпоночного соединения с сегментной шпонкой представлена на рис. 3.3.22. Расчеты такого соединения аналогичны расчету шпоночного соединения с призматической шпонкой.

Рассмотрим расчет по напряжениям смятия.

Величины параметров шпоночного соединения с сегментной шпонкой  $D$ ,  $b$ ,  $h$   $l$  определяются по стандарту на сегментные шпонки в зависимости от величины диаметра вала  $d$ .

Расчет проводится по соединению сегментной шпонки с *охватываемой* деталью. При расчете допускаются упрощения, аналогичные упрощениям, принятым при расчете шпоночного соединения с призматической шпонкой и определяемые уравнениями (3.3.29):

$$r_2 \approx r_1 \approx \frac{d}{2}, \quad (3.3.43)$$

$$l_p \approx l. \quad (3.3.44)$$

Тогда, на основании условия прочности по напряжениям смятия (2.8.14) можно записать:

$$\sigma_{cm} = \frac{2kT}{dl(h-t_1)} \leq \sigma_{cm\ p}. \quad (3.3.45)$$

*Расчет по напряжениям сдвига.*

На основании условия прочности по напряжениям сдвига (2.4.5) и рис. 3.3.22 получаем:

$$\tau = \frac{2kT}{db} \leq \tau_p. \quad (3.3.46)$$

### 3.3.2.2.4. Шпоночное соединение с цилиндрической шпонкой

Схема шпоночного соединения с цилиндрической шпонкой представлена на рис. 3.3.23.

Длина шпонки  $l$  определяется из расчета боковых поверхностей соединяемых деталей и шпонки на *смятие*.

Для упрощения расчетных формул в этом случае, аналогично расчету *заклепочных* соединений на смятие, за площадь смятия принята половина площади *диаметрального сечения* шпонки на ее длине  $l$ .

Кроме того, принято упрощение, определяемое уравнением (3.3.43). Тогда, на основании условия прочности по напряжениям смятия (2.8.14):

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{4kT}{dd_1 l} \leq \sigma_{\text{см} p}. \quad (3.3.47)$$

Из уравнения (3.3.47) получаем:

$$l \geq \frac{4kT}{dd_1 \sigma_{\text{см} p}}. \quad (3.3.48)$$

По напряжениям сдвига проверяют диаметральное сечение цилиндрической шпонки. На основании условия прочности по напряжениям сдвига (2.4.5) и рис. 3.3.23 получаем:

$$\tau = \frac{2kT}{dd_1 l} \leq \tau_p. \quad (3.3.49)$$

### 3.3.3. Шлицевые соединения

#### 3.3.3.1. Общие сведения

*Шлицевыми* называют соединения, которые образуются между выступами (илищами) вала и соответствующими по форме впадинами ступицы, насаженной на вал (рис. 3.3.26). Соединения выполняют подвижными и неподвижными (относительно оси вала).

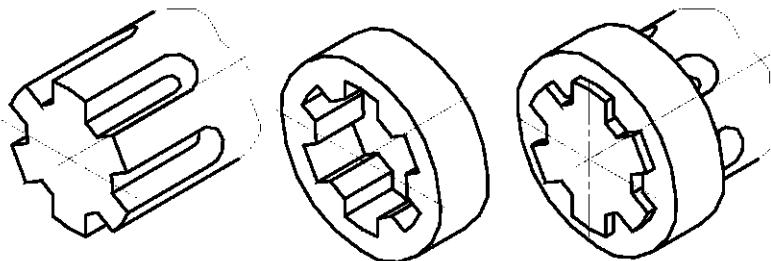


Рис. 3.3.26

Шлицевые соединения по сравнению со шпоночными отличаются высокой точностью центрирования и перемещения ступиц (в подвижных соединениях), имеют значительно большую нагрузочную способность.

По форме поперечного сечения шлицы делятся на:

- треугольные (рис. 3.3.27),
- прямобочные (рис. 3.3.28),
- эвольвентные (рис. 3.3.29).

Шлицевые соединения с треугольным профилем применяют в неподвижных соединениях тонкостенных втулок или пустотелых валов (вместо соединений с натягом), передающих небольшие врачающие моменты.

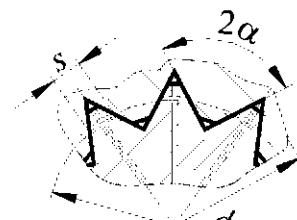


Рис. 3.3.27

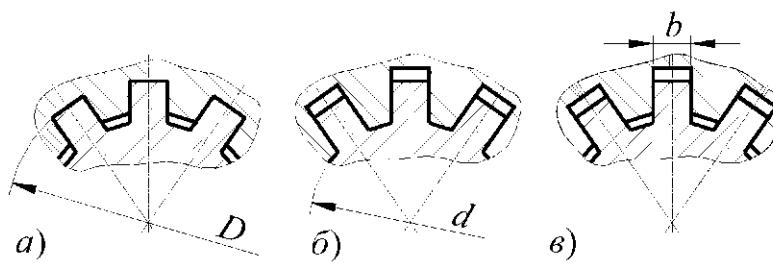


Рис. 3.3.28

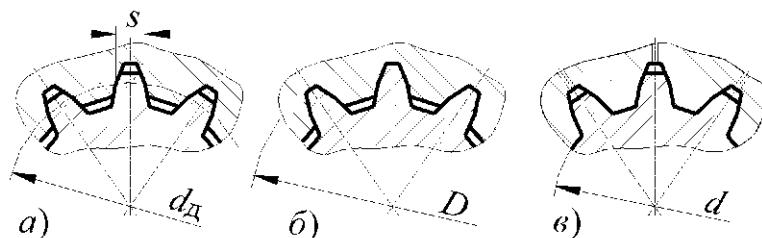


Рис. 3.3.29

*Центрирование при треугольных шлицах осуществляют по боковым граням.*

Прямообочные шлицевые соединения изготавливают трех серий: легкой, средней и тяжелой. В таких соединениях центрирование осуществляют по наружному диаметру (рис. 3.3.28, а), внутреннему диаметру (рис. 3.3.28, б) или по боковым сторонам (рис. 3.3.28, в). Центрирование по одному из диаметров ( $D$  или  $d$ ) применяют в тех случаях, когда необходима повышенная точность совпадения геометрических осей сопрягаемых деталей.

Шлицевое соединение с эвольвентными шлицами (рис. 3.3.29) отличается от прямообочного более совершенной технологией изготовления (аналогичной технологии нарезания зубчатых колес), повышенной прочностью самих шлицев и валов и точностью центрирования. Центрирование при эвольвентных шлицах осуществляют по боковым сторонам (рис. 3.3.29, а), по наружному диаметру (рис. 3.3.29, б) и внутреннему диаметру (рис. 3.3.29, в). Наиболее распространенными являются первые два способа, причем центрирование по боковым сторонам является наиболее экономичным, а по  $D$  – наиболее точным.

### 3.3.3.2. Расчеты шлицевых соединений

На боковых поверхностях шлицев под нагрузкой возникают напряжения смятия. В сечениях у оснований возникают напряжения сдвига и изгиба, пропорциональные напряжениям смятия.

Как показала практика эксплуатации шлицевых соединений, критичными являются напряжения смятия, поэтому при проектировании шлицевых соединений, как правило, ограничиваются расчетом по этим напряжениям.

### 3.3.3.2.1. Шлицевые соединения с прямобочными шлицами

По диаметру вала  $D$  из таблиц, определяемых стандартом для прямобочных шлицевых соединений выбираются параметры шлицевого соединения – толщина шлица  $b$  и сочетание  $Z \times d \times D$ .

Длина шлицевого соединения, нагруженного крутящим моментом  $T$ , определяется из расчета на смятие боковых поверхностей.

Составляющие условия прочности по напряжениям смятия (2.8.14) на основании рис. 3.3.30 равны:

$$F = \frac{2T}{\psi d_{cp} z}, \quad (3.3.50)$$

$$A_{cm} = hl, \quad (3.3.51)$$

где  $\psi$  – коэффициент, учитывающий неравномерность нагружения шлицев; обычно  $\psi$  принимают равным 0,75;

$d_{cp}$  – средний диаметр соединения (диаметр, на котором приложена равнодействующая от напряжения смятия):

$$d_{cp} = \frac{D + d_a}{2}; \quad (3.3.52)$$

$z$  – число шлицев;

$h$  – высота нагруженной части шлица;

$$h = \frac{D - d_a}{2}; \quad (3.3.53)$$

$d_a$  – внутренний диаметр отверстия *охватывающей* детали шлицевого соединения; с достаточной для расчета шлицевого соединения на прочность можно принять:

$$d_a \approx d. \quad (3.3.54)$$

Подставив (3.3.50) и (3.3.51), с учетом (3.3.52), (3.3.53) и (3.3.54), после преобразований получим:

$$\sigma_{cm} = \frac{11T}{(D^2 - d^2)zl} \leq \sigma_{cm,p}, \quad (3.3.55)$$

откуда:

$$l \geq \frac{11T}{(D^2 - d^2)z\sigma_{cm,p}}. \quad (3.3.56)$$

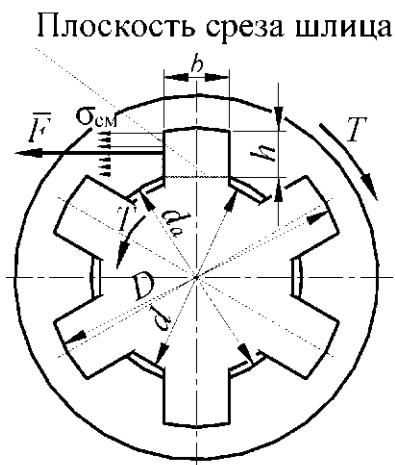


Рис. 3.3.30

Опыт эксплуатации валов с *прямоугольными* шлицами и плоским дном впадины на *кручение* показал, что их прочность эквивалентна прочности гладкого вала, диаметр которого равен *внутреннему диаметру* шлицевого вала.

### 3.3.3.2.2. Шлицевые соединения с эвольвентными шлицами

По диаметру соединения  $D$  из таблиц, определяемых стандартом для эвольвентных шлицевых соединений выбираются их параметры – число шлицев  $z$  и модуль  $m$ . Для шлицевого соединения, аналогично зубчатым колесам, взаимосвязь между модулем  $m$  и числом шлицев  $z$  определяется уравнением:

$$d_a = mz. \quad (3.3.57)$$

Определение длины шлицевого эвольвентного соединения, нагруженного крутящим моментом  $T$ , производят аналогично определению длины шлицевого *прямобочного* соединения. Тогда исходя из условия прочности по напряжениям смятия (2.8.14) на основании рис. 3.3.31 получаем:

$$F = \frac{2T}{\psi d_{cp} z}, \quad (3.3.58)$$

$$A_{cm} = hl, \quad (3.3.59)$$

где  $\psi$  – коэффициент, учитывающий неравномерность нагружения шлицев; обычно  $\psi$  принимают равным 0,75;

$d_{cp}$  – средний диаметр соединения (диаметр, на котором приложена равнодействующая от напряжения смятия); его принимают равным  $d_a$ :

$$d_{cp} = d_a = mz; \quad (3.3.60)$$

$z$  – число шлицев;

$h$  – расчетная высота шлица:

$$h = \theta m, \quad (3.3.61)$$

где  $\theta = 1,0$  – при центрировании по боковым поверхностям,

$\theta = 0,9$  при центрировании по наружному или внутреннему диаметру.

Подставив (3.3.58) и (3.3.59), с учетом (3.3.60) и (3.3.61), после преобразований получим:

$$\sigma_{cm} = \frac{2,7T}{(mz)^2 \theta l} \leq \sigma_{cm,p}, \quad (3.3.62)$$

откуда:

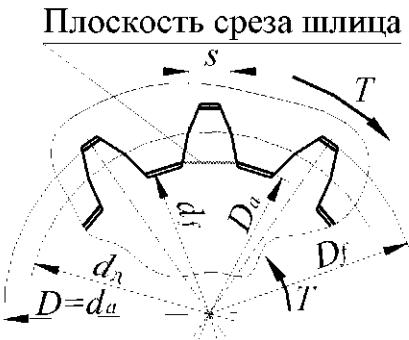


Рис. 3.3.31

$$l \geq \frac{2,7T}{(mz)^2 \theta \sigma_{\text{см}p}}. \quad (3.3.63)$$

Другие параметры эвольвентного шлицевого соединения (рис. 3.3.31) определяют по нижеприведенным зависимостям:

диаметры вала:

наружный (окружности выступов)  $d_a$ :

$$d_a = D; \quad (3.3.64)$$

внутренний (окружности впадин)  $d_f$ :

$$d_f = d_a - 2,4m; \quad (3.3.65)$$

диаметры отверстия сопряженной с валом детали:

наружный (окружности впадин):

при центрировании по  $D$ :

$$D_f = D; \quad (3.3.66)$$

при центрировании по  $s$ :

$$D_f = D + 0,4m; \quad (3.3.67)$$

внутренний (окружности выступов):

$$D_a = D - 2m. \quad (3.3.68)$$

### 3.3.3.2.3. Шлицевые соединения с треугольными шлицами

По отраслевым стандартам соединения с треугольными шлицами (рис. 3.3.32) изготавливают со следующими параметрами:

угол профиля  $2\alpha=90^\circ; 2\alpha=72^\circ; 2\alpha=60^\circ$ ;

модуль  $m=(0,2-1,5)$  мм;

число зубьев  $z=20-70$ .

Взаимосвязь между модулем  $m$  и числом шлицев  $z$  определяется уравнением:

$$d_d = mz. \quad (3.3.69)$$

Определение длины шлицевого соединения с треугольными шлицами, нагруженного крутящим моментом  $T$ , производят аналогично определению длины шлицевого соединения с эвольвентными шлицами.

По диаметру соединения  $D$  из таблиц, определяемых стандартом для шлицевых соединений с треугольными шлицами, выбираются их параметры – число шлицев  $z$  и модуль  $m$ .

Составляющие условия прочности по напряжениям смятия (2.8.14) на основании рис. 3.3.32 равны:

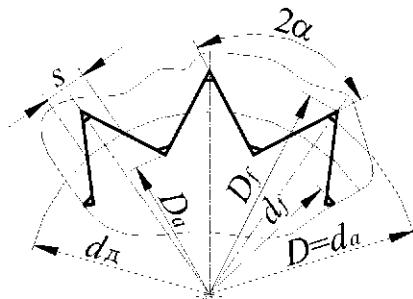


Рис. 3.3.32

$$F = \frac{2T}{\psi d_{cp} z}, \quad (3.3.70)$$

$$A_{cm} = hl, \quad (3.3.71)$$

где  $\psi$  – коэффициент, учитывающий неравномерность нагружения шлицев; обычно  $\psi$  принимают равным 0,75;

$d_{cp}$  – средний диаметр соединения (диаметр, на котором приложена равнодействующая от напряжения смятия); его принимают равным  $d_d$ :

$$d_{cp} = d_d = mz; \quad (3.3.72)$$

$z$  – число шлицев;

$h$  – расчетная высота шлица:

$$h = \frac{D - d}{2}. \quad (3.3.73)$$

Подставив (3.3.70) и (3.3.71), с учетом (3.3.72) и (3.3.73), после преобразований получим:

$$\sigma_{cm} = \frac{5,37}{mz^2(D-d)} \leq \sigma_{cm,p}, \quad (3.3.74)$$

откуда:

$$l \geq \frac{5,37}{mz^2(D-d)\sigma_{cm,p}}. \quad (3.3.75)$$

На основе экспериментальных данных рекомендуется длину шлицевого соединения делать в диапазоне  $(0,5-2,0)/D$ , так как при увеличении длины длиннее рекомендуемого значения приводит к снижению точности изготовления и уменьшению фактической площади соприкосновения шлицев.

### 3.3.4. Штифтовые соединения

Штифты представляют собой цилиндрические или конические стержни с гладкими поверхностями (рис. 3.3.33), предназначенные для фиксации взаимного расположения скрепляемых между собой деталей, в качестве крепежных деталей (функцию штифтов выполняют, например, призонные болты — рис. 5.1.34), для передачи небольших поперечных сил и моментов (преимущественно в приборостроении).

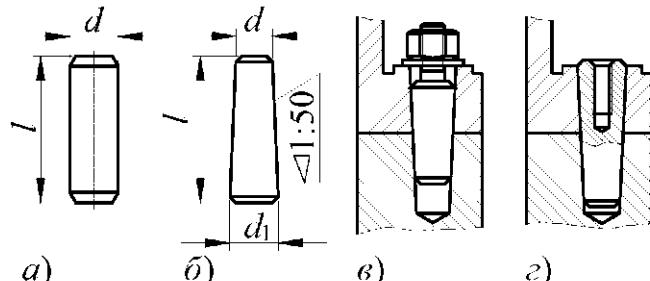


Рис. 3.3.33

Штифты применяются также в качестве *разрушающей* детали в цепи передачи энергии, предохраняющей изделие от перегрузок.

*Гладкие штифты – цилиндрические* (рис. 3.3.33, а) и *конические* (рис. 3.3.33, б, в, г) – обеспечивают точную фиксацию соединяемых деталей, но требуют высокой точности изготовления и обработки посадочных отверстий. Гладкие штифты в отверстиях удерживаются трением. При действии неравномерных нагрузок и при больших угловых скоростях цилиндрические штифты дополнительно фиксируют в отверстиях кернением, развалыковкой, расклепкой концов (рис. 3.3.34) или пружинными кольцами (рис. 3.3.35), а также применяют конические штифты с резьбовыми концами (рис. 3.3.33, в, г).

При установке штифтов в *глухие* отверстия или без доступа для их выколачивания применяют штифты с *внутренней* (рис. 3.3.33, в) или *наружной* (рис. 3.3.33, г) резьбой для их удаления при демонтаже.

Недостатком *цилиндрических* штифтов является ослабление посадки при повторных сборках.

Соединения *коническими* штифтами имеют более высокую стоимость, но они значительно долговечнее.

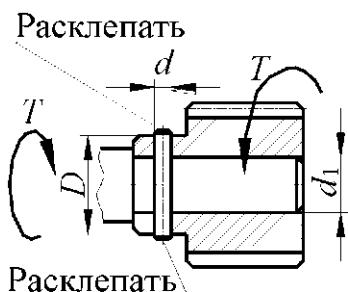


Рис. 3.3.34

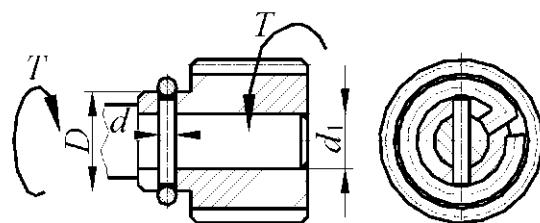


Рис. 3.3.35

Рассмотрим наиболее употребляемые варианты применения штифтовых соединений.

*Фиксация взаимного расположения скрепляемых между собой деталей.*

Точность фиксирования по *плоскости* деталей, соединенных болтовым или винтовым соединением с зазором, достигается установкой двух штифтов, которые располагают на возможно большем расстоянии  $l$  друг от друга (рис. 3.3.36). Обычно применяют *конические* штифты. Если по каким-либо причинам нельзя применить конические штифты, то используют *цилиндрические* штифты.

Диаметр штифтов  $d$  в этом случае рекомендуется принимать:

$$d = (0,7 - 0,8)d_5, \quad (3.3.76)$$

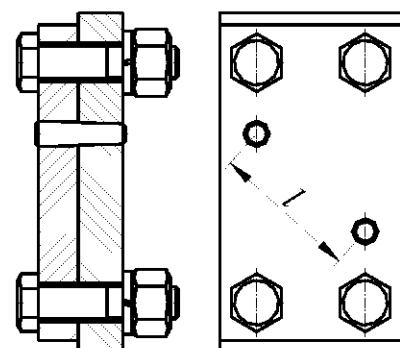


Рис. 3.3.36

где  $d_6$  — диаметр крепежного болта (винта).

Для фиксации относительного положения детали, сопряженной с другой деталью по цилиндрической или конической поверхности, достаточно одного штифта, предотвращающего относительный поворот деталей — радиальному смещению препятствуют сопрягаемые поверхности (рис. 3.3.37).

Штифты рассчитывают на срез и смятие, а толщину соединяемых деталей определяют из расчета на смятие. Расчеты производятся аналогично расчетам заклепочного соединения.

Материалом для штифтов обычно служит стали марок 45, 15, А12, У8. Для немагнитных штифтов используют бронзу БрКМ 3-1.

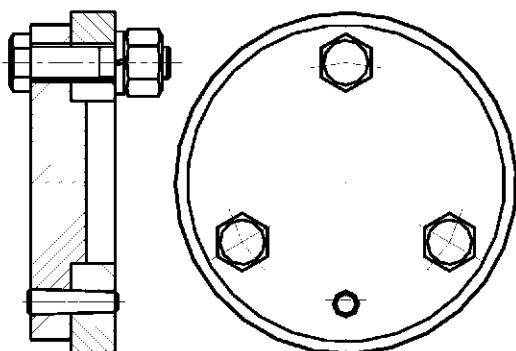


Рис. 3.3.37

## 4. ПЕРЕДАТОЧНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

### 4.1. Общие сведения

В машиностроении под *передаточными механизмами* понимают устройства, предназначенные для передачи на расстояние *механической энергии*, причем эта передача совмещается с выполнением частных функций, к основным из которых относятся:

- передача и преобразование движения,
- изменение и регулирование скорости,
- распределение потоков мощности между различными исполнительными органами данной машины,
- пуск, останов и реверсирование движения.

Эти функции должны выполняться в течение заданного времени с заданными точностью и производительностью. При этом механизм должен иметь минимально возможные габариты, быть экономичным и безопасным в эксплуатации. Тип передаточного механизма выбирают в соответствии с назначением механизма, режимом и условиями его работы.

В данном курсе рассмотрены основы геометрического и прочностного расчетов наиболее распространенных передаточных механизмов: фрикционных, ременных, зубчатых, червячных, цепных.

### 4.2. Фрикционные передачи

#### 4.2.1. Общие сведения

В группу *фрикционных* передач входят:

- передачи *фрикционные* – с непосредственным контактом звеньев (катков или комбинации катков и дисков);
- передачи *трением с гибкой связью* (ременные, канатные, со стальными лентами).

Во фрикционных передачах вращение передается силами трения  $F_t$ , создаваемыми в зоне контакта двух соприкасающихся звеньев высшей пары в результате постоянного прижатия звеньев с силой  $F_n$ . Для надежной работы фрикционных передач требуется соблюдение условия:

$$F_t \geq F'_t, \quad (4.2.1)$$

где  $F_t$  – окружное усилие, необходимое для создания крутящего момента  $T_2$  на ведомом валу.

$$F_t = fF'_n \quad (4.2.2)$$

Из-за *относительного проскальзывания* звеньев в высшей паре отношение угловых скоростей вращающихся звеньев фрикционной пары не является постоянной величиной.

## **4.2.2. Фрикционные передачи с жесткими рабочими телами (фрикционными катками)**

### **4.2.2.1. Общие сведения**

Передачи с фрикционными катками применяют

— для передачи движения между валами, оси которых параллельны или пересекаются;

для преобразования вращательного движения в поступательное или наоборот.

*Достоинства* фрикционных передач:

простота конструкции;

— равномерность передачи движения и бесшумность работы, вследствие чего их применяют при высоких числах оборотов;

— возможность осуществления передач с регулированием передаточного отношения в процессе работы.

*К недостаткам* фрикционных передач относится:

— повышенный и неравномерный износ рабочих тел;

— большие давления на опоры и, вследствие этого, большие потери на трение в опорах;

— сравнительно низкий КПД ( $\eta=0,80-0,92$ );

— наличие проскальзывания делает невозможным применение этих передач в механизмах, где недопустимо колебание передаточного числа.

Наибольшее распространение фрикционные передачи получили в механизмах для бесступенчатого изменения передаточного числа, имеющих в своей основе фрикционную передачу.

### **4.2.2.2. Кинематические соотношения**

Рассмотрим фрикционную передачу с параллельными валами (рис. 4.2.1), где передача крутящего момента осуществляется при помощи гладких цилиндрических катков.

В кинематической схеме передачи:

$d_1$  — диаметр ведущего катка;

$n_1$  — частота вращения ведущего катка;

$T_1$  — передаваемый крутящий момент ведущего вала;

$v_1$  — окружная скорость ведущего катка.

$d_2$  — диаметр ведомого катка;

$n_2$  — частота вращения ведомого катка;

$T_2$  — момент сопротивления на ведомом катке;

$v_2$  — окружная скорость ведомого катка.

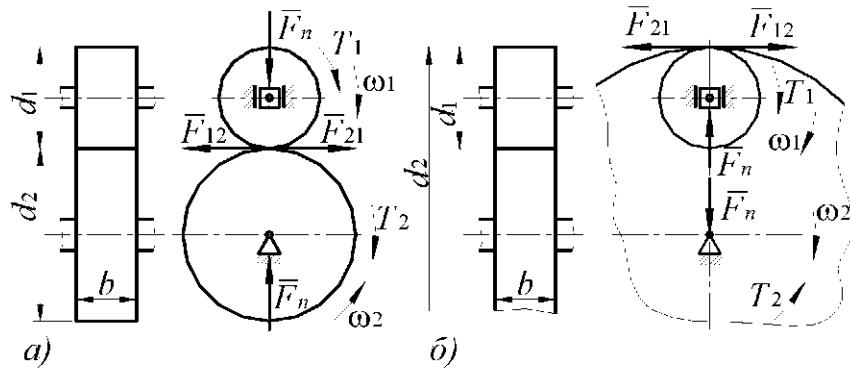


Рис. 4.2.1

Предположим, что относительное проскальзывание между катками отсутствует; тогда окружные скорости катков должны быть одинаковыми, т.е.  $v_1=v_2$  (см. раздел 1.4.6.1).

Тогда, исходя из принятых обозначений, получим:

$$v_1 = v_2 = \omega_1 \frac{d_1}{2} = \omega_2 \frac{d_2}{2} = \frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{60} = \frac{\pi \cdot d_2 \cdot n_2}{60},$$

откуда:

$$d_1 n_1 = d_2 n_2 = d_1 \omega_1 = d_2 \omega_2.$$

Из последнего равенства находим:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{d_2}{d_1} = i_{12}, \quad (4.2.3)$$

где  $i_{12}$  — передаточное отношение передачи при передаче движения (энергии от первого катка ко второму);

знак «+» относится к внешнему касанию катков (рис. 4.2.1, а);

знак «-» относится к внутреннему касанию катков (рис. 4.2.1, б).

Во многих расчетах, когда нет необходимости определять направление вращения звеньев, используют понятие «передаточное число» - и.

Передаточным числом называется отношение  $\left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right|$  при режиме редукции, т.е при  $\omega_1 \geq \omega_2$ .

Тогда:

$$u = \left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right| = \frac{d_2}{d_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad (4.2.4)$$

У фрикционных передач, как у всех передач трением, окружные скорости рабочих поверхностей вследствие проскальзывания сопряженных катков не равны. Связь между окружными скоростями ведущего  $v_1$  и ведомого  $v_2$  катков выражается формулами:

$$v_2 = (1 - \xi)v_1 \quad (4.2.5)$$

или:

$$d_2 n_2 = (1 - \xi) d_1 n_1, \quad (4.2.6)$$

где  $\xi = 1 - \frac{v_2}{v_1}$  – относительное скольжение.

Величина относительного скольжения  $\xi$  мала, она не превышает для стали и чугуна 0,002-0,005; для текстолита 0,01; для резины 0,03.

Кроме скольжения, в фрикционных передачах может происходить буксование – проскальзывание, вызванное перегрузкой передачи. Буксование приводит к интенсивному местному износу рабочей поверхности ведомого катка и поэтому для фрикционных передач недопустимо.

Иногда явление буксования используют в противоперегрузочных устройствах.

В передачах с коническими катками передаточное отношение  $i_{12}$  выражается через углы конусов  $\delta_1$  и  $\delta_2$  (рис. 4.2.2) и без учета скольжения для случая внешнего касания конусов будет равно:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{d_2}{d_1} = -\tan \delta_2 = -\cot \delta_1. \quad (4.2.7)$$

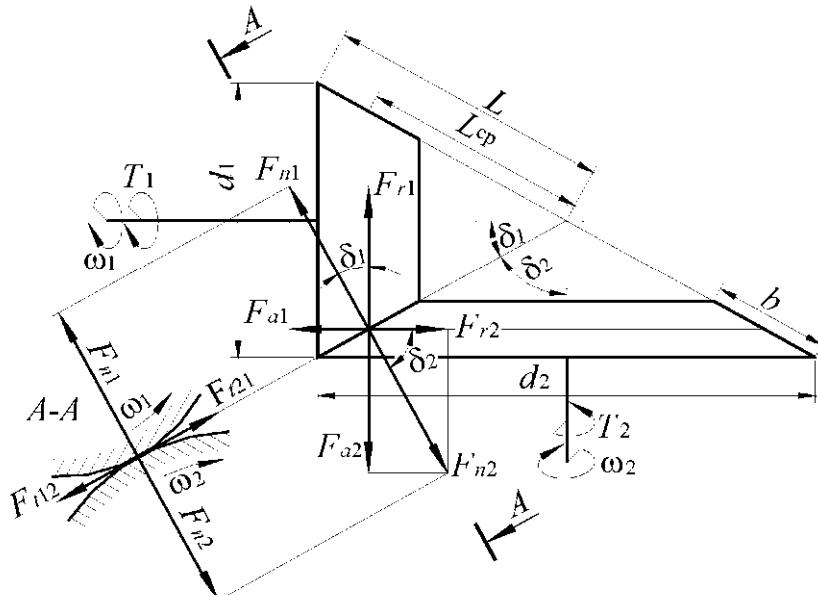


Рис. 4.2.2

На основании уравнений (4.2.1) и (4.2.2) определим минимально допускаемое усилие прижатия катков цилиндрической фрикционной передачи:

$$F_n \geq \frac{F_t}{f}. \quad (4.2.8)$$

$$F_t' = \frac{2T_1}{d_1} \approx \frac{2T_2}{d_2}. \quad (4.2.9)$$

#### 4.2.2.3. Силовые соотношения

В цилиндрических передачах с клиновидным профилем (рис. 4.2.3) каждая боковая сторона выступа передает часть общего окружного усилия:

$$F_t' \leq \frac{F_t}{2z} = \frac{F_n}{2zf},$$

где  $z$  – число выступов (рекомендуется принимать  $z \leq 5$ ),

$F'$  – сила трения, развивающаяся на одной стороне выступа.

По аналогии с взаимодействием сил в клинчатом ползуне (см. раздел 1.6.2.2) общее усилие прижатия катков:

$$F_r \geq \frac{F_t}{f'}, \quad (4.2.10)$$

где  $f'$  – приведенный коэффициент трения в клинчатом ползуне.

$$f' = \frac{f}{\sin \gamma}, \quad (4.2.11)$$

где  $2\gamma$  – угол клинчатого выступа. Обычно принимают  $2\gamma = (24-30)^\circ$ ; тогда для стальных катков  $f' = (3,8-5,4)$ .

$F_t$  определяется по формуле (4.2.9).

В конических фрикционных передачах (рис. 4.2.2) в результате прижатия катков на линии контакта возникает нормальная сила  $F_n$ :

$$F_n = F_{n1} = F_{n2} \geq \frac{F_t}{f}, \quad (4.2.12)$$

где  $F_t = F_{t12} \approx F_{t21}$ .

$F_t$  определяется по формуле (4.2.9).

Раскладывая силы  $F_{n1}$  и  $F_{n2}$  получим их составляющие:

$$F_{a1} = F_{r2} = F_n \sin \delta_1 = F_n \cos \delta_2, \quad (4.2.13)$$

$$F_{a2} = F_{r1} = F_n \sin \delta_2 = F_n \cos \delta_1. \quad (4.2.14)$$

$F_{a1}$  и  $F_{a2}$  – силы, параллельные геометрическим осям валов, которые необходимо приложить к ведущему и ведомому каткам для передачи нагрузки.

Так как при  $i_{12} > 1$   $F_{a1} < F_{a2}$ , то прижатие катков обеспечивают приложением осевой силой к меньшему катку. Положение большего катка в осевом направлении фиксировано. В простейшем случае усилие прижатия катков создается пружиной, которая упирается в подвижную опору ведущего вала (рис. 4.2.1). Это устройство применяют при малых на-

грузках, а также в приборах или передачах, работающих с *постоянными* нагрузками. При действии переменных нагрузок применяют автоматические нажимные устройства.

#### 4.2.2.4. Прочностной расчет

В зоне контакта сопряженных фрикционных катков возникают контактные напряжения  $\sigma_{II}$ , величина которых определяется, по формулам для определения контактных напряжений, приведенными в разделе 2.8.3.

Так как при работе передачи зона контакта непрерывно перемещается по рабочим поверхностям, то поверхностные слои материала катков испытывают многократно повторяющиеся переменные напряжения и подвержены усталостному выкрашиванию, нагреву и износу.

Как показывает опыт, основными критериями работоспособности фрикционных передач являются:

- для передач с *металлическими* катками, работающих *со смазкой*, — *усталостное выкрашивание*;
- для передач с *металлическими* катками, работающих *без смазки* — *нагрев*;
- для передач, у которых *один из катков* имеет *неметаллическую* рабочую поверхность — *износ*.

Фрикционные передачи с *металлическими* рабочими поверхностями катков рассчитывают по *контактным* напряжениям (см. раздел 2.8.3).

При начальном линейном контакте двух цилиндрических катков *условие прочности по контактным напряжениям* с учетом формул (2.8.10) и (2.8.11) принимает вид:

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{F_n E_{\text{пр}}}{b \rho_{\text{пр}}}} = 0,836 \sqrt{\frac{F_n}{b} \frac{d_2 \pm d_1}{d_1 d_2} \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}} \leq \sigma_{H_p} \quad (4.2.15)$$

где знак «+» относится к внешнему касанию катков;

знак «-» относится к внутреннему касанию катков.

С учетом формул (4.2.4), (4.2.8) и (4.2.9) формулу (4.2.15) можно преобразовать к виду:

$$\sigma_{II} = 1,182 \sqrt{\frac{T_2}{d_{\text{ср1}}^2 f b} \frac{u \pm 1}{u^2} \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}} \leq \sigma_{H_p}, \quad (4.2.16)$$

где  $b$  — расчетная ширина катков.

Из формулы (4.2.16) проверочного расчета можно получить формулы для *проектного* расчета фрикционной передачи с *цилиндрическими* катками.

$$d_1 \geq \frac{1,182}{\sigma_H} \sqrt{\frac{T_2}{fb} \frac{u \pm 1}{u^2} \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}}, \quad (4.2.17)$$

$$a \geq \frac{0,591}{\sigma_H} \sqrt{\frac{T_2}{fb} \frac{(u \pm 1)^3}{u^2} \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}}, \quad (4.2.18)$$

где  $a$  – межосевое расстояние.

Формулы для *проектного* расчета фрикционной передачи с *коническими* катками получим из формулы (4.2.16), введя обозначение (рис. 4.2.2):

$$b = \psi_{bd} L. \quad (4.2.19)$$

$$d_{cp1} = L_{cp} \sin \delta_1. \quad (4.2.20)$$

Тогда:

$$L_{cp} \geq 1,119 \sqrt[3]{\frac{T_2}{\sigma_H^2 f \psi_{bd} \sin^2 \delta_1} \frac{u \pm 1}{u^2} \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}} \quad (4.2.21)$$

Силы  $F'_{a1}$  и  $F'_{a2}$  (рис. 4.2.2), которые необходимо приложить к ведущему и ведомому каткам для сжатия катков, определяются по уравнениям (4.2.13) и (4.2.14).

Передачи с *неметаллическими* рабочими поверхностями рассчитывают по условной удельной нагрузке  $q$ , т.е. по нагрузке, приходящейся на единицу длины контактных линий:

$$q = \frac{F_n}{b} \leq q_p. \quad (4.2.22)$$

Подставив (4.2.8) и (4.2.9) в (4.2.22), после преобразований получим формулы для *проектного* расчета фрикционной передачи с *цилиндрическими* катками с *неметаллическими* рабочими поверхностями:

$$d_1 \geq 1,41 \sqrt{\frac{T_2}{q_p u f \psi_{bd}}}, \quad (4.2.23)$$

$$a \geq 0,707 \sqrt{\frac{T_2}{q_p f \psi_{bd}} \frac{(u \pm 1)^2}{u}}, \quad (4.2.24)$$

где  $\psi_{bd} = \frac{b}{d_1}$ .

При определении ширины катков следует учитывать предельное течение величины  $b$ , исходя из зависимости:

$$b_{max} \leq d_1,$$

где  $d_1$  – диаметр меньшего ведущего катка.

Значения коэффициента трения  $f$  для фрикционных передач следует принимать, пользуясь соответствующими справочниками.

### 4.2.3. Ременные передачи

#### 4.2.3.1. Общие сведения

Фрикционные передачи с гибкими промежуточными звеньями (ремнями) называют *ременными*.

Ременные передачи могут быть между:

- параллельными валами (рис. 4.2.3, *a*);
- перекрестными валами (рис. 4.2.3, *б*);
- полуперекрестными валами (рис. 4.2.3, *в*, *г*).

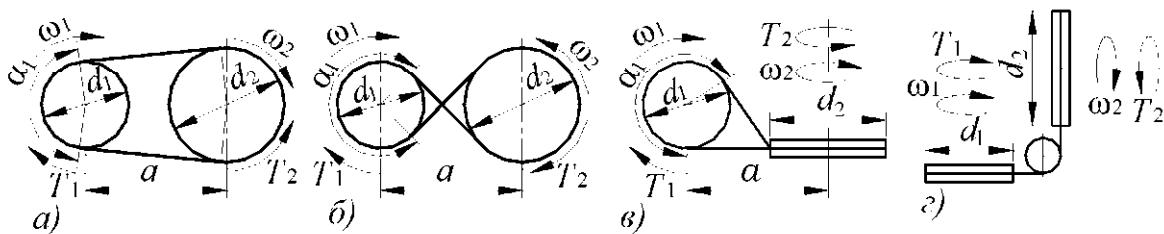


Рис. 4.2.3

По типу ремней передачи делят на плоскоременные (рис. 4.2.4, *a*, *б*), клиноременные (рис. 4.2.4, *в*), поликлиновые (рис. 4.2.4, *г*), круглоременные (рис. 4.2.4, *д*), вариаторные широким ремнем (рис. 4.2.4, *е*).

Приводные ремни должны иметь малую остаточную вытяжку; высокую статическую и усталостную прочность при работе с большими скоростями и на шкивах малого диаметра; высокий коэффициент трения; стойкость в отношении воздействия щелочей, кислот, минеральных масел.

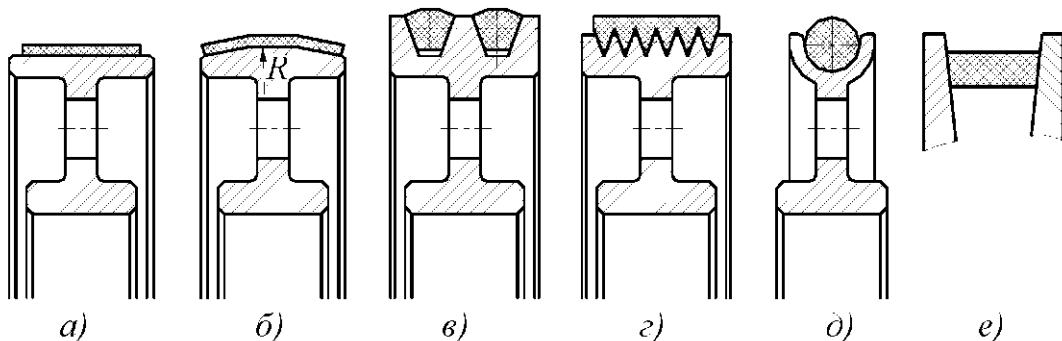


Рис. 4.2.4

*Резинотканевые* ремни с наружными резиновыми обкладками для плоскоременных передач состоят из тканевого каркаса и имеют резиновые прослойки между прокладками.

Бесконечные *клиновидные* резинотканевые приводные ремни изготавливают *кордтканевыми* и *кординуровыми* (рис. 4.2.5).

Несущим элементом ремня являются *кордткань* 1 (рис. 4.2.5, а) или *кординур* 1 (рис. 4.2.5, б), которые помещены в резиновый заполнитель 2 и защитную обертку 3. При малых диаметрах шкивов, а также при высоких скоростях следует применять кординуровые ремни, при сравнительно больших диаметрах шкивов – кордтканевые.

*Плоские полиамидные* ремни могут работать в широком диапазоне скоростей и нагрузок, хорошо воспринимать перегрузки. Их недостатком является пониженное сцепление с металлическими шкивами. Для повышения сцепления используют *полиамидные ремни с прорезиненными обкладками*.

В соответствии с ГОСТ 1284-68 выпускают ремни семи сечений, которые в порядке возрастания размеров обозначаются буквами латинского (русского) алфавита *A* (А), *B* (Б), *C* (В), *D* (Г), *E* (Д), *Z* (О), *EO* (Е). Так как в процессе работы передачи происходит *вытяжка* ремней, то при конструировании ременной передачи следует предусмотреть *натяжное устройство*.

На рис. 4.2.6 приведены схемы наиболее употребительных натяжных устройств с *передвижным валом* (рис. 4.2.6, а), с *оттяженным валом* (рис. 4.2.6, б), с *качающимся валом* (рис. 4.2.6, в), с *натяжным роликом* (рис. 4.2.6, г).

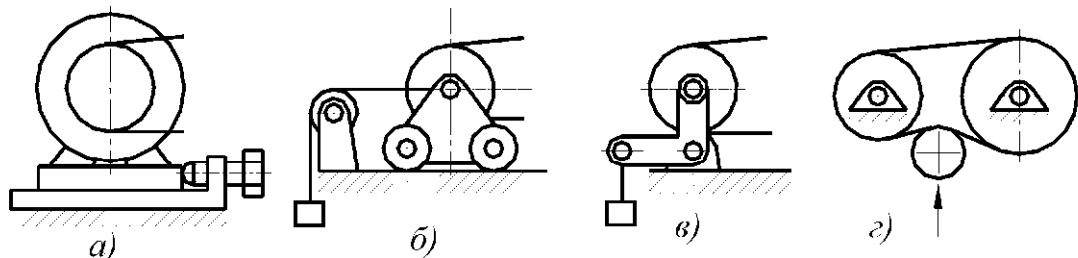


Рис. 4.2.6

При конструировании натяжных устройств следует учитывать, что вытяжка ремней в процессе работы может доходить до 5% их первоначальной длины и поэтому натяжное устройство должно обеспечивать изменение межосевого расстояния в пределах от  $-0,03a$  до  $+0,06a$ , где  $a$  – номинальное значение межосевого расстояния.

При конструировании натяжных устройств следует учитывать, что вытяжка ремней в процессе работы может доходить до 5% их первоначальной длины и поэтому натяжное устройство должно обеспечивать изменение межосевого расстояния в пределах от  $-0,03a$  до  $+0,06a$ , где  $a$  – номинальное значение межосевого расстояния.

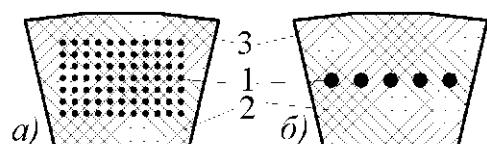


Рис. 4.2.5

#### 4.2.3.2. Геометрия передачи

Ременные передачи рассчитывают по углу обхвата ремнем меньшего шкива  $\alpha_1$  (рис. 4.2.7):

$$\alpha_1 = 180^\circ - 2\gamma.$$

Из рис. 4.2.7 очевидно, что:

$$O_2C = \frac{d_2 - d_1}{2},$$

$$\gamma \approx \frac{d_2 - d_1}{2a}.$$

Переводя значение угла  $\gamma$  в градусы, получим:

$$\alpha_1 = 180^\circ - 2\gamma \approx 180^\circ - \frac{d_2 - d_1}{a} 57,3^\circ \quad (4.2.25)$$

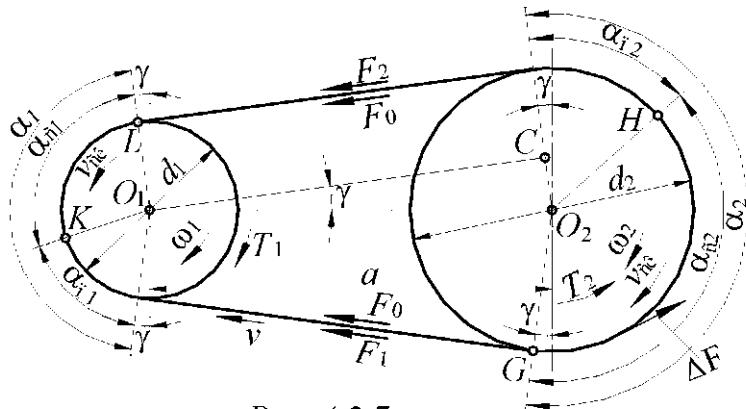


Рис. 4.2.7

С уменьшением углов обхвата снижается надежность сцепления ремня со шкивами. Поэтому рекомендуется принимать:

для плоскоременных передач  $\alpha_1 \geq 150^\circ$ ;

для клиноременных передач  $\alpha_1 \geq 90^\circ$ .

Длина ремня без припуска на сшивку концов равна сумме прямолинейных участков и дуг обхвата:

$$L \approx 2a + \frac{\pi}{2}(d_2 + d_1) + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a} \quad (4.2.26)$$

#### 4.2.3.3. Принцип действия ременной передачи

В таких передачах нагрузка передается за счет удельных сил трения  $\Delta F$ , возникающих на поверхностях обхвата шкивов натянутым ремнем (рис. 4.2.7). В состоянии покоя ремень (рис. 4.2.7) испытывает по всей длине одинаковое натяжение  $F_0$ , называемое *предварительным натяжением*, и, соответственно, получает *начальное относительное удлинение*  $\varepsilon_0$ :

$$\varepsilon_0 = \frac{F_0}{EA}.$$

При холостом ходе натяжение и относительная деформация ремня практически не изменяются. Поэтому можно считать, что при холостом ходе скорость ремня  $v$  и окружные скорости обоих шкивов равны:

$$v = v_1 = v_2.$$

При работе передачи с нагрузкой, для преодоления момента сопротивления  $T_2$ , возникающего на ведомом шкиве, натяжение *ведущей* ветви должно *увеличиться* до  $F_1 > F_0$ , а *ведомой* ветви – *уменьшаться* до  $F_2 < F_0$ .

Из условия равновесия сил, действующих на ведомый шкив, имеем:

$$T_2 = \frac{(F_1 - F_2)d_2}{2} \quad (4.2.27)$$

$$F_1 - F_2 = F_t \quad (4.2.28)$$

Так как крутящий момент равен:

$$T_2 = \frac{F_t d_2}{2},$$

то поэтому разность натяжений ведущей и ведомой ветвей можно выразить через окружное усилие  $F_t$ .

Изменение натяжений ветвей ремня в передаче, работающей с нагрузкой, приводит к соответствующему увеличению относительной деформации ведущей ветви от  $\varepsilon_0$  до  $\varepsilon_1$  и к уменьшению относительной деформации ведомой ветви от  $\varepsilon_0$  до  $\varepsilon_2$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{F_1}{EA} = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon_1, \\ \varepsilon_2 &= \frac{F_2}{EA} = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon_2. \end{aligned} \quad (4.2.29)$$

Как следует из формулы (4.2.26), длина ремня не зависит от нагрузки. Следовательно, изменение относительных деформаций ведущей  $\Delta\varepsilon_1$  и ведомой  $\Delta\varepsilon_2$  ветвей равны. Сложив почленно равенства (4.2.29) и учитывая, что  $\varepsilon_0 = \frac{F_0}{EA}$ , получим:

$$F_1 + F_2 = 2F_0. \quad (4.2.30)$$

Так как ремень имеет замкнутый контур, то изменение относительных деформаций его обеих ветвей возможно только в том случае, если при работе передачи ремень будет проскальзывать по шкивам. Действительно, на некоторой дуге  $GH$  обхвата ведомого шкива (рис. 4.2.7) ремень постепенно удлиняется. При этом отдельные сечения ремня начинают перемещаться со скоростью, превышающей линейную скорость

шкива ( $v + v_{ck} > v_2$ ). Одновременно с этим на дуге  $KL$  обхвата ведущего шкива ремень укорачивается и начинает скользить по ободу в направлении, обратном вращению шкива, т.е. в пределах дуги  $KL$  линейная скорость ремня оказывается меньше линейной скорости ведущего шкива ( $v - v_{ck} < v_1$ ). Такое скольжение, обусловленное *упругими* свойствами материала ремней, называют *упругим скольжением* и оно неизбежно для ременных передач. Дуги  $GH$  и  $KL$  называют *дугами скольжения*, а соответствующие им углы  $\alpha_{c2}$  и  $\alpha_{c1}$  называют *углами скольжения*.

Таким образом, *полные углы обхвата шкивов*  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  делятся на:

- углы скольжения  $\alpha_{c1}$  и  $\alpha_{c2}$ ;
- углы покоя  $\alpha_{n1}$  и  $\alpha_{n2}$ ,

т.е.:

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_n.$$

На обоих шкивах дуги покоя находятся со стороны *набегающей* ветви.

В состоянии покоя и при холостом ходе:

$$\alpha_c = 0.$$

При работе передач с *нагрузкой*:

$$\alpha_c > 0, F'_1 > F'_0, F'_2 < F'_0, \alpha = \alpha_n + \alpha_c.$$

По мере увеличения нагрузки углы скольжения возрастают при соответствующем уменьшении углов покоя. В пределе, когда углы скольжения становятся равными углам обхвата ( $\alpha_c = \alpha$ ), наступает полное скольжение ремня по шкивам, которое называют *буксованием*. Буксование ремня начинается на том шкиве, на котором угол обхвата меньше. Поэтому ременные передачи и рассчитывают по меньшему углу обхвата  $\alpha_{min}$ .

Так как при буксовании полезная нагрузка передаваться не может, то работоспособность ременных передач зависит от *надежности сцепления ремня со шкивами*, которую называют *тяговой способностью ремней*.

#### 4.2.3.4. Натяжение ветвей ремня

Из уравнений (4.2.28) и (4.2.30) получаем:

$$\begin{aligned} F'_1 &= F'_0 + \frac{F'_t}{2}, \\ F'_2 &= F'_0 - \frac{F'_t}{2}. \end{aligned} \tag{4.2.31}$$

Для определения натяжений ветвей ремня можно использовать формулу Эйлера (1.6.32), рассмотренную в разделе 1.

$$F'_1 = F'_2 e^{f\alpha_p} \tag{4.2.32}$$

где  $\alpha_p$  – расчетный угол обхвата в радианах;

$f$  — коэффициент трения скольжения пары «ремень-шкив».

Если принять  $\alpha_p = \alpha$ , то формула (4.2.32) даст отношение предельных значений  $F_1$  и  $F_2$  на границе буксования.

При  $\alpha_p = \alpha_c$  получим отношение  $F_1$  и  $F_2$ , соответствующее рабочему режиму передачи.

При набегании ремня на шкивы на каждый элемент его массы  $dm$  в пределах угла обхвата  $\alpha$  действует центробежная сила  $dF_v$ . Поэтому ветви ремня испытывают также натяжение  $F_v$  от воздействия центробежных сил:

$$F_v = \frac{q}{g} v^2 \quad (4.2.33)$$

где  $q$  – вес ремня длиной в 1 м;

$g$  – ускорение свободного падения.

Полные натяжения ведущей  $F'_1$  и ведомой  $F'_2$  ветвей:

$$F'_1 = F_1 + F_v, \quad (4.2.34)$$

$$F'_2 = F_2 + F_v. \quad (4.2.35)$$

Величина центробежных сил зависит так же от способа натяжения и вида передачи, что учитывают с помощью коэффициента  $\chi$ .

#### 4.2.3.5. Напряжения в ремнях

Если натяжения  $F_0$ ,  $F_1$ ,  $F_2$  и окружное усилие  $F_t$  разделить на площадь поперечного сечения ремня, то получим:

напряжения от начальных натяжений:

$$\sigma_0 = \frac{F_0}{A}, \quad (4.2.36)$$

полезные напряжения от окружного усилия:

$$\sigma_t = \frac{F_t}{A} = \sigma_1 - \sigma_2, \quad (4.2.37)$$

напряжения в ведущей ветви:

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A} = \sigma_0 + \frac{\sigma_t}{2}, \quad (4.2.38)$$

напряжения в ведомой ветви:

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{A} = \sigma_0 - \frac{\sigma_t}{2}, \quad (4.2.39)$$

напряжения от центробежных сил:

$$\sigma_v = \frac{F_v}{A} = \frac{\rho}{g} v^2, \quad (4.2.40)$$

где  $\rho$  – плотность ремня.

Кроме того, на дугах обхвата в ремне возникают напряжения изгиба:

$$\sigma_F = \frac{E\delta}{d}, \quad (4.2.41)$$

где  $\delta$  – толщина ремня,

$d$  – диаметр шкива.

Очевидно, что  $\sigma_F$  уменьшается с уменьшением толщины ремня и с увеличением диаметров шкивов. Но так как с увеличением  $d_1$  и  $d_2$  возрастают габариты передач, то следует по возможности применять более тонкие ремни, если даже для сохранения требуемой площади поперечного сечения потребуется некоторое увеличение ширины ремней. На рис. 4.2.8 изображена диаграмма распределения напряжений по длине работающего ремня. Максимальные напряжения возникают в точке  $a$  набегания ведущей ветви ремня на ведущий шкив:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_v + \sigma_F \quad (4.2.42)$$

Так как через точку  $a$  последовательно проходят все сечения, то при работе передачи ремни испытывают многократно повторяющиеся переменные напряжения. Поэтому ремни подвержены *усталостному разрушению*.

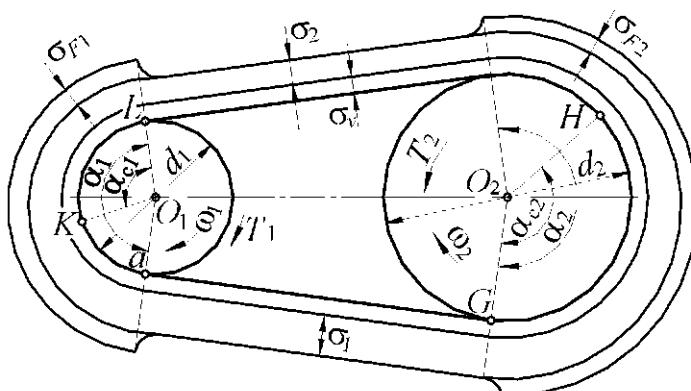


Рис. 4.2.8

#### 4.2.3.6. Кинематика ременных передач

При нормальных нагрузках упругое скольжение ремня  $\xi$  менее 0,02 и в *приближенных* расчетах его можно не учитывать. В этом случае для ременных передач передаточное число обычно вычисляют по формуле:

$$u \approx \frac{d_2}{d_1} \quad (4.2.43)$$

При уточненных расчетах следует воспользоваться формулой (4.2.6).

Тогда:

$$u = \frac{d_2}{d_1(1-\xi)}. \quad (4.2.44)$$

#### 4.2.3.7. Расчет ременных передач

Основными критериями работоспособности ременных передач являются *тяговая способность* и *долговечность* ремней. Кроме того, важной характеристикой качества ременной передачи служит КПД.

Следовательно, методы расчета ременных передач должны обеспечивать создание таких передач, которые при достаточно высоких КПД будут обладать требуемой долговечностью и надежным сцеплением ремней со шкивами.

В настоящее время основным методом расчета ременных передач является расчет по *тяговой способности ремней*. Расчет ремней при этом методе сводится к определению площади поперечного сечения ремня  $A$  из расчета на растяжение:

$$A \geq \frac{F_t}{\sigma_p}, \quad (4.2.45)$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения ремня,

$F_t$  – окружное усилие,

$\sigma_p$  – допускаемые напряжения материала ремня.

Для плоских ремней:

$$A = b\delta, \quad (4.2.46)$$

где  $b$  – ширина ремня,

$\delta$  – толщина ремня.

Допускаемые напряжения  $\sigma_p$  и параметры ременных передач назначают таким образом, чтобы обеспечить *оптимальную тяговую способность и усталостную прочность* ремня. В качестве *основной характеристики тяговой способности* принят коэффициент  $\varphi$  тяги, равный отношению окружного усилия  $F_t$  к сумме начальных натяжений обеих ветвей ремня  $2F_0$  или отношению полезных и начальных напряжений:

$$\varphi = \frac{F_1 - F_2}{2F_0} = \frac{F_t}{2F_0} = \frac{\sigma_t}{2\sigma_0} \quad (4.2.47)$$

Влияние полезной нагрузки на изменение коэффициента  $\varphi$  тяги и относительного скольжения  $\xi$  показывают *кривые скольжения*, полученные опытным путем для различных ремней (рис. 4.2.9).

При построении кривых скольжения меняли величину полезной нагрузки при *постоянном начальном напряжении* ( $2F_0 = F_1 + F_2 = \text{const}$ ).

Рост полезной нагрузки вызывает увеличение коэффициента тяги, но сопровождается также увеличением дуг скольжения и относительного скольжения  $\xi$ . До некоторой критической точки  $a$  относительное скольжение  $\xi$  сохраняет небольшие численные значения (1-2)% и изменяется прямо пропорционально коэффициенту тяги  $\phi$ .

При дальнейшем увеличении полезной нагрузки дуги скольжения начинают резко возрастать и может возникнуть неустойчивое сцепление ремня со шкивами, когда даже незначительное увеличение полезной нагрузки способно вызвать буксование ремня. Правее точки  $a$  нарушается пропорциональность между изменениями относительного скольжения  $\xi$  и коэффициента тяги  $\phi$ , и кри-

вая скольжения круто поднимается вверх. На графике (рис. 4.2.9) построена и зависимость КПД от коэффициента тяги  $\phi$   $\eta = f(\phi)$ , из которой очевидно, что наибольшего значения КПД достигает при значениях коэффициентов тяги  $\phi$ , приблизительно равных  $\phi_0$ .

Характер кривых скольжения не зависит от материалов и размеров ремней, размеров передач и прочих факторов, влияющих на работоспособность ремней. С помощью кривых скольжения устанавливают нормы тяговой способности для различных условий эксплуатации ременных передач.

Численные значения коэффициента тяги  $\phi_0$  и допускаемых напряжений  $\sigma_p$ , а также усталостная прочность ремней зависят от схемы передачи, условий эксплуатации и других факторов.

Из формулы (4.2.47) по критическому значению коэффициента  $\phi_0$  тяги можно определить *полезные* напряжения  $\sigma_{\Pi}$ :

$$\sigma_{\Pi} = 2\sigma_0\phi_0 \quad (4.2.48)$$

Для ремней, изготовленных из различных материалов:

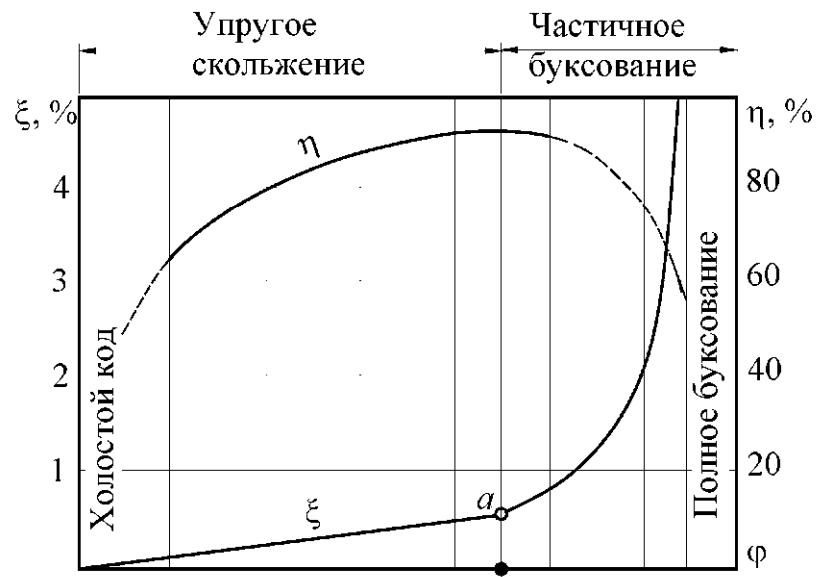


Рис. 4.2.9

$$\varphi_0 = 0,4 - 0,6.$$

На тяговую способность и долговечность ремней оказывают большое влияние *начальные* напряжения  $\sigma_0$ . При *малых* значениях  $\sigma_0$  снижается тяговая способность ремней. При *больших* значениях  $\sigma_0$  ремни значительно удлиняются и быстро подвергаются усталостному разрушению.

Тяговая способность и долговечность ремней в большой степени зависят от отношения диаметра меньшего шкива передачи  $d_1$  к толщине ремня  $\delta$   $\left(\frac{d_1}{\delta}\right)$ . Как установлено опытами, с увеличением  $\frac{d_1}{\delta}$  при постоянном значении  $\sigma_0$  увеличивается  $\varphi_0$  и уменьшается  $\sigma_F$ , а, следовательно, повышается долговечность ремней.

Численные значения критического коэффициента  $\varphi_0$  тяги и полезных напряжений  $\sigma_{II}$  зависят также от величины угла обхвата меньшего шкива  $\alpha_1$ , скорости ремня  $v$ , характера нагрузки и конструкции передачи. Влияние этих факторов на величину допускаемых полезных напряжений  $\sigma_{II}$  учитывают с помощью корректирующих коэффициентов, полученных опытным путем:

$$\sigma_{II} = \sigma_0 C_\alpha C_v C_p C_0, \quad (4.2.49)$$

Указанные в формуле (4.2.49) коэффициенты определяют по таблицам и эмпирическим формулам, приведенным в специальной литературе.

*Долговечность* ремня может быть оценена по *числу изгибов* за время работы *до усталостного разрушения* или, упрощенно, *по числу пробегов ремня в секунду*:

$$u = \frac{v}{L} \leq u_p, \quad (4.2.50)$$

где  $v$  — скорость ремня, м/с;

$L$  — длина ремня, м;

$u_p$  — допускаемое число пробегов ремня в секунду.

Главной задачей *проектного* расчета плоскоременных передач является выбор типа ремня и определение размеров его поперечного сечения. Необходимо также найти все геометрические размеры передач, спроектировать шкивы, рассчитать валы и опоры. Основной целью *проверочного* расчета является определение допускаемой мощности для передачи, размеры и условия работы которой известны. Необходимо также проверить тяговую способность и долговечность ремня.

#### 4.2.3.8. Особенности клиноременных передач

В клиноременных передачах энергия передается одним или несколькими клиновыми ремнями. Ремни контактируют с канавками шкивов боковыми поверхностями, а между внутренней поверхностью ремня и дном канавки шкива создают зазор  $\Delta$  (рис. 4.2.12).

Сцепление клиновых ремней со шкивами определяют с помощью приведенного коэффициента трения  $f'$  (см. раздел 1.6.2.2). Для стандартного угла между боковыми сторонами поперечного сечения ремней  $\alpha$  равного  $40^\circ$ :

$$f' = \frac{f}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{f}{\sin 20^\circ} \approx 3f, \quad (4.2.51)$$

где  $f$  – коэффициент трения плоского ремня со шкивом.

Существует несколько методов расчета клиноременных передач, но общепринятым является расчет по тяговой способности ремней. В ГОСТ 1284.3-96 приведен расчет по мощности, которая может быть передана в заданных условиях работы одним клиновым ремнем:

$$P = P_n C_p, \quad (4.2.52)$$

где  $P_n$  – номинальная мощность, потребляемая приводом (номинальной считают нагрузку, вероятность распределения которой на стационарных режимах не превышает 80%);

$C_p$  – коэффициент динамичности нагрузки и режима работы.

Коэффициент динамичности нагрузки и режима  $C_p$  в зависимости от режима работы и типа машины принимается из интервала от 1 до 2.

Долговечность клиновых ремней резко снижается с уменьшением диаметров шкивов. Поэтому расчетный диаметр малого шкива нельзя принимать меньше тех значений, которые установлены ГОСТ 20889-88.

Клиноременные передачи, по сравнению с плоскоременными, имеют существенные достоинства. Увеличение коэффициента трения обеспечивает высокую надежность сцепления ремней со шкивами. Благодаря этому клиноременные передачи отличаются меньшим относительным скольжением, могут работать с большими нагрузками и передаточными числами при меньших начальных натяжениях ремней, давлениях на валы, углах обхвата  $\alpha_{min}$  и межцентровых расстояниях  $a$ .

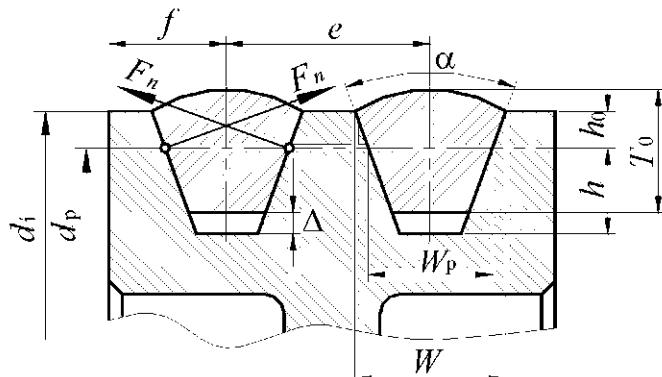


Рис. 4.2.10

Вместе с тем эти передачи имеют специфические недостатки. Долговечность клиновых ремней ниже, чем плоских, вследствие большой толщины и значительных боковых давлений  $F_n$ . Для равномерного натяжения всех ремней, входящих в комплект, необходимы повышенная точность изготовления ремней и шкивов, а также подбор ремней по длине  $L$  и ширине сечения  $W_p$ .

### 4.3. Передачи зацеплением с непосредственным контактом жестких звеньев

#### 4.3.1. Общие сведения

Зубчатые механизмы в простейшем случае представляют собой трехзвенные механизмы с высшей кинематической парой, предназначенные для сообщения от ведущего звена к ведомому непрерывного вращательного движения с заданным отношением угловых скоростей звеньев. Передача движения осуществляется через контакт боковых поверхностей специально профилированных зубьев, когда давлением зубьев ведущего вращающегося колеса на зубья ведомого колеса вызывается вращение последнего. Такие механизмы называют *зубчатыми передачами*.

Зубчатые передачи по геометрическому признаку разделяют на *плоские* и *пространственные*.

Если оси зубчатых колес *параллельны* (рис. 4.3.1), то движение всех точек колес происходит в *параллельных* плоскостях и механизм называют *плоским*.

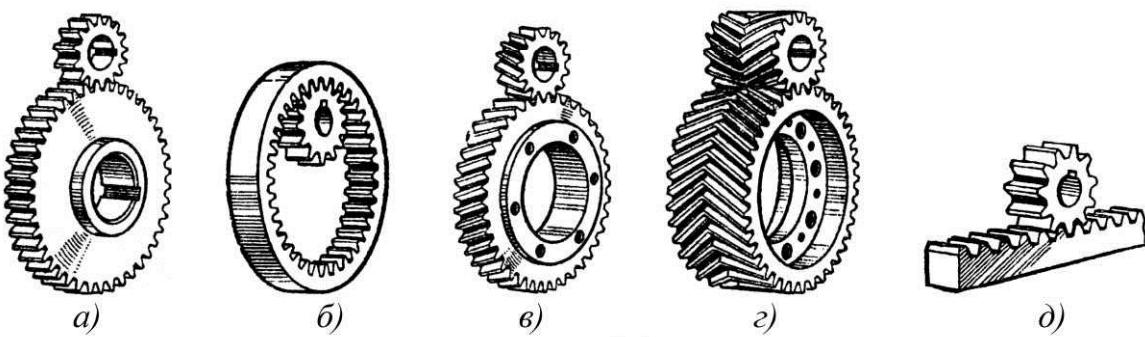


Рис. 4.3.1

Трехзвенная *плоская* зубчатая передача состоит из двух цилиндрических зубчатых колес и стойки.

Цилиндрические зубчатые колеса могут иметь *прямые* (рис. 4.3.1, a, b), *косые* (рис. 4.3.1, в) и *шевронные* (рис. 4.3.1, г) зубья. В частном случае, когда одно из колес имеет бесконечно большой ди-

метр, то цилиндрическая передача превращается в *реечную передачу* (рис. 4.3.1, *д*).

В косозубых цилиндрических колесах зубья располагаются по винтовым линиям *правого* (рис. 4.3.2, *а*) или *левого* (рис. 4.3.2, *б*) направления.

*Правой* называют такую линию, точка на которой движется по часовой стрелке при удалении вдоль зуба, если смотреть на колесо со стороны его торца.

В *шевронных* зубчатых колесах зубья встречно-винтовые, т.е. образованы из двух винтовых линий противоположного направления.

В *пространственных* зубчатых передачах оси вращения звеньев пересекаются или перекрещиваются. Наиболее распространенными пространственными зубчатыми передачами являются *конические передачи* (рис. 4.3.3).

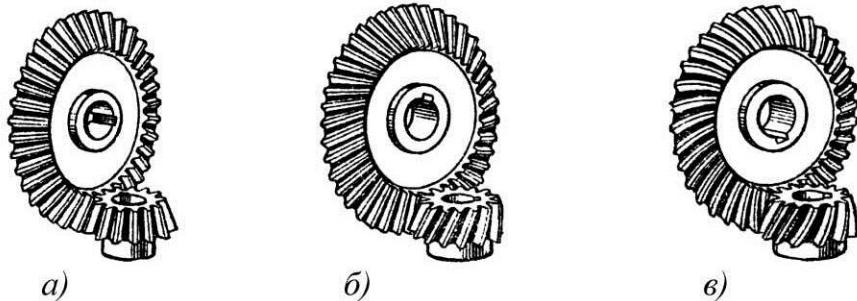


Рис. 4.3.3

Простейшая трехзвенная пространственная зубчатая передача с *пересекающимися* геометрическими осями (рис. 4.3.3, *а*) состоит из двух конических зубчатых колес и стойки (коническая передача). Конические зубчатые колеса могут иметь *прямые* (рис. 4.3.3, *а*), *тангенциальные* (косые) (рис. 4.3.3, *б*), *круговые* (рис. 4.3.3, *в*) зубья. При применении *непрямозубых* колес повышается плавность работы, достигается бесшумная работа и увеличивается нагрузочная способность (прочность зубьев) зубчатых передач.

Меньшее зубчатое колесо называют *шестерней*. Большее колесо называют *колесом*. При *одинаковом числе зубьев* зубчатых колес передачи *шестерней* называют *входное* (ведущее) зубчатое колесо, а *колесом – выходное* (ведомое).

Индекс 1 принят для величин, относящихся к *шестерне*, индекс 2 — для величин, относящихся к *колесу*.

Зубчатые передачи, в которых ведомое звено вращается медленнее ведущего, называют *редукторами*.

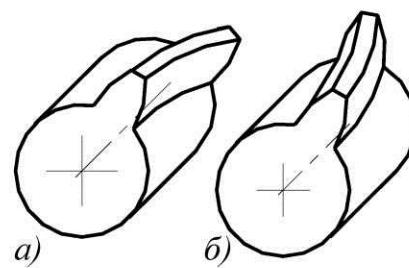


Рис. 4.3.2

Зубчатые передачи, в которых угловые скорости на выходе *увеличиваются*, называют *повышающими редукторами* или *мультипликаторами*.

На рис. 4.3.4, *a*, *в* приведены схемы плоской и пространственной одноступенчатых зубчатых передач, а на рис. 4.3.4 *б*, *г* – двухступенчатых зубчатых передач, у которых, кроме одной пары зубчатых колес 1-2, находящихся в зацеплении и осуществляющих передачу вращения от входного вала к выходному имеется вторая пара зубчатых колес 2'-3, осуществляющая передачу вращения от промежуточного вала к выходному валу. В машиностроительной практике встречаются многоступенчатые передачи различного вида (трехступенчатые, четырехступенчатые и более).

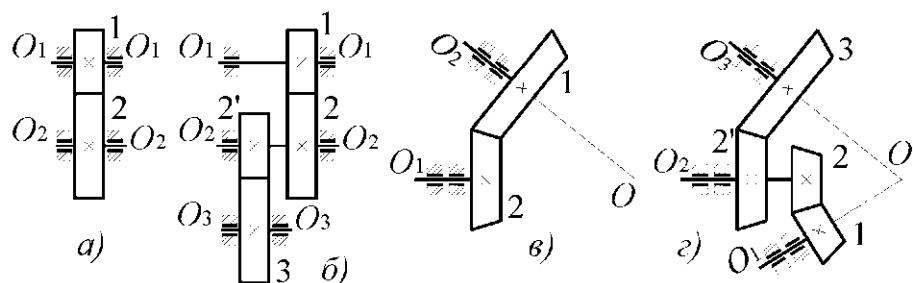


Рис. 4.3.4

### 4.3.2. Основная теорема зацепления

Задача синтеза *сопряженных* поверхностей передаточных механизмов заключается в определении поверхности  $S_2$ , сопряженной с заданной поверхностью  $S_1$  при известных передаточной функции звеньев 1 и 2  $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$  и

функции изменения направляющего угла вектора  $\bar{v}_{12}$  от координат звена 1 (рис. 4.3.5).

При взаимодействии сопряженных твердых звеньев не может быть внедрения одной поверхности в другую, либо размыкания кинематической пары. Для удовлетворения этого требования вектор скорости относительного движения в любой точке контакта поверхностей  $\bar{v}_{12}$  должен находиться в плоскости, касательной к обеим сопряженным поверхностям в этой точке.

Если поверхности  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 4.3.5) рассечь плоскостью, проходящей через вектор  $\bar{v}_{12}$  и общую нормаль  $nn'$ , то в сечении получим контакт кривых  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , принадлежащих этим поверхностям и лежащих в одной плоскости. Эти кривые в дальнейшем будем называть *профиль-*

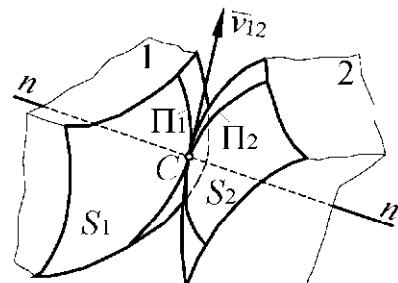


Рис. 4.3.5

ными, или профилями. Они образуют кинематическую пару 4-го класса, звенья которой  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ , в зависимости от характера движения поверхностей  $S_1$  и  $S_2$ , совершают вращательное или поступательное движение.

Рассмотрим связь между угловыми скоростями двух звеньев, образующих высшую кинематическую пару (рис. 4.3.6). Пусть профиль  $\Pi_1$  вращается с угловой скоростью  $\omega_1$  вокруг неподвижного центра  $O_1$  и сообщает профилю  $\Pi_2$  угловую скорость  $\omega_2$  вокруг неподвижного центра  $O_2$ .

Проведем через точку  $C$  касания профилей общую к ним нормаль  $nn$  и общую касательную  $tt$ . Обозначим соприкасающиеся в точке  $C$  точки, принадлежащие профилям  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , соответственно  $C_1$  и  $C_2$ . Векторы скоростей этих точек  $\bar{v}_1$  и  $\bar{v}_2$  перпендикулярны радиусам  $O_1C$  и  $O_2C$ . Спроектируем векторы  $\bar{v}_1$  и  $\bar{v}_2$  на нормаль  $nn$  и касательную  $tt$ . Кроме того, из центров вращения звеньев  $O_1$  и  $O_2$  опустим на нормаль  $nn$  перпендикуляры  $O_1M_1$  и  $O_2M_2$ .

Учитывая, что в рассматриваемом случае профили  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  вращаются в противоположные стороны, и, считая угловую скорость  $\omega_1$  положительной, а  $\omega_2$  – отрицательной, получим:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \frac{\bar{v}_1}{O_1C_1} = \frac{\bar{v}_1}{O_1C} \\ \omega_2 &= -\frac{\bar{v}_2}{O_2C_2} = -\frac{\bar{v}_2}{O_2C} \end{aligned} \right\} \quad (4.3.1)$$

Из подобия треугольников  $O_1M_1C$  и  $Cba_1$ , а также  $O_2M_2C$  и  $Cba_2$ , у которых стороны взаимно перпендикулярны, находим:

$$\frac{\bar{v}_{n1}}{O_1M_1} = \frac{\bar{v}_1}{O_1C} \text{ и } \frac{\bar{v}_{n1}}{O_2M_2} = \frac{\bar{v}_2}{O_2C},$$

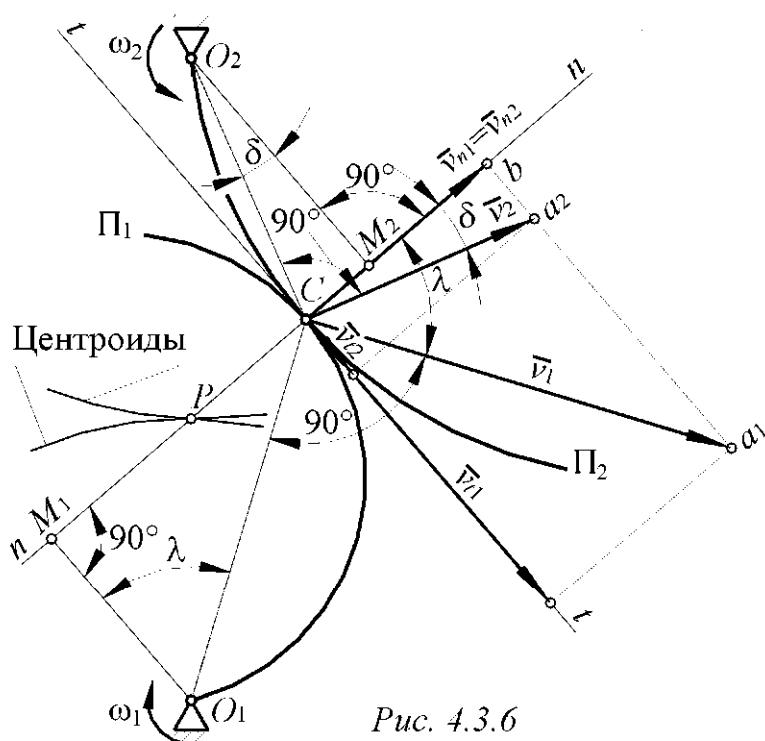


Рис. 4.3.6

откуда, учитывая (4.3.1), получаем:

$$v_{n1} = \omega_1 \cdot O_1 M_1 \text{ и } v_{n2} = -\omega_2 \cdot O_2 M_2.$$

Если  $v_{n1} \neq v_{n2}$ , то профиль  $\Pi_1$  либо должен проникнуть в профиль  $\Pi_2$  (при  $v_{n1} > v_{n2}$ ), либо отстать от него (при  $v_{n1} < v_{n2}$ ). И то и другое исключено, поэтому должно выполняться условия:

$$v_{n1} = v_{n2}$$

и

$$\omega_1 \cdot O_1 M_1 = -\omega_2 \cdot O_2 M_2,$$

откуда:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{O_2 M_2}{O_1 M_1}.$$

Из рис. 4.3.6 видно, что равенство проекций скоростей  $\bar{v}_1$  и  $\bar{v}_2$  на касательную  $tt$  ( $v_{t1}$  и  $v_{t2}$ ) возможно только в одном положении, когда точка  $C$  контакта профилей совпадает с точкой  $P$  пересечения нормали  $nn$  и линии центров  $O_1 O_2$ , то есть при  $\bar{v}_1 = \bar{v}_2$ . Во всех остальных положениях  $v_{t1} \neq v_{t2}$  и разность между скоростями точек  $C_1$  и  $C_2$  в направлении касательной  $tt$ , то есть скорость относительного скольжения, будет тем больше, чем дальше точка контакта удаляется от точки  $P$ .

Из подобия треугольников  $O_1 M_1 P$  и  $O_2 M_2 P$  получим:

$$\frac{O_2 M_2}{O_1 M_2} = \frac{O_2 P}{O_1 P}.$$

Следовательно,

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{O_2 P}{O_1 P}. \quad (4.3.2)$$

Соотношение (4.3.2) выражает основной закон зацепления:

*общая нормаль к профилям, проведенная в точке их касания, делит межцентровое расстояние на части, обратно пропорциональные угловым скоростям.*

Основной закон зацепления часто называют *основной теоремой зацепления*.

Деление межцентрового расстояния может быть *внутренним* (как в рассмотренном случае) или *внешним*, когда точка  $P$  располагается за пределами отрезка  $O_1 O_2$ , при этом угловые скорости  $\omega_1$  и  $\omega_2$  имеют одинаковое направление. Поэтому в общем случае передаточное отношение определяется формулой:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \mp \frac{O_2 P}{O_1 P}. \quad (4.3.3)$$

Точка  $P$  пересечения нормали  $nn$  и линии центров  $O_1O_2$  является *мгновенным центром относительного вращения звеньев* и называется *полюсом зацепления*.

Геометрические места мгновенных центров вращения  $P$ , связанные с плоскостями профилей  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , образуют *центроиды*.

Основным законом зацепления определяются *геометрические условия построения сопряженных профилей*, у которых общая нормаль к профилям при их любом положении проходит через неизменно расположенный полюс зацепления  $P$ . При *постоянном* передаточном отношении ( $i_{12}=\text{const}$ ), полюс зацепления  $P$  не должен менять своего положения на линии центров  $O_1O_2$ . Центроидами относительного движения звеньев в этом случае являются окружности радиусов  $r_{\omega_1}=O_1P$  и  $r_{\omega_2}=O_2P$ .

При  $i_{12} \neq \text{const}$  соотношение между радиус-векторами точки касания центроид  $O_1P$  и  $O_2P$ , а, следовательно, и положение полюса  $P$  определяются заданной функцией  $i_{12} = f(\varphi_1)$ , где  $\varphi_1$  – угол поворота ведущего звена. Центроиды в этом случае представляют собой кривые, отличные от окружностей.

Находящиеся в зацеплении профили являются *взаимоогибающими* кривыми. В любой рассматриваемый момент времени общая нормаль к взаимоогибающим кривым в точке их касания проходит через соответствующий этому моменту мгновенный центр относительного вращения.

#### 4.3.3. Материалы зубчатых колес. Допускаемые напряжения

Выбор материала зубчатых колес определяется назначением передачи, условиями ее работы (режим нагрузки, температура, смазка и пр.), способом получения заготовок, методом изготовления и обработки зубьев. Стремление к снижению массы и габаритов силовых зубчатых передач определило широкое применение сталей, подвергнутых термическому или химико-термическому упрочнению, которые допускают возможность получения высокой твердости рабочих поверхностей зубьев при большой прочности и вязкости сердцевины.

*Термообработка металлов* – процесс тепловой обработки металлов и сплавов с целью изменения их структуры, а, следовательно, и свойств, заключающийся в нагреве до определенной температуры, выдержке при этой температуре и последовательном охлаждении с заданной скоростью. Наиболее распространенными видами термообработки являются *нормализация* (нагрев, выдержка и последующее охлаждение на спокойном воздухе), *закалка* (нагрев, выдержка и последующее резкое охлаждение), *улучшение* (закалка стали и последующий высокий отпуск – нагрев до  $(500\text{--}680)^\circ\text{C}$  и последующее медленное или быстрое охлаждение). Выбор способа термо-

обработки зубчатых колес из стали зависят от требуемой несущей способности зубчатых колес, марки стали, оборудования и трудоемкости изготовления.

При химико-термической обработке происходит, в основном, изменение структуры поверхностного слоя материала, в результате чего повышаются твердость, износостойчивость и устойчивость против коррозии. Наиболее распространенными видами химико-термической обработки являются цементация (насыщение поверхностного слоя углеродом) и азотирование (насыщение поверхностного слоя азотом).

В условиях индивидуального и мелкосерийного производства, в мало- и средненагруженных передачах, а также в открытых передачах с большими колесами применяют зубчатые колеса с твердостью материала менее или равной  $HV$  350. При этом обеспечивается чистовое нарезание зубьев после термообработки, высокая точность изготовления и хорошая приработка зубьев.

С целью повышения нагрузочной способности передачи используют колеса с твердостью рабочих поверхностей зубьев  $HRC$  40-63.

Зубья колеса нарезают на заготовке из сырой стали, а затем подвергают их термической или химико-термической обработке (объемной закалке, поверхностной закалке, цементации с последующей закалкой, азотированию, цианированию и т.д.).

После объемной закалки и цементации неизбежны некоторые искажения формы зубьев, которые при необходимости исправляют шлифованием или обкаткой с применением специальных паст.

Для лучшей приработки зубьев и повышения стойкости против заедания рекомендуется твердость зубьев шестерни назначать несколько выше твердости зубьев колеса.

Для изготовления малонагруженных или редко работающих передач, в которых габариты и масса не имеют определяющего значения, применяют чугун.

Кроме сталей и чугуна для изготовления колес применяют также бронзы, латуни, пластmassы, реже – сплавы алюминия и магния, керамику и др.

Для уменьшения трения и повышения КПД в приборах часто применяют колеса из латуни (например, ЛС 59-1, ЛК80-3Л) или бронзы (БрОЦС 6-6-3, БрАЖ 9-4, БрАМц 9-2), работающие в паре со стальными шестернями (трибами). Часто из медных сплавов выполняют только венец колеса, на jakiываемый на стальную ступицу.

#### **4.3.4. Условия работы зубьев в зацеплении и критерии работоспособности передачи**

При трансформации крутящего момента в зацеплении двух прямозубых колес возникает *циклическая* сила нормального давления, распределенная по контактной линии.

Перекатывание зубьев происходит со скольжением одного профиля по другому и поэтому в зацеплении возникает также сила трения.

Потеря работоспособности зубчатых передач происходит по многим причинам, основными из которых являются следующие.

**Поломка зубьев** — наиболее опасный вид разрушения.

Различают:

— *усталостные поломки*, возникающие вследствие *изгибных* повторно-переменных напряжений в зубьях, когда при многократном повторении нагрузки создается напряжение, превышающее предел *выносимости* материала, и у основания зуба возникает и распространяется *усталостная трещина*; перенапряжение зубьев может вызвано *концептрацией* нагрузки по длине зуба вследствие неправильного монтажа (чаще всего непараллельности валов), а также из-за грубой обработки поверхности впадин зубьев, заклинивания зубьев при нагреве передачи и недостаточной величины боковых зазоров;

— поломки от *перегрузок* динамического и статистического действия; для предотвращения поломки зубьев увеличивают модуль зацепления, повышают твердость зубьев, производят их поверхностное упрочнение, увеличивают жесткость валов, применяют бочкообразные зубья и др.

**Усталостное выкрашивание** рабочих поверхностей зубьев — основной вид разрушения *закрытых* передач при наличии обильной *жидкой* смазки.

Механизм контактного выкрашивания рассмотрен в разделе 2.8.3.

Если появление усталостных раковин вызывается *начальным приработочным износом* (вследствие неточности изготовления и монтажа колес), то по мере приработки, заключающейся в износе и пластической деформации микронеровностей, концентрация нагрузки снижается, а образовавшиеся раковины завальцовываются. Такое *ограниченное* выкрашивание отрицательно не сказывается на работе зубчатой передачи.

Более опасным является *прогрессивное выкрашивание*, когда появившиеся вначале у полюсной линии мелкие раковины все более разрастаются и распространяются на всю рабочую поверхность ножек, а иногда и головок зубьев. В зацеплении зубчатых колес, у которых появилось усталостное выкрашивание, появляются все возрастающие *динамические* нагрузки, ускоряющие разрушение передачи.

В передачах, работающих со значительным *износом*, вследствие быстрого истирания поверхностных слоев усталостные трещины развиваться не успевают, поэтому *выкрашивания не происходит*.

Для предупреждения усталостного выкрашивания поверхностей зубьев необходимо проводить расчет на выносливость по контактным напряжениям, а также применять передачи со смещением, увеличивать поверхностную твердость материала, повышать точность изготовления и монтажа зубчатых колес.

*Абразивный износ* зубьев — основной вид разрушения открытых, а также и закрытых, но недостаточно защищенных от загрязнения абразивными частицами передач, который вызывается трением, возникающим в зоне контакта зубьев. В процессе износа уменьшается размер зубьев по их толщине, увеличиваются зазоры в зацеплении, вследствие нарушения эвольвентности рабочего участка профиля зуба возрастают динамические нагрузки и шум, снижается кинематическая точность.

Для предупреждения (или уменьшения) износа необходимо понижать шероховатость и повышать твердость поверхностей зубьев, защищать передачу от попадания абразивных частиц, уменьшать относительную скорость скольжения профилей за счет применения передач со смещением, использовать смазку с повышенной вязкостью.

*Заедание*. Такой вид повреждения зубьев наиболее характерен для высоконагруженных быстроходных и среднескоростных передач. Заедание возникает, когда вследствие высокого давления и температуры происходит *разрыв масляной пленки* между зацепляющимися профилями и *образование металлического контакта*.

При небольшом количестве микроконтактов при выходе из контакта отдельные сцепившиеся микроплощадки разрываются, их температура быстро снижается вследствие теплоотдачи внутрь металла и масляная пленка восстанавливается. Такая *легкая форма заедания*, заключающаяся в отрыве частиц металла от одной из поверхностей и постепенном износе зубьев называется *натиром*.

При большом количестве микроконтактов теплота не успевает отводиться и накапливается с каждым оборотом колеса. Через некоторое время масляная пленка в зоне контакта уже не восстанавливается, происходит схватывание значительных частиц металла с дальнейшим отрывом их от более мягкой поверхности и прочным соединением с более твердой. Возникшие на более твердом зубе бугорки образуют на более мягким борозды в направлении скольжения и за короткое время выводят передачу из строя. Такой вид *заедания* получил название *задира*.

Наиболее эффективной мерой предупреждения заедания, помимо рационального подбора материалов зубчатых колес, является применение

ние специальных противозадирных масел с повышенной вязкостью и химически активными добавками.

**Пластические сдвиги** наблюдаются у тяжелонаагруженных зубчатых колес, выполненных из мягкой стали. На поверхностях таких зубьев при перегрузках появляются пластические деформации с последующим сдвигом в направлении скольжения. Это явление приводит к тому, что у полюсной линии зубьев ведущего колеса образуется канавка, а у зубьев ведомого – хребет. В результате нарушается правильность зацепления, что, в свою очередь, приводит к разрушению зубьев. Такие сдвиги можно устранить повышением твердости поверхностных слоев рабочих поверхностей зубьев и применением более вязкого масла.

**Отслаивание** поверхностных частиц металла возникает вследствие некачественной термической и химико-термической обработки поверхности зубьев. Отслаивание возможно из-за дефектов поверхностного слоя азотированных или цементованных с последующей поверхностной закалкой зубьев или из-за недостаточной прочности сердцевины, вследствие чего при больших нагрузках происходит продавливание хрупкой кромки. Способствует отслаиванию и наличие перегрузок.

#### 4.3.5. Плоские зубчатые передачи

##### 4.3.5.1. Общие положения

Структура простой зубчатой передачи (рис. 4.3.7) характеризуется наличием двух звеньев в виде цилиндрических зубчатых колес с вращательными кинематическими парами  $O_1$ -1 и  $O_2$ -2, связанными со стойкой  $O$  и высшей парой 1-2, в которой происходит контакт профилей двух зубьев, то есть подобная передача представляет собой *трехзвенную замкнутую кинематическую цепь*. Поэтому основная теорема зацепления о связи скоростей звеньев, образующих высшую пару, ранее изложенная для общего случая (см. раздел 4.2), справедлива для зубчатой передачи в следующей формулировке:

общая нормаль к профилям зубчатых колес, проведенная в точке их касания, делит межцентровое расстояние на части, обратно пропорциональные угловым скоростям зубчатых колес.

Точка пересечения межцентрового расстояния и общей нормали к профилям называется *полюсом зацепления*  $P$ .

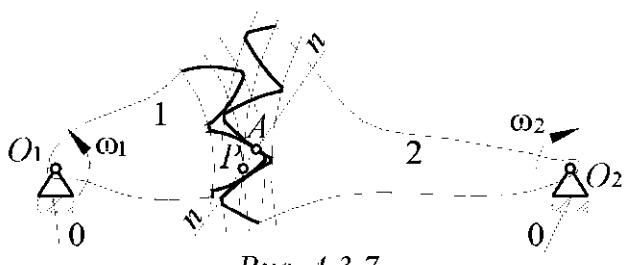


Рис. 4.3.7

Для постоянства передаточного отношения за период зацепления профилей двух зубьев при передаче вращательного движения, необходимо, чтобы нормаль к профилям зубьев в точке их касания, проведенная в любом положении соприкасающихся профилей, проходила через одну и ту же точку на линии центров двух колес (рис. 4.3.7) и делила линию центров в неизменном отношении, то есть полюс зацепления  $P$  не должен менять своего положения на межцентровой линии.

В этом движении профили зубчатых колес, удовлетворяющие теореме зацепления, должны быть взаимно огибающими. Такие профили называют *сопряженными*.

#### 4.3.5.2. Линия зацепления

Если точки последовательного касания профилей, построенные для различных положений зубчатой пары, соединить плавной кривой, получим *линию зацепления* (рис. 4.3.8), то есть *линией зацепления* называется геометрическое место точек последовательного соприкосновения пары зубчатых профилей, принадлежащее неподвижной плоскости.

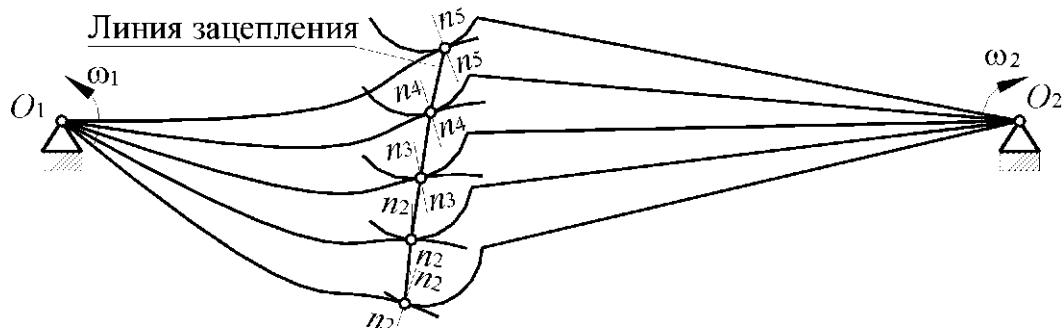


Рис. 4.3.8

Задаваясь характером линии зацепления и основываясь на приведенной ранее основной теореме зацепления, можно построить *сопряженные*, то есть удовлетворяющие условиям основной теоремы зацепления, профили зубчатых колес.

Выбираемый характер линии зацепления определяет собой геометрические формы сопряженных зубчатых профилей.

Если линия зацепления – прямая, проходящая через полюс зацепления  $P$ , то профили зубчатых колес получаются *эвольвентными*.

#### 4.3.5.3. Эвольвента. Эволюта. Эвольвентное зацепление

*Эвольвентой* (разверткой) окружности называется плоская кривая  $A_0A$  (рис. 4.3.9), описываемая любой точкой прямой линии  $pp$ , катящейся без скольжения по данной окружности.

Линию  $nn$ , представляющую собой подвижную центроиду, называют производящей прямой, а окружность радиуса  $r_b$ , по которой она перекатывается, — эволютой или основной окружностью, являющейся неподвижной центроидой.

Начальная точка эвольвенты  $A_0$ , лежащая на основной окружности, называется начальной точкой заострения или точкой возврата.

Из условия образования эвольвенты мгновенный центр вращения производящей прямой в положении  $n_i n_i$  совпадает с точкой  $M$ , поэтому точка  $M$  является центром кривизны, а отрезок  $AM = \rho$  — радиусом кривизны эвольвенты в точке  $A$ . Отсюда следует, что производящая прямая в каждом своем положении является нормалью к образуемой ей эвольвенте, а эволюта является геометрическим местом центров кривизн эвольвенты.

Рассмотрим параметры эвольвенты и установим зависимости между ними.

Угол развернутости эвольвенты между нормалями к эвольвенте в ее предельной, принадлежащей основной окружности, и рассматриваемой точках:

$$\nu = \angle A_0 OM = \frac{\widehat{A_0 M}}{r_b}.$$

Учитывая, что  $\widehat{A_0 M} = AM$ , так как прямая перекатывается по окружности без скольжения, а  $AM = r_b \operatorname{tg} \alpha$ , получаем:

$$\nu = \operatorname{tg} \alpha, \quad (4.3.4)$$

где  $\alpha$  — профильный угол эвольвенты, т.е. угол между текущим радиус-вектором  $OA$  и касательной  $KK$  к эвольвенте в точке  $A$ , равный углу между радиус-вектором  $OA$  и радиусом  $OM$  основной окружности, проведенным в точку  $M$  касания производящей прямой.

Радиус кривизны эвольвенты:

$$\rho = AM = r_b \operatorname{tg} \alpha. \quad (4.3.5)$$

Текущий радиус-вектор точки эвольвенты:

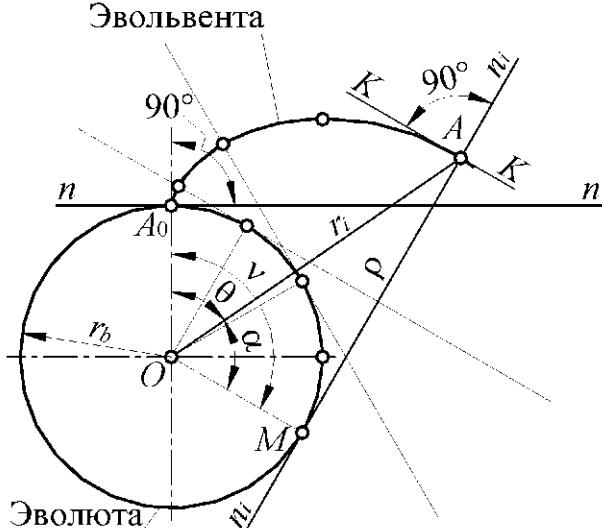


Рис. 4.3.9

$$r_i = OA = \frac{r_b}{\cos \alpha}. \quad (4.3.6)$$

*Полярный угол эвольвенты, или эвольвентный угол, определяющий направление текущего радиус-вектора:*

$$\theta = v - \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha = \operatorname{inv} \alpha. \quad (4.3.7)$$

Полученную функцию угла  $\alpha$  называют *эвольвентной функцией*, или *инволютой*, и используют ее при геометрическом расчете эвольвентных профилей. Значения  $\operatorname{inv} \alpha$  в табличной форме приведены в специальной литературе.

Уравнения (4.3.5) и (4.3.7) являются *параметрическими уравнениями эвольвенты в полярных координатах*.

Из образования эвольвенты (рис. 4.3.9) следует, что она не может существовать внутри основной окружности и имеет две ветви (например, правую  $A_0A_4$  и левую  $A_0A'_4$ ), в зависимости от того, в какую сторону пекатывается производящая прямая (рис. 4.3.10).

Две одноименные (правые или левые) эвольвенты – являются *эквидистантными кривыми*, то есть расстояние между ними, измеренное по любой общей нормали, одинаково и равно спрямленной дуге между началами эвольвент:

$$\widehat{A_0B_0} = A_1B_0 = A_2B_1 = A_3B_2 = A_4B_3$$

,

$$\widehat{B_0C_0} = B_1C_0 = B_2C_1 = B_3C_2,$$

$$\widehat{C_0D_0} = C_1D_0 = C_2D_1,$$

$$\widehat{D_0E_0} = D_1E_0.$$

Рассмотрим теперь зацепление двух эвольвентных профилей (рис. 4.3.11).

Пусть две эвольвенты  $EF$  и  $GH$ , построенные на основных окружно-

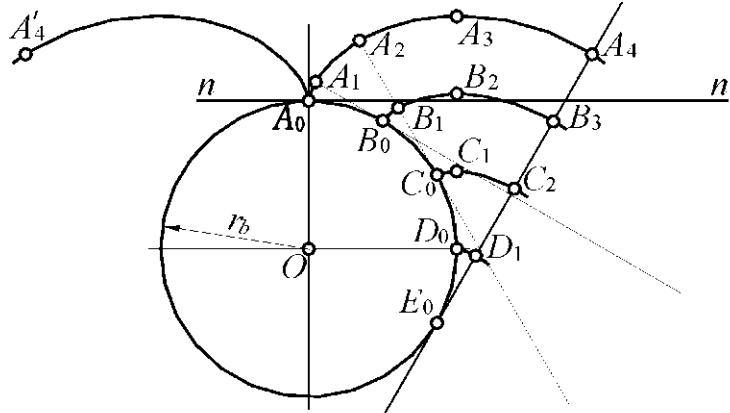


Рис. 4.3.10

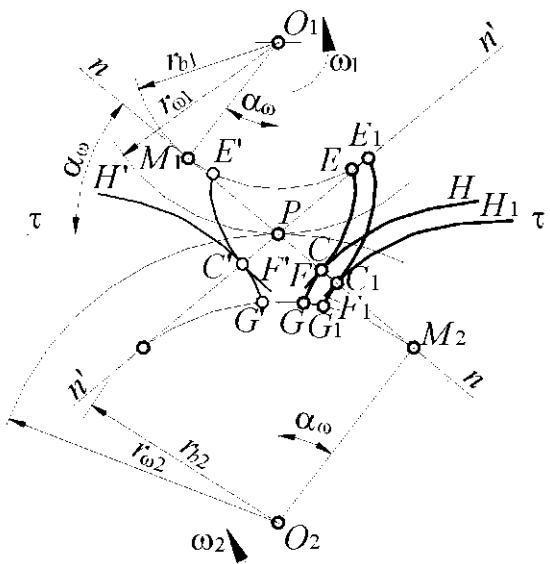


Рис. 4.3.11

стях радиусов  $r_{b1}$  и  $r_{b2}$  введены в зацепление, при этом центры окружностей заняли положения  $O_1$  и  $O_2$ , а эвольвенты коснулись друг друга в некоторой произвольной точке  $C$ .

Из свойств эвольвенты вытекает, что нормаль  $M_1C$  к профилю  $EF$  в точке касания  $C$  должна быть касательной к основной окружности радиуса  $r_{b1}$ , а нормаль  $M_2C$  к профилю  $GH$  – касательной к основной окружности радиуса  $r_{b2}$ . Так как в точке касания двух кривых можно провести только одну общую нормаль, то отрезки  $M_1C$  и  $M_2C$  являются участками этой общей нормали  $nn$ , которая, следовательно, одновременно касается обеих основных окружностей.

При повороте ведущего профиля  $EF$  вокруг центра  $O_1$  ведомый профиль  $GH$  будет поворачиваться вокруг центра  $O_2$ , а точка контакта профилей – перемещаться. Если профили заняли, например, положения  $E_1F_1$  и  $G_1H_1$ , то общая нормаль к ним, проведенная через точку их контакта  $C_1$ , будет по-прежнему касательной к обеим основным окружностям. Следовательно, *в любом положении двух контактирующих эвольвент их общая нормаль занимает неизменное положение в пространстве*. Постоянное положение общей нормали  $nn$  обеспечивает и постоянное положение полюса зацепления  $P$  на линии центров  $O_1O_2$ . При этом, в соответствии с основным законом зацепления, *передаточное отношение  $i_{12}$  от профиля  $EF$  к профилю  $GH$ , равное:*

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{O_2P}{O_1P} = -\frac{r_{\omega 2}}{r_{\omega 1}},$$

*при вращении эвольвентных профилей остается постоянным.*

Таким образом, эвольвентное зацепление обеспечивает постоянство передаточного отношения, т.е. является кинематически точным.

Из сказанного также следует, что при зацеплении эвольвентных профилей точка их контакта перемещается по нормали  $nn$  в пределах участка  $M_1M_2$ . Поэтому отрезок  $M_1M_2$  являющийся геометрическим местом точек касания зацепляющихся эвольвентных профилей, носит название *линии зацепления*. Прямая линия зацепления характерна только для эвольвентного зацепления.

Острый угол  $\alpha_\omega$  между общей нормалью  $nn$  и прямой  $tt$ , перпендикулярной к линии центров  $O_1O_2$ , называют углом зацепления. Для эвольвентного зацепления он постоянен.

Давление одного эвольвентного профиля на другой, передаваемое по общей нормали, сохраняет постоянное направление в пространстве в

течение всего периода зацепления. Это является одним из достоинств эвольвентного зацепления.

При изменении направления вращения звеньев движение будет передаваться другими, симметричными к предыдущим, эвольвентными профилями ( $E'F'$  и  $G'H'$ ), а линия зацепления займет иное положение. Однако новая линия зацепления будет по-прежнему касательной к тем же основным окружностям, поэтому полюс зацепления останется на прежнем месте, сохранится и величина передаточного отношения.

Из рис. 4.3.11:

$$r_{b1} = r_{\omega 1} \cos \alpha_{\omega}, \quad (4.3.8)$$

$$r_{b2} = r_{\omega 2} \cos \alpha_{\omega},$$

откуда, учитывая выражение (4.3.7), получим:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{r_{\omega 2}}{r_{\omega 1}} = \pm \frac{r_{\omega 2} \cos \alpha_{\omega}}{r_{\omega 1} \cos \alpha_{\omega}} = \pm \frac{r_{b2}}{r_{b1}}, \quad (4.3.9)$$

т.е. *передаточное отношение  $i_{12}$  эвольвентных профилей зависит только от радиусов основных окружностей и не зависит ни от угла зацепления, ни от межцентрового расстояния*. Поэтому погрешность межцентрового расстояния, всегда возникающая при изготовлении и сборке механизмов, не влияет на кинематическую точность эвольвентного зацепления, так как при этом не меняются значения радиусов основных окружностей. По этой причине круглые зубчатые колеса, с эвольвентными профилями зубьев получили наибольшее распространение.

Из рис. 4.3.11 следует, что зацеплении эвольвентных профилей последние являются *взаимоогибамыми кривыми*. Тогда, эвольвенту второго сопряженного звена можно рассматривать как огибающую семейства эвольвент первого звена при их согласованном движении.

Эвольвента, как *огибающая семейства эвольвент*, изображена на рис. 4.3.12.

Если по неподвижной окружности 2 катить без скольжения окружность 1 радиуса  $r_{\omega 1}$ , с которой связана эвольвента  $\mathcal{E}_1$  окружности радиуса  $r_{b1}$ , то огибающей семейства эвольвент  $\mathcal{E}_1$  будет эвольвента  $\mathcal{E}_2$ , полученная разверткой окружности радиуса  $r_{b2}$ . Величины радиусов  $r_b$  связаны с радиусами  $r_{\omega}$  формулами (4.3.8).

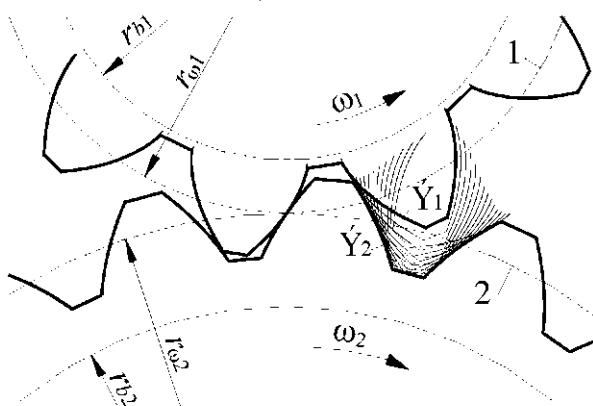


Рис. 4.3.12

В частном случае, когда радиус  $r_{\omega 1}$  (следовательно, и  $r_{b1}$ ) равен бесконечности, эвольвента  $\mathcal{E}_1$  вырождается в прямую, а зуб становится трапециoidalным с углом при вершине трапеции, равным  $\alpha_{\omega}$  (рис. 4.3.13).

Такое зубчатое звено называется *зубчатой рейкой* (рис. 4.3.1,  $\partial$ ).

Картина получения огибающих боковых профилей рейки представлена на рис. 4.3.14.



Рис. 4.3.13

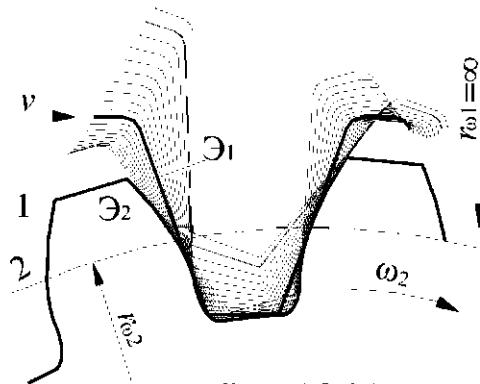


Рис. 4.3.14

#### 4.3.5.2. Цилиндрические зубчатые прямозубые передачи с круглыми колесами

##### 4.2.5.2.1. Основные понятия и определения

Зубчатая передача представляет собой трехзвенный механизм, каждое из двух подвижных зубчатых звеньев которого образует с неподвижным звеном *вращательную* (передача с круглыми колесами, рис. 4.3.15,  $a, b$ ) или *поступательную* (реечная передача, рис. 4.3.15,  $c$ ) кинематическую пару. Для передачи движения на подвижных звеньях формируют зубья (рис. 4.3.15). Если боковые поверхности зубьев колес параллельны осям колес, то такие *цилиндрические* передачи называют *прямозубыми*.

Меньшее зубчатое колесо обычно называют *шестерней*, большее – *колесом*. В приборостроении меньшее зубчатое колесо называют *трибом* или *трибкой*.

В соответствии с основным законом зацепления (см. раздел 4.3.2) центроидами в относительном движении зубчатых колес при *постоянном* передаточном отношении ( $i_{12} = \text{const}$ ) должны быть окружности, радиусы которых  $r_{\omega 1}$  и  $r_{\omega 2}$  равны расстояниям от центров колес  $O_1$  и  $O_2$  до полюса зацепления  $P$ :

$$r_{\omega 1} = O_1 P,$$

$$r_{\omega 2} = O_2 P.$$

В теории зацепления эти окружности называют *начальными*. Они перекатываются одна по другой *без скольжения*.

Со стороны тела зубчатого колеса зубья ограничиваются *окружностью впадин* диаметра  $d_f$ , с наружной стороны – *окружностью вершин* диаметра  $d_a$ .

*Впадиной* называют пространство между двумя соседними зубьями, ограниченное окружностями вершин и впадин.

Если окружность вершин находится снаружи окружности впадин, то получается зубчатое колесо с *внешними* зубьями (рис. 4.3.15, а – звенья 1 и 2, рис. 4.3.15, б, в – звено 1); у зубчатого колеса с *внутренними* зубьями окружность вершин находится внутри окружности впадин (рис. 4.3.15, б – звено 2).

Зубчатое зацепление, в котором центроиды (начальные окружности) зубчатых колес расположены одна вне другой, называют *внешним* (рис. 4.3.15, а, 4.4.14). В этом случае *оба* зубчатых колеса имеют *внешние* зубья.

Зубчатое зацепление, в котором *центроида шестерни* находится *внутри* *центроида колеса* называется *внутренним*. В этом случае *шестерня* имеет *внешние* зубья, *а колесо – внутренние* зубья (рис. 4.3.15, б).

Если одно из зубчатых звеньев имеет бесконечно большой радиус *начальной окружности*, то его называют *зубчатой рейкой*, а его зацепление с шестерней – *реечным зацеплением* (рис. 4.3.15, в).

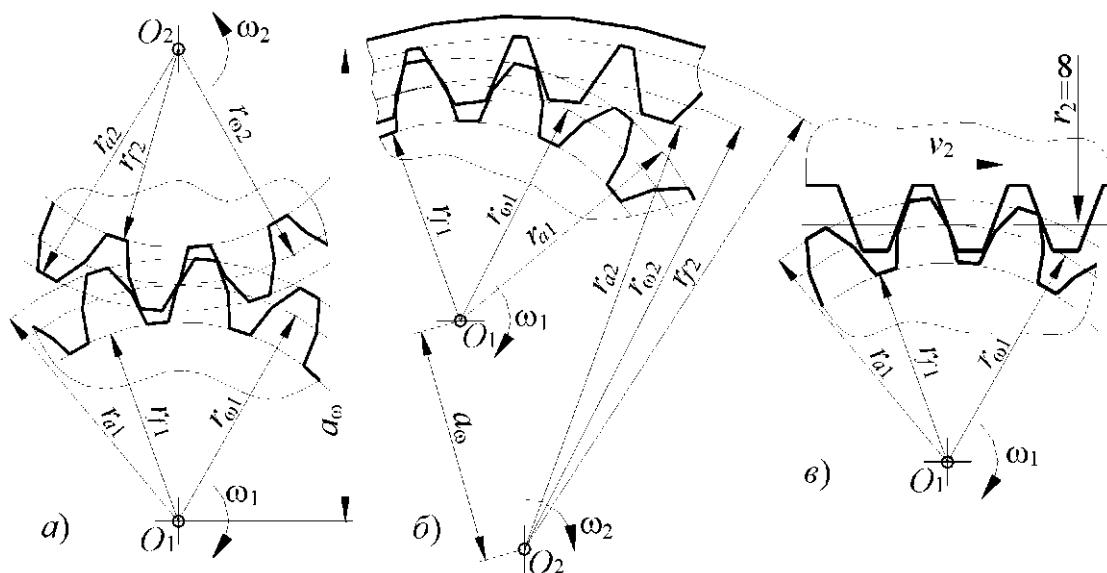


Рис. 4.3.15

#### 4.3.5.2.2. Параметры эквивалентной передачи с круглыми цилиндрическими колесами. Взаимосвязь между параметрами передачи

*Межосевое расстояние* зубчатой передачи можно выразить через диаметры или радиусы начальных окружностей:

$$a_{\phi} = r_{\phi 2} \pm r_{\phi 1} = \frac{d_{\phi 2} \pm d_{\phi 1}}{2} = \frac{d_{\phi 1}(u \pm 1)}{2} \quad (4.3.10)$$

где    знак «+» относится к внешнему зацеплению,  
      знак «-» относится к внутреннему зацеплению,  
       $u$  – передаточное число:

$$u = \frac{d_{\phi 2}}{d_{\phi 1}}. \quad (4.3.11)$$

Часть зуба, расположенная между начальной окружностью и окружностью вершин, называют *начальной головкой* зуба.

Размер начальной головки, измеренный в *радиальном* направлении колеса, называется *высотой начальной головки*  $h_{\phi a}$  (рис. 4.3.16, 4.3.17).

Часть зуба, заключенная между начальной окружностью и окружностью впадин, называют *начальной ножкой* зуба.

Размер начальной ножки, измеренный в *радиальном* направлении колеса называется *высотой начальной ножки*  $h_{\phi f}$  (рис. 4.3.16, 4.3.17).

Полная *высота зуба* равна сумме головки и ножки:

$$h = h_{\phi a} + h_{\phi f}. \quad (4.3.12)$$

Очевидно, что:

для *внешнего* зацепления (рис. 4.3.16):

$$d_a = d_{\phi} + 2h_{\phi a}, \quad (4.3.13)$$

$$d_f = d_{\phi} + 2h_{\phi f}; \quad (4.3.14)$$

для *внутреннего* зацепления (рис. 4.3.17):

$$d_{a1} = d_{\phi 1} + 2h_{\phi a}, \quad (4.3.15)$$

$$d_{a2} = d_{\phi 2} - 2h_{\phi a}, \quad (4.3.16)$$

$$d_{f1} = d_{\phi 1} - 2h_{\phi f}, \quad (4.3.17)$$

$$d_{f2} = d_{\phi 2} + 2h_{\phi f}. \quad (4.3.18)$$

Наименьшее расстояние *c* между окружностью вершин одного зубчатого колеса и окружностью впадин другого носит название *радиального зазора* зубчатой передачи (рис. 4.3.16, 4.3.17).

В подавляющем большинстве случаев высоту начальной головки зуба шестерни принимают равной начальной высоте головки зуба сопряженного с ней колеса, а высоту начальной ножки зуба шестерни – равной начальной высоте ножки зуба сопряженного с ней колеса.

В этом случае:

$$h_{\omega a1} = h_{\omega a2} = h_{\omega a}, \quad (4.3.19)$$

$$h_{\omega f1} = h_{\omega f2} = h_{\omega f}. \quad (4.3.20)$$

Из рис. 4.3.16, 4.3.17 очевидно, что:

$$c = h_{\omega f} - h_{\omega a}. \quad (4.3.21)$$

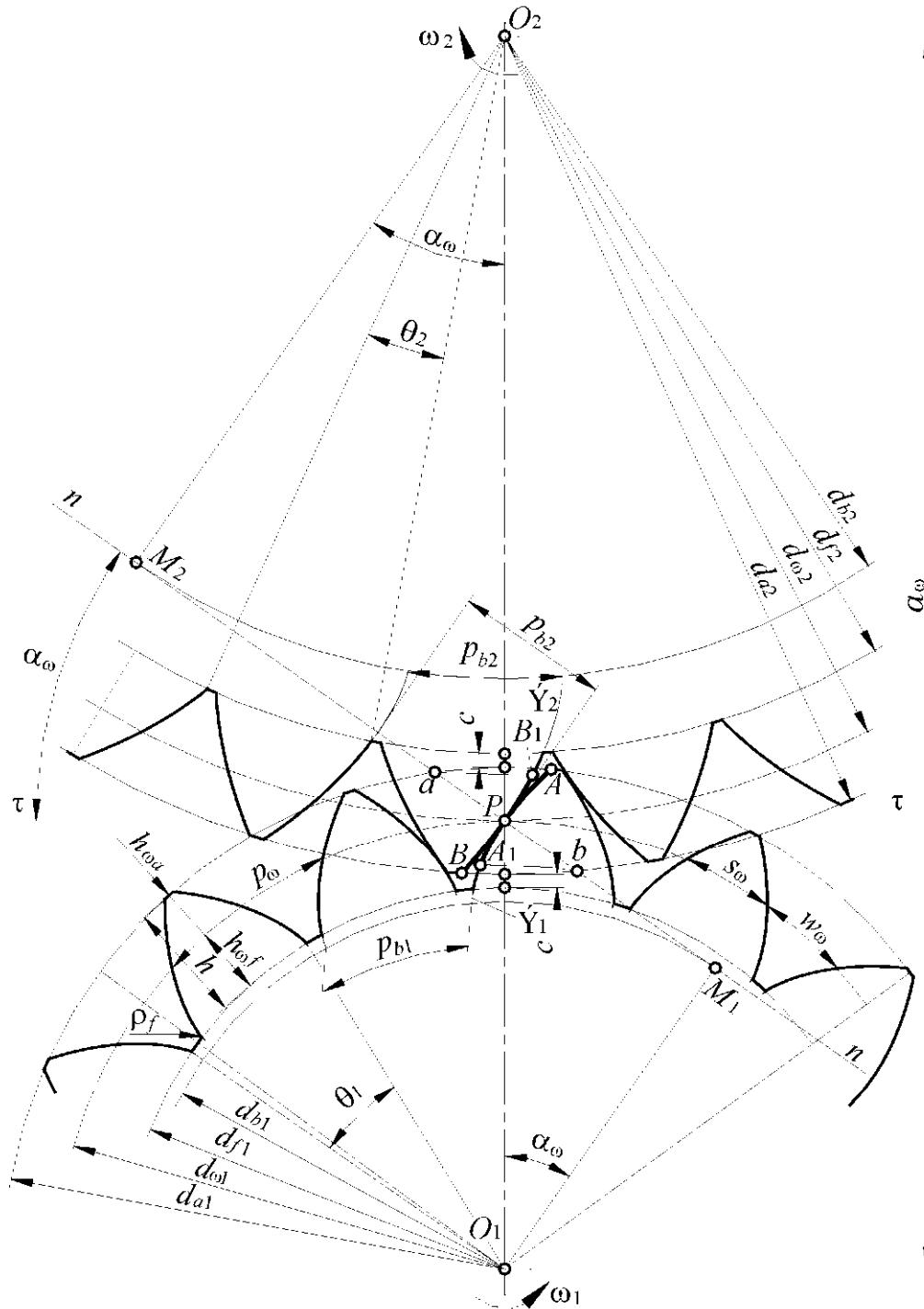


Рис. 4.3.16

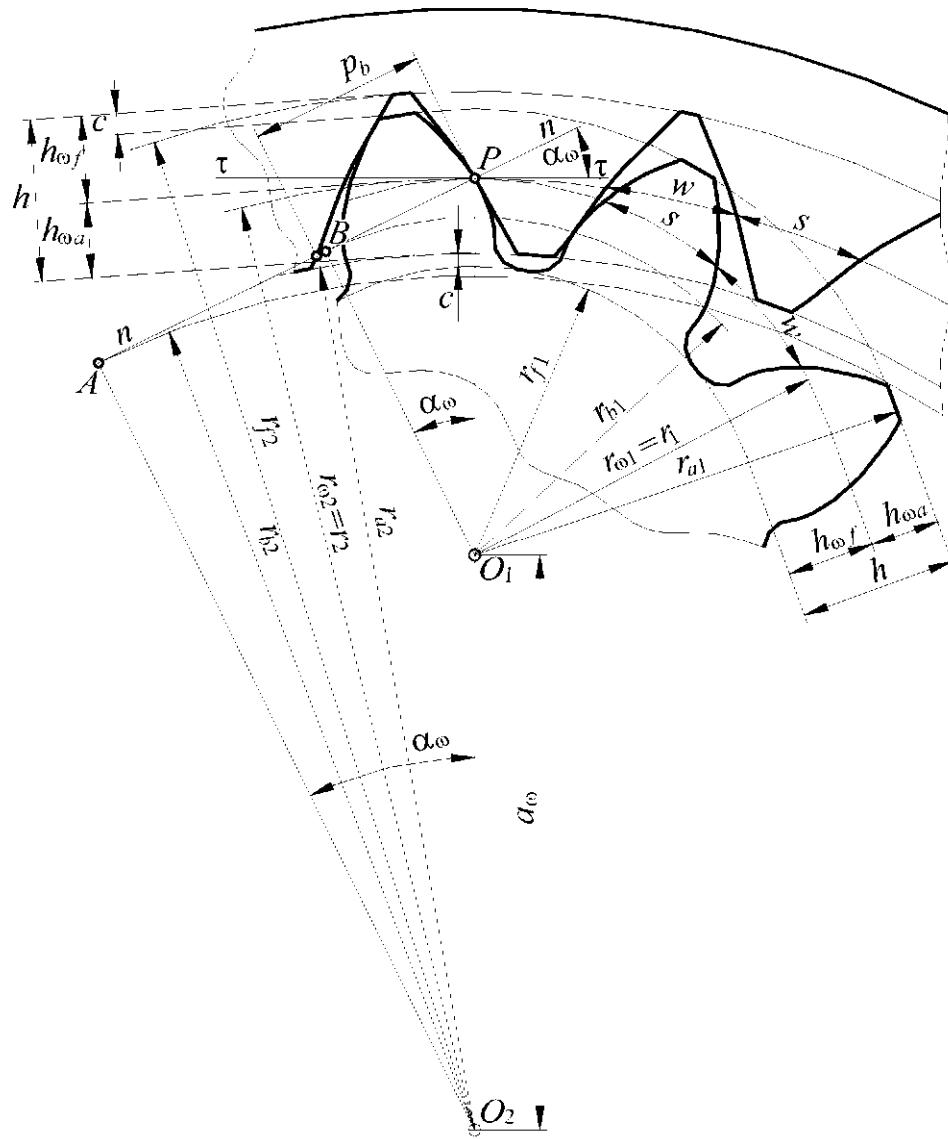


Рис. 4.3.17

Расстояние, измеренное по дуге какой-либо окружности между профилями одного и того же зуба называется *окружной толщиной* зуба по этой окружности  $s$ .

Окружную толщину зуба по *начальной* окружности  $s_\omega$  называют *начальной окружной толщиной* зуба.

Расстояние, измеренное по дуге какой-либо окружности между ближайшими профилями соседних зубьев называется *окружной шириной впадины* по этой окружности  $w$ .

Окружную ширину впадины по *начальной* окружности  $w_\omega$  называют *начальной окружной шириной впадины*.

Расстояние  $p$  между одноименными профилями двух соседних зубьев, измеренное по дуге какой-либо окружности, называют *окружным шагом* зубьев по этой окружности.

Окружной шаг по *начальной* окружности  $p_{\text{о}}$  называют *начальным окружным шагом*.

*Начальный окружной шаг* зубьев  $p_{\text{о}}$ , измеряемый по *начальной* окружности, равен сумме *начальной окружной толщины зуба*  $s_{\text{о}}$  и *начальной окружной ширине впадины*  $w_{\text{о}}$ :

$$P_{\text{о}} = s_{\text{о}} + w_{\text{о}}. \quad (4.3.22)$$

Для непрерывной передачи движения *начальный окружной шаг* зубьев должен быть одинаков у обоих колес.

Окружность  $d$ , по которой окружная толщина зуба  $s_{\text{о}}$  равна окружной ширине впадины  $w_{\text{о}}$  (без учета зазоров), называется *делительной окружностью*.

*Делительная окружность* является *базовой* для определения геометрических параметров колеса.

Для любых концентрических  $i$ -х окружностей зубчатого колеса справедливо равенство:

$$\pi d_i = z p_i \quad (4.3.23)$$

где  $z$  – число зубьев колеса;

$p_i$  – окружной шаг зубьев, измеренный по окружности диаметра  $d_i$ .

Из формулы (4.3.23):

$$d_{1i} = \frac{p_i}{\pi} z_1, \quad (4.3.24)$$

$$d_{2i} = \frac{p_i}{\pi} z_2 \quad (4.3.25)$$

Линейная величина  $m_i$ , в  $\pi$  раз меньшая окружного шага зубьев  $p_i$  называется *окружным модулем* зубьев по  $i$ -ой окружности:

$$m_i = \frac{p_i}{\pi}. \quad (4.3.26)$$

Окружной модуль, так же как и окружной шаг, имеет разные значения для различных концентрических окружностей зубчатого колеса, поэтому различают *начальный, основной окружной* и другие модули.

*Делительный модуль* зубьев  $m$ , или просто *модуль*, – это основной параметр, используемый для расчета размеров зубчатого колеса с данным числом зубьев.

В этом случае:

$$d_1 = \frac{p}{\pi} z_1 = mz_1, \quad (4.3.27)$$

$$d_2 = \frac{p}{\pi} z_2 = mz_2 \quad (4.3.28)$$

где  $d_1$  – диаметр делительной окружности шестерни;

$d_2$  – диаметр делительной окружности колеса.

Применим формулу (4.3.23) для начальных окружностей:

$$\pi d_{\omega 1} = z_1 p_{\omega}, \quad (4.3.29)$$

$$\pi d_{\omega 2} = z_2 p_{\omega}, \quad (4.3.30)$$

откуда, с учетом (4.3.11):

$$\frac{d_{\omega 2}}{d_{\omega 1}} = \frac{z_2}{z_1} = u. \quad (4.3.31)$$

Из формулы (4.3.10) с учетом (4.3.31) очевидно:

$$d_{\omega 1} = \frac{2a_{\omega}}{u \pm 1} = \frac{2a_{\omega} z_1}{z_2 \pm z_1}, \quad (4.3.32)$$

$$d_{\omega 2} = \frac{2a_{\omega} u}{u \pm 1} = \frac{2a_{\omega} z_1}{z_2 \pm z_1}. \quad (4.3.33)$$

Понятие начальных окружностей является кинематическим и связано с зацеплением двух зубчатых колес, в то время как понятие делительной окружности относится к отдельно взятому зубчатому колесу.

В немодифицированном зацеплении делительные окружности совпадают с начальными:

$$d = d_{\omega}. \quad (4.3.34)$$

Центральный угол  $\theta$  окружности зубчатого колеса, соответствующий шагу зацепления, называется угловым шагом:

$$\theta_1 = \frac{2\pi}{z_1}, \quad (4.3.35)$$

$$\theta_2 = \frac{2\pi}{z_2}. \quad (4.3.36)$$

При проектных расчетах используют относительные величины для выражения параметров передачи через модуль:

$h_a^*$  – коэффициент высоты головки;

$c^*$  – коэффициент радиального зазора.

Тогда:

радиальный зазор:

$$c = c^* m. \quad (4.3.37)$$

высота делительной головки зуба:

$$h_a = h_a^* m, \quad (4.3.38)$$

высота делительной ножки зуба:

$$h_f = h_a + c = (h_a^* + c^*) m, \quad (4.3.39)$$

высота зуба:

$$h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*) m. \quad (4.3.40)$$

диаметр окружности вершин:

$$d_a = d \pm 2h_a = m(z \pm 2h_a^*), \quad (4.3.41)$$

диаметр окружности впадин:

$$d_f = d \mp 2h_f = m(z \mp 2h_a^* \mp 2c^*), \quad (4.3.42)$$

В формулах (4.3.41), (4.3.42):

знак «+» относится к внешнему зацеплению,

знак «-» относится к внутреннему зацеплению.

Для цилиндрических эвольвентных передач приняты следующие стандартные величины:

при  $m > 1$  мм  $h_a^* = 1$ ,  $c^* = 0,25$ .

#### 4.3.5.2.3. Силовой расчет цилиндрической эвольвентной прямозубой передачи

При передаче крутящего момента  $T_1$  в зацеплении двух прямозубых колес возникает циклическая сила нормального давления, распределенная по контактной линии  $b$  и действующая вдоль линии зацепления, которую заменяют равнодействующей силой  $F_n$  (рис. 4.3.18).

Перенося силу  $F_n$  по линии ее действия в полюс зацепления  $P$  и раскладывая ее на окружную составляющую силу  $F_t$  и радиальную составляющую силу  $F_r$ , получим:

$$F_t = \frac{2T_1}{d_{\omega 1}} = F_n \sin \alpha_{\omega}, \quad (4.3.43)$$

$$F_r = F_n \cos \alpha_{\omega} = F_t \operatorname{tg} \alpha_{\omega}. \quad (4.3.44)$$

Перекатывание зубьев происходит со скольжением одного профиля по другому и поэтому в зацеплении возникает также сила трения:

$$F_T = f F_n. \quad (4.3.45)$$

Усилия, возникающие в зацеплении колес, кроме деформации зубьев, вызывают и деформации валов, корпусов и опор, что приводит к неравномерному распределению нагрузки вдоль контактной линии зубьев, а также к дополнительным динамическим нагрузкам. Такое же влияние оказывают неизбежные погрешности изготовления и монтажа деталей передачи.

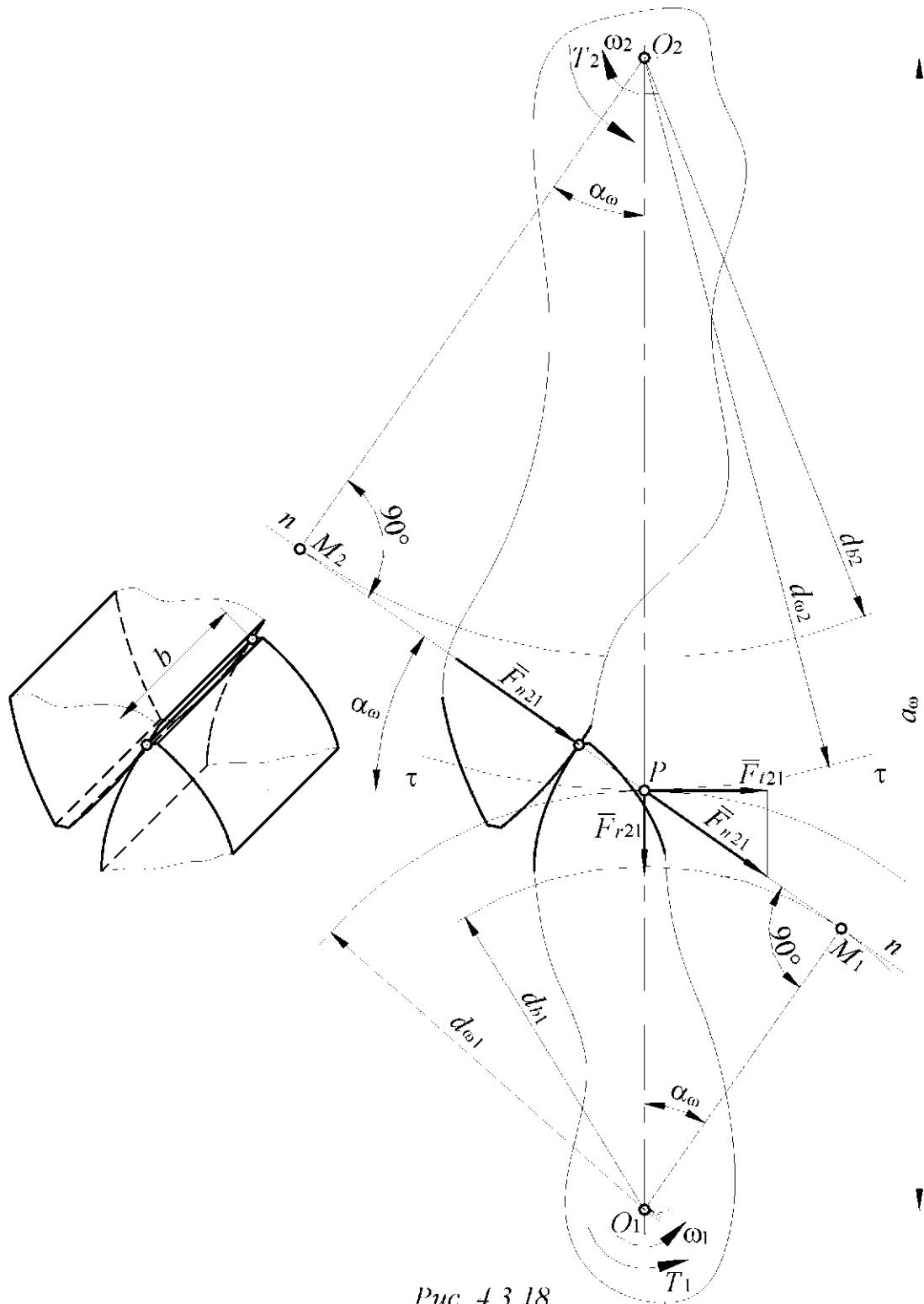


Рис. 4.3.18

Для учета влияния этих факторов на прочность зубьев номинальную нагрузку при расчете несколько увеличивают введением *коэффициента нагрузки*  $K$ :

$$F = K F_{\pi}, \quad (4.3.46)$$

$$T = KT_{\text{н}}, \quad (4.3.47)$$

$$P = KP_{\text{н}}, \quad (4.3.48)$$

где  $F$  – расчетная сила,  
 $F_{\text{н}}$  – номинальная сила,  
 $T$  – расчетный момент,  
 $T_{\text{н}}$  – номинальный момент,  
 $P$  – расчетная мощность,  
 $P_{\text{н}}$  – номинальная мощность,  
 $K$  – коэффициент нагрузки.

$$K = K_{\beta} K_{\nu} \quad (4.3.49)$$

где  $K_{\beta}$  – коэффициент концентрации нагрузки;  
 $K_{\nu}$  – коэффициент динамичности нагрузки.

Коэффициент концентрации нагрузки  $K_{\beta}$  учитывает неравномерность распределения нагрузки по длине зуба и определяется отношением наибольшей удельной нагрузки  $q_{\max}$  к ее средней величине  $q$ :

$$K_{\beta} = \frac{q_{\max}}{q}. \quad (4.3.50)$$

Значение  $q$  можно найти из отношения:

$$q = \frac{F_n}{b}, \quad (4.3.51)$$

где  $F_n$  – нормальное усилие в зацеплении;  
 $b$  – длина зуба (длина контактной линии).

Величина  $q_{\max}$  зависит от взаимного перекоса зубьев, точное определение которого чрезвычайно затруднено. При проектном расчете величину  $K_{\beta}$  выбирают ориентировочно в зависимости от типа нагрузки, характеристики материала, степени точности зубчатых колес и схемы передачи в пределах (1,0-1,4). Меньшие значения принимают для прирабатываемых колес ( $HB < 350$  хотя бы у одного из колес пары) и при нагрузке, близкой к постоянной, большие – для неприрабатывающихся широких ( $b > d_1$ ) колес. При высоких окружных скоростях ( $v > 15$  м/с) и хороших условиях смазки между зубьями создается постоянный масляный слой, защищающий их от износа. Это явление снижает влияние приработки зубьев на уменьшение концентрации нагрузки.

Для уменьшения  $q_{\max}$  и  $K_{\beta}$  при проектировании передач рекомендуется: располагать колеса симметрично относительно опор; при несимметричном или консольном расположении применять колеса меньшей ширины, так как при прочих равных условиях влияние перекоса

зубьев увеличивается с увеличением ширины колес; увеличивать жесткость валов за счет сокращения их длины; придавать зубьям специальную бочкообразную форму и т.д.

Погрешности формы и взаимного расположения зубьев (окружного шага) являются причиной неплавности работы зубчатой пары, колебаний угловой скорости колес. Последние вызывают в зацеплении дополнительные инерционные усилия, которые и называют *динамической нагрузкой*. Влияние динамической нагрузки учитывается коэффициентом *динамичности нагрузки*  $K_V$ , который равен отношению полной нагрузки  $F_n + F_{nd}$  к номинальной  $F_n$ :

$$K_V = 1 + \frac{F_{nd}}{F_n} \quad (4.3.52)$$

где  $F_{nd}$  – дополнительная динамическая нагрузка.

Величины  $F_{nd}$  и  $K_V$  зависят от погрешности профиля зуба и окружного шага, от окружной скорости, упругости деталей передачи, масс звеньев и др. Динамическую нагрузку, обусловленную погрешностями зацепления, не следует смешивать с динамической нагрузкой, вызванной резкими колебаниями внешней нагрузки на передачу.

При *предварительных* расчетах коэффициент динамичности нагрузки  $K_V$  выбирают приближенно в пределах (1,0-1,6). Меньшие значения принимают при высокой степени точности изготовления и малой окружной скорости ( $v \leq 1$  м/с).

Коэффициент нагрузки  $K$  для предварительных расчетов можно принимать из диапазона (1,3-1,5), причем меньшие значения следует брать для тихоходных передач и прирабатывающихся материалов.

После определения размеров передачи значения  $K_\beta$  и  $K_V$  уточняют и, если необходимо, в расчет вносят поправки.

#### **4.3.5.2.4. Расчет рабочих поверхностей зубьев на прочность по контактным напряжениям**

Под действием силы *нормального давления*  $F_n$  в зоне контакта зубьев возникают циклические *контактные напряжения*  $\sigma_H$ , которые при определенных условиях могут привести к *усталостному выкрашиванию* или к *пластической деформации* рабочих поверхностей зубьев.

Контакт зубьев (рис. 4.3.18) можно условно отождествить с контактом двух круговых цилиндров, радиусы  $r_1$  и  $r_2$  которых равны *радиусам кривизны эвольвент*  $\rho_1$  и  $\rho_2$  в точке контакта.

Наибольшие контактные напряжения на поверхности сжимаемых цилиндров определяют по формулам (2.10.10) и (2.10.11), обобщенная запись которых для данного случая принимает вид:

$$\sigma_{\max} = 0,418 \sqrt{q \frac{\rho_2 \pm \rho_1}{\rho_1 \rho_2} \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}}, \quad (4.3.53)$$

где  $q$  – интенсивность нагрузки (нагрузка, распределенная по длине контактной линии);

$E_1$  и  $E_2$  – модули упругости первого рода материалов сопрягаемых колес.

В формуле (4.3.53) знак «+» относится к внешнему контакту двух цилиндров, знак «–» – к внутреннему контакту.

Условие прочности при расчете на контактную прочность на основании уравнения (4.3.53) можно записать в виде:

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{q E_{\text{пр}}}{\rho_{\text{пр}}}} \leq \sigma_{H_p}, \quad (4.3.54)$$

где  $\sigma_H$  – максимальное сжимающее (контактное) напряжение в центре площадки контакта ( $H$  – первая буква фамилии автора этой формулы Герца в латинской транскрипции);

$$q = \frac{F_n}{b}; \quad (4.3.55)$$

$F_n$  – нормальная сила в зацеплении;

$b$  – длина контактной линии;

$E_{\text{пр}}$  – приведенный модуль упругости первого рода;

$$E_{\text{пр}} = \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}; \quad (4.3.56)$$

$\rho_{\text{пр}}$  – приведенный радиус кривизны контактирующих цилиндров;

$$\rho_{\text{пр}} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 \pm \rho_1}, \quad (4.3.57)$$

где знак «+» относится к внешнему контакту двух цилиндров, знак «–» – к внутреннему контакту.

$\sigma_{H_p}$  – допускаемые контактные напряжения.

Формула Герца справедлива при следующих допущениях:

- контакт происходит при статических условиях нагружения;
- сжимающая сила нормальна площадке контакта, т.е. на поверхности цилиндров нет касательных сил;
- смазка отсутствует;

— сжимаемые тела изготовлены из идеально упругих и однородных материалов.

Формула не учитывает и таких специфических факторов работы зубчатых передач, как гидродинамические явления, происходящие в слое смазки между контактирующими поверхностями, наличие динамических нагрузок и касательных сил трения, неравномерность нагрузки и т.д. Поэтому при использовании формулы Герца для расчета зубьев необходимо вводить поправочные коэффициенты.

Введем в формулу Герца коэффициент нагрузки  $K$  и преобразуем ее с целью большего удобства в практическом использовании.

Расчетная удельная нагрузка в этом случае будет равна:

$$q = \frac{KF_{nh}}{b} = \frac{KF_n}{b \cos \alpha_\omega} = \frac{2KT_{2H}}{bd_{\omega 2} \cos \alpha_\omega} = \frac{2KT_{1H}}{bd_{\omega 1} \cos \alpha_\omega} = \frac{2KT_{2H}}{bd_{\omega 1} u \cos \alpha_\omega}, \quad (4.3.58)$$

где  $F_{nh}$  — номинальная нормальная сила в зацеплении;

$F_n$  — номинальная окружная сила в зацеплении;

$T_{1H}$  — номинальный момент на шестерне;

$T_{2H}$  — номинальный момент на колесе;

$d_{\omega 1}$  — диаметр начальной окружности шестерни;

$d_{\omega 2}$  — диаметр начальной окружности колеса;

$u$  — передаточное число зубчатой пары.

$b$  — ширина зубчатого венца колеса.

Как отмечалось в разделе 4.3.4, зона минимальной контактной прочности зуба находится на ножке зуба вблизи начальной окружности. Поэтому при выводе формул для прочностного расчета передачи по контактным напряжениям рассмотрим случай, когда контакт профилей происходит в полюсе зацепления (рис. 4.3.19).

Приведенный радиус кривизны профилей зубьев в полюсе зацепления определяем, воспользовавшись формулой (4.3.2):

$$\rho_1 = \overline{M_1 P} = r_{b1} \operatorname{tg} \alpha_\omega = \frac{d_{\omega 1}}{2} \sin \alpha_\omega, \quad (4.3.59)$$

$$\rho_2 = \overline{M_2 P} = r_{b2} \operatorname{tg} \alpha_\omega = \frac{d_{\omega 2}}{2} \sin \alpha_\omega, \quad (4.3.60)$$

$$\rho_{\text{пр}} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 \pm \rho_1} = \frac{d_{\omega 1} d_{\omega 2} \sin \alpha_\omega}{2(d_{\omega 2} \pm d_{\omega 1})} = \frac{d_{\omega 1} u \sin \alpha_\omega}{2(u \pm 1)}. \quad (4.3.61)$$

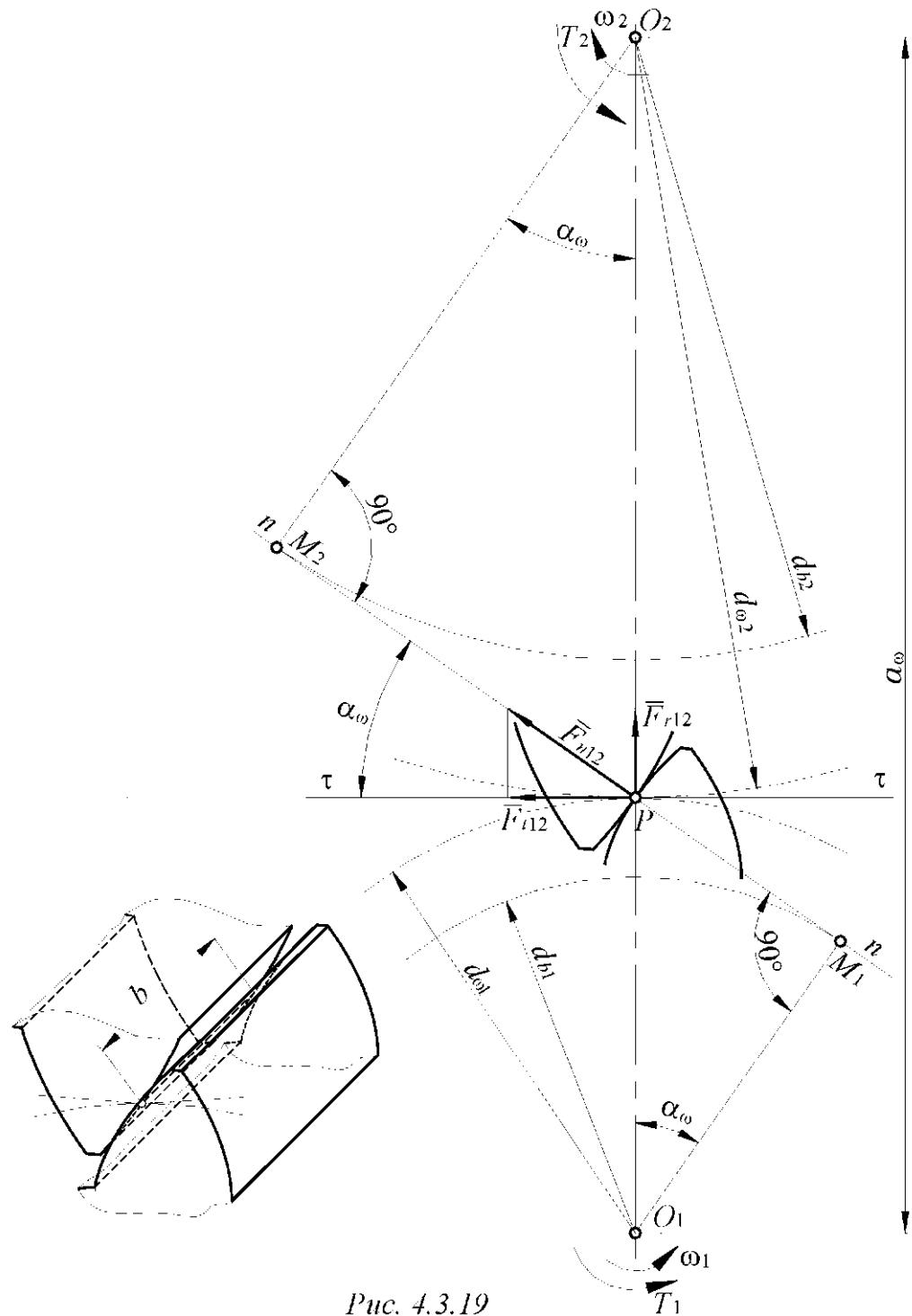


Рис. 4.3.19

На основании формулы (4.3.10):

$$a_{\omega} = \frac{d_{\omega 1}(u \pm 1)}{2}. \quad (4.3.62)$$

Тогда:

$$d_{\omega 1} = \frac{2a_{\omega}}{u \pm 1}. \quad (4.3.63)$$

Подставив в формулу (4.3.54) вместо  $q$  его значение из (4.3.58) и вместо  $\rho_{\text{уп}}$  его значение из (4.3.61), после преобразований получим:

$$\sigma_H = \frac{1,182}{d_{\omega_1} u} \sqrt{\frac{KT_{2H}(u \pm 1)E_{\text{уп}}}{b \sin 2\alpha_{\omega}}} \leq \sigma_{H_p}. \quad (4.3.64)$$

Из формулы (4.3.64) видно, что контактное напряжение зависит от величины межосевого расстояния  $a_{\omega}$  и передаточного числа  $u$  и не зависит от модуля  $m$ . Формулу (4.3.64) используют при проверочных расчетах колес.

В проектных расчетах ширину венца колеса  $b$  выражают через коэффициент относительной ширины колеса  $\psi_{ba}$ , равный:

$$\psi_{ba} = \frac{b}{a_{\omega}}. \quad (4.3.65)$$

Подставив в формулу (4.3.64) вместо  $d_{\omega_1}$  его значение из (4.3.63) а вместо  $b$  его значение из (4.3.65), после преобразований получим:

$$a_{\omega} \geq 0,7(u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{KT_{2H}E_{\text{уп}}}{\sigma_H^2 u^2 \psi_{ba} \sin 2\alpha_{\omega}}}. \quad (4.3.66)$$

Далее расчет передачи производится по формулам, приведенным в разделе 4.4.2.4.

#### 4.3.5.2.5. Расчет зубьев на прочность по изгибным напряжениям

Практикой эксплуатации установлено, что для передач 7-9 степеней точности деформации зубьев в зоне контакта не могут полностью компенсировать неизбежные погрешности шагов зацепления сопрягаемых колес. Поэтому при расчете зубьев на прочность принимают, что вся нагрузка передается одной парой зубьев в течение всего периода зацепления.

Поскольку коэффициент трения  $f$  в зацеплении имеет небольшое значение (0,05-0,08), то и возникающая при скольжении зубьев сила трения будет относительно мала, поэтому ее влиянием на величину суммарного напряжения в теле зуба пренебрегают.

Представим зуб, как консольную балку, закрепленную у основания и нагруженную на конце консоли нормальной к поверхности силой  $F_n$ . В процессе зацепления точка приложения силы к зубу перемещается по рабочему участку профиля зуба (рис. 4.3.18).

Рассмотрим случай, когда сила, действующая на зуб, приложена к вершине зуба, т.е. когда плечо силы относительно сечения зуба у его основания максимально (рис. 4.3.20).

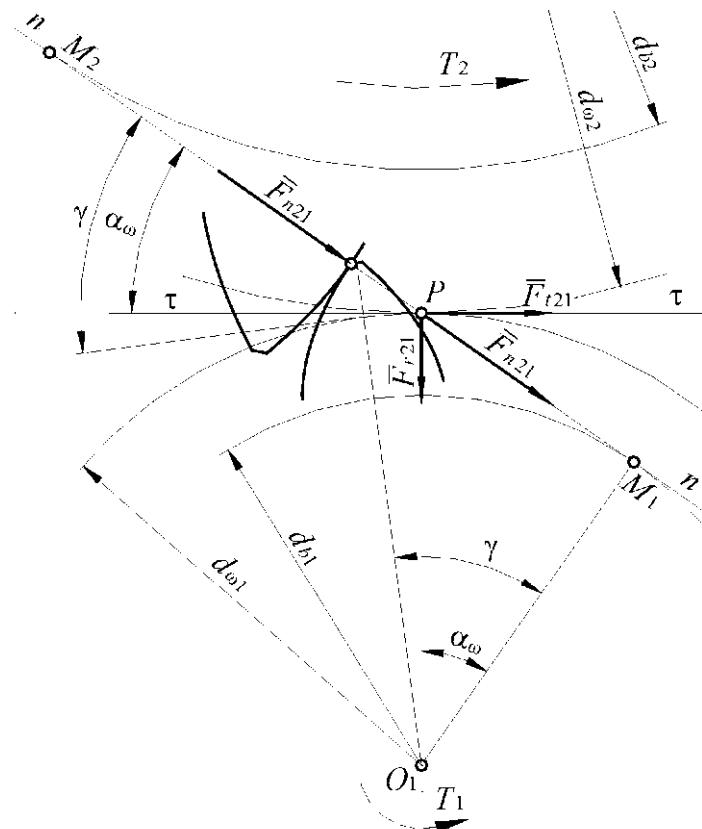


Рис. 4.3.20

Угол  $\gamma$  между линией действия силы  $F'_n$  и нормалью к оси симметрии зуба в рассматриваемый момент времени несколько больше угла зацепления  $\alpha_\omega$ .

С достаточной для практики точностью можно принять, что:

$$\gamma \approx \alpha_\omega \quad (4.3.67)$$

Перенесем точку приложения силы  $F'_n$  с поверхности зуба на ось его симметрии в точку  $C$  и, с учетом (4.3.67), разложим силу  $F'_n$  на две составляющие: изгибающую  $F'_n \cos \alpha_\omega$  и сжимающую  $F'_n \sin \alpha_\omega$  (рис. 4.3.21).

Для нахождения опасного сечения построим на оси симметрии зуба квадратичную параболу с вершиной в точке  $C$  так, чтобы эта кривая касалась профиля зуба. Такая парабола очерчивает се-

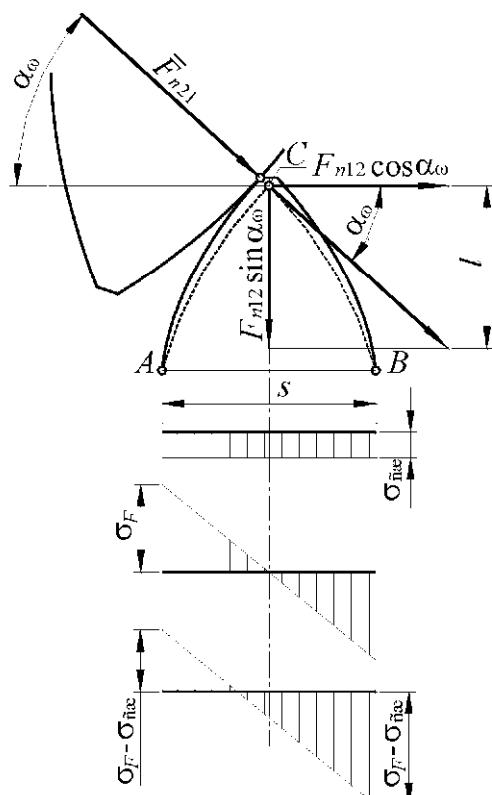


Рис. 4.3.21

чение консольной балки равного сопротивления изгибу, поэтому точки  $A$  и  $B$  касания ее с боковой поверхностью зуба определяют положение опасного сечения  $AB$ . При этом учитывается, что напряжения сжатия малы по сравнению с напряжениями изгиба и не оказывают существенного влияния на прочность зуба.

Эпюры напряжений изгиба  $\sigma_F$ , сжатия  $\sigma_{cж}$  и суммарных напряжений показаны на рис. 4.3.21.

Расчет зуба на изгиб ведут по той стороне зуба, на которой находятся *растянутые* волокна, так как именно в зоне  $A$  на *растянутой* стороне при эксплуатации появляются усталостные трещины и начинается разрушение зуба.

Номинальные напряжения в опасном сечении с учетом уравнений (4.3.43), (4.3.44) равны:

$$\sigma = \sigma_F - \sigma_{cж} = \frac{M}{W} - \frac{F_n \sin \alpha_0}{A} = \frac{M}{W} - \frac{F_r}{A} \leq \sigma_{Fp}, \quad (4.3.68)$$

где  $M$  — изгибающий момент в опасном сечении;

$$M = F_n l \cos \alpha_0 = F_r l; \quad (4.3.69)$$

$W$  — осевой момент сопротивления опасного сечения зуба;

$$W = \frac{bs^2}{6}; \quad (4.3.70)$$

$A$  — площадь опасного сечения;

$$A = bs; \quad (4.3.71)$$

$l$  — плечо изгибающей силы  $F_n \cos \gamma$ ;

$b$  — длина зуба (ширина зубчатого венца колеса);

$s$  — толщина зуба по хорде в опасном сечении;

$\sigma_{Fp}$  — допускаемое напряжение.

Подставив значения величин  $M$ ,  $W$ ,  $A$  из формул (4.3.69)-(4.3.71) в формулу (4.3.68), с учетом коэффициента нагрузки  $K$ , а также умножив числитель и знаменатель дроби на  $m$ , получим:

$$\sigma = \frac{KF_t}{bm} \left( \frac{6lm}{s^2} - \frac{m \operatorname{tg} \alpha_0}{s} \right) \leq \sigma_{Fp}. \quad (4.3.72)$$

Введем обозначение:

$$\frac{1}{Y_F} = \frac{6lm}{s^2} - \frac{m \operatorname{tg} \alpha_0}{s}, \quad (4.3.73)$$

где  $Y_F$  — коэффициент формы зуба, характеризующий положение наиболее опасного сечения зуба (он зависит от формы зубьев, числа зубьев шестерни и от коэффициента смещения исходного контура).

Тогда уравнение прочности при изгибе (4.3.72) примет вид:

$$\sigma = \frac{KF_t}{mbY_F} \leq \sigma_{Fp} \quad (4.3.74)$$

Величину коэффициента формы зuba  $Y_F$  определяют либо по таблицам, либо по графикам, приводимым в специальной литературе.

Проверочные расчеты на изгиб по формуле (4.3.74) выполняют в тех случаях, когда основным критерием работоспособности заведомо является контактная прочность. В этом случае после определения  $a_0$  из расчета на контактную прочность задаются величиной модуля  $m$  и числом зубьев  $z$ . Обычно принимают  $m = (0,01 - 0,02)a_0$  для улучшенных колес или  $m = (0,016 - 0,030)a_0$  для закаленных зубьев. В силовых передачах не рекомендуется принимать модуль меньше (1,5-2) мм.

Для большинства открытых передач, а также для передач, у которых зубья закалены до высокой твердости, прочность на изгиб является основным критерием работоспособности.

В этом случае расчетным параметром является модуль зацепления  $m$ .

Для проектного расчета преобразуем формулу (4.3.74). При таком расчете передача предварительно рассчитывается без смещения. Тогда, в соответствии с формулой (4.3.101) угол зацепления передачи  $\alpha_0$  равен:

$$\alpha_0 = \alpha, \quad (4.3.75)$$

где  $\alpha$  – профильный угол исходного контура, равный  $20^\circ$ .

На основании формул (4.3.112) и (4.3.43) с учетом (4.3.75) для передачи без смещения можно записать:

$$d_0 = d = mz. \quad (4.3.76)$$

Введем в расчет коэффициент ширины зубчатого венца  $\psi_{bm}$ , определяемый по формуле:

$$\psi_{bm} = \frac{b}{m}. \quad (4.3.77)$$

Из формулы (4.3.58) с учетом (4.3.76) получаем:

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2T_2}{d_2}. \quad (4.3.78)$$

Из формулы (4.3.74) с учетом (4.3.76) – (4.3.78) после преобразований получим формулу для определения величины модуля зацепления:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2KT}{\sigma_{Fp} z \psi_{bm} Y_F}}. \quad (4.3.79)$$

Расчет по формуле (4.3.79) при одинаковых материалах пары сопрягаемых колес следует вести по шестерне. При разных материалах расчет проводят по тому из колес, у которого отношение  $\frac{\sigma_F}{Y_F}$  меньше.

Полученное значение  $m$  округляют до стандартного, а затем определяют остальные параметры передачи.

#### **4.3.5.3. Цилиндрические зубчатые косозубые передачи с круглыми колесами. Их особенности**

##### **4.3.5.3.1. Основные понятия и определения**

Образование эвольвентной поверхности *прямого* зуба можно представить при рассмотрении качения без проскальзывания производящей плоскости по основному цилинду диаметра  $d_b$ , (рис. 4.3.9, 4.3.10, 4.3.22).

В *прямозубых* зацеплениях соприкасаются друг с другом две *цилиндрические эвольвентные* поверхности  $E$  (рис. 4.3.22), являющиеся боковыми *поверхностями зубьев*. При этом происходит прямолинейный контакт зубьев, так как линией их контакта является *прямая*, параллельная образующей основных цилиндров диаметров  $d_{b1}$  и  $d_{b2}$ , то есть их осям вращения. Геометрическое место всех линий касания одной пары зубьев за весь период зацепления называется *полем зацепления*.

Зацепление цилиндрических прямозубых колес имеет недостатки. В частности, коэффициент перекрытия таких колес ограничен весьма узкими пределами (для внешнего зацепления  $1 < \varepsilon_y < 2$ ), вследствие чего вся нагрузка распределяется не более чем на две пары зубьев. Погрешности изготовления колес могут привести к значительному увеличению шума, ударам и т.п. Окружные скорости у прямозубых колес даже при достаточно высоких степенях точности ограничены – до 15 м/с.

Коэффициент перекрытия можно увеличить применением *ступенчатых* зубчатых колес. Возьмем пару сопряженных зубчатых прямозубых колес и рассечем ее  $n$  плоскостями, параллельными торцовой плоскости. В результате получим прямозубые сопряженные зубчатые колеса, состоящие из  $n+1$  составляющих узких колес (рис. 4.3.23). Повернем каждое последующее составляющее узкое колесо относительно предыдущего на некоторый угол  $\Delta\tau_i$  относительно оси колеса.

При этом:

$$\Delta\tau_1(n+1) = \tau_1,$$

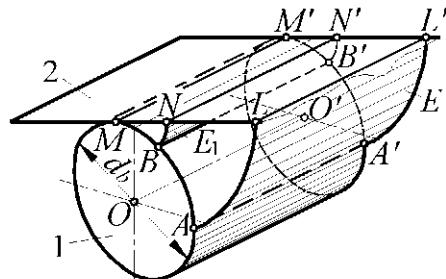


Рис. 4.3.22

$$\Delta\tau_2(n+1) = \tau_2,$$

$$\tau_1 = u\tau_2,$$

где  $u$  – передаточное число.

Тогда в момент выхода из зацепления зубьев первой сопряженной пары узких колес соответствующий зуб второй сопряженной пары узких колес будет еще находиться в зацеплении и т.д. Дуга зацепления, таким образом, увеличивается, что влечет за собой увеличение коэффициента перекрытия и, следовательно, улучшение плавности передачи. Несомненным достоинством передач, составленных из ступенчатых прямозубых колес, является и отсутствие осевой составляющей силы в зацеплении. Причиной, по которой такие передачи не получили распространения, является сложность обеспечения необходимой точности сборки.

При бесконечно большом числе сечений форма боковой поверхности зуба становится *эвольвентной винтовой* (рис. 4.3.24). Зацепление таких зубьев называют *косозубым*.

Образование боковой поверхности *косого* зуба можно представить, если рассмотреть качение без скольжения некоторой плоскости 2 по основному цилинду диаметром  $d_b$  с осью  $OO'$  (рис. 4.3.25). Располагая на касательной плоскости 2 прямую  $LL'$  под углом  $\beta_b$  к образующей цилиндра при обкатке, получим *линейчатую винтовую эвольвентную поверхность*  $G$ , представляющую собой *боковую поверхность косого зуба*. Эта поверхность называется *развертывающимся геликоидом*. Как видно, она представляет собой линейчатую поверхность с *образующими, касающимися основного цилиндра*. Начальные точки эвольвентной поверхности зубьев располагаются по винтовой линии  $AA'$  постоянного шага на основном цилиндре.

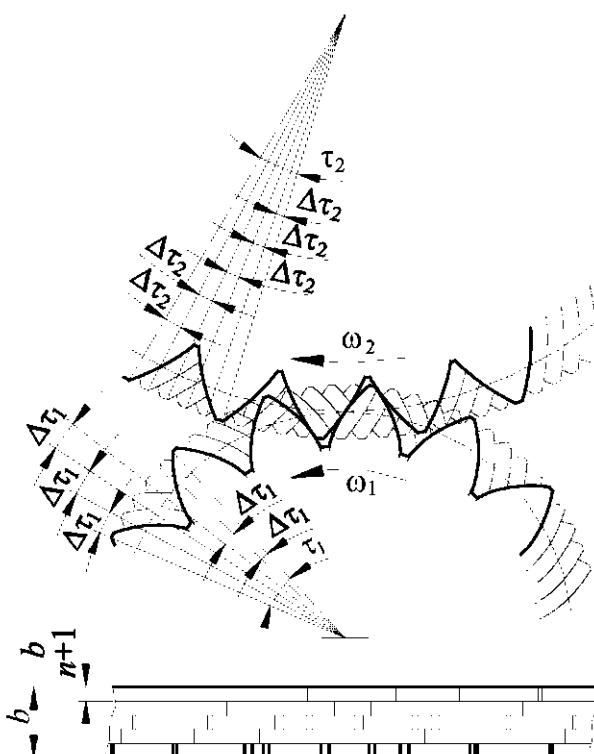


Рис. 4.3.23



Рис. 4.3.24

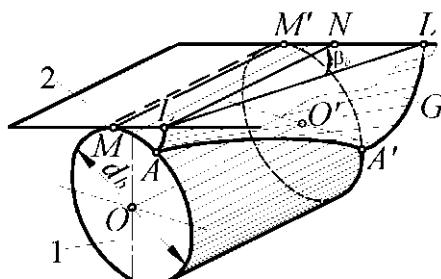


Рис. 4.3.25

Сопряженные поверхности косых зубьев двух цилиндрических зубчатых колес образуются от последовательного качения общей касательной к основным цилиндром плоскости 2 по основным цилиндром радиусов  $r_{b1}$  и  $r_{b2}$  первого и второго зубчатого колеса. Выбранная на плоскости 2 прямая  $LL'$  при последовательном обкатывании по основным цилиндром образует сопряженные поверхности в виде двух взаимно огибаемых геликоидов, линейчатый контакт которых образует *поле зацепления*.

Угол  $\beta_b$  называется *углом наклона винтовой линии зубьев по основной окружности*.

В передаче с *параллельными* осями углы наклона винтовых линий на *начальных* цилиндрах обоих колес при *внешнем* зацеплении равны по величине и противоположны по направлению.

При *внутреннем* зацеплении винтовые линии зубьев двух зубчатых колес должны быть одного наклона (правые или левые). Здесь также имеет место линейчатый контакт, при котором одновременно участвуют различные точки, лежащие на эвольвентной поверхности зуба, образующие поле зацепления.

#### 4.3.5.3.2. Геометрические взаимосвязи в косозубой цилиндрической эвольвентной передаче

По аналогии с прямозубым в косозубом зацеплении различают цилиндры *основные, начальные, делительные, вершин и впадин*.

Линию пересечения боковой поверхности зуба с поверхностью *делительного* цилиндра зубчатого колеса называют *делительной линией* зуба. Острый угол между *делительной* линией зуба и образующей *делительного* цилиндра косозубого колеса носит название *делительного угла наклона линии зуба*  $\beta$ .

Линию пересечения боковой поверхности зуба с поверхностью *начального* цилиндра зубчатого колеса называют *начальной линией* зуба. Острый угол между *начальной* линией зуба и образующей *начального* цилиндра косозубого колеса носит название *начального угла наклона линии зуба*  $\beta_0$ . Связь угла наклона  $\beta_0$  с соответствующими параметрами, изменившими по *основному* и *делительному* цилиндром, можно получить из зависимости для шага винтовой линии  $p$  (рис. 4.3.26):

$$p = 2\pi r_b \operatorname{ctg} \beta_b = 2\pi r_0 \operatorname{ctg} \beta_0 = 2\pi r \operatorname{ctg} \beta, \quad (4.3.80)$$

откуда:

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{r_0}{r_b} \operatorname{tg} \beta_b = \frac{r_0}{r} \operatorname{tg} \beta \quad (4.3.81)$$

В косозубом зацеплении (рис. 4.3.27) различают следующие *шаги*:

- торцовый  $p_t$ ,
- нормальный  $p_n$ ,
- осевой  $p_a$ .

Осевой шаг  $p_a$  в расчетах используется крайне редко и поэтому в данном курсе не рассматривается.

Из рис. 4.3.26 очевидно, что:

$$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta}. \quad (4.3.82)$$

Разделив обе части уравнения (4.3.82) на число  $\pi$ , получим взаимосвязь между модулями косозубого зацепления:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}. \quad (4.3.83)$$

Нормальный модуль  $m_n$  имеет стандартное значение, определяемое режущим инструментом.

Торцовый модуль может иметь самые различные значения в зависимости величины угла наклона зубьев  $\beta$ .

Косозубые цилиндрические колеса, изготовленные методом обкатки, имеют теоретически правильный эвольвентный профиль зуба только в плоскости обкатки, то есть в торцовом сечении. В нормальном сечении профиль несколько отличается от эвольвентного. Однако в большинстве расчетов этим отклонением пренебрегают, считая, что нормальный профиль зуба прямозубого колеса соответствует эвольвентному профилю некоторого условного (эквивалентного) прямозубого колеса, которое получают следующим образом.

Проведем плоскость, рассекающую зубчатое колесо по нормали  $nn$  (рис. 4.3.27). В сечении получается прямозубое эллипсоидное колесо с полуосами  $a$  и  $b$ .

$$a = \frac{d}{2 \cos \beta} = \frac{r}{\cos \beta}, \quad (4.3.84)$$

$$b = \frac{d}{2} = r. \quad (4.3.85)$$

Радиус кривизны данного эллипса по малой полуоси  $\rho_{kh}$  (для полюса зацепления  $P$ ) определяется формулой, известной из аналитической геометрии:

$$\rho_{kb} = \frac{a^2}{b} = \frac{r}{\cos^2 \beta} \quad (4.3.86)$$

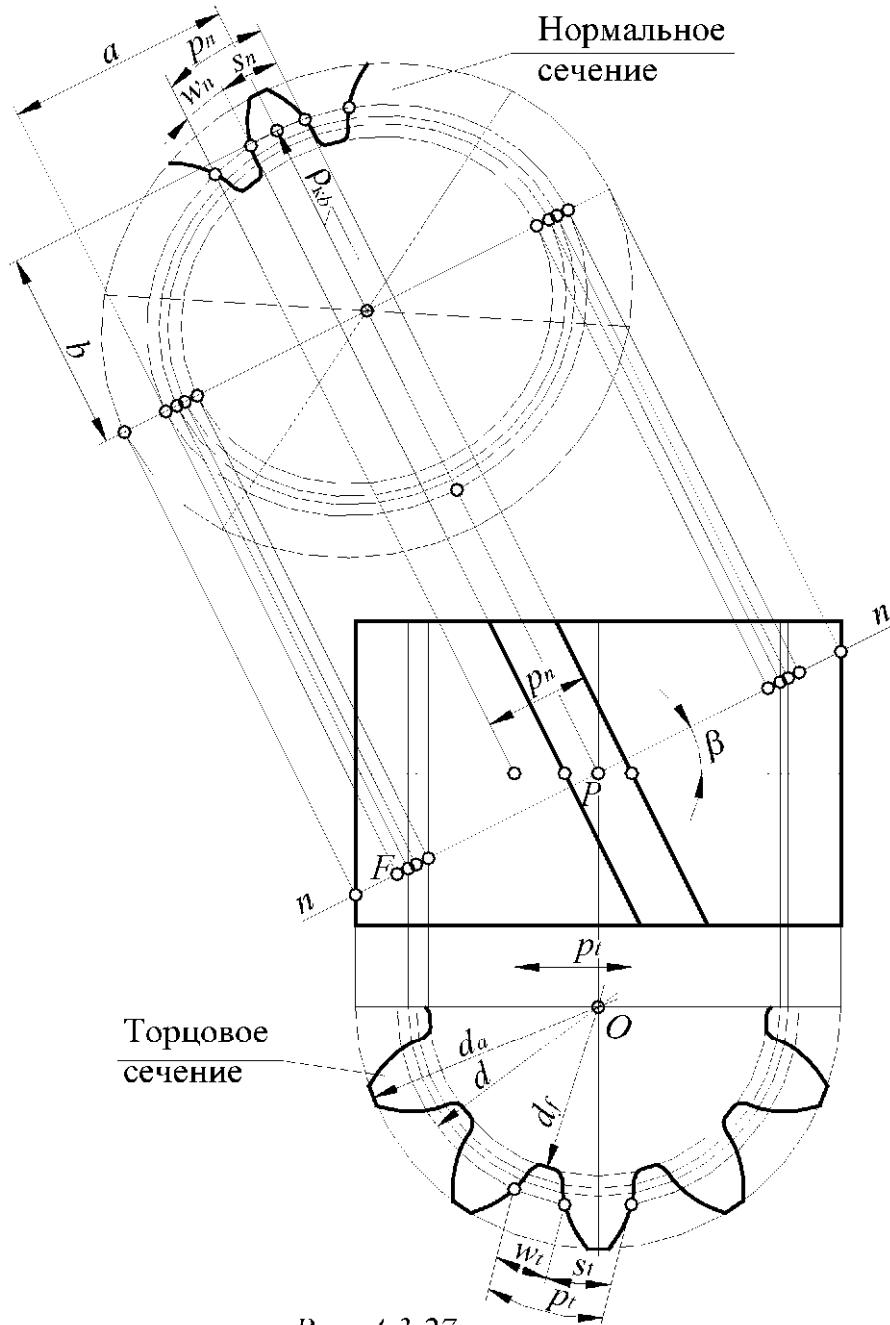


Рис. 4.3.27

Определим число зубьев эквивалентного прямозубого колеса при известном шаге  $p_n$ , модуле в нормальном сечении  $m_n$  и действительном числе зубьев  $z$ . При радиусе начальной окружности, равным  $\rho_{kb}$  и приведенном числе зубьев  $z_v$  получаем:

$$2\pi\rho_{kb} = z_v p_n \quad (4.3.87)$$

или, после деления обеих частей уравнения на число  $\pi$ :

$$2\rho_{kb} = z_v m_n, \quad (4.3.88)$$

откуда найдем приведенное число зубьев:

$$z_v = \frac{2\rho_{kb}}{m_n}. \quad (4.3.89)$$

Подставив значение  $\rho$  из (4.3.86), получим:

$$z_v = \frac{2r}{m_n \cos^2 \beta} = \frac{d}{m_n \cos^2 \beta} \quad (4.3.90)$$

Так как:

$$2r = d = m_t z, \quad (4.3.91)$$

то:

$$z_v = \frac{m_t}{m_n} \frac{z}{\cos^2 \beta} \quad (4.3.92)$$

или, после подстановки значения  $m_t$  из (4.3.83), получим:

$$z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta} \quad (4.3.93)$$

Одним из основных достоинств зацеплений с косыми зубьями является возможность получения передач с малыми габаритами. Так, если для *прямозубой* передачи наименьшее число зубьев шестерни без смещения  $z_{min}$  равно 18, то для косозубой передачи без смещения:

$$z_{min} = \frac{2f}{\sin^2 \alpha} \cos^3 \beta = 18 \cos^3 \beta. \quad (4.3.94)$$

В *торцовом* сечении геометрия зацепления *косозубых* колес аналогична геометрии зацепления *прямозубых* колес.

Основные размеры косозубого колеса *без смещения* вычисляют по следующим формулам:

*межосевое расстояние*:

$$a_0 = a = m_t \frac{z_2 \pm z_1}{2} = m_n \frac{z_2 \pm z_1}{2 \cos \beta}, \quad (4.3.95)$$

*диаметр делительного цилиндра*:

$$d = m_t z = \frac{m_n z}{\cos \beta}, \quad (4.3.96)$$

*высота делительной головки зуба*:

$$h_a = h_a^* m_n, \quad (4.3.97)$$

*высота делительной ножки зуба*:

$$h_f = (h_a^* + c^*) m_n, \quad (4.3.98)$$

полная высота зуба:

$$h = (2h_a^* + c^*)m_n, \quad (4.3.99)$$

диаметр цилиндра вершин:

$$d_a = d \pm 2h_a^*m_n = \frac{m_n}{\cos\beta} \pm 2h_a^*m_n = m_n \left( \frac{z}{\cos\beta} \pm 2h_a^* \right) \quad (4.3.100)$$

диаметр цилиндра впадин:

$$\begin{aligned} d_f &= d \mp 2(h_a^* + c^*)m_n = \frac{m_n}{\cos\beta} \mp 2(h_a^* + c^*)m_n = \\ &= m_n \left( \frac{z}{\cos\beta} \mp 2(h_a^* + c^*) \right). \end{aligned} \quad (4.3.101)$$

В уравнениях (4.3.100) и (4.3.101) верхний знак относится к колесу с внешними зубьями, нижний знак – к колесу с внутренними зубьями.

Угол наклона винтовой линии на цилиндре диаметра  $d_i$ :

$$\beta_i = \arctg \left( \frac{d_i}{d} \tg \beta \right). \quad (4.3.102)$$

Угол зацепления в торцовом сечении определяется как:

$$\cos \alpha_t = \frac{r_{b1}}{r_1} = \frac{r_{b2}}{r_2}. \quad (4.3.103)$$

Торцовый шаг колес  $p_t$  определяется по формуле:

$$p_t = \frac{\pi d_1}{z_1} = \frac{\pi d_2}{z_2}. \quad (4.3.104)$$

Для определения угла  $\alpha_t$  зацепления рассечем зуб рейки плоскостями I – торцевой, перпендикулярной к оси колеса, и II – перпендикулярной к образующей зуба (рис. 4.3.28). Угол между плоскостями равен углу  $\beta$  наклона зубьев.

Из прямоугольных треугольников  $ABC$  и  $ABD$  получаем:

$$BC = AB \tg \alpha_n,$$

$$BD = AB \tg \alpha_t.$$

Из треугольника  $BCD$ :

$$BD = \frac{BC}{\tg \beta},$$

откуда:

$$\frac{BC}{BD} = \cos \beta = \frac{\tg \alpha_n}{\tg \alpha_t}$$

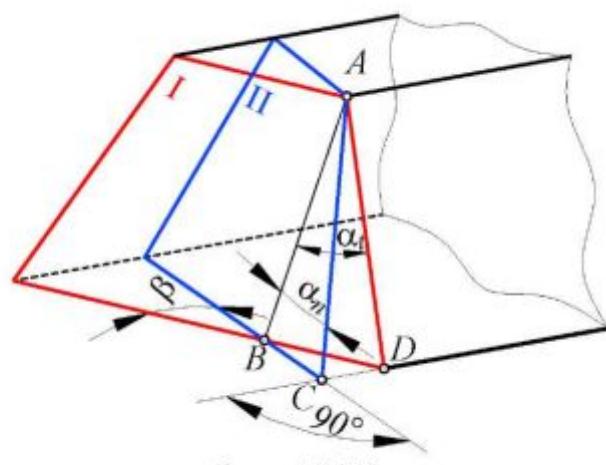


Рис. 4.3.28

или

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \operatorname{tg} \alpha_i \cos \beta \quad (4.3.105)$$

#### 4.3.5.5. Особенности прочностного расчета цилиндрических зубчатых косозубых передач по сравнению с прямозубыми

##### 4.3.5.5.1. Силы, действующие в зацеплении

Вектор силы полного давления зуба ведущего колеса на зуб ведомого  $F_n$  лежит в плоскости  $n-n$  и направлен нормально к образующей поверхности зуба (рис. 4.3.29). В этой плоскости вектор  $F_n$  перпендикулярен к профилям в точке касания зубьев, совпадает с линией зацепления и может быть разложен по трем взаимно перпендикулярным направлениям на три составляющие:

- окружную  $F_t$ ,
- радиальную  $F_r$ ,
- осевую  $F_a$ .

$$F_t = \frac{2T}{d_o}, \quad (4.3.106)$$

$$F_r = F_t \frac{\operatorname{tg} \alpha_{\omega}}{\cos \beta_{\omega}}, \quad (4.3.107)$$

$$F_a = F_t \operatorname{tg} \beta_{\omega}. \quad (4.3.108)$$

Нормальная сила  $F_n$  равна:

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha_{\omega} \cos \beta_{\omega}}. \quad (4.3.109)$$

Наличие осевой силы  $F_a$ , дополнительно нагружающей опоры валов и возрастающей с увеличением угла  $\beta$  наклона зубьев, является основным недостатком косозубых передач.

##### 4.3.5.5.2. Расчет зубьев по контактным напряжениям

Расчет зубьев косозубых колес на выносливость по контактным напряжениям проводят по формуле Герца (4.3.54).

Так как нормальная к профилю зуба сила  $F_n$  действует в нормальном к зубу сечении  $n-n$  рис. 4.3.29, то расчет производят для этого сечения.

Как отмечалось в разделе 4.3.5.3.2, косозубые цилиндрические колеса, изготовленные методом обкатки, имеют теоретически правильный эвольвентный профиль зуба только в плоскости обкатки, то есть в торцовом сечении. В нормальном сечении профиль зуба несколько отличается от эвольвентного. При прочностных расчетах этим отклонени-

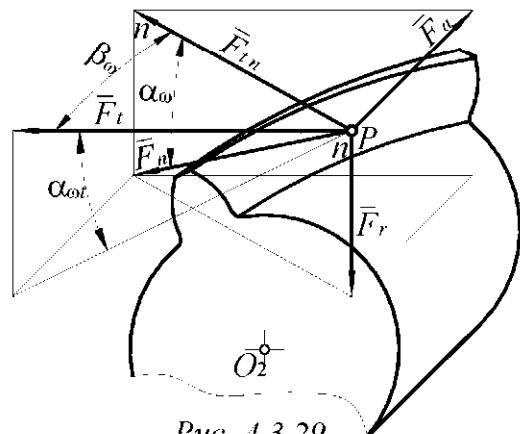


Рис. 4.3.29

ем пренебрегают, считая, что нормальный профиль зуба прямозубого колеса соответствует эвольвентному профилю эквивалентного прямозубого колеса (рис. 4.3.27). Тогда в соответствии с формулами (4.3.59)-(4.3.61) и (4.3.86) для *нормального сечения nn* получим:

$$\rho_1 = \frac{d_{\omega 1} \sin \alpha_{\omega}}{2 \cos^2 \beta_{\omega}}, \quad (4.3.110)$$

$$\rho_2 = \frac{d_{\omega 2} \sin \alpha_{\omega}}{2 \cos^2 \beta_{\omega}} = \frac{d_{\omega 1} u \sin \alpha_{\omega}}{2 \cos^2 \beta_{\omega}}, \quad (4.3.111)$$

$$\rho_{\text{пр}} = \frac{d_{\omega 1} u \sin \alpha_{\omega}}{2(u \pm 1) \cos^2 \beta_{\omega}}.$$

(4.3.112)

В отличие от прямозубых передач, в которых зубья сопрягаемых колес входят в зацепление сразу по всей длине зуба, в косозубых передачах зубья сопрягаемых колес входят в зацепление постепенно (рис. 4.3.27-4.4.29), соответственно, они нагружаются и разгружаются также постепенно. При такой геометрии зацепления значительно увеличивается коэффициент перекрытия и в прочностном расчете следует учитывать распределение передаваемой нагрузки между несколькими парами зубьев сопряженных колес передачи по суммарной длине контактных линий  $l_{\Sigma}$ , которая больше ширины колеса  $b$  (рис. 4.3.30).

В этом случае формула (4.3.58) для определения *расчетной удельной нагрузки* принимает вид:

$$q = \frac{K F'_{nn}}{l_{\Sigma}} \quad (4.3.113)$$

Если коэффициент торцового  $\varepsilon_{\alpha} = \frac{g_{\alpha}}{p_{bt}}$  (или осевого  $\varepsilon_{\beta}$ ) перекрытия

равен целому числу (рис. 3.5.38), то суммарная длина контактных линий  $l_{\Sigma}$  будет постоянной в течение всего времени зацепления:

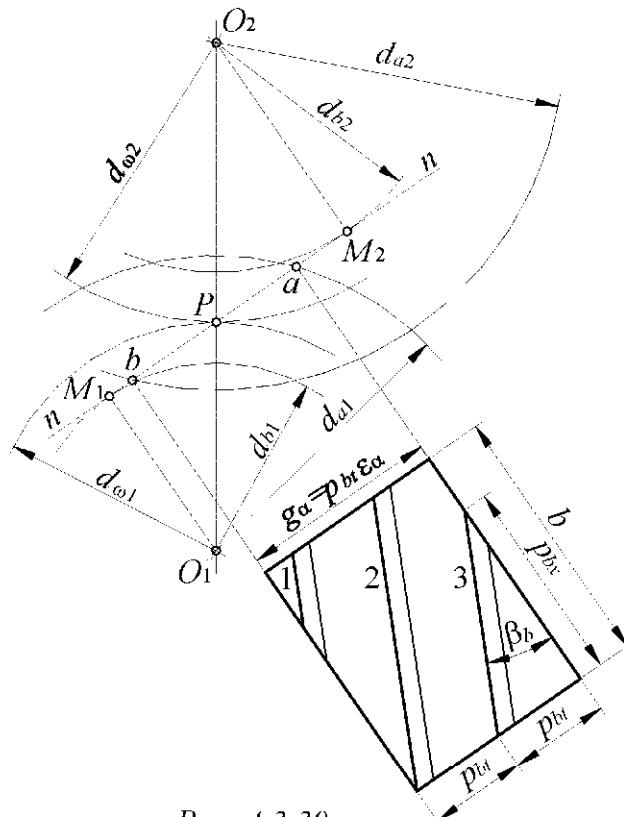


Рис. 4.3.30

$$l_{\Sigma} = \frac{b\varepsilon_{\alpha}}{\cos \beta_b} \quad (3.5.128)$$

где  $\beta_b$  – угол наклона винтовой линии зуба на основном цилиндре.

Действительно, как видно из рис. 4.3.30, при повороте шестерни, например, по направлению вращения часовой стрелки несколько увеличится длина контактной линии 1, но настолько же уменьшится длина линии 3. При этом длина контактной линии 2 не меняется. В результате, независимо от углового положения зубчатых колес суммарная длина контактных линий остается неизменной. Если указанное условие не соблюдается, величина  $l_{\Sigma}$  будет периодически изменяться при вращении колес.

Поскольку в большинстве случаев коэффициент торцового перекрытия  $\varepsilon_{\alpha}$  не является целым числом, то рекомендуется проектировать передачу так, чтобы целому числу равнялся коэффициент осевого перекрытия  $\varepsilon_{\beta}$ . При этом суммарная длина контактных линий  $l_{\Sigma}$  будет постоянной.

С небольшой погрешностью можно принять:

$$\cos \beta_b \approx \cos \beta_{\alpha}. \quad (4.3.115)$$

Тогда с учетом (4.3.114) и (4.3.115) формула (4.3.113) для определения расчетной удельной нагрузки преобразуется к виду:

$$q = \frac{K F_{\text{пп}} \cos \beta_{\alpha}}{b \varepsilon_{\alpha}} \quad (4.3.116)$$

или, с учетом зависимости (4.3.109):

$$q = \frac{K I_{\text{пп}}}{b \varepsilon_{\alpha} \cos \alpha_{\alpha}}. \quad (4.3.117)$$

Подставив значения  $q$  из (4.3.117),  $\rho_{\text{пп}}$  из (4.3.112) в формулу (4.3.54), с учетом (4.3.58) получим формулу для проверочных расчетов косозубой передачи по контактным напряжениям:

$$\sigma_H = \frac{1,182 \cos \beta_{\alpha}}{d_{\alpha_1} u} \sqrt{\frac{K T_{2\text{H}} (u \pm 1) E_{\text{пп}}}{b \varepsilon_{\alpha} \sin 2 \alpha_{\alpha}}} \leq \sigma_{H_p} \quad (4.3.118)$$

Для проектных расчетов преобразуем формулу (4.3.118), учитя зависимости (4.3.62) и (4.3.65):

$$a_{\alpha} \geq 0,7(u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{K T_{2\text{H}} E_{\text{пп}} \cos^2 \beta_{\alpha}}{\sigma_H^2 u^2 \Psi_{ba} \varepsilon_{\alpha} \sin 2 \alpha_{\alpha}}}. \quad (4.3.119)$$

#### 4.3.5.5.3. Расчет зубьев по напряжениям изгиба

Данный расчет, как и расчет по контактной прочности, проводят для нормального к зубу сечения  $nn$  (рис. 4.3.29). Так как в этом сечении

получается прямозубое эллипсоидное колесо (рис. 4.3.27), то для расчета косозубой передачи возможно использование формулы (4.3.74), полученной ранее для расчета прямозубой передачи по изгибным напряжениям, с некоторой ее коррекцией.

Так как нормальный профиль зуба прямозубого колеса соответствует эвольвентному профилю эквивалентного прямозубого колеса (рис. 4.3.27), величину коэффициента формы зуба  $Y_F$  определяют по таблицам, либо по графикам вида  $Y_F = f(z)$  в зависимости от числа зубьев эквивалентного прямозубого колеса  $z_v$ , которое определяется по формуле (4.3.93).

Изгибающая сила  $F_{in}$ , лежащая в нормальной плоскости  $nn$  (рис. 4.3.29), равна:

$$F_{in} = \frac{F_t}{\cos \beta_\omega}. \quad (4.3.120)$$

Тогда уравнение прочности по изгибным напряжениям для косозубых передач примет вид:

$$\sigma_F = \frac{KF_m}{m_n b Y_F} \leq \sigma_{Fp}. \quad (4.3.121)$$

Из формулы (4.3.121) с учетом (4.3.76) – (4.3.78) после преобразований получим формулу для определения величины нормального модуля зацепления косозубой передачи, которая используется при проектных расчетах:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{2KT}{\sigma_{Fp} z \psi_{bm} Y_F \cos \beta_\omega}}. \quad (4.3.122)$$

#### 4.3.6. Пространственные зубчатые передачи

##### 4.3.6.1. Общие сведения

Пространственные зубчатые передачи применяются для передачи вращательного движения между пересекающимися и скрещивающимися осями. Наиболее распространенными пространственными передачами являются конические и червячные передачи, которые и являются предметом изучения данного курса.

##### 4.3.6.2. Конические передачи

###### 4.3.6.2.1. Геометрические взаимосвязи в конической эвольвентной передаче

Конические колеса применяются для передачи вращения с постоянным передаточным отношением между валами, оси которых пересекаются под некоторым углом  $\Sigma$  (рис. 4.3.3, 4.3.31).

Рассмотрим коническую передачу без смещения исходного профиля, в которых  $d = d_{\omega}$ .

Аксоидами в относительном движении конических зубчатых колес 1 и 2 (рис. 4.3.31) являются два конуса (рис. 4.3.32).

Аксоиды представляют собой геометрическое место мгновенных осей вращения  $OP$  в относительном движении конических колес. Общая вершина конусов находится в точке  $O$  пересечения их осей. Мгновенная ось вращения  $OP$  в относительном движении звеньев является общей образующей аксоидов 1 и 2, перекатывающихся друг по другу без скольжения. Эти конусы по аналогии с центроидами (начальными окружностями цилиндрических колес) называют начальными.

Углы  $\delta_1$  и  $\delta_2$  между образующей начальных конусов и их осями вращения в сумме равны центральному углу  $\Sigma$ , в теории зацепления называемому межосевым углом передачи.

В конической передачи при относительном движении колес точки, не лежащие на осях вращения  $OO_1$  и  $OO_2$ , перемещаются по сферическим поверхностям, которые имеют общий геометрический центр  $O$ , совпадающий с точкой пересечения осей  $OO_1$  и  $OO_2$  (рис. 4.3.33).

Образование зубьев конических колес можно представить себе следующим образом. Пересечем начальные конусы какой-либо сферой с центром в точке  $O$ . Тогда в пересечении получим две окружности I и II, соприкасающиеся в точке  $P$ . Рассмотрение перекатывания без скольжения начальных конусов может быть заменено рассмотрением перекатывания окружностей I и II одной по другой без скольжения. Так как окружности I и II лежат на сфере, то вместо образующей прямой мы получаем образующую дугу  $NN'$  на сфере. Число сфер, которыми можно пересечь указанные конусы, бесконечно, и для каждой сферы можно получить соответствующие окружности, аналогичные окружностям I и II, и образующие дуги, аналогичные дуге  $NN'$ . Геометрическое место всех образующих дуг  $NN'$  есть некоторая плоскость  $S$ , содержащая прямую  $OP$  и наклоненную к плоскости  $ll'$ , касательной к начальным конусам, под углом  $\alpha_{\omega}$ .

Угол  $\alpha_{\omega}$  является углом зацепления, а плоскость  $S$  – образующей плоскостью.

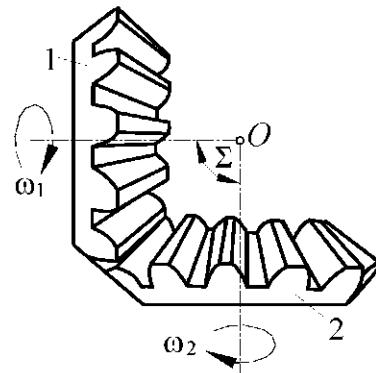


Рис. 4.3.31

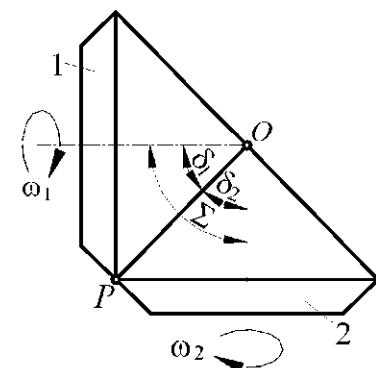


Рис. 4.3.32

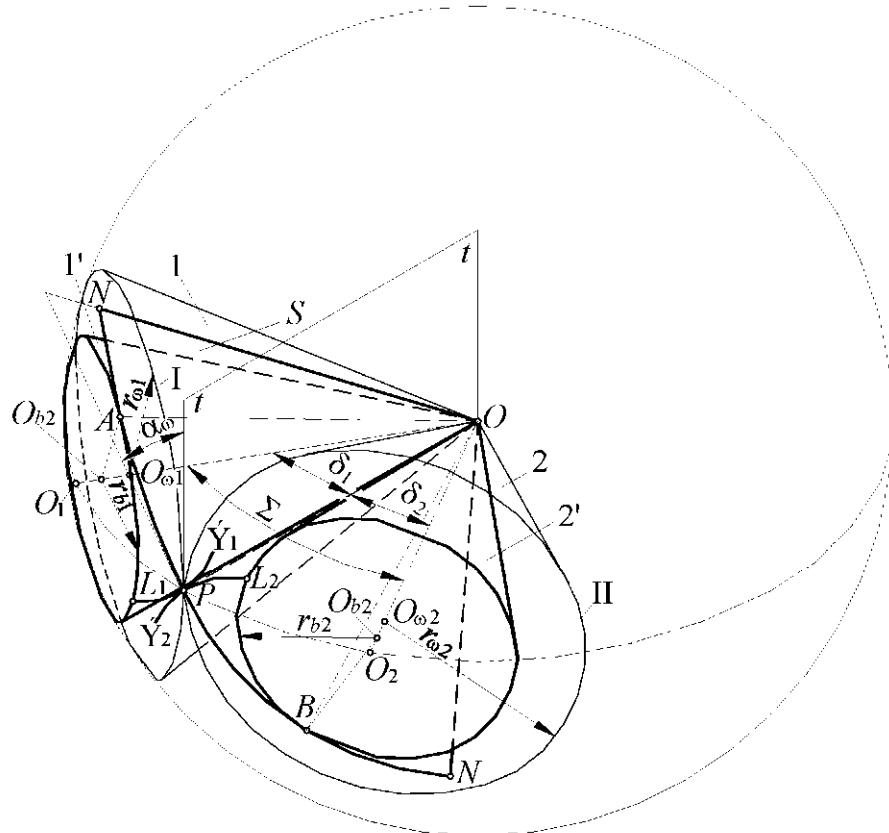


Рис. 4.3.33

Если из точек оси  $OO_1$  опустить перпендикуляры на плоскость  $S$ , то эти перпендикуляры образуют плоскость, содержащую ось  $OO_1$  и перпендикулярную к плоскости  $S$ . В пересечении этой плоскости с плоскостью  $S$  получаем прямую  $AO$ . Вращением прямой  $AO$  вокруг оси  $OO_1$  получается конус  $1'$ , который называется основным конусом. Плоскость  $S$  касательна к основному конусу. Аналогично может быть построен второй основной конус  $2'$ . Профили зубьев могут быть образованы перекатыванием без скольжения плоскости  $S$  по основным конусам. В результате этого перекатывания на поверхности сферы получаются *сферические эвольвенты*.

При качении плоскости  $S$  по основному конусу  $1'$  точка плоскости  $S$ , совпадающая с точкой  $P$ , описывает *сферическую эвольвенту*  $L_1P\mathcal{E}_1$ , а при качении по основному конусу  $2$  — *сферическую эвольвенту*  $L_2P\mathcal{E}_2$ . При качении окружностей  $I$  и  $\Pi$  эвольвенты  $L_1P\mathcal{E}_1$  и  $L_2P\mathcal{E}_2$  перекатываются со скольжением одна по другой. Если такие же сферические эвольвенты построить для других точек плоскости  $S$ , расположенных на прямой  $OP$ , то эти эвольвенты будут образовывать поверхности зубьев эвольвентного конического зацепления. Таким образом, передача вращения между конусами  $1$  и  $2$  осуществляется качением со скольжением сопряженных *сферических эвольвентных* поверхностей.

Рассмотренное выше построение позволяет получить *теоретически точное коническое эвольвентное зацепление*.

Профили такого зацепления представлены на рис. 4.3.34.

Проектирование и выполнение *точного эвольвентного конического зацепления* сопряжено со многими практическими трудностями, так как сфера не развертывается на плоскость, а обработка зубьев конических колес по *сферической эвольвенте* технологически сложна. Поэтому на практике обычно применяют *приближенный способ профилизирования зубьев эвольвентных конических колес*. Этот метод заключается в следующем.

При рассмотрении *точного очертания зубьев конических колес* (рис. 4.3.35), очевидно, что торцевые поверхности зубьев, расположенные между окружностями головок и ножек на сфере, образуют некоторые *сферические пояса* шириной  $a$ . Ширина поясов  $a$  мала по сравнению с радиусом  $R$  той сферы, на которой эти пояса расположены. Поэтому можно с достаточной для практики точностью заменить *сферические пояса поясами, лежащими на конусах*, образующие которых касательны к сфере радиуса  $R$  в точках, принадлежащих окружностям I и II.

Рассмотрим два *начальных конуса* в их проекции на плоскость, содержащую оси начальных конусов (рис. 4.3.36).

Построение конусов, на поверхности которых лежат *торцевые поверхности зубьев*, может быть сделано следующим образом. Пусть начальный конус  $S_1$  проектируется в виде треугольника  $AOP$ . При *точном* построении профиля конус головок проецируется в виде треугольника  $bOb$ , а конус ножек — в виде треугольника  $aOa$ .

При *точном* проектировании сечения торцевых поверхностей зубьев плоскость проекций представляется в виде дуг  $ab$ , лежащих на проекции сферы радиуса  $R$ .

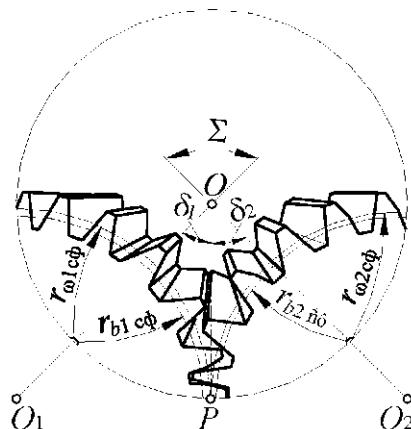


Рис. 4.3.34

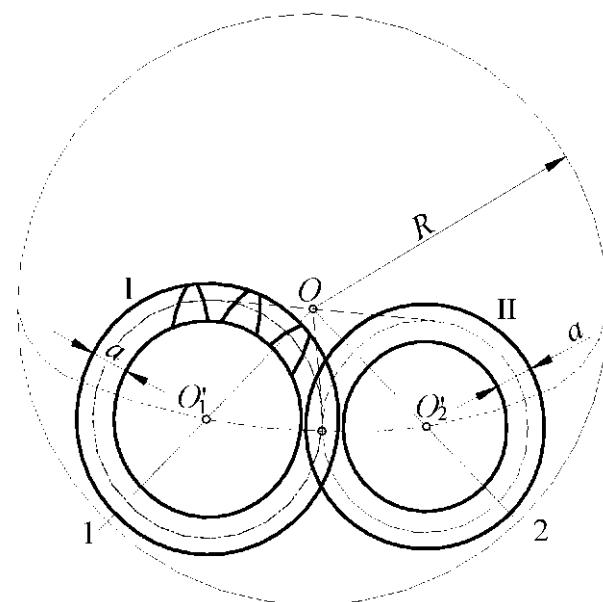


Рис. 4.3.35

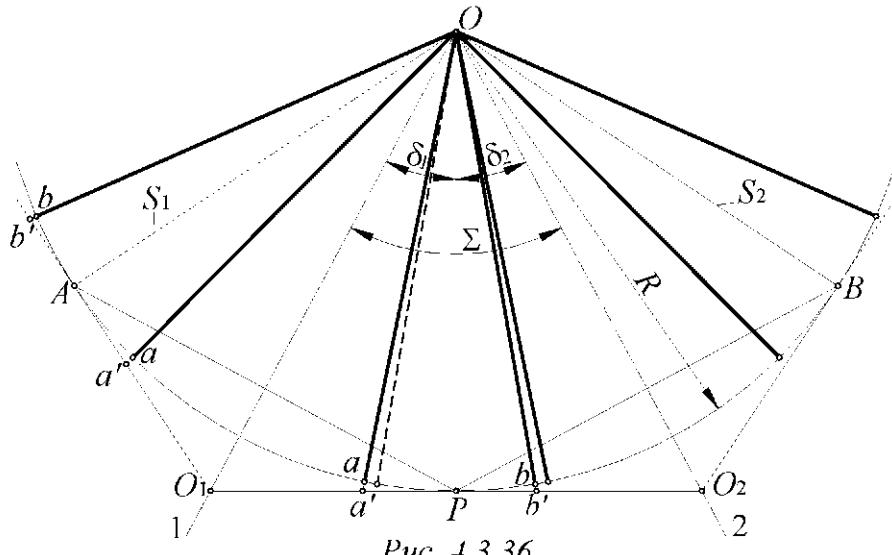


Рис. 4.3.36

Так как конусы, на которых должны лежать торцевые поверхности приближенных профилей зубьев, должны касаться сферы по начальным окружностям, то для нахождения проекций этих конусов через точку  $P$  проводим прямую  $O_1O_2$ , перпендикулярную к прямой  $OP$ . В пересечении с осями 1 и 2 получаем точки  $O_1$  и  $O_2$ , представляющие собой вершины искомых конусов. Проекцией конуса первого колеса является треугольник  $O_1AP$ , а проекцией конуса второго колеса — треугольник  $O_2BP$ . Соответствующие сечения профилей торцов изображаются прямыми  $a'b'$ , лежащими на построенных конусах. Таким образом, вместо кривых  $ab$  мы получаем в сечении прямые  $a'b'$ . Очевидно, что чем больше отношение радиуса сферы  $R$  к высоте зубьев, тем меньше ошибка, возникающая при замене построения профилей зубьев, образованных сферическими эвольвентами, построением зубьев на поверхности конусов  $O_1AP$  и  $O_2BP$ . Конусы с вершинами в точках  $O_1$  и  $O_2$  называют дополнительными конусами. Дополнительные конусы могут быть развернуты на плоскость, и, следовательно, построение профилей зубьев сводится к построению их на плоскости.

Рассмотрим геометрические и кинематические взаимосвязи в конической передаче (рис. 4.3.37).

Так как относительное скольжение начальных конусов в зубчатой отсутствует, то их скорость в полюсной точке  $P$  равна:

$$v_{P1} = v_{P2} = v_P \quad (4.3.123)$$

Следовательно:

$$\omega_1 \frac{d_{\omega 1}}{2} = \omega_2 \frac{d_{\omega 2}}{2}. \quad (4.3.124)$$

Передаточное отношение в этом случае будет равно:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{d_{\omega 2}}{d_{\omega 1}}. \quad (4.3.125)$$

Передаточное число  $u$  определяется как:

$$u = \frac{d_{\omega 2}}{d_{\omega 1}}. \quad (4.3.126)$$

Из рис. 4.3.37 очевидно, что:

$$R_e = \frac{d_{\omega 1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{d_{\omega 2}}{2 \sin \delta_2}. \quad (4.3.127)$$

Расстояние  $R_e$  называется *внешним конусным расстоянием*.

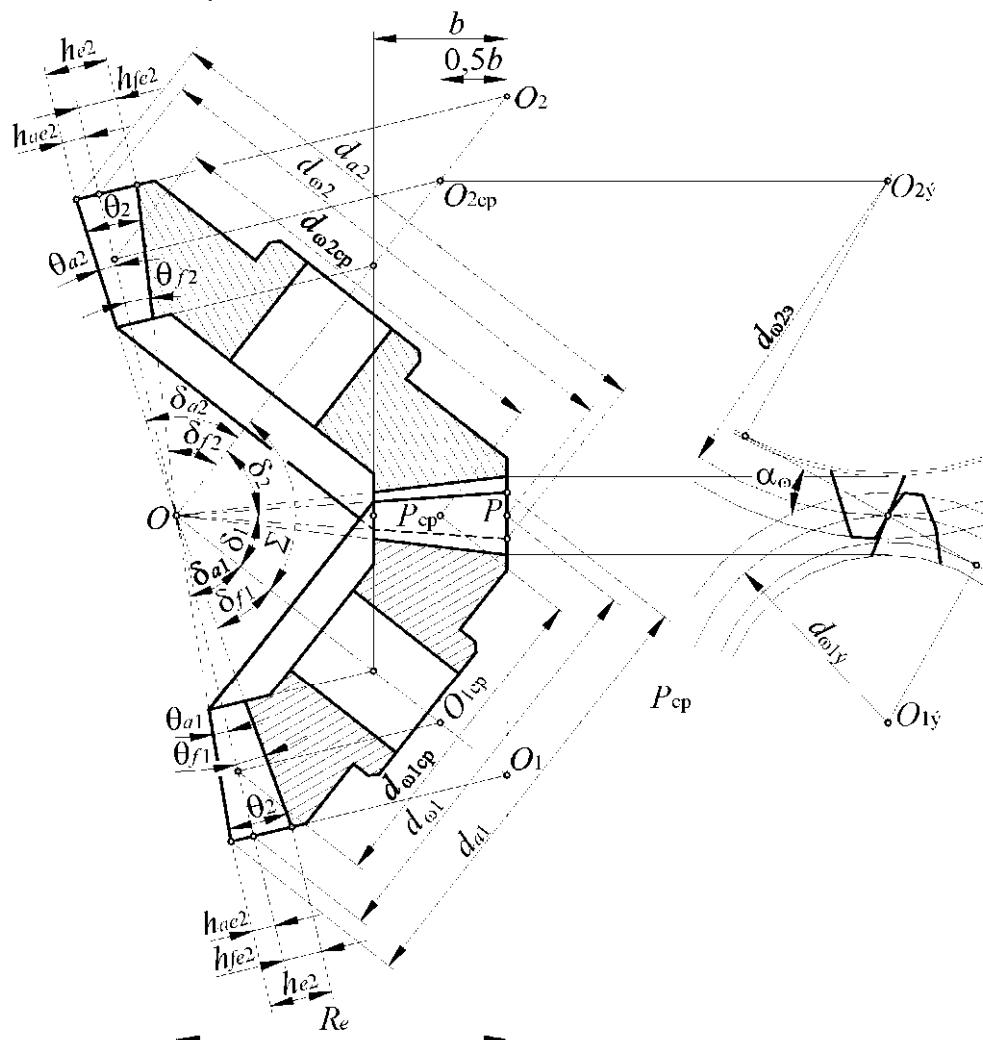


Рис. 4.3.37

Запишем формулу (4.3.126) с учетом (4.3.127) в виде:

$$u = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1}. \quad (4.3.128)$$

Так как начальные конусы перекатываются друг по другу по общей образующей  $OP$  и имеют общую вершину  $O$ , находящуюся в точке пересечения осей колес (рис. 4.3.33, 4.4.45), то получаем:

$$\Sigma = \delta_1 + \delta_2. \quad (4.3.129)$$

Из формулы (4.3.128) с учетом (4.3.129) получаем:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{u + \cos \Sigma}, \quad (4.3.130)$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{u \sin \Sigma}{1 + u \cos \Sigma}. \quad (4.3.131)$$

В подавляющем большинстве случаев *межосевой угол передачи*  $\Sigma$  равен  $90^\circ$ . Такие передачи называют *ортогональными* коническими передачами.

Для этого случая формула (4.3.128)–(4.3.131) принимает вид:

$$u = \frac{\sin(90^\circ - \delta_1)}{\sin \delta_1} = \frac{\cos \delta_1}{\sin \delta_1} = \operatorname{ctg} \delta_1, \quad (4.3.132)$$

$$\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ, \quad (4.3.133)$$

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{1}{u}, \quad (4.3.134)$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = u. \quad (4.3.135)$$

Рассмотрим построение эвольвентных зубьев на поверхностях наружных дополнительных конусов с вершинами  $O_1$  и  $O_2$ , оси которых совпадают с осями проектируемых колес, а образующие перпендикулярны к образующим делительных конусов. Как отмечалось выше, дополнительные конусы могут быть развернуты на плос-

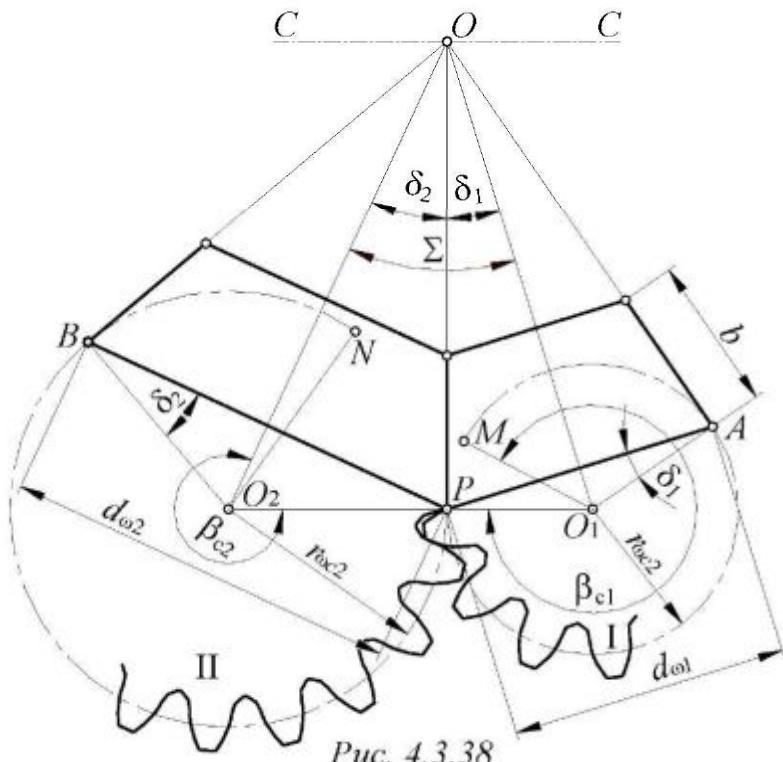


Рис. 4.3.38

кость. Для этого из точек  $O_1$  и  $O_2$  проводим окружности радиусов  $O_1P$  и  $O_2P$  (рис. 4.3.38).

Принимая эти окружности за начальные, строим плоское зацепление по правилам, изложенным ранее для цилиндрических прямозубых колес (см. раздел 4.3.5.2).

Построенные зубчатые секторы I и II сворачиваем в конуса (соединяя попарно линии  $NO_2$  с  $PO_2$  и  $MO_1$  с  $PO_1$ ) и соединяем их с дополнительными конусами (рис. 4.3.37).

Соединяя все точки полученных профилей с вершиной делительных конусов, получаем боковые поверхности зубьев.

Радиусы начальных окружностей секторов определяют по формулам:

$$r_{\phi c1} = O_1P = \frac{d_{\phi 1}}{2 \cos \delta_1}, \quad (4.3.136)$$

$$r_{\phi c2} = O_2P = \frac{d_{\phi 2}}{2 \cos \delta_2}. \quad (4.3.137)$$

Центральные углы зубчатых секторов  $\beta_{c1}$  и  $\beta_{c2}$  можно получить из условий:

$$\widehat{MAP} = r_{\phi c1} \beta_{c1} = \pi d_{\phi 1}, \quad (4.3.138)$$

$$\widehat{NBP} = r_{\phi c2} \beta_{c2} = \pi d_{\phi 2}, \quad (4.3.139)$$

откуда с учетом формул (4.3.136) и (4.3.137):

$$\beta_{c1} = \frac{\pi d_{\phi 1}}{r_{\phi c1}} = 2\pi \cos \delta_1, \quad (4.3.140)$$

$$\beta_{c2} = \frac{\pi d_{\phi 2}}{r_{\phi c2}} = 2\pi \cos \delta_2. \quad (4.3.141)$$

Высоты головок и ножек задают на образующих  $O_1P$  и  $O_2P$  дополнительных конусов, перпендикулярных к общей образующей  $OP$  начальных конусов.

Из рис. 4.3.37 очевидно, что углы головок  $\theta_a$  и ножек  $\theta_f$  зубьев определяются равенствами:

$$\operatorname{tg} \theta_a = \frac{h_{ae}}{OP}, \quad (4.3.142)$$

$$\operatorname{tg} \theta_f = \frac{h_{fe}}{OP}. \quad (4.3.143)$$

Так как *внешнее конусное расстояние* (длина образующей начальных конусов) равно:

$$\overline{OP} = R_e = \frac{r_{\omega 1}}{\sin \delta_1} = \frac{r_{\omega 2}}{\sin \delta_2} = \frac{d_{\omega 1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{d_{\omega 2}}{2 \sin \delta_2}, \quad (4.3.144)$$

и

$$d_{\omega 1} = m_e z_1, \quad (4.3.145)$$

$$d_{\omega 2} = m_e z_2, \quad (4.3.146)$$

то расчетные формулы имеют вид:

$$\tan \theta_{a1} = \frac{h_{ae} \sin \delta_1}{m_e z_1}, \quad (4.3.147)$$

$$\tan \theta_{a2} = \frac{h_{ae} \sin \delta_2}{m_e z_2} \quad (4.3.148)$$

$$\tan \theta_{f1} = \frac{h_{fe} \sin \delta_1}{m_e z_1}, \quad (4.3.149)$$

$$\tan \theta_{f2} = \frac{h_{fe} \sin \delta_2}{m_e z_2} \quad (4.3.150)$$

Проекции начальных конусов на плоскость их осей представляют треугольники  $AOP$  и  $BOP$  (рис. 4.3.38). Линия  $O_1O_2$ , перпендикулярная общей образующей начальных конусов  $OP$ , является образующей дополнительных конусов (отрезок  $O_1P$  является образующей дополнительного конуса колеса 1, отрезок  $O_2P$  является образующей дополнительного конуса колеса 2).

Точки  $O_1$  и  $O_2$  представляют собой вершины дополнительных конусов. Образующие  $O_1P$  и  $O_2P$  представляют собой радиусы начальных окружностей  $r_{\omega 1}$  и  $r_{\omega 2}$ , приведенных (эквивалентных) цилиндрических колес, на которых строят профили зубьев (рис. 4.3.38, 4.4.45).

Очевидно, что:

$$r_{\omega 1} = \frac{r_{\omega 1}}{\cos \delta_1}, \quad (4.3.151)$$

$$r_{\omega 2} = \frac{r_{\omega 2}}{\cos \delta_2}. \quad (4.3.152)$$

Следовательно, точки  $O_1$  и  $O_2$  можно принять за центры приведенных (эквивалентных) цилиндрических колес, профили которых строят на развертках дополнительных конусов.

Так как шаг  $m$  на окружностях приведенных (эквивалентных) цилиндрических колес, описанных радиусами  $r_{\omega 1}$  и  $r_{\omega 2}$ , и на окружностях реальных конических колес, описанных радиусами  $r_{\omega 1}$  и  $r_{\omega 2}$ , одинаков, то:

$$2\pi r_{\phi 1} = z_1 p_{\phi} = r_{\phi 1 \phi} \beta_{c1}, \quad (4.3.153)$$

$$2\pi r_{\phi 2} = z_2 p_{\phi} = r_{\phi 2 \phi} \beta_{c2}, \quad (4.3.154)$$

где  $\beta_{c1}$  и  $\beta_{c2}$  – углы разверток дополнительных конусов, равные:

$$\beta_{c1} = \frac{2\pi r_{\phi 1}}{r_{\phi 1 \phi}}, \quad (4.3.155)$$

$$\beta_{c2} = \frac{2\pi r_{\phi 2}}{r_{\phi 2 \phi}}, \quad (4.3.156)$$

или, согласно (4.3.151), (4.3.152):

$$\beta_{c1} = 2\pi \cos \delta_1, \quad (4.3.157)$$

$$\beta_{c2} = 2\pi \cos \delta_2. \quad (4.3.158)$$

Для полных начальных окружностей приведенных (эквивалентных) колес с числом зубьев  $z_v$ :

$$2\pi r_{\phi 1 \phi} = z_{v1} p_{\phi}, \quad (4.3.159)$$

$$2\pi r_{\phi 2 \phi} = z_{v2} p_{\phi}. \quad (4.3.160)$$

Следовательно, согласно (4.3.151), (4.3.152):

$$\frac{z_1}{z_{v1}} = \frac{r_{\phi 1}}{r_{\phi 1 \phi}} = \cos \delta_1, \quad (4.3.161)$$

$$\frac{z_2}{z_{v2}} = \frac{r_{\phi 2}}{r_{\phi 2 \phi}} = \cos \delta_2, \quad (4.3.162)$$

откуда приведенные (эквивалентные) числа зубьев:

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}, \quad (4.3.163)$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}. \quad (4.3.164)$$

Таким образом, числа зубьев приведенных (эквивалентных) колес, всегда больше чисел зубьев соответствующих зубчатых секторов. Очевидно также, что передаточное отношение эквивалентных цилиндрических колес не равно передаточному отношению проектируемых колес.

Так как зацепление конических колес эквивалентно зацеплению цилиндрических колес с большим числом зубьев, то при равных условиях конические колеса обладают большим, чем цилиндрические, коэффициентом перекрытия  $\epsilon$  и меньшим числом зубьев  $z_{min}$ , которое может быть выбрано без подрезания на малом колесе стандартного зацепления.

Как отмечалось выше, на практике преимущественное применение имеют конические передачи с межосевым углом передачи  $\Sigma$ , равным  $90^\circ$  – ортогональные конические передачи.

В этом случае:

на основании уравнения (4.3.127):

$$R_e = \frac{d_{\omega 1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{d_{\omega 2}}{2 \sin \delta_2} = \frac{ud_{\omega 1}}{2 \sin(90^\circ - \delta_1)} = \frac{ud_{\omega 1}}{2 \cos \delta_1}, \quad (4.3.165)$$

где на основании уравнения (4.3.133):

$$\delta_1 = \operatorname{arccot} u; \quad (4.3.166)$$

из рис. 4.3.37 с учетом (4.3.145) и (4.3.145):

внешнее конусное расстояние:

$$R_e = 0,5 \sqrt{d_{\omega 2}^2 + d_{\omega 1}^2} = 0,5 m_e \sqrt{z_2^2 + z_1^2} = 0,5 m_e z_1 \sqrt{(u^2 + 1)}, \quad (4.3.167)$$

диаметры окружностей вершин:

$$d_{a1} = d_{\omega 1} + 2h_{ae} \cos \delta_1 = m_e (z_1 + 2h_a^* \cos \delta_1), \quad (4.3.168)$$

$$d_{a2} = d_{\omega 2} + 2h_{ae} \cos \delta_2 = m_e (uz_1 + 2h_a^* \sin \delta_1), \quad (4.3.169)$$

углы конусов вершин:

$$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{a1}, \quad (4.3.170)$$

$$\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_{a2}, \quad (4.3.171)$$

углы конусов впадин:

$$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_{f1}, \quad (4.3.172)$$

$$\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_{f2}, \quad (4.3.173)$$

углы  $\theta_a$  и  $\theta_f$  определяются из уравнений (4.3.85) – (4.3.88):

$$\operatorname{tg} \theta_{a1} = \frac{h_{ae} \sin \delta_1}{m_e z_1}, \quad (4.3.174)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{a2} = \frac{h_{ae} \cos \delta_1}{um_e z_1}, \quad (4.3.175)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{f1} = \frac{h_{fe} \sin \delta_1}{m_e z_1}, \quad (4.3.176)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{f2} = \frac{h_{fe} \cos \delta_1}{um_e z_1}, \quad (4.3.177)$$

Приведенные (эквивалентные) числа зубьев определяются из уравнений (4.3.101)–(4.3.102):

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}, \quad (4.3.178)$$

$$z_{v2} = \frac{uz_1}{\sin \delta_1}. \quad (4.3.179)$$

Основные принципы проектирования конических прямозубых колес *с смещением* сводятся к проектированию эквивалентных цилиндрических колес со смещением, причем не рекомендуется принимать суммарные смещения инструмента значительно отличающимися от нуля. Рекомендуется проектировать *равносмещенные* конические передачи ( $x_1 = -x_2$ ,  $x_{\Sigma} = x_1 + x_2 = 0$ ).

В практике машиностроения широко применяют не только прямозубые конические колеса, в которых продольная ось зуба на начальном конусе прямолинейна и проходит через вершину конуса, но и колеса с косыми (тангенциальными) и круговыми зубьями.

Конические колеса с *косыми* зубьями (рис. 4.3.3, б) по несущей способности превосходят прямозубые и при одинаковой точности изготовления могут работать при больших окружных скоростях (до 8-12 м/с).

Конические колеса с *круговыми* зубьями (рис. 4.3.3, в) могут передавать большую нагрузку, чем прямозубые и косозубые конические колеса, и работать плавно и бесшумно при повышенных окружных скоростях (до 35 м/с при шлифованных зубьях).

Рассмотрение конических передач с *косыми* и *круговыми* зубьями колес выходит за пределы данного курса. Материал по их расчету и проектированию можно найти в специальной литературе.

#### 4.3.6.2.2. Прочностной расчет конических зубчатых передач

##### 4.3.6.2.2.1. Силы, действующие в зацеплении

Рассмотрим схему, представленную на рис. 4.3.39.

При расчете прямозубой конической передачи считают, что равнодействующая нормальная сила  $F_n$ , распределенной вдоль зуба нагрузки  $q$  приложена на середине длины зуба нормально к его боковой поверхности.

Нормальная сила  $F_n$  раскладывается на окружную силу  $F_t$ , радиальную силу  $F_r$  и осевую силу  $F_a$ :

$$F_t = \frac{2T_1}{d_{\omega m1}} = \frac{2T_2}{d_{\omega m2}} = \frac{2T_2}{ud_{\omega m1}}, \quad (4.3.180)$$

$$F_a = F_t \operatorname{tg} \alpha_{\omega} \sin \delta, \quad (4.3.181)$$

$$F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_{\omega} \cos \delta. \quad (4.3.182)$$

Для ортогональной конической передачи (при  $\Sigma = 90^\circ$ ):

$$\bar{F}_{t12} = -\bar{F}_{t21}, \quad (4.3.183)$$

$$\bar{F}_{a12} = -\bar{F}_{r21}, \quad (4.3.184)$$

$$\bar{F}_{r12} = -\bar{F}_{a21}. \quad (4.3.185)$$

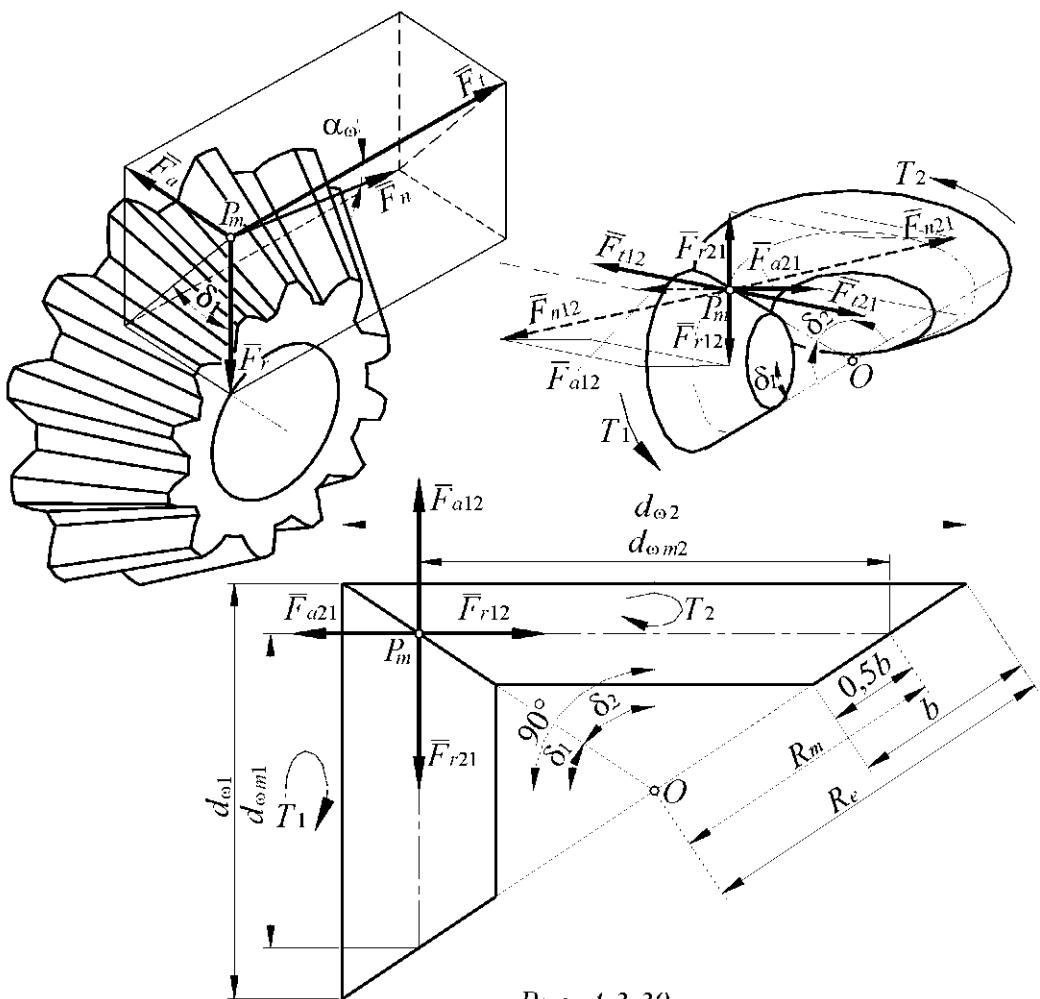


Рис. 4.3.39

#### 4.3.6.2.2.2. Расчет зубьев прямозубой конической передачи по контактной прочности

Расчет зубьев прямозубой конической передачи на контактную прочность производят в предположении, что нагрузочная способность конической передачи равна нагрузочной способности эквивалентной ей цилиндрической прямозубой передачи при одинаковой длине зубьев. В этом случае конические колеса заменяют эквивалентными цилиндрическими колесами, модуль  $m_o$ , которых принимают равным модулю  $m_m$  конических колес в среднем сечении зуба (рис. 4.3.37, 4.3.38).

Однако опыт эксплуатации показывает, что при одинаковой нагрузке конические передачи выходят из строя быстрее цилиндрических. Это объясняется большим влиянием на конические передачи неточностей изготовления и монтажа, а также нарушением регулировки зацепления из-за увеличения зазоров в подшипниках в процессе работы. В связи с этим принимают, что нагрузочная способность конической передачи составляет примерно 85% от нагрузочной способности эквивалентной ей цилиндрической передачи:

$$\sigma_{H_k} = \frac{\sigma_{H_{\text{пп}}}}{0,85}. \quad (4.3.186)$$

Диаметр делительной окружности эквивалентного колеса принимают равным диаметру развертки *среднего дополнительного конуса*:

$$d_{1_3} = \frac{d_{\omega m1}}{\cos \delta_1}, \quad (4.3.187)$$

$$d_{2_3} = \frac{d_{\omega m2}}{\cos \delta_2}. \quad (4.3.188)$$

Числа зубьев эквивалентных колес  $z_{v1}$  и  $z_{v2}$  определяются по формулам (4.3.178) и (4.3.179). Передаточное число *эквивалентных колес* равно:

$$u_3 = \frac{z_{v2}}{z_{v1}} = \frac{z_2 \cos \delta_1}{z_1 \cos \delta_2} = u \frac{\cos \delta_1}{\cos \delta_2}, \quad (4.3.189)$$

или, с учетом (4.3.128), получим:

$$u_3 = \frac{\sin \delta_2 \cos \delta_1}{\sin \delta_1 \cos \delta_2} = \frac{\operatorname{tg} \delta_2}{\operatorname{tg} \delta_1}. \quad (4.3.190)$$

Для *ортогональных конических передач*, когда  $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$ :

$$u_3 = \operatorname{tg}^2 \delta_2 = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \delta_1} = u^2. \quad (4.3.191)$$

Из рис. 4.3.39 получаем:

$$d_{\omega m1} = 2R_m \sin \delta_1. \quad (4.3.192)$$

Учитывая формулы (4.3.192) и (4.3.134), запишем формулу (4.3.187) в виде:

$$d_{1_3} = \frac{2R_m}{u} \quad (4.3.193)$$

Для расчета *эквивалентных прямозубых цилиндрических колес* по контактной прочности воспользуемся формулой (4.3.64) с учетом (4.3.186), (4.3.187) и (4.3.192):

$$\sigma_H = \frac{0,7u}{R_m} \sqrt{\frac{KT_{2H}(u_3 \pm 1)E_{\text{пп}}}{b \sin 2\alpha_o}} \leq \sigma_{Hp}. \quad (4.3.194)$$

Введем обозначение:

$$\psi_{bR} = \frac{R_m}{b}, \quad (4.3.195)$$

где  $\psi_{bR}$  – коэффициент длины зуба.

Подставим в уравнение (4.3.194) вместо  $u^2$  его значение из (4.3.191). Тогда, с учетом (4.3.195) уравнение (4.3.194) преобразуется к виду:

$$R_m \geq 0,785 \sqrt[3]{\frac{KT_{2n}u^2(u^2+1)\psi_{bR}E_{up}}{\sigma_H^2 \sin 2\alpha_{\omega}}} . \quad (4.3.196)$$

Из рис. 4.3.39 получаем:

$$R_e = R_m + 0,5b \quad (4.3.197)$$

или, с учетом (4.3.195):

$$R_e = R_m \left( 1 + \frac{0,5}{\psi_{bR}} \right) \quad (4.3.198)$$

Заменив  $R_m$  в уравнении (4.3.196) его значением из (4.3.198), после преобразований получим:

$$R_e \geq \frac{0,785}{1 + \frac{0,5}{\psi_{bR}}} \sqrt[3]{\frac{KT_{2n}u^2(u^2+1)\psi_{bR}E_{up}}{\sigma_H^2 \sin 2\alpha_{\omega}}} . \quad (4.3.199)$$

Задаваясь числом зубьев шестерни  $z_1 \geq 18$  и числом зубьев колеса  $z_2 = uz_1$ , по формулам (4.3.165) – (4.3.177) определяют параметры передачи.

#### 4.3.6.2.2.3. Расчет зубьев прямозубой конической передачи по изгибной прочности

Расчет зубьев на прочность по напряжениям изгиба основывается на тех же допущениях, что и расчет по контактной прочности.

В этом случае формула (4.3.186) принимает вид:

$$\sigma_{F_k} = \frac{\sigma_{F_{kp}}}{0,85} . \quad (4.3.200)$$

С учетом (4.3.200) формула (4.3.121) примет вид:

$$\sigma_F = \frac{KF_t}{0,85m_m b Y_F} \leq \sigma_{F_{kp}} , \quad (4.3.201)$$

в которой величину коэффициента формы зуба  $Y_F$  определяют по таблицам, либо по графикам вида  $Y_F = f(z)$  в зависимости от числа зубьев эквивалентных прямозубых колес, которые определяются по формулам (4.3.178) и (4.3.179).

Введем обозначение:

$$\psi_{bm} = \frac{b}{m_m} , \quad (4.3.202)$$

где  $\psi_{bm}$  – коэффициент длины зуба.

Преобразуем формулу (4.3.180), заменив в ней значение  $d_{om1}$  через модуль зацепления в среднем сечении  $m_m$  и число зубьев шестерни  $z_1$ :

$$F_t = \frac{2T_{h2}}{um_m z_1}. \quad (4.3.203)$$

Для определения модуля зацепления в среднем сечении  $m_m$  воспользуемся формулой (4.3.201) с учетом (4.3.202) и (4.3.203). После ее преобразования получим:

$$m_m \geq 1,33 \sqrt{\frac{KT_{h2}}{\sigma_{Fp}uz_1\Psi_{bm}Y_F}}. \quad (4.3.204)$$

Так же как и для цилиндрических передач, для большинства *открытых* конических передач и для передач, у которых зубья закалены до высокой твердости, прочность на изгиб является основным критерием работоспособности. В этом случае расчетным параметром является модуль зацепления по наружному дополнительному конусу  $m_e$ .

Рассмотрим порядок проектного расчета.

Для определения  $m_e$  рассмотрим рис. 4.3.40, из которого очевидно:

$$\frac{m_m}{m_e} = \frac{d_{\omega m}}{d_\omega}. \quad (4.3.205)$$

Тогда, предварительно задав число зубьев на шестерне в пределах от 18 до 30, получим:

$$m_e = m_m \frac{d_\omega}{d_{\omega m}} = m_m \frac{d_{\omega m} + 2ab}{d_{\omega m}} = m_m + \frac{b \sin \delta}{z}. \quad (4.3.206)$$

Расчет по формуле (4.3.204) при одинаковых материалах пары соединяемых колес следует вести по шестерне. При разных материалах расчет проводят по тому из колес, у которого отношение  $\frac{\sigma_F}{Y_F}$  меньше.

Полученное значение  $m_e$  округляют до стандартного и по формулам (4.3.165)-(4.3.177) определяют геометрические параметры передачи.

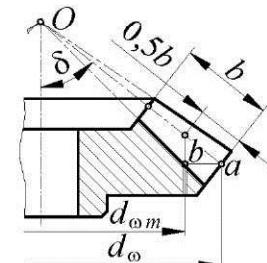


Рис. 4.3.40

#### 4.3.6.3. Червячные передачи

##### 4.3.6.3.1. Общие сведения

Червячные передачи (рис. 4.3.41) применяют для передачи вращения с постоянным передаточным отношением между валами, оси которых скрещиваются под некоторым углом  $\Sigma$ . В подавляющем большинстве случаев их применяют в тех случаях, когда оси ведущего и ведомого валов скрещиваются

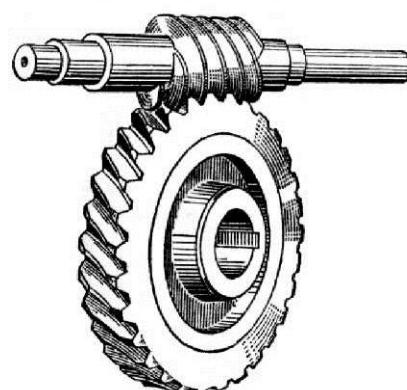


Рис. 4.3.41

под углом  $\Sigma$ , равным  $90^\circ$  (ортогональные червячные передачи); с межосевым углом передачи, отличным от  $90^\circ$ , они применяются крайне редко.

Ведущим (входным) звеном обычно является червяк; лишь иногда в ускоряющих передачах ведущим (выходным) является колесо.

Простейшее представление о работе червячной передачи можно получить, рассматривая кинематику винтовой пары. Для этого используем сопряженные винт и гайку с трапецидальной резьбой, условившись придать винту только вращательное движение, а гайке – только поступательное (рис. 4.3.42). Обозначив через  $T$  крутящий момент, передаваемый винтом, через  $F_t$  – окружное усилие на среднем диаметре  $d$  винта и через  $F_a$  – осевое усилие, получим следующие зависимости:

$$F_t = \frac{2T}{d}; \quad (4.3.207)$$

$$F_t = F_a \operatorname{tg}(\gamma + \phi), \quad (4.3.208)$$

где  $\gamma$  – угол подъема винтовой линии;

$\phi$  – угол трения.

Полный КПД винтовой пары (о КПД см. раздел 1.6.2.3) равен:

$$\eta = \frac{\operatorname{tg}\gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \phi)}. \quad (4.3.209)$$

В приведенных зависимостях для винтовой пары в движении ничего не изменится, если из целой гайки вырежем ее часть в продольном направлении винта и, отбросив остальную часть гайки, согнем вырезанную часть по радиусу  $r_2$  (рис. 4.3.43). При вращении винта с угловой скоростью  $\omega_1$  выгнутая часть гайки будет поворачиваться вокруг неподвижного

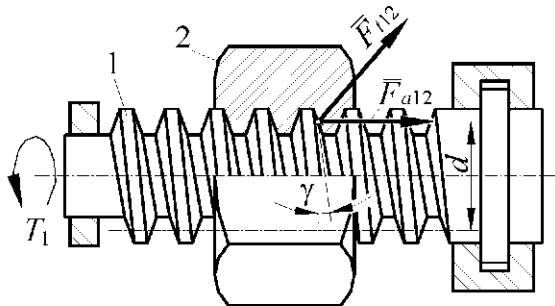


Рис. 4.3.42

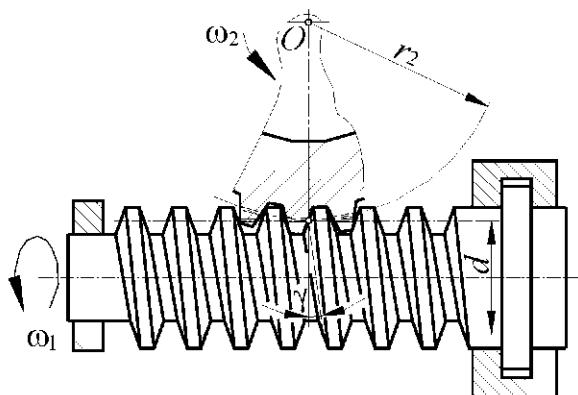


Рис. 4.3.43

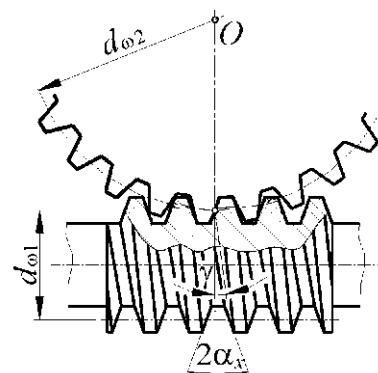


Рис. 4.3.44

центра  $O$  с угловой скоростью  $\omega_2$ . При этом приведенные выше зависимости останутся без изменений. Наконец, оставляя винт таким же, и замыкая сектор гайки увеличивая до полной окружности, вместо вырезанной части гайки получим винтовое колесо, которое называют *червячным колесом*, а винт в этом случае называют *червяком* (рис. 4.3.44).

#### 4.3.6.3.2. Геометрические и кинематические взаимосвязи в червячной передаче с архimedовым червяком

ГОСТ 18498-89 и ГОСТ 19036-81 предусматривают следующие основные типы цилиндрических червяков:

- архimedов (ZA);
- эвольвентный (Z1);
- с прямолинейным профилем витка (ZN1);
- с прямолинейным профилем впадины (ZN2);
- цилиндрический, образованный конусом (ZK1).

Если направление режущей грани инструмента резца, проходит через ось червяка, то получается линейчатая винтовая поверхность, образующие  $ba$  которой пересекают ее ось (рис. 4.3.45). Сечение этой поверхности плоскостью, перпендикулярной оси, дает архimedову спираль, отчего возникло и наименование — *архimedов червяк*. Они наиболее распространены и поэтому являются предметом рассмотрения в данном курсе. Архimedовы червяки имеют в осевом сечении *прямобочный профиль* с углом  $\alpha_x = 20^\circ$ . Схема и основные элементы червячной передачи с архimedовым червяком показаны на рис. 4.3.46.

*Ортогональное* червячное зацепление с архimedовым червяком в его сечении плоскостью, перпендикулярной к оси червячного колеса и проходящей через ось червяка (рис. 4.3.46), может быть представлено как *плоское реечное зацепление*, так в этом сечении профиль червяка получается, как и у рейки эвольвентного зацепления, трапецидальной формы; сопряженный профиль зуба червячного колеса очерчивается по эвольвенте.

Геометрический расчет червячной передачи основан на равенстве нормальных составляющих  $v_n$  окружных скоростей в точке касания начальных цилиндров червяка и червячного колеса, имеющих радиусы  $r_{\omega 1}$  и  $r_{\omega 2}$ .

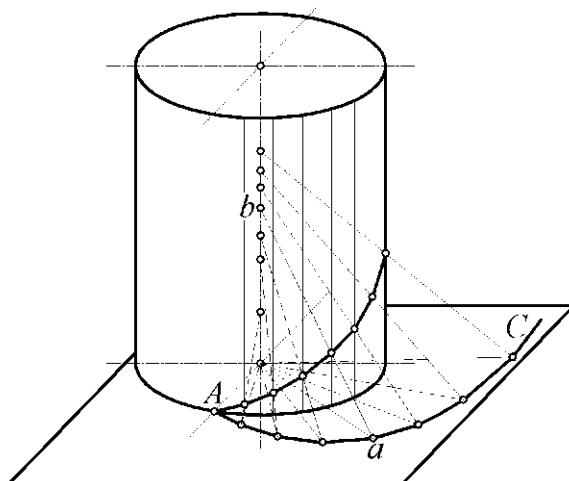


Рис. 4.3.45

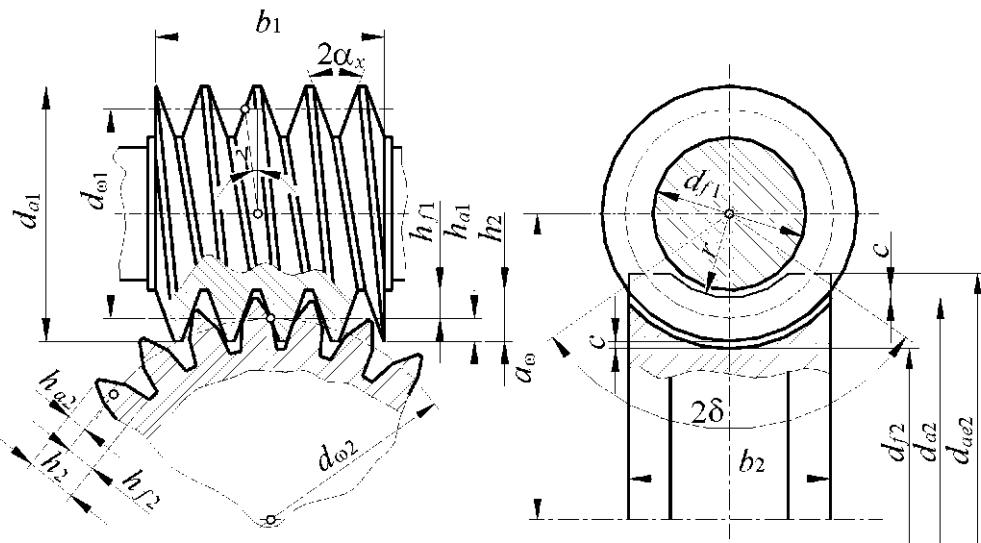


Рис. 4.3.46

Для червяка (рис. 4.3.47), вращающегося со скоростью  $\omega_1$  и расположенного под ним колеса, вращающегося со скоростью  $\omega_2$ , можно построить план скоростей. В ортогональной червячной передаче оси вращения червяка (I) и колеса (II) перекре-щиваются под углом  $\Sigma = 90^\circ$ . Винтовая линия на начальном цилиндре червяка, пред-ставленная пунктиром, имеет угол подъе-ма  $\gamma$ . Угловые скорости на рис. 4.3.47, представлены векторами  $\bar{\omega}_1$  и  $\bar{\omega}_2$  так, что с конца вектора вращение на-блюдается происходящим против часовой стрелки. Из рис. 4.3.47 видно, что нормальная составляющая окружных скоростей равна:

$$\bar{v}_n = \omega_1 r_{\omega 1} \sin \gamma = \omega_2 r_{\omega 2} \cos \gamma. \quad (4.3.210)$$

Следовательно, передаточное число будет равно:

$$u = \left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right| = \frac{r_{\omega 2} \cos \gamma}{r_{\omega 1} \sin \gamma} = \frac{r_{\omega 2}}{r_{\omega 1}} \operatorname{ctg} \gamma. \quad (4.3.211)$$

В данном курсе рассматривается червячное зацепление с архимедовым червяком *без смещения*, когда  $d_{\omega 1} = d_1$  и  $d_{\omega 2} = d_2$ .

Шаг  $p_1$  витков червяка (рис. 4.3.48, 4.3.49), измеряемый вдоль оси вращения его, равен:

$$p_1 = \frac{P_{nl}}{\cos \gamma}, \quad (4.3.212)$$

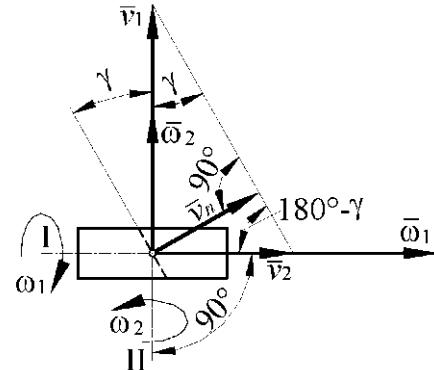


Рис. 4.3.47

где  $p_{n1}$  – нормальный шаг в направлении, перпендикулярном направлению витков.

Шаг  $p_2$  червячного колеса:

$$p_2 = \frac{p_{n2}}{\cos \gamma}, \quad (4.3.213)$$

В формулах (4.3.212) и (4.3.213):

$\gamma$  – угол подъема винтовой линии, равный углу наклона зубьев колеса.

В зависимости от направления резьбы червяка различают *правозаходные* и *левозаходные* передачи, причем передачи с правозаходными червяками имеют преимущественное распространение.

В зависимости от количества параллельных витков резьбы червяка различают передачи однозаходные и многозаходные (как правило,  $z_1 \leq 4$ ).

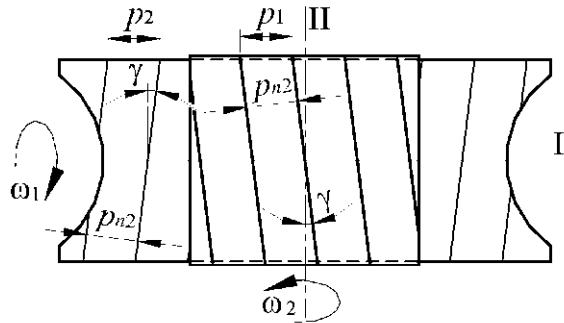


Рис. 4.3.48

$\gamma$  – угол подъема винтовой линии

равный углу наклона зубьев колеса.

В зависимости от направления резьбы червяка различают *правозаходные* и *левозаходные* передачи, причем передачи с правозаходными червяками имеют преимущественное распространение.

В зависимости от количества параллельных витков резьбы червяка различают передачи однозаходные и многозаходные (как правило,  $z_1 \leq 4$ ).

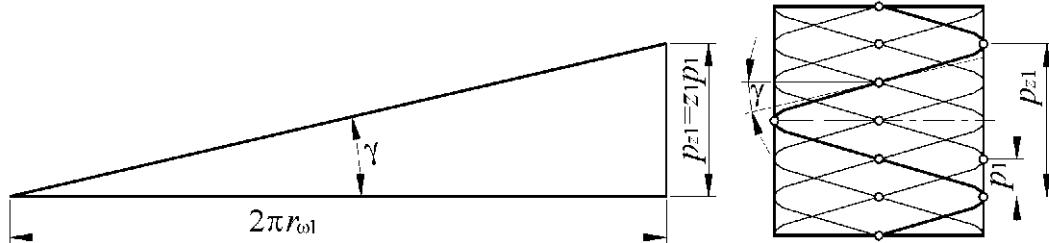


Рис. 4.3.49

Из уравнений (4.3.212), (4.3.213), вследствие равенства нормальных шагов червяка и червячного колеса, следует, что:

$$p_1 = p_2 = p. \quad (4.3.214)$$

Так как ход винтовой линии червяка  $p_{z1}$  равен (рис. 4.3.49):

$$p_{z1} = 2\pi r_{01} \operatorname{tg} \gamma = z_1 p, \quad (4.3.215)$$

где  $z_1$  – число заходов червяка,

то, с учетом того, что:

$$m = \frac{p}{\pi}, \quad (4.3.216)$$

радиус начальной окружности червяка будет равен:

$$r_{01} = \frac{z_1 p}{2\pi \operatorname{tg} \gamma} = \frac{z_1 m}{2 \operatorname{tg} \gamma}, \quad (4.3.217)$$

В формулах (4.3.216) и (4.3.217):

$m$  – осевой модуль червяка, принимаемый в соответствии со стандартом для червячного зацепления.

Для упрощения расчетных формул введем коэффициент, называемый *относительным диаметром червяка*  $q$ :

$$q = \frac{z_1}{\operatorname{tg} \gamma}. \quad (4.3.218)$$

Значения величины относительных диаметров червяка  $q$  стандартизованы.

Тогда формула (4.3.217) примет вид:

$$r_{\omega 1} = \frac{qm}{2}. \quad (4.3.219)$$

или

$$d_{\omega 1} = qm. \quad (4.3.220)$$

На основании уравнений (4.3.212), (4.3.213), (4.3.214) формулу (4.3.216) можно записать в виде:

$$m = \frac{m_n}{\cos \gamma}. \quad (4.3.221)$$

Для червячного колеса:

$$r_{\omega 2} = \frac{m z_2}{2}. \quad (4.3.222)$$

или

$$d_{\omega 2} = m z_2. \quad (4.3.223)$$

Остальные размеры червячной передачи с архимедовыми червяками определяются по формулам (рис. 4.3.46):

$$a_{\omega} = \frac{d_{\omega 2} + d_{\omega 1}}{2} = \frac{m(z_2 + q)}{2}. \quad (4.3.224)$$

В соответствии с ГОСТ 19650-74 и ГОСТ 19036-81:

$$h_{a1} = h_{a2} = h_a, \quad (4.3.225)$$

$$h_{f1} = h_{f2} = h_f, \quad (4.3.226)$$

$$h_a = h_a^* m, \quad (4.3.227)$$

$$h_f = h_f^* m, \quad (4.3.228)$$

$$h_a^* = 1, \quad (4.3.229)$$

$$h_f^* = 1 + c^*, \quad (4.3.230)$$

$$c^* = 0, 2. \quad (4.3.231)$$

С учетом (4.3.225)–(4.3.231) из рис. 4.3.46:

$$d_{a1} = d_{\omega 1} + 2h_{a1} = m(q + 2), \quad (4.3.232)$$

$$d_{a1} = d_{\omega 1} + 2h_{a1} = m(z_2 + 2), \quad (4.3.233)$$

$$d_{f1} = d_{\omega 1} - 2h_{f1} = m(q - 2,4), \quad (4.3.234)$$

$$d_{f2} = d_{\omega 2} - 2h_{f2} = m(z_2 - 2,4). \quad (4.3.235)$$

Согласно формуле (4.3.218), угол подъема винтовой линии червяка по начальному цилиндру, равный углу наклона зубьев колеса, равен:

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{z_1}{q} \quad (4.3.236)$$

Для проектирования *ортогональной* червячной передачи с *архимедовым* червяком *без смещения* на основании опыта их проектирования, изготовления и эксплуатации предложены следующие рекомендации.

Длина нарезанной части червяка  $b_1$ :

при  $z_1$ , равном 1 и 2:

$$b_1 \geq (11 + 0,06z_2)m, \quad (4.3.237)$$

при  $z_1$ , равном 3 и 4:

$$b_1 \geq (12,5 + 0,09z_2)m. \quad (4.3.238)$$

Ширина колеса  $b_2$ :

при  $z_1 < 4$ :

$$b_2 \leq 0,75d_{a1}, \quad (4.3.239)$$

при  $z_1 = 4$ :

$$b_2 \leq 0,67d_{a1}. \quad (4.3.240)$$

Наибольший диаметр червячного колеса  $d_{ae2}$ :

$$d_{ae2} \leq d_{a2} + \frac{6m}{z_2 + 2}. \quad (4.3.241)$$

Условный угол обхвата  $2\delta$ :

$$\delta = \arcsin \frac{b_2}{d_{a1} - 0,5m}. \quad (4.3.242)$$

Условный угол обхвата может быть принят из диапазонов:

- для силовых передач  $2\delta=90^\circ-120^\circ$ ,

- для кинематических передач  $2\delta=45^\circ-90^\circ$ .

Коэффициент полезного действия червячной передачи определяется как КПД последовательной цепи звеньев:

$$\eta = \eta_{\text{вп}} \eta_{33}, \quad (4.3.243)$$

где  $\eta_{\text{вп}}$  — КПД винтовой кинематической пары, соответствующий подъему гайки по винту (определяется по уравнению (4.3.209));

$\eta_{33}$  — КПД зубчатого зацепления ( $\eta_{33}=0,97-0,98$ ).

Скорость скольжения зубьев колеса по виткам червяка определяется как разность *векторов* окружных скоростей этих элементов (рис. 4.3.47):

$$v_{\text{ск}} = \frac{v_1}{\cos \gamma} = \frac{v_2}{\sin \gamma}. \quad (4.3.244)$$

Из формулы (4.3.209) следует, что КПД передачи возрастает с увеличением числа витков (заходов) червяка  $z_1$  (при этом увеличивается угол подъема винтовой линии  $\gamma$ ) и с уменьшением коэффициента трения  $f$ .

Как показали экспериментальные исследования, КПД зацепления зависит и от шероховатости поверхности, увеличиваясь с ее уменьшением.

В предварительных расчетах можно принять:

$$\eta = 0,70-0,75 \text{ при } z_1=1,$$

$$\eta = 0,75-0,82 \text{ при } z_1=2,$$

$$\eta = 0,87-0,92 \text{ при } z_1=4.$$

Невысокий КПД показывает то, что в червячной передаче значительная часть механической энергии переходит в тепловую. Вызванное этим повышение температуры зоны контакта ухудшает защитные свойства масляного слоя, увеличивает опасность заедания и выхода передачи из строя. Для предотвращения чрезмерного повышения температуры масла рассматривают тепловой баланс между тепловыделением и теплоотдачей и при необходимости реализуют мероприятия, уменьшающие тепловыделение или увеличивающие теплоотдачу.

Основные достоинства червячных передач – плавность и относительная бесшумность, возможность реализации большого передаточного числа в одной ступени, возможность самоторможения (при низком коэффициенте полезного действия).

Основные недостатки – низкий коэффициент полезного действия, нагрев при работе на машинах непрерывного действия, высокая стоимость материала венцов червячных колес (бронза) для быстроходных передач.

#### 4.3.6.5. Силы, действующие в зацеплении

Нормальное к поверхности зуба усилие  $F_n$  (рис. 4.3.50), условно сосредоточенное в полюсе зацепления  $P$ , можно разложить на окружную  $F_t$ , осевую  $F_a$  и радиальную  $F_r$  составляющие. При этом учитывают, что возникающее в зацеплении трение отклоняет силу  $F_n$  на угол трения  $\varphi$  от общей нормали к профилям.

Схема разложения нормальной силы  $F_{n21}$ , действующей на архимедов червяк, представлена на рис. 4.3.50.

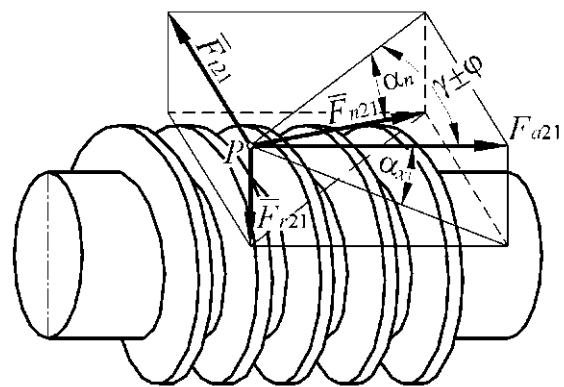


Рис. 4.3.50

Окружная сила  $F_{t21}$ :

$$F_{t21} = \frac{2KT_{1\text{H}}}{d_{\omega 1}} = \frac{2KT_{2\text{H}}}{\eta d_{\omega 2}} = \frac{2KT_{2\text{H}}}{u\eta d_{\omega 1}} = F_{n21} \cos \alpha_n \sin(\gamma \pm \varphi), \quad (4.3.245)$$

осевая сила  $F_{a21}$ :

$$F_{a21} = F_{n21} \cos \alpha_n \cos(\gamma \pm \varphi) = F_{t21} \operatorname{ctg}(\gamma \pm \varphi), \quad (4.3.246)$$

радиальная сила  $F_{r21}$ :

$$F_{r21} = F_{n21} \sin \alpha_n = F_{t21} \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos(\gamma \pm \varphi)}. \quad (4.3.247)$$

Нормальную силу  $F_{n21}$  определим из уравнения (4.3.245):

$$F_{n21} = \frac{2KT_{2\text{H}}}{u\eta d_{\omega 1} \cos \alpha_n \sin(\gamma \pm \varphi)}. \quad (4.3.248)$$

Из рис. 4.3.50 определим значение угла  $\alpha_n$ :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_n &= \frac{F_r}{F_t} = \frac{F_a \operatorname{tg} \alpha_x \sin(\gamma \pm \varphi)}{F_t} = \frac{F_t \cos(\gamma \pm \varphi)}{\sin(\gamma \pm \varphi)} \frac{\operatorname{tg} \alpha_x \sin(\gamma \pm \varphi)}{F_t} = \\ &= \operatorname{tg} \alpha_x \cos(\gamma \pm \varphi). \end{aligned} \quad (4.3.249)$$

Знак «+» в значении угла  $(\gamma \pm \varphi)$  принимают при *ведущем* червяке, знак «-» — при *ведомом*.

Рассмотрим распределение сил в зацеплении червячной передачи (рис. 4.3.51).

С достаточной для практики точностью можно принять, что:

$$F_{a12} = F_{t21}, \quad (4.3.250)$$

$$F_{t12} = F_{a21}, \quad (4.3.251)$$

$$F_{r12} = F_{r21} \quad (4.3.252)$$

$$F_{n12} = F_{n21}. \quad (4.3.253)$$

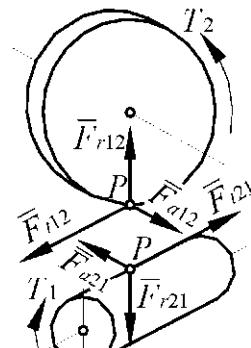


Рис. 4.3.51

#### 4.3.6.3.4. Материалы элементов червячных передач

Тяжелые условия работы *червяка* в червячной паре (большая относительная скорость скольжения рабочих поверхностей, малый диаметр при относительно высокой длине между опорами) вызывают необходимость применения высококачественной углеродистой или легированной стали для его изготовления. Наименьшая интенсивность изнашивания в червячной паре обеспечивается, если червяк имеет высокую твердость, а его рабочие поверхности имеют малую шероховатость. Поэтому для чер-

вяков используются стали марок 45, 40Х, 40ХН, 35ХГСА, закаленные до твердости (45-55)HRC с последующей шлифовкой.

Широко применяются червяки из сталей 20Х, 12ХН3А, 18ХГТ и другие, подвергаемые цементации и из сталей 38Х2МЮА, 38Х2Ю и другие, упрочняемые азотированием. В этом случае достигается твердость поверхностей червяка (56-63)HRC, а финишную обработку производят шлифованием и полированием.

Значение угла трения  $\phi$  червяка и червячного колеса, определяющего КПД передачи (см. формулу (4.3.209)), в большей своей части зависит от сочетания материалов пары «червяк – червячное колесо». В качестве материалов венцов червячных колес червячных передач с целью уменьшения трения используются бронзы, латуни и серые чугуны, которые условно делят на три группы:

- группа I – оловянные бронзы;
- группа II – безоловянные бронзы и латуни;
- группа III – серые чугуны (применяют для изготовления малонагруженных или редко работающих передач, в которых габариты и масса не имеют определяющего значения).

Из бронзы или латуни изготавливают только венец червячного колеса, монтируемый на стальную или чугунную ступицу. Чугунные колеса, как правило, делают цельными. Подробные сведения о материалах и их допускаемых напряжениях можно найти в специальной литературе.

#### 4.3.6.3.5. Прочностной расчет червячной передачи

##### 4.3.6.3.5.1. Общие сведения

В червячной передаче в отличие от зубчатой окружные скорости червяка  $v_1$  и колеса  $v_2$  не совпадают по направлению и различны по величине. Поэтому в относительном движении начальных цилиндров обкатывание профилей происходит с большим скольжением витков червяка по зубьям колеса. Когда точка контакта совпадает с полюсом зацепления  $P$ , скорость скольжения  $v_{ск}$ , определяемая уравнением (4.3.244), направлена по касательной к винтовой линии витка червяка (рис. 4.3.47). Скольжение является причиной износа и заедания передач, снижает их КПД.

Существенное влияние на условия смазывания и износ зубьев колеса оказывает расположение контактных линий. В ортогональной передаче с архimedовым червяком криволинейные контактные линии (рис. 4.3.52) образуют с вектором

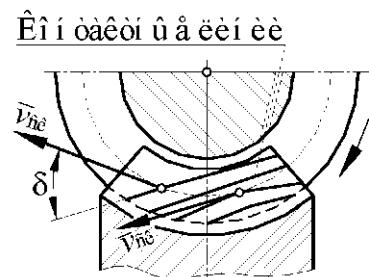


Рис. 4.3.52

скорости скольжения некоторый угол  $\delta$ , при котором создаются неблагоприятные условия для смазывания.

Опыт эксплуатации закрытых червячных передач показал, что их в большинстве случаев потеря работоспособности передачи вызывается износом зубьев червячного колеса, схватыванием (заеданием), усталостным контактным выкрашиванием. При *мягком* материале (оловянные бронзы) венца колеса схватывание проявляется в форме постепенного «намазывания» его материала на червяк. При *твердом* материале (алюминиево-железистая бронза, чугун) венца колеса схватывание происходит в более опасной форме – завершается задиром, вызывающим усиленный износ зубьев червячного колеса и последующее их разрушение.

В открытых передачах встречаются *поломки зубьев колес и их износ*.

Таким образом, *контактная прочность, износостойкость и противозадирная стойкость* являются основными критериями работоспособности червячных передач.

#### 4.3.6.3.5.2. Прочностной расчет зубьев червячного колеса по контактным напряжениям

Общие принципы расчета цилиндрических косозубых зубчатых передач по контактным напряжениям применимы и к червячным передачам, причем рассчитывают только зубья колеса, так как витки червяка, выполняемые из сталей, значительно прочнее.

По аналогии с косозубой передачей [см. формулу (4.3.114)] суммарная длина контактных линий

$$l_{\Sigma} = \zeta \frac{l \varepsilon_{\alpha}}{\cos \gamma} \quad (4.3.254)$$

где  $l = \frac{\pi d_{\oplus 1} 2\delta}{360}$  – длина зуба червячного колеса на делительном цилиндре червяка,

$2\delta$  – условный угол обхвата,

$\zeta$  – коэффициент, учитывающий, что соприкосновение осуществляется не по полной дуге обхвата  $2\delta$ ,

$\varepsilon_{\alpha}$  – коэффициент торцового (для колеса) перекрытия.

Принимая  $\varepsilon_{\alpha} \approx 1,8$  и  $\zeta \approx 0,75$  для наиболее употребительного значения  $2\delta = 100^\circ$  получаем:

$$l_{\Sigma} = 1,178 \frac{d_{\oplus 1}}{\cos \gamma} \quad (4.3.255)$$

В этом случае *расчетная удельная нагрузка*  $q$  с учетом выражений (4.3.248) и (4.3.255) будет равна:

$$q = \frac{F_{n21}}{l_{\Sigma}} = \frac{1,7 K T_{2H} \cos \gamma}{d_{\omega 1}^2 u \eta \cos \alpha_n \sin(\gamma \pm \phi)}. \quad (4.3.256)$$

Для определения *приведенного радиуса кривизны* в полюсе зацепления  $P$  достаточно знать параметры только цилиндрического прямоузубого колеса, эквивалентного червячному (см. раздел 4.4.2.6.2), так как для архимедовых червяков *радиус кривизны витков червяка в осевом сечении*  $\rho_1$  равен бесконечности. Из формулы (4.3.57) для *внешнего контакта рабочих поверхностей* получаем:

$$\frac{1}{\rho_{\text{пр}}} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}. \quad (4.3.257)$$

Для рассматриваемого случая:

$$\rho_1 = \infty. \quad (4.3.258)$$

Тогда из формулы (4.3.257) с учетом (4.3.258) получаем:

$$\rho_{\text{пр}} = \rho_2. \quad (4.3.259)$$

С учетом (4.3.60) и (4.3.86) величина приведенного радиуса кривизны контактирующих рабочих поверхностей в полюсе зацепления  $P$  червячной передачи с *архимедовым* червяком будет определяться уравнением:

$$\rho_{\text{пр}} = \frac{d_{\omega 2} \sin \alpha_x}{2 \cos^2 \gamma} = \frac{d_{\omega 1} u \sin \alpha_x}{2 \cos^2 \gamma}. \quad (4.3.260)$$

Подставляя полученные значения  $q$  и  $\rho_{\text{пр}}$  из уравнений (4.3.256) и (4.3.260) в уравнение прочности при расчете на *контактную* прочность (4.3.54), получим:

$$d_{\omega 1} \geq 0,841 \cos \gamma \sqrt{\frac{K T_{2H} E_{\text{пр}}}{\sigma_H^2 u^2 \eta \sin \alpha_x \cos \alpha_n \sin(\gamma \pm \phi)}} \quad (4.3.261)$$

Значение  $\alpha_n$  определяется из уравнения (4.3.90):

$$\alpha_n = \arctg [\operatorname{tg} \alpha_x \cos(\gamma \pm \phi)]. \quad (4.3.262)$$

С достаточной для практики точностью формулу (4.3.261) можно упростить, приняв:

$$\alpha_n \approx \alpha_x = 20^\circ. \quad (4.3.263)$$

Тогда:

$$d_{\omega 1} \geq 1,23 \cos \gamma \sqrt{\frac{K T_{2H} E_{\text{пр}}}{\sigma_H^2 u^2 \eta \sin(\gamma \pm \phi)}}. \quad (4.3.264)$$

где  $E_{\text{пр}}$  – *приведенный модуль упругости первого рода* (определяется по формуле (4.3.56)),

$K$  – коэффициент нагрузки.

$$K = \frac{K_\beta}{K_a} \quad (4.3.265)$$

где  $K_\beta$  – коэффициент, учитывающий *распределение нагрузки по ширине венца* (при постоянной нагрузке  $K_\beta=1$ , при переменной нагрузке  $K_\beta=1,1-1,3$ ),

$K_a$  – коэффициент, учитывающий *точность передачи* (назначается в зависимости от степени точности передачи по табл. 4.4.3.  $K_a=1,0-1,2$ ).

#### 4.3.6.3.5.3. Прочностной расчет зубьев червячного колеса по напряжениям изгиба

Расчет зубьев колеса по напряжениям изгиба производят *приближенно* по аналогии с расчетом косозубых цилиндрических эвольвентных колес, но при этом учитывают различие геометрической формы и характера зацепления зубьев.

С учетом вышеизложенного формулу (4.3.121) можно записать так:

$$\sigma_F = \frac{F_{t12}}{m_n l_\Sigma Y_F} \leq \sigma_{Fp}. \quad (4.3.266)$$

С учетом (4.3.251) и (4.3.246) формула (4.3.266) примет вид:

$$\sigma_F = \frac{2KT_{2H} \operatorname{ctg}(\gamma \pm \phi)}{u\eta d_{\omega 1} m_n l_\Sigma} \leq \sigma_{Fp}. \quad (4.3.267)$$

Для червячной передачи с архимедовым червяком формулу (4.3.83) можно записать в виде:

$$m_n = m \cos \gamma, \quad (4.3.268)$$

где  $m$  – расчетный модуль.

Тогда, с учетом формул (4.3.255), (4.3.223) и (4.3.268), формула (4.3.267) примет вид:

$$\sigma_F = \frac{1,7KT_{2H} \operatorname{ctg}(\gamma \pm \phi)}{u\eta m^3 z_2^2} \leq \sigma_{Fp}. \quad (4.3.269)$$

Из уравнения (4.3.269) получаем формулу для определения *расчетного модуля*:

$$m \geq 1,23 \sqrt{\frac{KT_{2H} \operatorname{ctg}(\gamma \pm \phi)}{\sigma_F u z_2^2 \eta}}. \quad (4.3.270)$$

#### 4.3.6.3.5.4. Тепловой расчет червячной передачи

Для нормальной работы передачи необходимо, чтобы количество теплоты, выделяющееся в результате превращения механической энергии в тепловую, не превышало количества теплоты, отводимой от передачи.

Количество теплоты  $Q_1$ , выделяющееся в передаче, кал/ч:

$$Q_1 = 860(1 - \eta)P_{\text{вх}}, \quad (4.3.271)$$

где  $P_{\text{вх}}$  – мощность на ведущем валу, Вт,

$\eta$  – КПД передачи с учетом потерь на трение в зацеплении и подшипниках, а также гидравлических потерь в масляной ванне.

Количество теплоты  $Q_2$ , отводимой через стенки редуктора в окружающую среду естественным путем, кал/ч:

$$Q_2 = A_k k_t (t_m^\circ - t_b^\circ), \quad (4.3.272)$$

где  $A_k$  – площадь теплоотводящей поверхности корпуса ( $\text{м}^2$ ), соприкасающаяся со свободно циркулирующим воздухом снаружи и омываемая маслом или его брызгами изнутри, (поверхность днища корпуса обычно не учитывают; если корпус снабжен теплоотводящими ребрами, учитывают половину их поверхности);

$k_t$  – коэффициент теплоотдачи (в зависимости от подвижности воздуха в помещении и масла в масляной ванне  $k_t = 7,5-15 \text{ кал}/\text{м}^2$ );

$t_m^\circ$  – температура масла в редукторе,  $^\circ\text{C}$ ;

$t_b^\circ$  – температура окружающей среды (воздуха),  $^\circ\text{C}$ .

Из формул (4.3.271) и (4.3.272), полагая  $Q_1 = Q_2$ , получаем:

$$t_m^\circ = t_b^\circ + \frac{860(1 - \eta)}{A_k k_t}. \quad (4.3.273)$$

Должно выполняться условие:

$$t_m^\circ \leq t_{mp}^\circ, \quad (4.3.274)$$

где  $t_{mp}^\circ$  – допускаемая температура применяемого масла.

Если условие (4.3.274) не соблюдается, необходимо или увеличить теплоотводящую поверхность, или применить искусственное охлаждение, или использовать масло с большей допускаемой температурой.

## 4.4. Цепные передачи

### 4.4.1. Общие сведения

Цепные передачи относятся к типу передач *зацеплением с промежуточным гибким звеном* и предназначены для трансформации моментов и угловой скорости между *параллельными* валами. Передача энергии от ведущей звездочки к ведомой происходит через промежуточный элемент передачи – *цепь*. Общий вид цепной передачи представлен на рис. 4.4.1.

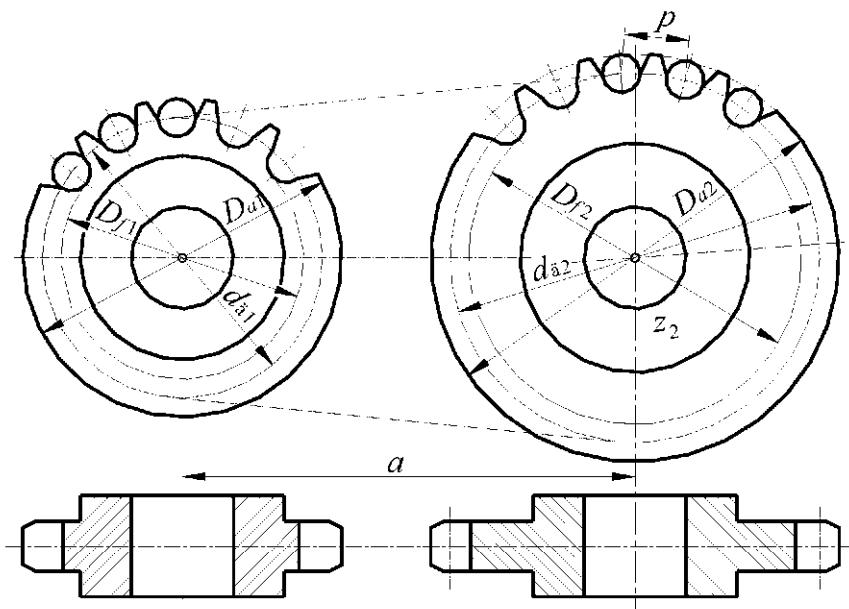


Рис. 4.4.1

#### 4.4.2. Виды цепей и их характеристики

В зависимости от назначения цепи делят на две группы: *приводные* и *тяговые*.

*Приводные* цепи осуществляют передачу движения от источника энергии к приемному органу машины. Работают как при малых, так и при больших скоростях (до 35 м/с), при различных межцентровых расстояниях осей звездочек.

*Тяговые* цепи служат для транспортировки и перемещения грузов под любым углом наклона посредством несущих рабочих органов, прикрепленных или подвешенных к цепям. Их применяют в качестве тяговых органов транспортирующих машин, в частности в конвейерах, подъемниках, эскалаторах, элеваторах и других цепных устройствах. Скорость движения цепей этой группы обычно не превышает 2 м/с.

Наиболее распространены роликовые типы приводных цепей.

На рис. 4.4.2 представлена приводная однорядная нормальная (ПР) цепь, которая составляется из внутренних, наружных, соединительных и переходных звеньев.

*Внутреннее звено I* состоит из двух *внутренних пластин* 1, в отверстия которых запрессованы с оптимальными натягами две *втулки* 2 со свободно вращающимися *роликами* 3.

*Наружное звено II* образуется при сборке внутренних звеньев с наружными с помощью валиков 4.

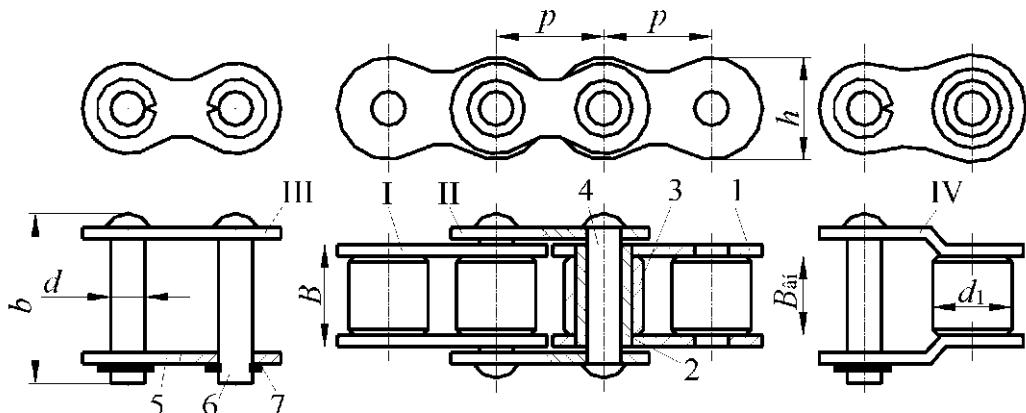


Рис. 4.4.2

*Соединительное звено III* служит для соединения двух концов однорядной или многорядной цепи. Цепь, соединенная только таким звеном, имеет *четное* число шагов, и ее укорачивание, по мере износа в шарнирах, возможно не менее чем на два звена. Соединительные валики 6 одним концом запрессовываются в наружную пластину, а на другой конец надевается соединительная пластина 5, которая укрепляется шплинтами или наружными замками.

*Переходное звено IV* представляет собой комбинацию наружного и внутреннего звеньев. Оно позволяет собирать цепь с *четным* или *нечетным* числом шагов. Благодаря наличию *переходного* звена цепь можно укоротить на *нечетное* количество звеньев.

Кроме приводных однорядных *нормальных* цепей выпускают приводные роликовые однорядные *усиленные* цепи (ПРУ); приводные роликовые *длиннозвенные облегченные* цепи (ПРД); приводные *втулочные* однорядные цепи (ПВ).

*Втулочные* цепи не имеют роликов, поэтому они легче и дешевле *роликовых*, но подвержены большему износу, их применяют при меньших нагрузках и скоростях.

Кроме однорядных цепей (ПР), достаточно широко используют *многорядные* цепи (2ПР – двухрядные; 3ПР – трехрядные, 4ПР – четырехрядные), которые, которые конструктивно представляют собой параллельное соединение нескольких однорядных роликовых цепей типа ПР (рис. 4.4.3).

Многорядные цепи составляют из двух, трех и четырех рядов (ветвей), используя детали цепей соответствующего типа. Разделение потока передаваемой энергии по рядам позволяет уменьшать габаритные размеры цепной передачи.

Многорядные цепи применяют при тех же частотах вращения, что и однорядные цепи такого же типоразмера.

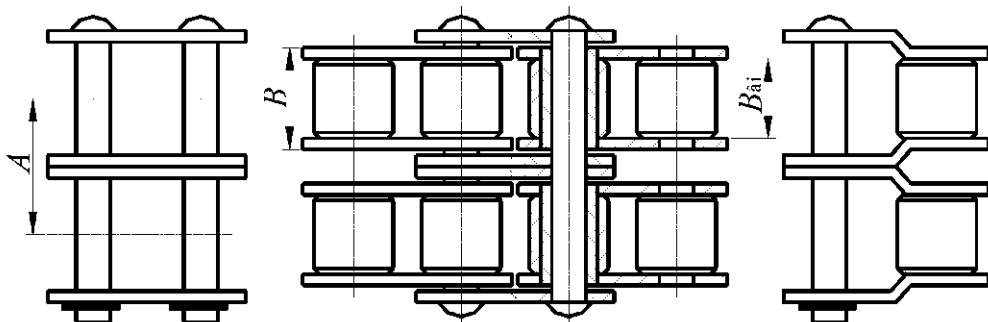


Рис. 4.4.3

Основные параметры втулочно-роликовых цепей:

- шаг  $p$ , диаметр ролика (втулки)  $d_1$ ,
- расстояние между внутренними пластинами  $B_{\text{вн}}$ ,
- разрушающая нагрузка  $F_q$ .

*Шаг цепи*  $p$  — расстояние между осями двух смежных роликов (втулок) внутреннего и наружного звеньев цепи (рис. 4.4.2), измеренное в натянутом состоянии цепи под нагрузкой  $F_{\text{изм}}$ , принимаемой равной 1 % от разрушающей нагрузки  $F_q$ . Шаг  $p$  равен:

$$p = \frac{l_{\text{п}}}{z_{\text{п}}}, \quad (4.4.1)$$

где  $l_{\text{п}}$  — длина измеряемого отрезка цепи, нагруженного усилием  $F_{\text{изм}}$ ;  
 $z_{\text{п}}$  — число звеньев в измеряемом отрезке, которое принимают при замере шага в зависимости от величины шага.

Диаметр ролика (втулки)  $d_1$  определяет значения параметров основного профиля зуба звездочки.

К обобщающему параметру цепи, определяющему особенность зацепления цепи с зубьями звездочки, относится *геометрическая характеристика зацепления цепи*:

$$\lambda = \frac{p}{d_1}. \quad (4.4.2)$$

*Расстояние между внутренними пластинами*  $B_{\text{вн}}$  и *между осями рядов*  $A$  цепи определяет значения параметров поперечного профиля зуба звездочки.

*Несущая способность* цепи характеризуется *проекцией опорной поверхности шарнира*  $A_{\text{оп}}$ :

$$A_{\text{оп}} = d(B_{\text{вн}} + 2s), \quad (4.4.3)$$

где  $d$  — диаметр валика;  
 $s$  — толщина пластины.

*Разрушающая нагрузка цепи*  $F_q$  — минимальная статическая нагрузка, при которой начинается разрушение цепи.

Пластины выполняют из закаливаемых сталей, например сталей 45, 50, 40Х, 40ХН и др. Твердость в зависимости от типа цепи и шага колеблется в пределах  $HRC$  26-45.

Валики и втулки изготавливают из цементуемых сталей, например из сталей 15, 20, 15Х, 20Х, 12ХН3 и др. Их твердость после цементации и закалки должна быть  $HRC$  64-65.

Ролики цепей выполняют как из закаливаемых, так и из цементуемых сталей, обеспечивая в зависимости от типа цепей твердость для закаливаемых сталей  $HRC$  47-62, для цементуемых —  $HRC$  42-50.

#### 4.4.3. Передаточное число цепной передачи

При *постоянной угловой скорости* вращения *ведущей звездочки*  $\omega_1$  *скорость цепи*  $v$ , *угловая скорость* вращения *ведомой звездочки*  $\omega_2$  и

*передаточное число*  $i = \left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right|$  не остаются постоянными.

При допущении *прямолинейности* ведущей ветви цепи (рис. 4.4.4) *скорость цепи*:

$$v \approx v_{rl} \cos \tau_1 = \omega_1 r_{rl} \cos \tau_1, \quad (4.4.4)$$

где  $\tau_1$  — текущий угол поворота ведущей звездочки относительно перпендикуляра к ведущей ветви.

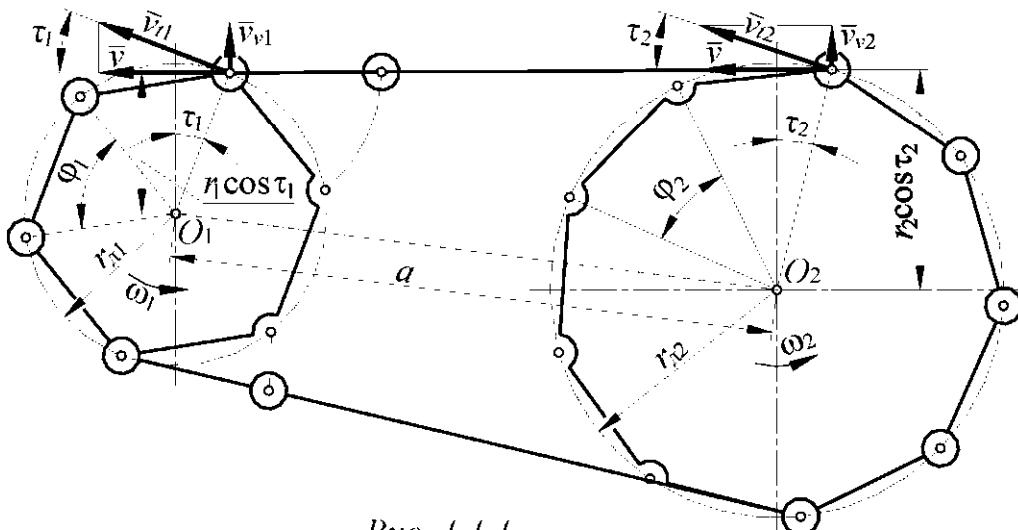


Рис. 4.4.4

Так как угол  $\tau_1$  изменяется в пределах  $0 - \frac{\pi}{z_1}$  ( $z_1$  — число зубьев ведущей звездочки), то скорость  $v$  при повороте на один угловой шаг ко-

леблется в пределах от  $v_{\max} = \omega_1 r_{d1}$  до  $v_{\min} = \omega_1 r_{d1} \cos \frac{\pi}{z_1}$ .

Из рис. 4.4.4 очевидно, что в процессе движения, кроме продольных колебаний, цепь совершает и поперечные колебания по причине изменения составляющей вектора скорости  $v_v$  ( $v_v = v_t \sin \tau$ ).

Мгновенная угловая скорость ведомой звездочки равна:

$$\omega_2 = \frac{v}{r_{d2} \cos \tau_2}, \quad (4.4.5)$$

где угол  $\tau_2$  меняется в пределах от 0 до  $\frac{\pi}{z_2}$ .

Тогда:

$$u = \left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right| = \frac{r_{d2} \cos \tau_2}{r_{d1} \cos \tau_1} \quad (4.4.6)$$

Коэффициент кинематической неравномерности вращения ведомой звездочки при равномерном вращении ведущей звездочки:

$$\epsilon = \frac{\omega_{2\max} - \omega_{2\min}}{\omega_{2\text{ср}}} . \quad (4.4.7)$$

Среднее передаточное число определяется из условия равенства средней скорости цепи на звездочках:

$$z_1 n_1 p = z_2 n_2 p, \quad (4.4.8)$$

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_{d2}}{r_{d1}} . \quad (4.4.9)$$

Отклонение среднего значения  $u$  от действительного тем меньше, чем меньше величина шага и больше размеры звездочек.

Максимальное значение передаточного числа ограничивается дугой обхвата цепью малой (ведущей) звездочки и числом шарниров, находящихся на этой дуге.

Рекомендуется угол обхвата принимать не менее  $120^\circ$ , а число шарниров на дуге обхвата – не менее пяти-шести.

В связи с *неравномерным* вращением ведомой звездочки приведенная к валу звездочки масса ведомой системы с моментом инерции  $J$  создает на звездочке переменный *инерционный момент*, который вызывает появление *динамической силы*  $I'_{d2}$ , действующей вдоль *ведущей* ветви цепи.

#### 4.4.4. Геометрический расчет цепной передачи

*Геометрический расчет* цепной передачи заключается в определении *номинальных* значений *межосевого расстояния*  $a$  и *длины цепи*  $L$  по

известным значениям шага цепи  $p$ , чисел зубьев звездочек  $z_1$  и  $z_2$  и предварительного межосевого расстояния  $a_0$ .

Определим предварительно длину цепной передачи, схема которой представлена на рис. 4.4.5.

$$L_0 = \frac{2a_0}{\cos \gamma} + \frac{\pi d_{d1}}{2} \frac{180^\circ - 2\gamma}{180^\circ} + \frac{\pi d_{d2}}{2} \frac{180^\circ - 2\gamma}{180^\circ}, \quad (4.4.10)$$

где  $L_0$  – длина цепи, определенная предварительно,

$\gamma$  – угол наклона ветви цепи к осям передачи (рис. 4.4.5), определяемый по нижеприведенному уравнению:

$$\gamma = \arcsin \frac{d_{d2} - d_{d1}}{2a_0} = \arcsin \frac{d_{d1}(u-1)}{2a_0}. \quad (4.4.11)$$

Основным параметром, определяющим габариты звездочки, является диаметр делительной окружности, которая проходит через центры шарниров цепи. Так как шаг зубьев звездочек измеряют по хорде, то из треугольника  $aOb$  (рис. 4.4.6) следует, что диаметр делительной окружности равен:

$$d_d = \frac{p}{\sin \frac{180^\circ}{z}}. \quad (4.4.12)$$

С учетом уравнения (4.4.9) и (4.4.12) преобразуем формулы (4.4.10) и (4.4.11) к виду:

$$L_0 = \frac{2a_0}{\cos \gamma} + \frac{\pi p}{2 \sin \frac{180^\circ}{z_1}} \left[ u \left( 1 + \frac{\gamma}{90^\circ} \right) + \left( 1 - \frac{\gamma}{90^\circ} \right) \right], \quad (4.4.13)$$

$$\gamma = \arcsin \frac{p(u-1)}{2a_0 \sin \frac{180^\circ}{z_1}}. \quad (4.4.14)$$

Рекомендуемое значение межосевого расстояния  $a_0$ :

$$a_0 = (30 - 60) p. \quad (4.4.15)$$

Наименьшее допустимое значение межосевого расстояния  $a_0$  можно получить из условия обеспечения угла охвата меньшей звездочки, который не должен быть меньше  $120^\circ$ .

Угол обхвата меньшей звездочки, на основании (рис. 4.4.5), равен:

$$\alpha_1 = 180^\circ - 2\gamma \quad (4.4.16)$$

После предварительного определения длины цепи  $L_0$  по формуле (4.4.13) с учетом (4.4.14) и (4.4.16), следует произвести уточнение полученной величины с учетом того, что длина цепи  $L$  должна быть кратной числу ее звеньев  $z_{\text{ц}}$ .

$$z_{\text{ц}0} = \frac{L_0}{p}. \quad (4.4.17)$$

Полученное значение  $z_{\text{ц}0}$  следует значение округлить в большую сторону до ближайшего целого числа  $z_{\text{ц}}$ . Округление желательно произвести до четного числа, чтобы избежать применения *переходного звена* (рис. 4.4.2).

После уточнения числа звеньев в контуре следует уточнить требуемое расстояние между центрами звездочек.

Из рис. 4.4.5:

$$\frac{2a}{\cos \gamma} = L - \frac{\pi p}{2 \sin 180^\circ} \left[ u \left( 1 + \frac{\gamma}{90^\circ} \right) + \left( 1 - \frac{\gamma}{90^\circ} \right) \right] \quad (4.4.18)$$

Из уравнения (4.4.18) получим:

$$a = \frac{\left\{ L - \frac{\pi p}{2 \sin 180^\circ} \left[ u \left( 1 + \frac{\gamma}{90^\circ} \right) + \left( 1 - \frac{\gamma}{90^\circ} \right) \right] \right\} \cos \gamma}{2}. \quad (4.4.19)$$

Угол  $\gamma$  в уравнениях (4.4.18), (4.4.19) с достаточной для практики точностью можно определять по уравнению (4.4.14).

#### 4.4.5. Звездочки цепных передач

Профиль зубьев звездочек (рис. 4.4.7) должен обеспечивать их износостойчивость, нарезание зубьев с помощью высокопроизводительных методов (например, обкаткой), плавный вход в зацепление и выход из зацеп-

ления цепей. Основные параметры звездочек определяются нижеприведенными формулами.

Делительный диаметр звездочки  $d_d$  определяется по формуле (4.4.12).

Диаметр окружности выступов звездочки  $D_a$ :

$$D_a = p \left( 0,5 + c \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{z} \right) \quad (4.4.20)$$

Диаметр окружности впадин  $D_f$ :

$$D_f = d_d - 2r. \quad (4.4.21)$$

Остальные параметры профиля зубьев звездочки, указанные на рис. 4.4.7, определяются существующим в настоящее время стандартом.

Размеры зуба и венца звездочек в *поперечном сечении* (рис. 4.4.8) так же регламентируются стандартом.

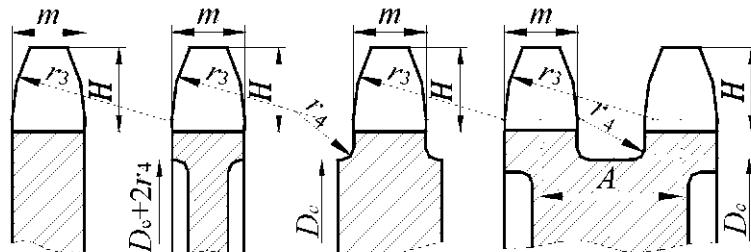


Рис. 4.4.8

Для обеспечения износостойкости и сопротивляемости ударным нагрузкам детали цепей и звездочки изготавливают из термически обработанных или цементованных углеродистых и легированных сталей (60, 65Г, 20, 20Х и др.).

Звездочки тихоходных передач (при  $v \leq 3$  м/с) при спокойных нагрузках можно изготавливать из серых чугунов (СЧ 21-40 и др.) с последующей закалкой.

#### 4.4.6. Силы, действующие в цепной передаче

Расчетная сила натяжения *ведущей* ветви цепи:

$$F_p = F_t + F_l + F_v, \quad (4.4.35)$$

где  $F_t$  – окружная сила, Н;

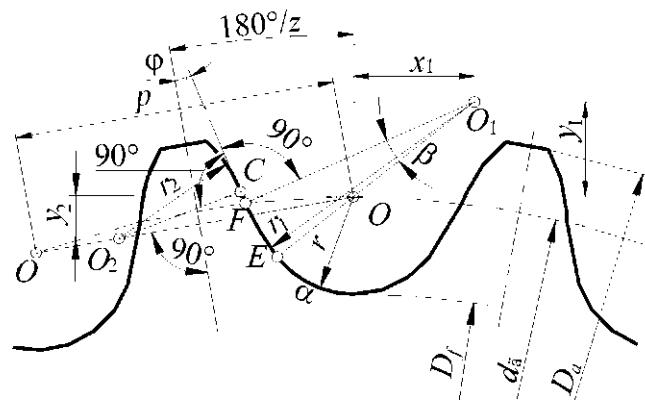


Рис. 4.4.7

$$F_t = 2000 \frac{T_{\text{hl}}}{d_{\text{d1}}} . \quad (4.4.36)$$

$F_1$  – сила натяжения ведомой ветви цепи;

$$F_1 = F_0 + F_{\text{ц}}, \quad (4.4.37)$$

где  $F_0$  – сила натяжения от собственной силы тяжести холостой ветви;

при горизонтальном (и близком к нему) положении линии, соединяющей оси звездочек:

$$F_0 = \frac{qga^2}{8f} = \frac{1,23qa^2}{f}, \quad (4.4.38)$$

при вертикальном (и близком к нему) положении линии центров звездочек:

$$F_0 = mga, \quad (4.4.39)$$

где  $q$  – масса 1 м цепи, кг;

$g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения;

$a$  – межосевое расстояние, м;

$f$  – стрела провисания ветви.

$F_{\text{ц}}$  – сила натяжения от действия центробежных сил:

$$F_{\text{ц}} = qv^2. \quad (4.4.40)$$

$F_v$  – динамическая нагрузка, обусловленная неравномерностью движения:

$$F_v = (F_v' + F_v'') \Delta_y, \quad (4.4.41)$$

где  $F_v'$  – динамическая нагрузка от неравномерности движения ведомой звездочки и приведенных к ней масс:

$$F_v' = \frac{\lambda n_1^2 J}{90}, \quad (4.4.42)$$

где  $\lambda$  – коэффициент, учитывающий влияние числа зубьев ведомой звездочки  $z_2$ :

$$\lambda = \frac{\pi}{z_2}, \quad (4.4.43)$$

$n_1$  – частота вращения ведущей звездочки,

$J$  – момент инерции ведомой звездочки и всех сопряженных вращающихся деталей на ее валу;

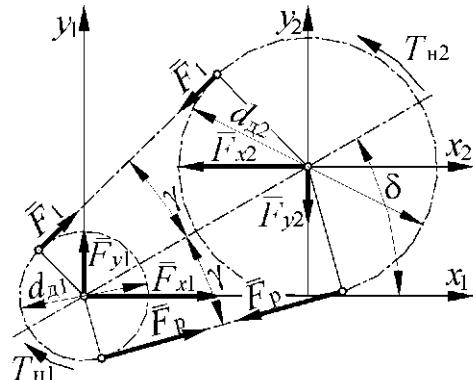


Рис. 4.5.9

$F_v''$  – динамическая нагрузка от неравномерности движения цепи:

$$F_v'' = \frac{q l_1 n_1^2 p}{180}, \quad (4.4.44)$$

где  $l_1$  – длина ведущей ветви;

$p$  – шаг цепи;

$\Delta_y$  – коэффициент, учитывающий влияние упругости и провисания цепи ( $\Delta_y = 0,5$  при  $a=30\text{ }p$ ,  $\Delta_y = 0,75$  при  $a=80\text{ }p$ ).

Центробежная сила на валы и опоры не передается.

$$F_y = F_{y1} = F_{y2} = F_0 \sin(\delta + \gamma) + (F_t + F_0 + F_v) \sin(\delta - \gamma), \quad (4.4.45)$$

$$F_x = F_{x1} = F_{x2} = F_0 \cos(\delta + \gamma) + (F_t + F_0 + F_v) \cos(\delta - \gamma), \quad (4.4.46)$$

где, на основании формулы (4.4.11):

$$\gamma = \arcsin \frac{d_{\text{шл}}(u-1)}{2a}. \quad (4.4.47)$$

#### 4.4.7. Расчет роликовой цепной передачи по критериям ее работоспособности

Основным критерием работоспособности цепных передач является износ шарниров цепи.

Поэтому главной целью проектирования передач является подбор такой цепи, которая в заданных условиях работы будет обладать достаточной долговечностью. Проектирование цепных передач базируется главным образом на опытных данных.

Для проектирования должны быть заданы: номинальная передаваемая мощность  $P_{n2}$  или момент  $T_{n2}$ , частоты вращения валов  $n_1$  и  $n_2$  или одного из валов и передаточное отношение  $u$ ; назначение передачи; условия работы передачи; предполагаемые габариты передачи; расположение передачи.

##### 4.4.7.1. Проектный расчет

В качестве исходных данных заданы значения  $T_{n2}$ ,  $u$ ,  $n_2$ , условия работы передачи.

Расчетный момент  $T_{n1}$ :

$$T_{n1} = \frac{T_{n2}}{\eta u}, \quad (4.4.48)$$

где  $\eta$  – коэффициент полезного действия цепной передачи;

В зависимости от способа смазки величина коэффициента полезного действия цепной передачи принимается из диапазона 0,9-0,95.

Частота вращения ведущей (входной) звездочки  $n_1$ :

$$n_1 = u n_2 . \quad (4.4.49)$$

Число зубьев малой ведущей звездочки  $z_1$  (*оптимальное*) (в диапазоне от 15 до 27) определяется в соответствии с рекомендациями, приводимыми в справочниках.

Число рядов цепи  $m$  выбирается конструктором.

Число зубьев большой звездочки  $z_2$ :

$$z_2 = z_1 m . \quad (4.4.50)$$

Передаточное число  $u_\Phi$  (*уточненное значение*):

$$u_\Phi = \frac{z_2}{z_1} . \quad (4.4.51)$$

Отклонение передаточного числа от заданного  $\Delta u$ :

$$\Delta u = \frac{u_\Phi - u}{u} 100\% . \quad (4.4.52)$$

Должно выполняться условие  $\Delta u \leq 4\%$ . В противном случае следует выбрать другое число зубьев  $z_2$ .

Шаг цепи  $p$  назначается в зависимости от величины расчетного момента  $T_{n1}$  и от частоты вращения меньшей звездочки  $n_1$  в соответствии с рекомендациями, приводимыми в справочниках.

Остальные размеры передачи можно определить, воспользовавшись формулами, приведенными в разделах 4.4.4 и 4.4.5.

#### 4.4.7.2. Проверочные расчеты

##### 4.4.7.2.1. Проверка по числу ударов цепи о зубья звездочек

Эта проверка сводится к определению числа ударов цепи о зубья звездочек  $U$  и сравнению его с допускаемым числом ударов  $U_p$ .

Должно выполняться условие:

$$U \leq U_p . \quad (4.4.58)$$

$$U_p = \frac{508}{p} , \quad (4.4.59)$$

$$U = 0,0667 \frac{z_1 n_1}{a} . \quad (4.4.60)$$

Нарушение условия (4.4.58) не допускается. В противном случае следует увеличить межосевое расстояние  $a$ .

#### 4.4.7.2.2. Проверка по давлению в шарнирах цепи

При этой проверке определяется расчетное давление в шарнирах  $p_{\text{расч}}$  и сравнивается с допускаемым давлением  $p_p$ . Должно выполняться условие:

$$p_{\text{расч}} \leq p_p. \quad (4.4.61)$$

$$p_{\text{расч}} = \frac{F_p k_3}{A_{\text{оп}}}. \quad (4.4.62)$$

Значение  $F_p$  определяется по формуле (4.4.35), значения коэффициента  $k_3$ , учитывающего условия монтажа и эксплуатации, параметра  $A_{\text{оп}}$  (проекции опорной поверхности шарнира) и допустимого давления  $p_p$  в шарнире для роликовых цепей определяются по соответствующим справочным данным.

Перегрузка цепи не допускается. Если условие (4.4.61) не выполняется, то следует либо принять цепь с большим шагом  $p$ , либо увеличить  $z_1$ . После принятой корректировки следует произвести перерасчет передачи.

#### 4.4.7.2.3. Проверка прочности цепи по коэффициенту безопасности

При проверке цепи по коэффициенту безопасности определяется действительный коэффициент безопасности  $s$  и сравнивается с нормативным коэффициентом безопасности  $s_p$ . Должно выполняться условие:

$$s \geq s_p. \quad (4.4.63)$$

$$s = \frac{Q}{F_p}, \quad (4.4.64)$$

где  $Q$  – разрушающая нагрузка для данного типоразмера цепи (справочное данное);

$F_p$  – расчетная сила натяжения *ведущей* ветви цепи (определяется по уравнению (4.4.35));

$s_p$  – нормативный коэффициент безопасности (справочное данное).

Должно выполняться условие:  $s_p \leq s$ .

Перегрузка цепи не допускается.

Если условие  $s_p \leq s$  не выполняется, то следует либо принять цепь с большим шагом  $p$ , либо увеличить  $z_1$ .

После принятой корректировки следует произвести перерасчет передачи.

## 5. ВАЛЫ И ОСИ

### 5.1. Общие сведения

Валы предназначены для поддержания вращающихся частей машины и для передачи вращающего момента от одной вращающейся детали машины к другой. Валы несут на себе детали механизма и поэтому, в зависимости от конструкции, работают или при совместном действии изгиба и кручения, или только при кручении.

Достаточно часто используются частные варианты валов, выделенные в отдельные группы – торсионные валы (торсионы) и оси.

Торсионы передают только вращающие моменты.

Ось является деталью, предназначеннной только для поддержания вращающихся частей, и в передаче энергии непосредственно не участвует. Оси работают только на изгиб, так как не передают вращающего момента. Наиболее широко распространены в технике прямые валы и оси.

Коленчатые валы (рис. 5.1.1) применяют в поршневых двигателях и компрессорах.

Гибкие валы выпускаются трех типов:

ВС (гибкие проволочные валы),

ВС-Б (гибкие проволочные валы с броней),

В (гибкие валы).

Такие валы обладают высокой жесткостью при кручении и малой жесткостью при изгибе.

Валы первых двух типов используются в силовых цепях передачи энергии, а валы последнего типа – в приводах управления, в приводах автомобильных приборов и т.п.

Гибкий вал (рис. 5.1.2) состоит из сердечника 1, вокруг которого попеременно крестовой свивкой навиты (по винтовой линии) несколько слоев круглой стальной проволоки 2.

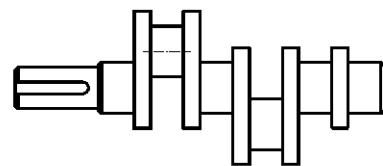


Рис. 5.1.1

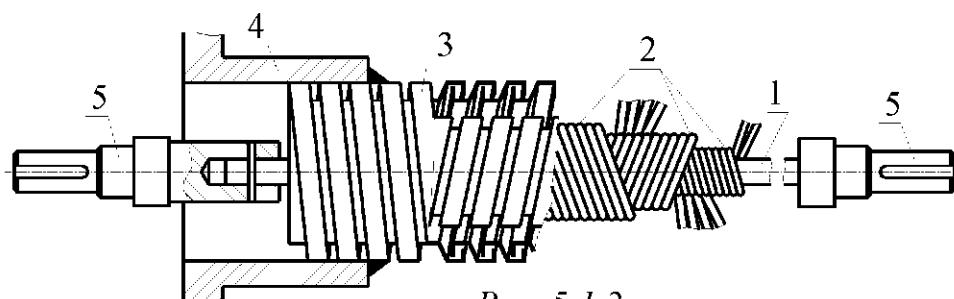


Рис. 5.1.2

Для предохранения вала от внешней среды, удержания смазки и безопасной эксплуатации вал размещен в защитной броне 3 (обычно ме-

тальическом рукаве). Концы брони припаивают к наконечникам вала 4, а сердечник присоединяют к жестким валам узлов 5, между которыми гибкий вал передает движение.

Допустимый врачающий момент для каждого размера вала установлен стандартами. Он соответствует такому направлению вращения вала, при котором витки наружного слоя вала будут закручиваться и уплотнять внутренние слои проволоки.

*Коленчатые*, гибкие и торсионные валы относятся к деталям специальных машин и не являются предметом изучения данного курса.

Прямые валы и оси в большинстве случаев имеют круглое *сплошное сечение*. Пустые валы и оси (рис. 5.1.3) применяют для облегчения конструкции, в тех случаях, когда через них проходят вдоль оси другие детали, для подачи масла, для расположения в полости вала деталей управления.

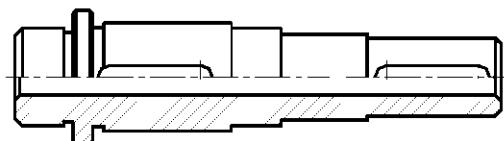


Рис. 5.1.3

Фиксирование насаженных деталей от относительного поворота осуществляют шпоночными, зубчатыми (шилицевыми) соединениями и соединениями с гарантированным натягом (рис. 5.1.4).

По условиям сборки на одном валу деталей с различными посадками и типами соединений, а также по требованиям к осевой фиксации деталей в большинстве случаев принимают *ступенчатую* конструкцию вала (рис. 5.1.3, 5.1.4). Такая форма вала удобна для монтажа на него вращающихся деталей, каждая из которых должна свободно проходить по валу до места своей посадки.

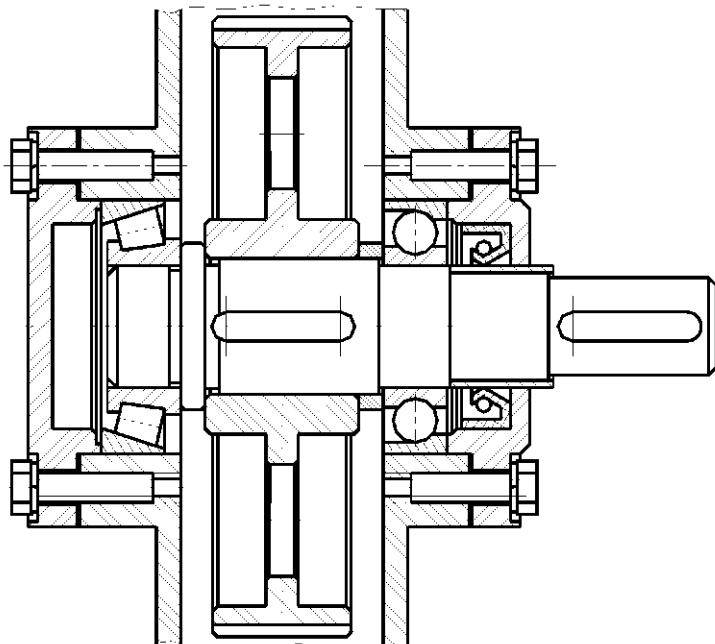


Рис. 5.1.4

Диаметры посадочных участков выбирают на основании расчета на прочность и стандарта на предпочтительные размеры, а их длины определяют по размерам сопрягаемых деталей.

Торцы осей и валов и их ступеней выполняют с конусными *фасками* для облегчения посадки деталей и снятия

заусенцев, являющихся источником травматизма при сборке конструкций (рис. 5.1.3, 5.1.4).

Для уменьшения концентрации напряжений в местах перехода от одного участка вала или оси к другому разность между диаметрами ступеней должна быть минимальной. Плавный переход от одной ступени к другой называется *гаштетом* (рис. 5.1.5).

Для монтажа и демонтажа тяжелых деталей на концах валов и осей посадочные места часто выполняют *коническими* (рис. 5.1.6).

Валы вращаются в *опорах*, в качестве которых служат *подшипники качения* или скольжения. На рис. 5.1.4 показаны варианты установки подшипников качения «враспор» радиально-упорных подшипников.

Опорные части валов называют *цапфами*, при этом *концевые цапфы* для подшипников скольжения называют *штифтами*, а промежуточные – *шайбами*. Концевые опорные поверхности валов, предназначенные для восприятия осевых нагрузок, называют *пятыми*, а подшипники скольжения, в которых они размещаются, – *под пятниками*.

Цапфы осей и валов выполняют чаще всего *цилиндрическими*.

*Конические* цапфы применяют при осевом фиксировании валов и в точных механизмах, когда не допускается отклонение осей из-за износа опор.

*Шаровые* цапфы используют в тех случаях, когда необходимы угловые отклонения осей (рис. 5.1.7).

Цапфы валов и осей подвергают тщательной обработке. Для выхода шлифовального круга в местах перехода от меньшего диаметра цапфы к большему (рис. 5.1.8) выполняют кольцевые канавки, так как в противном случае часть поверхности цапфы окажется недошлифованной из-за скругленности краев шлифовального круга и посадка деталей подшипникового узла на цапфу будет затруднена.

При небольшой разнице диаметров зубчатого колеса и вала шестерню и вал выполняют как одно целое (рис. 5.1.9). В этом случае материал для изготовления *вала-шестерни* выбирают в соответствии с требованиями, предъявляемыми к материалу *шестерни*.

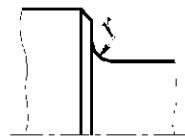


Рис. 5.1.5

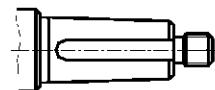


Рис. 5.1.6

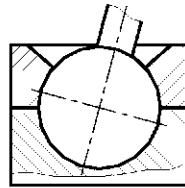


Рис. 5.1.7

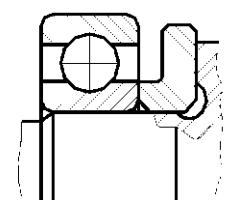


Рис. 5.1.8

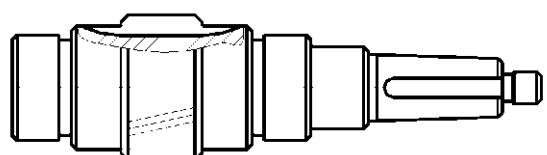


Рис. 5.1.9

Шпоночные пазы, резьбы под установочные гайки, поперечные сквозные отверстия под штифты или отверстия под установочные винты, канавки, а также резкие изменения сечений вала вызывают концентрацию напряжений, уменьшающих его усталостную прочность. Поэтому, по возможности, следует избегать применения элементов, вызывающих концентрацию напряжений.

## 5.2. Материалы валов и осей

Большинство валов и осей изготавливают из углеродистых сталей (марок 20, 30, 40, 45, 50) и легированных сталей (марок 20Х, 40ХН, 30ХГСА, 40ХН2МА, 18Х2Н4МА) и др.

Выбор материала определяется конструкцией вала или оси, требованиями к нему предъявляемыми условиями эксплуатации, необходимым сроком гарантии безотказной работы. Например, применение легированных сталей дает возможность при необходимости ограничить массу и габаритные размеры вала, повысить стойкость шлицевых соединений. Выбор материала вала-шестерни (или червяков) определяется требованиями к поверхностной твердости и выносливости при изгибе зубьев вала-шестерни (витков червяка).

Для улучшения механических характеристик валов и осей применяют различные виды термообработки, например, их цапфы подвергают закалке при нагреве током высокой частоты или цементации для повышения их износостойкости.

## 5.3. Критерии работоспособности валов и осей

Валы относятся к числу наиболее ответственных деталей машин. Чрезмерное нарушение формы вала из-за высокой радиальной податливости или колебаний, а в предельных случаях и разрушение вала, влечет за собой выход из строя всей конструкции.

*Неподвижные оси при постоянных нагрузках и тихоходные валы, работающие в условиях больших перегрузок, рассчитывают на статическую прочность.*

*Валы быстроходных машин часто подвергаются усталостному разрушению и их необходимо рассчитывать на усталостную прочность. Характеристикой усталостной прочности является коэффициент безопасности.*

Под действием приложенных сил у валов появляются деформации изгиба и кручения. Чрезмерный изгиб валов нарушает нормальную работу подшипниковых узлов, зубчатых зацеплений, фрикционных механизмов. Поэтому величина деформаций валов и осей ограничивается, а

их жесткость, характеризуемая допускаемым прогибом в местах посадки деталей, а также допускаемыми углами наклона и закручивания сечений, является одним из основных критерииов работоспособности.

## 5.4. Расчеты на прочность и конструирование валов

### 5.4.1. Общие сведения

Целью расчетов на прочность является определение основных размеров осей и валов, при которых обеспечивается их *статическая прочность и выносливость (усталостная прочность)*.

Сложившаяся практика расчета и конструирования валов подразделяет эту процедуру на *три этапа*:

- ориентировочный расчет;
- конструирование вала;
- уточненный (проверочный) расчет.

*Ориентировочный* расчет вала выполняется с целью *предварительного определения величины его минимально допускаемого диаметра*.

На этапе *конструирования* разрабатывают конструкцию вала, обеспечивая условия технологичности изготовления и сборки. На этом этапе определяют диаметры и осевые размеры выходного конца, посадочных мест под подшипники, зубчатые колеса и другие детали, монтируемые на вал.

Целью *уточненного (проверочного)* расчета вала является определение *напряжений и коэффициента безопасности* (при расчете на *статическую прочность*) или *коэффициента безопасности* (при расчете на *выносливость*) и сравнению полученных значений с допускаемыми.

### 5.4.2. Ориентировочный расчет вала

На этом этапе проектирования, геометрические параметры вала не определены, поэтому расчет ведется только по *касательным напряжениям*, возникающим при кручении. Из-за того, что *при ориентировочном расчете не учитывается влияние изгибающего момента, наличие ослабляющих факторов шпоночных канавок, колец, переходов и т.д.*), то на этом этапе значение допускаемого касательного напряжения  $\tau_{kp}$  принимается *заниженным* по сравнению с допускаемыми касательными напряжениями  $\tau_{kp}$  для конструкционных материалов, приводимыми в справочниках. Значения  $\tau_{kp}$  при *ориентировочном* расчете для валов из среднеуглеродистых сталей принимаются в пределах от  $20 \text{ Н} / \text{мм}^2$  до  $30 \text{ Н} / \text{мм}^2$  в зависимости от материала вала и вида нагрузки.

Минимально допускаемый диаметр круглого сплошного вала  $d_{\min}$  без учета наличия шпоночных или шлицевых пазов определяют, основываясь на условии прочности на кручение по формуле (см. раздел 2.6.2):

$$d_{\min} \geq \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi \tau_{kp}}}, \quad (5.4.1)$$

где  $T$  – максимальный крутящий момент на валу;

$\tau_{kp}$  – допускаемое касательное напряжение при ориентировочном расчете.

Для консольных участков входных или выходных валов (рис. 5.1.4) полученное значение  $d_{\min}$  следует округлить до ближайшего большего стандартного значения выходного участка вала.

### 5.4.3. Конструирование вала

#### 5.4.3.1. Определение диаметров на различных участках вала

Исходя из величины  $d_{\min}$ , назначают диаметры промежуточных несопряженных участков вала, выбирают номинальные диаметры соединений.

Перепад последовательных ступеней диаметров  $d_i$  и  $d_{i+1}$  валов, необходимый для свободной транспортировки деталей до мест их посадок с натягом, должен назначаться минимальным – (5–10)%, но абсолютную величину перепада не рекомендуется назначать более 10 мм.

Назначенные диаметры отдельных участков округляют до ближайшего значения из ряда стандартных размеров.

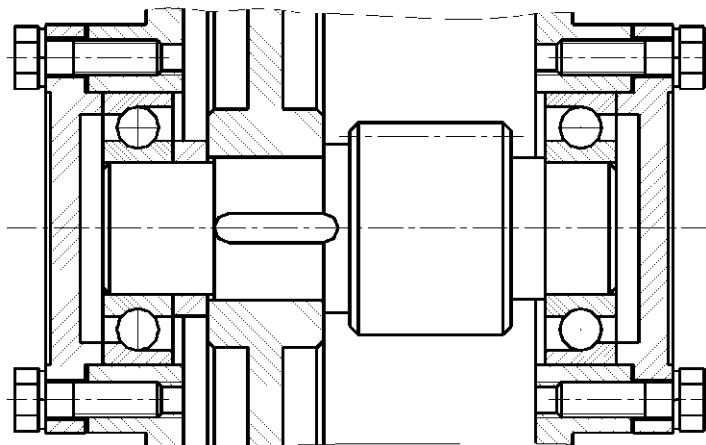


Рис. 5.4.1

Значение диаметра посадочной шейки подшипника качения округляют в большую сторону до значения диаметра внутреннего кольца выбранного подшипника.

Для промежуточных валов (рис. 5.4.1), минимальным диаметром, очевидно, является диаметр посадочной шейки подшипника. Поэтому для та-

ких валов значение  $d_{\min}$ , полученное по формуле (5.4.1), округляют до ближайшего большего значения *внутреннего диаметра подшипника*.

Рекомендации для остальных диаметров остаются такими же, как и для выходных или входных валов.

#### **5.4.3.2. Определение осевых размеров участков вала**

Осевые размеры валов и осей выявляют в процессе эскизной компоновки редуктора в соответствии с рекомендациями к определению положения подшипников и ширины зубчатых венцов, определяемых при расчете передачи. Например, расстояние между опорами червячного колеса принимают равным  $L = (0,50 - 0,75)d_2$  (где  $d_2$  – делительный диаметр червячного колеса), а расстояние между опорами консольной шестерни –  $L = (3 - 4)B$ , (где  $B$  – ширина подшипников качения).

Длина консольного участка вала должна быть согласована с длиной ступицы полумуфты, шкива или звездочки.

Длины консольных участков  $d_k$  входного или выходного валов должны быть приняты в зависимости от их диаметров из соответствующего ряда стандартных размеров для цилиндрических или конических концов валов.

#### **5.4.4. Уточненный (проверочный) расчет**

##### **5.4.4.1. Расчет валов на прочность и сопротивление усталости**

###### **5.4.4.1.1. Общие положения**

Для выполнения расчетов валов и осей по основным критериям работоспособности необходимо в первую очередь установить величину, характер и место приложения действующих на них сил. Поэтому на основании конструктивных размеров вала, полученных в результате ориентировочного проектирования, составляют *расчетную схему, упрощенно рассматривая вал, как балку на шарнирных опорах*, роль которых выполняют подшипники.

Подшипники, одновременно воспринимающие осевые и радиальные нагрузки, заменяют *шарнирно неподвижными* опорами, а подшипники, воспринимающие только радиальные силы, – *шарнирно подвижными* опорами (рис. 5.4.2).

Положение опоры определяют с учетом угла контакта подшипника качения. При угле контакта, равном нулю (для радиальных подшипников) положение опоры принимают в середине ширины подшипника (рис. 5.4.2).

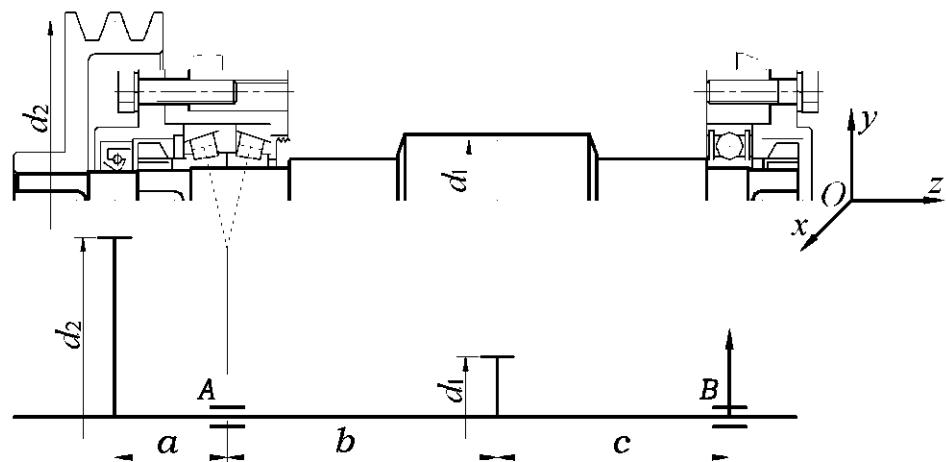


Рис. 5.4.2

Нагрузки, передаваемые валу со стороны насаженных на него деталей в виде *распределенных сил*, действующих по ширине деталей, приводят к центру соединения в виде сосредоточенного крутящего момента  $T$ , осевой  $R_z$  радиальных  $R_x$ ,  $R_y$  сил и моментов  $M_x$ ,  $M_y$ , действующих в двух взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 5.4.3).

Если нагрузки, действующие на вал и приведенные к оси вала, расположены в различных плоскостях, то их следует разложить на составляющие, лежащие в двух взаимно перпендикулярных плоскостях и в каждой из этих плоскостей определить опорные реакции и внутренние силы.

При составлении расчетной схемы вес вала и деталей, расположенных на них, а также силы трения в опорах не учитывают.

Так же при расчетах на прочность вала *пренебрегают напряжениями*, возникающими от действия *растягивающих или сжимающих и перерезывающих сил*.

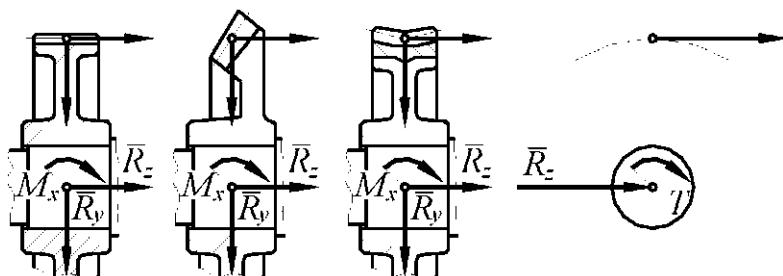


Рис. 5.4.3

#### 5.4.4.1.2. Определение нагрузок, действующих на вал

Для расчета вала на прочность необходимо определить величину *изгибающих и крутящих* моментов в различных сечениях вала, найдя при этом наиболее опасные из сечений, используя методики построения

эпюры, изложенные в курсе по сопротивлению материалов. Построение эпюры производится на основе *расчетной схемы*, изображенной для лучшей наглядности, под эскизом чертежа вала (рис. 5.4.4).

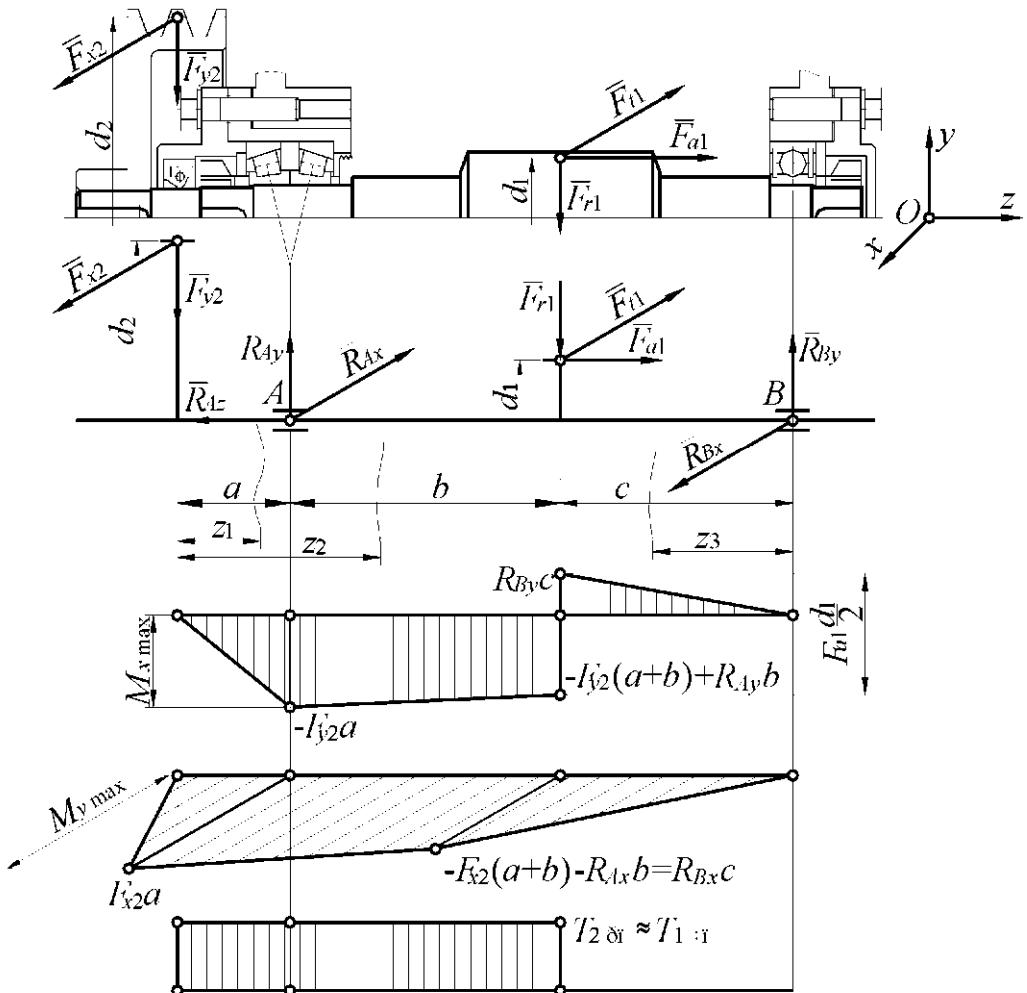


Рис. 5.4.4

Расчетная схема представляет собой ось вала, изображенную в виде прямой линии длиной, равной длине вала, к которой приложены *все* силы, действующие на вал (как *внешние*, так и *реактивные*) на тех же расстояниях друг от друга и от торцов оси, что и на валу, и на тех же расстояниях от оси, что и от оси вала. Следует иметь в виду, что *поперечные* силы (силы, нормальные к оси вала) можно, как скользящие вектора, привести к оси вала.

Методика определения *реакций* в опорах изложена в курсе по сопротивлению материалов.

При построении эпюр следует обратить внимание на следующее:

1. Уравнения моментов, необходимые при построении эпюры, составляются *относительно рассматриваемого сечения* на основании силовых факторов, действующих *по одну сторону* от данного сечения.

2. При наличии на валу сосредоточенных моментов (например, при действии осевых сил в зацеплении, приложенных на некотором расстоянии от продольной оси вала) появляется мгновенное изменение величину момента на величину сосредоточенного момента, так называемый *скакок*. Этот скачок может быть как положительным, так и отрицательным, в зависимости от знака сосредоточенного момента.

3. Эпюры изгибающих моментов строятся в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. При определении величины полного изгибающего момента в каком-либо сечении, определяются их составляющие и суммируются по теореме Пифагора.

Следует иметь в виду, что в тех случаях, когда в рассматриваемом сечении эпюра располагается по обе стороны от нулевой линии, то в расчет принимается *большая* величина момента, отсчитанная от *кулевой линии* (рис. 5.4.4, 5.4.5).

4. Для *опасного сечения* (рис. 5.4.5) расчетное значение изгибающего момента равно (при использовании третьей теории прочности):

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \quad (5.4.2)$$

Значение  $M$ , определенное по формуле (5.2.2), принимается положительным.

5. Для того чтобы значения  $M_x$  и  $M_y$  было удобно суммировать, их эпюры рекомендуется строить в одном масштабе.

#### 5.4.4.1.3. Проверочный расчет вала по статической прочности

Расчет вала на *статическую* прочность сводится к определению *напряжений* и к определению *коэффициента безопасности* и сравнению полученных значений с допускаемыми.

*Эквивалентные напряжения в наиболее опасном сечении* вала, появляющиеся при совместном действии изгиба и кручения, наиболее часто определяют по *третьей теории* прочности.

При совместном действии изгиба и кручения на вал *круглого сплошного* поперечного сечения, условие прочности по третьей теории прочности (см. разделы 2.7.2.3 и 2.7.3.2) принимает вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{W} \leq \sigma_p \quad (5.4.3)$$

Значение осевого момента инерции  $W$  для круглого сплошного сечения, входящего в формулу, равно:

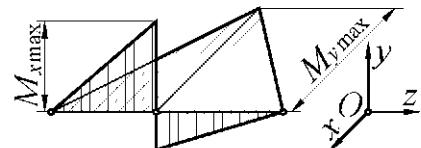


Рис. 5.4.5

$$W = \frac{\pi d^3}{32}. \quad (5.4.4)$$

Величина действительного коэффициента безопасности  $S$  в этом случае определяется по формуле (2.7.62) и сравнивается с его допускаемым значением  $S_p$  в соответствии с условием:

$$S = \frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} \geq S_p. \quad (5.4.5)$$

где  $S_\sigma = \frac{\sigma_t}{\sigma}$  — коэффициент безопасности по нормальным напряжениям;

$$S_\tau = \frac{\tau_t}{\tau} \text{ — коэффициент безопасности по касательным напряжениям.}$$

$$\tau_t \approx 0,5\sigma_t.$$

#### 5.4.4.1.4. Проверочный расчет вала по усталостной прочности

Проверочный расчет вала (или оси) на усталостную прочность учитывает все основные факторы, влияющие на усталостную прочность; характер напряжений, наличие концентраторов напряжений, абсолютные размеры вала (или оси), обработку поверхностей и прочностные характеристики материала, из которого изготовлен вал (или ось). Конструкция вала (или оси) должна быть полностью известна.

*Переменные* напряжения в валах появляются как от изменяющейся во времени, так и от постоянной внешней нагрузки. Постоянные по значению и направлению силы передач, например, вызывают во *вращающихся* валах циклические (переменные) напряжения изгиба, изменяющиеся по *симметричному* циклу.

Расчет на усталостную прочность заключается в определении величины действительных коэффициентов запаса усталостной прочности  $S$  для выбранных *опасных* сечений валов (или осей) и является поэтому проверочным и сравнению ее с допускаемой величиной  $S_p$ .

Допускаемый коэффициент безопасности  $S_p$  при расчете на *выносливость* может быть представлен в виде произведения трех составляющих:

$$S_p = S_{p1} S_{p2} S_{p3} \quad (5.4.6)$$

где  $S_{p1}$  — учитывает степень ответственности детали,

$S_{p2}$  — учитывает точность расчетных нагрузок,

$S_{p3}$  — учитывает надежность выбранного материала.

Величина коэффициента  $S_{p1}$  выбирается из диапазона 1,3-1,5, при чем большие значения соответствуют большей ответственности детали с точки зрения последствий, вызванных поломкой детали.

Величина коэффициента  $S_{p2}$  принимается в пределах 1,1-1,5 и может быть меньшей или большей в зависимости от точности расчета нагрузок.

Величина коэффициента  $S_{p3}$  принимается равной 1,3 для деталей из проката или поковки и равной 1,5 для термообработанных деталей.

*Условие усталостной прочности* определяется уравнением (5.2.5), в котором коэффициенты безопасности  $S_\sigma$  и  $S_\tau$  определяются по формулам (см. раздел 2.11.5):

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{\sigma_a K_\sigma}{\varepsilon_\sigma} + \psi_\sigma \sigma_m}, \quad (5.4.7)$$

$$S_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\tau_a K_\tau}{\varepsilon_\tau} + \psi_\tau \tau_m}, \quad (5.4.8)$$

где  $S_\sigma$ ,  $S_\tau$  – коэффициенты безопасности, соответственно, по нормальным и по касательным напряжениям;

$\sigma_{-1}$ ,  $\tau_{-1}$  – пределов выносливости, соответственно, по нормальным и по касательным напряжениям;

$\sigma_a$ ,  $\tau_a$  – амплитуда, соответственно, нормальных и касательных напряжений;

$\sigma_m$ ,  $\tau_m$  – среднее напряжение цикла, соответственно, нормальных и касательных напряжений, Н/мм<sup>2</sup>;

$\psi_\sigma$ ,  $\psi_\tau$  – коэффициенты, учитывающие влияние асимметрии цикла на прочность, соответственно, при изгибе и при кручении.

## 6. ОПОРЫ ВАЛОВ И ОСЕЙ

### 6.1. Общие сведения

*Опорой* называют часть механизма, обеспечивающую вращательное движение подвижных частей механизма.

Основной частью опоры является подшипник, являющийся промежуточным элементом между неподвижной частью механизма и вращающимся валом.

В зависимости от *вида трения* подшипники подразделяют на два основных вида: подшипники *качения* и подшипники *скольжения*.

В данном курсе рассмотрены только подшипники *качения*, как наиболее распространенные в общем машиностроении.

В зависимости от *способности восприятия нагрузки* подшипники подразделяют на

- *радиальные* (воспринимают радиальные реакции),
- *упорные* (воспринимают осевые реакции),
- *радиально-упорные* (воспринимают комбинированные реакции).

Упорные подшипники скольжения называют *подпятниками*.

### 6.2. Классификация подшипников качения

Подшипник качения (рис. 6.2.1) состоит из наружного 1 и внутреннего 2 колец, которыми соединяется с цапфой и корпусом. Между кольцами расположены тела качения 3.

По наружной поверхности внутреннего кольца и внутренней поверхности наружного кольца (на торцевых поверхностях колец упорных подшипников качения) выполняют желоба – дорожки качения, по которым при работе подшипника катятся тела качения. Вследствие этого между контактирующими поверхностями тел качения и дорожек колец подшипников возникает преимущественно *трение качения*.

Сепараторы 4 направляют идерживают на равных расстояниях тела качения при работе подшипников.

Имеются подшипники, у которых отсутствуют некоторые из указанных деталей. Например, игольчатые и некоторые другие типы специальных подшипников не имеют сепараторов. Такие подшипники имеют большее число тел качения и, следовательно, большую грузоподъемность. Однако предельные частоты вращения бессепара-

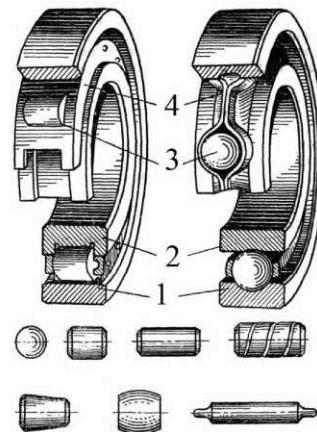


Рис. 6.2.1

торных подшипников значительно ниже вследствие повышенных моментов сопротивления вращению. В некоторых узлах машин в целях уменьшения габаритов, а также повышения точности и жесткости применяют так называемые совмещенные опоры: дорожки качения при этом выполняют непосредственно на валу или на поверхности корпусной детали. Отдельные типы подшипников снабжаются мазеудерживающими шайбами, уплотнительными устройствами и другими специальными деталями.

Подшипники качения классифицируют по следующим признакам:

— по форме тел качения:

— шариковые (рис. 6.2.2, 6.2.3, 6.2.7, 6.2.9, а);

— роликовые:

ролики цилиндрические (рис. 6.2.4); ролики конические (рис. 6.2.6; 6.2.8, а); ролики бочкообразные (рис. 6.2.8, б; 6.2.9, б);

— игольчатые (рис. 6.2.5);

— по направлению воспринимаемой нагрузки:

— радиальные, в основном для радиальных нагрузок (нагрузок, действующие перпендикулярно оси вращения подшипника) (рис. 6.2.2, 6.2.4, 6.2.5, 6.2.9);

— радиально-упорные, предназначенные для восприятия одновременно действующих на подшипник радиальной и осевой нагрузок (рис. 6.2.3, 6.2.6);

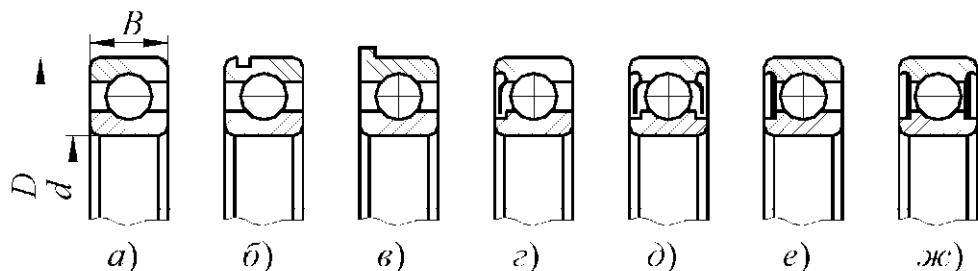


Рис. 6.2.2

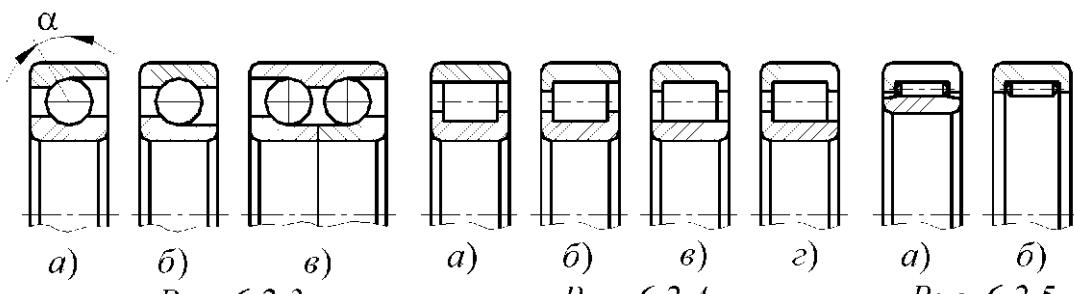


Рис. 6.2.3

Рис. 6.2.4

Рис. 6.2.5

— упорно-радиальные, воспринимающие осевые нагрузки при одновременном действии относительно небольшой радиальной нагрузки (упорно-радиальные подшипники отличаются от радиально-

упорных величиной номинального (начального) угла контакта  $\alpha$  (рис. 6.3, а), который равен углу между нормалью к зоне контакта шарика или ролика с дорожкой качения наружного кольца и плоскостью, перпендикулярной к оси подшипника; радиально-упорные подшипники имеют  $\alpha < 36^\circ$ , а упорно-радиальные –  $\alpha > 36^\circ$ ;

— упорные, предназначенные для восприятия для осевых нагрузок (рис. 6.2.7, 6.2.8);

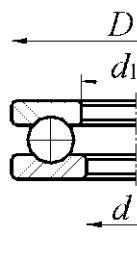


Рис. 6.2.7

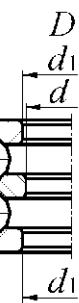


Рис. 6.2.8

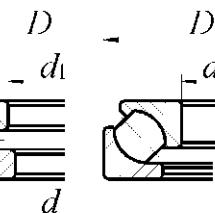


Рис. 6.2.8

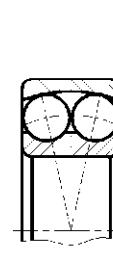


Рис. 6.2.8

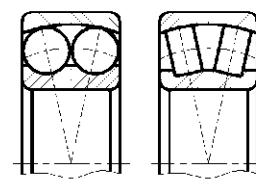


Рис. 6.2.9

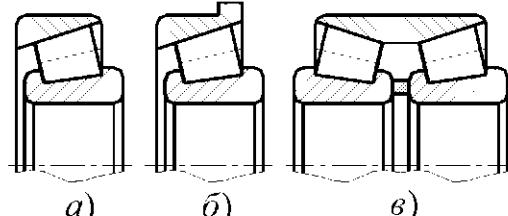


Рис. 6.2.6

Деление подшипников в зависимости от направления действия воспринимаемой нагрузки носит в ряде случаев условный характер. Например, шариковый радиальный однорядный подшипник успешно применяют для восприятия совместно действующих радиальной и осевой нагрузок, а упорно-радиальные подшипники часто используют для восприятия только осевых нагрузок.

— по числу рядов качения:

- однорядные;
- двухрядные;
- четырехрядные.

— по способу компенсации перекосов вала:

- несамоустанавливающиеся;
- самоустанавливающиеся – допускающие поворот оси внутреннего кольца по отношению к оси наружного кольца (рис. 6.2.9).

Подшипники с отверстием одного внутреннего диаметра по соотношению габаритных размеров подразделяют на *размерные серии* – сочетания серий диаметров и ширин (высот), определяющее габаритные размеры подшипника. Для подшипников качения по стандартам установлены следующие *размерные серии*:

— диаметров: 0, 8, 9, 1, 7, 2, 3, 4, 5 (в порядке увеличения размера наружного диаметра подшипника при одинаковом диаметре отверстия);

— ширину или высоту: 7, 8, 9, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 (в порядке увеличения размера ширины или высоты).

Несущая способность подшипников качения одинаковых типов и внутренних диаметров увеличивается при переходе на серию с большим номером. Это облегчает подбор подшипников одинаковых внутренних диаметров и типов для валов и осей, работающих в различных условиях.

Стандарт устанавливает *классы точности* подшипников, приведенные в нижеприведенной таблице.

Перечень классов точности дан в порядке повышения точности.

Класс точности	Тип подшипника
0, 6, 5, 4, 2, Т	Шариковые радиальные
	Роликовые радиальные
	Шариковые радиально-упорные
0, 6, 5, 4, 2	Упорные и упорно-радиальные
0, 6Х, 6, 5, 4, 2	Роликовые конические
Дополнительные классы точности подшипников (8 и 7 – ниже класса точности 0) установлены для применения по заказу потребителей в неответственных узлах	

В общем машиностроении чаще всего применяют подшипники классов 0, 6 и 5.

Классы точности подшипников характеризуются значениями предельных отклонений, размеров, формы, положения поверхностей подшипников.

В зависимости от наличия требований по уровню вибрации или уровня других дополнительных технических требований установлены три категории подшипников – А, В, С.

### 6.3. Маркировка подшипников качения

Маркировка подшипников состоит из их *условного обозначения* в соответствии со стандартом на условные обозначения и *условного обозначения предприятия-изготовителя*. Стандарт устанавливает *систему условных обозначений* подшипников и распространяется на шариковые и роликовые подшипники.

Маркировку в зависимости от применяемого технологического процесса наносят на любые поверхности подшипника, кроме поверхностей качения, любым способом, не вызывающим коррозии подшипников.

*Основное условное обозначение* подшипника состоит из семи основных знаков, обозначающих следующие признаки:

— размерную серию ширины,

- конструктивное исполнение,
- тип подшипника,
- класс точности,
- размерную серию диаметров,
- внутренний диаметр подшипника.

*Основное условное обозначение подшипника характеризует основное исполнение:*

- с кольцами и телами качения из подшипниковой стали ШХ15;
- класса точности 0;
- с сепаратором, установленным для основного конструктивного исполнения согласно отраслевой документации.

*Дополнительные знаки условного обозначения располагают справа и слева от основного условного обозначения.*

*Дополнительные знаки справа начинают с прописной буквы, а дополнительные знаки слева отделены от основного условного обозначения знаком «тире».*

Рассмотрим порядок расположения знаков основного условного обозначения подшипников с внутренним диаметром от 10 мм до 500 мм.

### 1. Обозначение внутреннего диаметра подшипника.

*Крайние два числовых знака справа обозначают условный внутренний диаметр подшипника.*

Для подшипников, имеющих внутренний диаметр 20 мм и более, условный внутренний диаметр обозначают частным от деления名义ного значения этого диаметра на число 5.

Обозначения диаметров отверстия подшипников в диапазоне (10 – 17) мм приведены в нижеприведенной таблице.

Внутренний диаметр подшипника, мм	Условный внутренний диаметр
10	00
12	01
15	02
17	03

### 2. Обозначение размерных серий.

*Третий числовой знак справа, обозначающие серию диаметров совместно с седьмым справа знаком, обозначающим серию ширин (высот), обозначают размерную серию подшипника.*

*Серия ширин (высот), имеющая знак 0, в условном обозначении не указывается.*

### 3. Обозначение типов подшипников.

Четвертый числовой знак справа обозначает тип подшипника.

Тип подшипника	Четвертый знак
Шариковый радиальный	0
Шариковый радиальный сферический	1
Роликовый радиальный с короткими цилиндрическими роликами	2
Роликовый радиальный сферический	3
Тип подшипника	Четвертый знак
Роликовый игольчатый или с длинными цилиндрическими роликами	4
Роликовый радиальный с витыми роликами	5
Шариковый радиально-упорный	6
Роликовый конический	7
Шариковый упорный или упорно-радиальный	8
Роликовый упорный или упорно-радиальный	9

### 5. Обозначение конструктивного исполнения.

Пятый и шестой числовые знаки справа обозначают конструктивные исполнения подшипников, которые для каждого типа подшипников по ГОСТ 3395-89 обозначают цифрами от 00 до 99.

Обозначение серии ширин, конструктивного исполнения и типа подшипника, имеющее знак 0 (00), стоящий левее последней значащей цифры, опускают, если серия ширин обозначена знаком 0. В этом случае условное обозначение подшипника может состоять из двух, трех или четырех цифр.

Примеры основных условных обозначений:

32205 – подшипник роликовый радиальный с короткими цилиндрическими роликами без бортов на внутреннем кольце с диаметром отверстия 25 мм, серии диаметров 2, серии ширин 0;

4074103 – подшипник радиальный роликовый игольчатый с массивными кольцами с диаметром отверстия 17 мм, серии диаметров 1, серии ширин 4.

## 6.4. Характеристики подшипников качения основных типов

Рассмотрим характеристики наиболее распространенных подшипников.

#### **6.4.1. Тип 0 – шариковый радиальный подшипник**

*Шариковые радиальные однорядные подшипники основного конструктивного исполнения* (обозначение 0000, рис. 6.2.2, а) предназначены для восприятия радиальных и ограниченных осевых сил любого направления являются наиболее распространенными и дешевыми. Грузоподъемность их ниже, чем у роликоподшипников равных размеров. Могут работать под воздействием только осевой силы при высокой частоте вращения, т.е. в условиях, для которых упорные шариковые подшипники не пригодны. Обеспечивают осевое фиксирование вала в двух направлениях. Не являясь самоустанавливающимися, допускают небольшие углы взаимного перекоса внутреннего и наружного колец (до 30°), значения которых зависят от радиальных зазоров в подшипнике. При одинаковых габаритных размерах эти подшипники работают с меньшими потерями на трение и при большей частоте вращения вала, чем подшипники всех других конструкций.

*/Другие конструктивные исполнения:*

*с канавкой по ГОСТ 2893-82 на наружном кольце для установочного кольца* (обозначение 50000, рис. 6.2.2, б); применение установочного кольца упрощает осевое крепление подшипника в корпусе и позволяет выполнять сквозную обработку отверстий корпуса под установку наружных колец подшипников;

*с упорным бортом на наружном кольце* (840000, рис. 6.2.2, в); наличие упорного борта на наружном кольце позволяет выполнять сквозную обработку отверстий корпуса под установку наружных колец; возможны исполнения с одной (860000) и двумя (880000) защитными шайбами;

*с одной* (60000, рис. 6.2.2, г) или *с двумя* (80000, рис. 6.2.2, д) *защитными шайбами*, которые предохраняют подшипники от утечки смазочного материала и проникновения пыли и грязи в полость подшипника;

*с односторонним* (160000, рис. 6.2.2, е) или *с двухсторонним* (180000, рис. 6.2.2, ж) *уплотнением* из маслостойкой резины или пласти массы; эффективность герметизации выше, чем у подшипников с защитными шайбами.

#### **6.4.2. Тип 1 – шариковый радиальный сферический подшипник**

*Шариковые радиальные сферические двухрядные подшипники основного конструктивного исполнения* (обозначение 1000, рис. 6.2.9, а) предназначены для восприятия радиальных сил, но могут воспринимать и ограниченные осевые силы любого направления. Наличие осевой составляющей приводит к неравномерности в распределении сил между

рядами. Радиальная грузоподъемность ниже, чем у радиальных однорядных шарикоподшипников.

Дорожка качения на наружном кольце подшипника обработана по сфере. Поэтому подшипник способен *самоустанавливаться* и работать при значительном перекосе внутреннего кольца (вала) относительно наружного кольца (корпуса). Применяют в узлах с нежесткими валами и в конструкциях, в которых не может быть обеспечена надлежащая соосность отверстий в корпусах.

#### **6.4.3. Тип 2 – роликовый радиальный подшипник с короткими цилиндрическими роликами**

Роликовые радиальные однорядные подшипники с короткими цилиндрическими роликами основного конструктивного исполнения – с бортами на внутреннем кольце и без бортов на наружном кольце (обозначение 2000, рис. 6.2.4, а) – могут воспринимать только *радиальную силу*. Роликоподшипники отличаются большей грузоподъемностью, чем шарикоподшипники. Возможен раздельный монтаж внутреннего (с комплектом роликов) и наружного колец. Допускают *осевое относительное смещение колец*, поэтому возможно применение в качестве *плавающей опоры* (*плавающими опорами* называют опоры, которые допускают осевые смещения одного из концов валов или осей).

*Другие конструктивные исполнения:*

*с однобортовым наружным кольцом (12000, рис. 6.2.4, б);*

*без бортов на внутреннем кольце (32000, рис. 6.2.4, в);*

*с однобортовым внутренним кольцом (42000, рис. 6.2.4, г).*

Подшипники, имеющие наружные и внутренние кольца с бортами, кроме радиальной могут воспринимать ограниченную одностороннюю или двустороннюю осевую силу.

Роликовые радиальные подшипники предъявляют высокие требования к соосности посадочных мест.

Подшипники с модифицированным контактом (ролики или дорожки качения выполнены с небольшой поперечной кривизной) допускают малые взаимные перекосы колец.

#### **6.4.4. Тип 6 – шариковый радиально-упорный подшипник**

*Шариковые радиально-упорные однорядные подшипники* (рис. 6.2.3, а). Основные конструктивные исполнения 36000, 46000 и 66000 различаются *начальными углами контакта* ( $\alpha=12^\circ$ ,  $\alpha=26^\circ$  и  $\alpha=36^\circ$  соответственно). Угол контакта  $\alpha$  – угол между нормалью к площадке контакта и плоскостью вращения подшипника. По скоростным возможностям радиально-

упорные подшипники с небольшим углом контакта ( $12^\circ$ ) не уступают радиальным однорядным шарикоподшипникам. С ростом  $\alpha$  осевая грузоподъемность растет, а предельная частота вращения и допустимая радиальная нагрузка уменьшаются. Планируется переход на выпуск подшипников с углами контакта  $\alpha = 15^\circ$ ,  $\alpha = 25^\circ$  и  $\alpha = 40^\circ$ .

Подшипники предназначены для восприятия *радиальной и осевой силы только одного направления*; работать под действием только радиальной силы без осевой не могут.

Для восприятия осевых сил любого направления и двусторонней фиксации вала эти подшипники устанавливают на валу *попарно*. При сборке узла подшипники необходимо регулировать для получения минимального зазора между шариками и желобами колец при установившемся тепловом режиме.

Чем меньше угол контакта, тем больше *радиальная*, но меньше *осевая жесткость и грузоподъемность* подшипников. С ростом угла контакта снижается предельно допускаемая частота вращения вращающегося кольца вследствие влияния гирокинетического эффекта.

Радиально-упорные подшипники отличаются от радиальных большим числом шариков, которое удается разместить в подшипнике вследствие наличия скоса на кольце, поэтому их жесткость и грузоподъемность выше.

Радиально-упорные подшипники с углом контакта  $\alpha = 12^\circ$  допускают раздельный монтаж наружного и внутреннего (с шариками) колец подшипников, так как в этом варианте наружное кольцо является съемным.

#### *Другие конструктивные исполнения:*

Неразъемные радиально-упорные подшипники *со скосом на внутреннем кольце* (обозначение 36000K, рис. 6.2.3, б), сепараторы которых центрируются по бортикам наружных колец.

При такой конструкции улучшается смазывание мест трения сепаратора о кольцо, сепаратор в процессе работы самобалансируется, снижается барботаж масла, что позволяет использовать такие подшипники в опорах с *повышенной частотой вращения*.

*Чашечные* подшипники (обозначение 56000, рис. 6.2.3, в), широко применяются в приборостроении. Эти подшипники выпускают с наружным диаметром от 1 мм.

#### **6.4.5. Тип 7 – роликовый конический подшипник**

Роликовые радиально-упорные конические подшипники основного конструктивного исполнения повышенной грузоподъемности с нормальным углом контакта от  $10^\circ$  до  $16^\circ$  (обозначение 7000, рис. 6.2.6, а)

предназначены для восприятия радиальной и осевой силы только одного направления.

Отличаются от шариковых радиально-упорных подшипников большей грузоподъемностью, меньшей предельной частотой вращения, меньшей достижимой точностью вращения вала.

В узлах с роликовыми коническими подшипниками должна быть предусмотрена возможность регулирования осевого зазора подшипников. Допускают раздельный монтаж наружного кольца и внутреннего кольца с комплектом роликов.

#### *Другие конструктивные исполнения:*

с большим углом контакта (обозначение 27000A,  $\alpha > 20^\circ$ ); способны воспринимать значительные осевые силы;

с упорным бортом на наружном кольце (обозначение 67000, рис. 6.2.6, б); наличие борта на наружном кольце позволяет выполнять сквозную обработку отверстий корпуса под установку наружных колец подшипников;

— двухрядные с внутренним дистанционным кольцом (обозначение 97000A, рис. 6.2.6, в).

Однорядные конические подшипники необходимо регулировать при сборке, двухрядные регулировать не требуется.

Однорядные подшипники для фиксации вала должны устанавливаться парно, двухрядные подшипники фиксируют положение вала относительно корпуса в осевом направлении в обе стороны.

Конические подшипники требуют строгой соосности посадочных поверхностей вала и корпуса.

#### **6.4.6. Тип 8 – шариковый упорный подшипник**

Основное конструктивное исполнение упорного подшипника – одинарный подшипник (обозначение 8000, рис. 6.2.7, а). Предназначен для восприятия только осевой силы одного направления. Подшипники лучше работают на вертикальных валах. Очень чувствительны к точности монтажа. Вследствие повышенного гирокопического эффекта применяют при значительно меньших, чем другие шарикоподшипники, частотах вращения.

Двойной упорный подшипник с тремя кольцами (обозначение 38000, рис. 6.2.7, б); применяют для восприятия осевых сил в обоих направлениях.

### **6.5. Подшипники качения специального назначения**

С целью уменьшения габаритов подшипниковых узлов в приборах применяют *насыщенные* и *малогабаритные* подшипники.

В *насыпных* подшипниках шарики закладывают в расточенные гнезда (рис. 6.5.1, 6.5.2) или в чашки (рис. 6.5.3).

Насыпные подшипники имеют разнообразные конструкции и размеры и их можно применять не только в приборных конструкциях. Например, насыпные подшипники используют в опорах поворотных частей механизмов больших размеров. Насыпные подшипники, позволяя получать минимальные габариты опор, могут воспринимать комбинированные нагрузки при сравнительно малых потерях на трение. Однако они требуют весьма точного изготовления и высокой твердости рабочих поверхностей контактирующих поверхностей. По сравнению со стандартными подшипниками их нагрузочная способность меньше.

Подшипники *чашечного типа* (рис. 6.5.4, 6.5.5) могут заменять опоры на кернах и центрах.

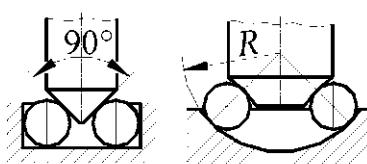


Рис. 6.5.1 Рис. 6.5.2

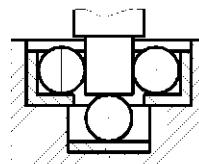


Рис. 6.5.3

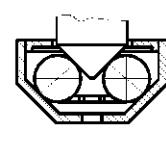


Рис. 6.5.4

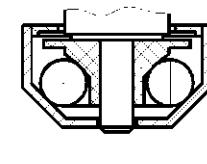


Рис. 6.5.5

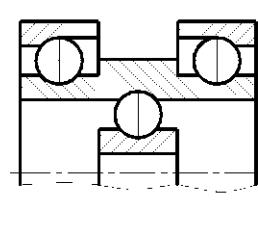


Рис. 6.5.6

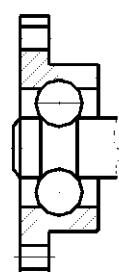


Рис. 6.5.7

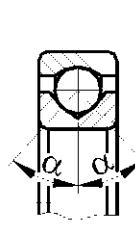


Рис. 6.5.8

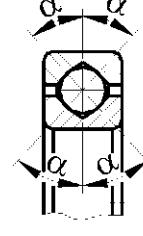


Рис. 6.5.9

В приборах применяют также *специальные* шариковые подшипники, к которым относятся подшипники с *разновращающимися кольцами* (рис. 6.5.6), *без внутреннего кольца* (рис. 6.5.7), *с трехточечным* (рис. 6.5.8) и *четырехточечным контактом* (рис. 6.5.9) и др.

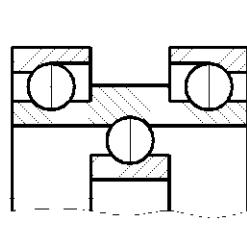


Рис. 6.5.6

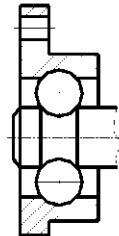


Рис. 6.5.7

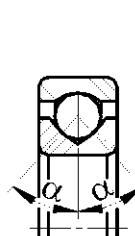


Рис. 6.5.8

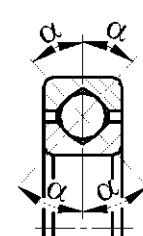


Рис. 6.5.9

Специальные подшипники, кроме уменьшения трения, обеспечивают точное центрирование валов и компенсацию значительных тепловых де-

формаций, хорошую фиксацию в радиальном и осевом направлениях подвижной системы приборов.

Распространенные формы *цапф* приборных осей для сопряжения с малогабаритными и насыпными подшипниками качения показаны на рис. 6.5.1–6.5.5.

## 6.6. Материалы деталей подшипников качения

Кольца и тела качения стандартных подшипников качения изготавливают из специальных шарикоподшипниковых сталей ШХ15, ШХ15СГ, ШХ20СГ, 18ГТ, 20Х2Н4А.

Сепараторы изготавливают в большинстве случаев из мягкой углеродистой стали марок 08kp, 10kp. Сепараторы высокоскоростных подшипников выполняют из текстолита, фторопласта, латуни бронзы. Материалы перечислены в порядке увеличения быстроходности подшипника.

Тела качения и кольца подвергают закалке до (63–67) *HRC*, и обрабатывают по высоким классам шероховатости (до 11-го).

## 6.7. Зазоры в подшипниках качения

Под *радиальным* или *осевым зазором* подразумевают полное, соответственно, радиальное или осевое перемещение в обоих направлениях одного кольца относительно другого.

Оптимальные значения радиальных и осевых зазоров для данных условий эксплуатации подшипника позволяют обеспечить рациональное распределение нагрузки между телами качения, необходимое смещение вала и корпуса в радиальном и осевом направлениях, улучшить и повысить стабильность вибраакустических характеристик, снизить потери на трение.

*Условные обозначения групп зазоров и числовые знания радиального и осевого зазоров в состоянии поставки для подшипников качения устанавливаются стандартом.*

*Посадочный* зазор всегда меньше *начального* в связи с деформациями колец в радиальном направлении после установки подшипника на рабочее место.

При работе подшипникового узла и установившемся температурном режиме образуется *рабочий* зазор, который может быть больше или меньше посадочного в зависимости от схемы установки подшипников, воспринимаемой нагрузки и перепада температур вала и корпуса.

*Рекомендуемые размеры зазоров* для подшипников качения приводятся в специальной справочной литературе.

Осевые и радиальные зазоры подшипников могут быть установлены в определенных пределах только при монтаже в узле машины. Тре-

буемый осевой зазор в упорных подшипниках устанавливают также при монтаже. В зависимости от конструкции узла регулирование осевых зазоров осуществляют *смещением* наружного или внутреннего кольца подшипника. Оптимальное значение зазоров устанавливают экспериментально для каждого конкретного узла. Если подшипники собраны с большим зазором, то всю нагрузку воспринимает только один или два шарика или ролика. Условия работы подшипников при таких больших зазорах неблагоприятны, и поэтому такие зазоры недопустимы.

Уменьшение зазоров приводит к более равномерному распределению нагрузки между телами качения, снижает вибрации, повышает жесткость опоры. Наличие некоторых осевых зазоров положительно скаживается на снижении момента сопротивления вращению.

Обычные радиально-упорные подшипники регулируют так, чтобы осевой зазор при установившемся температурном режиме был бы *близок к нулю*. В этом случае под действием радиальной нагрузки находятся около половины тел качения.

## 6.8. Основные схемы установки подшипников качения

Конструкция подшипниковых узлов должна обеспечивать следующее:

- возможность теплового расширения (удлинения) вала без нарушения нормальной работы подшипников, то есть без нагружения их дополнительными осевыми нагрузками;
- необходимые условия для работы подшипника, то есть смазку и предохранение от пыли и грязи;
- удобство монтажа и демонтажа подшипников;
- при установке подшипников на вал и в корпус осевая сила должна передаваться непосредственно на то кольцо, которое напрессовывается или снимается. Эта сила не должна передаваться через тела качения (шарики или ролики);
- фиксацию положения вала в осевом направлении, за исключением передач с *шевронными колесами* (в последнем случае один из валов, на которые смонтированы шестерня и колесо шевронной передачи, должен быть установлен на двух *плавающих опорах* – осевая фиксация осуществляется не в опорах, а зубьями сопряженных шестерни и колеса шевронной передачи).

Кроме того, все детали узла должны обладать достаточной прочностью и жесткостью.

Наибольшее распространение получили две схемы установки подшипников в корпусах.

Первая схема заключается в том, что *осевое фиксирование вала выполняют в одной опоре*, а другую опору делают *плавающей* (рис. 6.8.1).

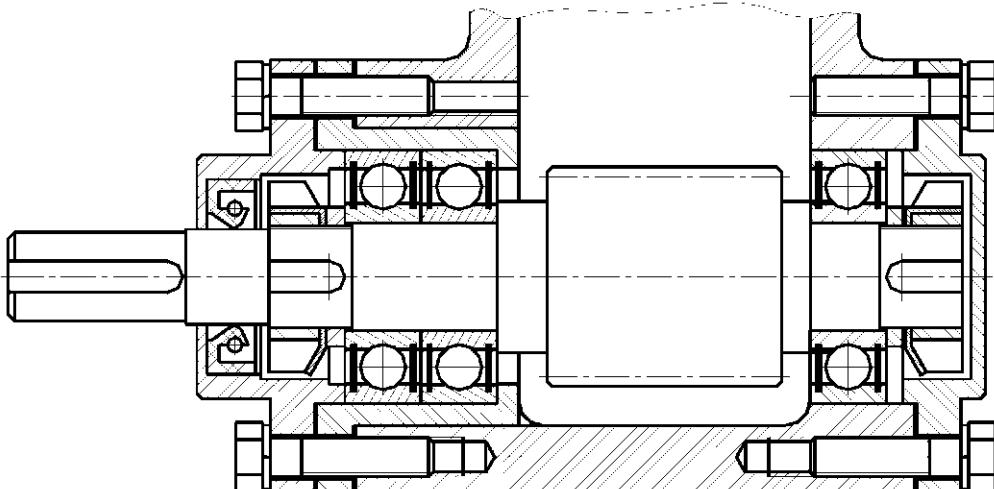


Рис. 6.8.1

*Фиксирующая* опора ограничивает осевое перемещение вала в одном или обоих направлениях и воспринимает радиальную и осевую нагрузки.

*Плавающая* опора не ограничивает осевых перемещений вала и воспринимает только радиальную нагрузку. Поэтому в плавающей опоре обычно применяют *радиальные* подшипники. Такая схема установки подшипников применяют в конструкциях при сравнительно длинных валах (когда отношение расстояния между подшипниками  $l$  к диаметру цапф  $d_{\pi}$  достигает 12), а также при установке валов в подшипники, размещенные в разных корпусах. Жесткость вала может быть повышена установкой в фиксирующей опоре двух подшипников, за счет регулировки которых сводят к минимуму радиальное и осевое смещения вала (рис. 6.8.1).

При установке подшипников с плавающей опорой опасность защемления вала в опорах вследствие нагрева снижается. Поэтому эту схему очень часто используют в червячных редукторах, которые имеют сравнительно низкий КПД.

При температурных колебаниях плавающий подшипник перемещается в осевом направлении на величину удлинения (укорочения) вала. Так как это перемещение может происходить под нагрузкой, поверхность отверстия корпуса изнашивается. Поэтому при действии на опоры вала *только радиальных* сил в качестве плавающей выбирают *менее нагруженную* опору.

Если выходной (входной) конец вала соединяют муфтой с валом другого узла (например, с валом электродвигателя), в качестве *фиксирующей* принимают опору, ближайшую к выходному (входному) концу вала.

*Вторая схема* основана на осевом фиксировании вала в двух опорах – в каждой опоре в одном направлении (рис. 6.8.2, 6.8.3).

Эта схемы применима с определенными ограничениями по расстоянию между опорами, что связано с изменением зазоров в подшипниках вследствие нагрева деталей при работе. При нагреве самих подшипников зазоры в них уменьшаются; при нагреве вала его длина увеличивается.

Наиболее конструктивно проста схема установки подшипников *враспор* (рис. 6.8.2), ее широко применяют при сравнительно *коротких* валах.

Для исключения защемления вала в опорах вследствие нагрева при работе предусматривают зазор  $s$ . Значение зазора должно быть несколько больше ожидаемой тепловой деформации подшипников и вала. В зависимости от конструкции узла и условий эксплуатации  $s = (0,2 - 0,8)$  мм (в узлах с радиально-упорными подшипниками).

При установке враспор внешняя осевая нагрузка будет восприниматься либо одной, либо другой крышкой.

При установке вала по схеме, представленной на рис. 6.8.3, *вероятность защемления подшипников вследствие температурных деформаций вала при росте температуры исключена*, так как при увеличении длины вала осевой зазор в подшипниках увеличивается. Расстояние между подшипниками может быть несколько больше, чем в схеме по рис. 6.8.2. Но превышать *отношение* расстояния между подшипниками  $l$  к диаметру цапф  $d_{ii}$  более 12 не рекомендуется, так как вследствие температурных деформаций

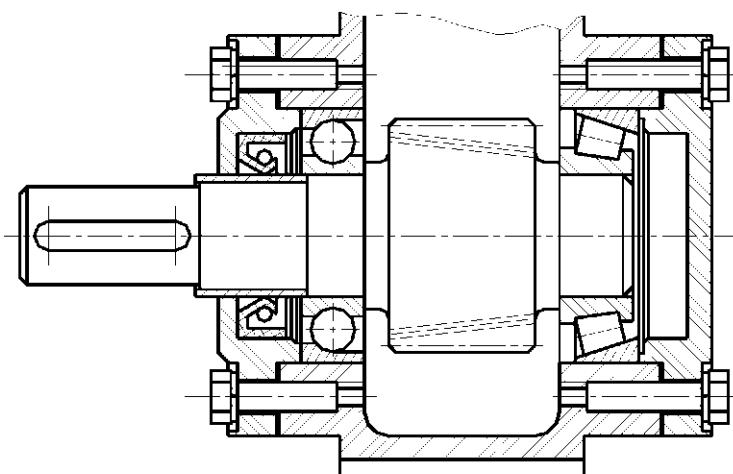


Рис. 6.8.2

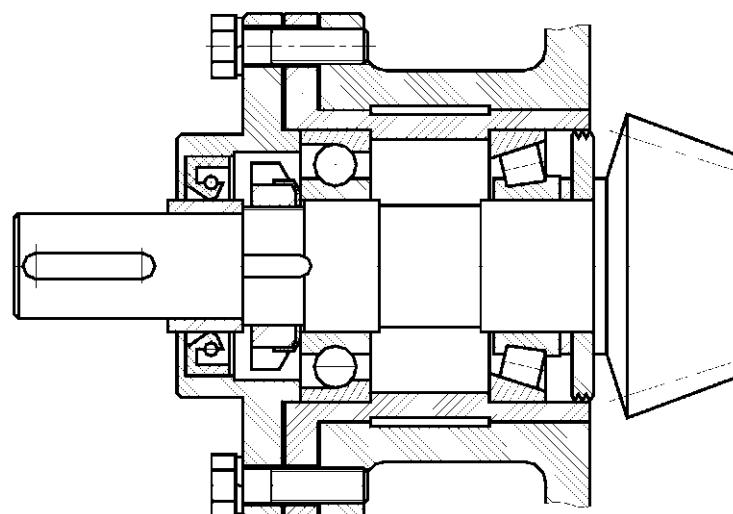


Рис. 6.8.3

вала могут появиться большие осевые зазоры, недопустимые для подшипников.

## **6.9. Критерии работоспособности подшипников качения**

Работоспособность подшипников качения ограничивается:

- *усталостным выкрашиванием* рабочих поверхностей дорожек и тел качения (этот вид разрушения является основным критерием работоспособности);
- *пластическими деформациями* (в результате которых при  $n \leq 1$  об / мин и больших нагрузках на дорожках качения могут появляться вмятины-лунки);
- *раскалыванием колец и тел качения* (раскалывание может быть вызвано неправильным монтажом подшипников, погрешностями формы и размеров посадочных поверхностей валов и корпусов, ударными и вибрационными нагрузками);
- *разрушением сепараторов* (характерно для подшипников, работающих при высоких угловых скоростях);
- *абразивным износом рабочих поверхностей* (наблюдается у подшипников, работающих в загрязненной среде при недостаточной защите от загрязнения).

## **6.10. Указания по подбору подшипников качения**

В настоящее время в России разработаны и приняты методики расчета и выбора подшипников качения по статической и динамической грузоподъемностям, а также проверки предельной скорости вращения и наличия гидродинамического режима смазки подшипников.

### **6.10.1. Статическая грузоподъемность подшипников качения.**

#### **Статическая эквивалентная нагрузка**

##### **6.10.1.1. Общие сведения**

Методы расчета базовой статической грузоподъемности и статической эквивалентной нагрузки для подшипников качения стандартизованы.

При *статическом* нагружении повреждения подшипников проявляются в виде *смятия рабочих поверхностей*.

Приводимые в стандарте формулы и коэффициенты для расчета базовой статической расчетной грузоподъемности основаны на принятых в качестве расчетных значениях *контактных напряжений*.

Применяют следующие *термины и определения*.

*Статическая нагрузка* – нагрузка, действующая на подшипник, кольца которого не вращаются относительно друг друга.

*Базовая статическая радиальная грузоподъемность*  $C_{or}$  – статическая радиальная нагрузка, которая соответствует максимально допускаемым контактным напряжениям в центре наиболее тяжело нагруженной зоны контакта тела качения и дорожки качения подшипника.

Для однорядных радиально-упорных подшипников радиальная грузоподъемность соответствует радиальной составляющей нагрузки, вызывающей чисто радиальное смещение подшипниковых колец относительно друг друга.

*Базовая статическая осевая грузоподъемность*  $C_{oa}$  – статическая центральная осевая нагрузка, которая соответствует максимально допускаемым контактным напряжениям в центре наиболее тяжело нагруженной зоны контакта тела качения и дорожки качения подшипника. равным:

*Статическая эквивалентная радиальная нагрузка*  $P_{or}$  – статическая радиальная нагрузка, которая должна вызвать такие же контактные напряжения в наиболее тяжело нагруженной зоне контакта тела качения и дорожки качения подшипника, как и в условиях действительного нагружения.

*Статическая эквивалентная осевая нагрузка*  $P_{oa}$  – статическая центральная осевая нагрузка, которая должна вызвать такие же контактные напряжения в наиболее тяжело нагруженной зоне контакта тела качения и дорожки качения подшипника, как и в условиях действительного нагружения.

*Диаметр ролика* (для расчета грузоподъемности)  $D_{we}$  – диаметр ролика в среднем сечении.

*Длина ролика* (для расчета грузоподъемности)  $L_{we}$  – наибольшая теоретическая длина контакта ролика и той дорожки качения, где контакт является самым коротким. За длину контакта принимают расстояние между теоретическими точками пересечения поверхности качения и торцами ролика, за вычетом фасок ролика, или ширину дорожки качения, за вычетом галтелей (проточек). При этом выбирают меньшее значение.

*Номинальный угол контакта*  $\alpha$  – угол между радиальным направлением и прямой линией, проходящей через точки контакта тел качения и колец в осевом сечении подшипника. Для дорожки качения с прямолинейной образующей  $\alpha$  – угол между радиальным направлением и линией, перпендикулярной к образующей дорожки качения наружного кольца.

*Диаметр окружности центров тел качения*  $D_{pw}$ .

### 6.10.1.2. Базовая статическая грузоподъемность

*Шариковые радиальные и радиально-упорные подшипники:*

$$C_{or} = f_0 i z D_w^2 \cos \alpha, \quad (6.10.1)$$

где  $f_0$  – коэффициент, зависящий от геометрии деталей подшипника и от принятого уровня напряжения, определяемый по графикам, приводимым в соответствующих справочниках.

$i$  – число рядов тел качения в подшипнике;

$z$  – число шариков, воспринимающих нагрузку в одном направлении;

$D_w$  – диаметр шарика, мм.

*Роликовые радиальные и радиально-упорные подшипники:*

$$C_{or} = 44 \left( 1 - \frac{D_{we} \cos \alpha}{D_{pw}} \right) i z L_{we} D_{we} \cos \alpha, \quad (6.10.2)$$

где  $D_{we}$  – диаметр ролика, мм;

$L_{we}$  – длина ролика, мм;

$z$  – число роликов, воспринимающих нагрузку в одном направлении.

Базовая статическая *радиальная* грузоподъемность двух и более одинаковых однорядных шариковых и роликовых радиальных и радиально-упорных подшипников, установленных рядом на одном валу при их последовательном расположении в случае равномерного распределения между ними нагрузки равна номинальной грузоподъемности одного однорядного подшипника, умноженной на число подшипников.

### 6.10.1.3. Статическая эквивалентная нагрузка

Статическая эквивалентная радиальная нагрузка для *шариковых радиальных и радиально-упорных, роликовых радиально-упорных* ( $\alpha \neq 0^\circ$ ) подшипников равна большему из двух значений, рассчитанных по формулам:

$$P_{0r} = X_0 F_r + Y_0 F_a, \quad (6.10.3)$$

$$P_{0r} = F_r, \quad (6.10.4)$$

где  $F_r$  – радиальная нагрузка на подшипник;

$F_a$  – осевая нагрузка на подшипник;

$X_0$  – коэффициент статической радиальной нагрузки;

$Y_0$  – коэффициент статической осевой нагрузки;

Значения коэффициентов  $X_0$  и  $Y_0$  определяются по справочным таблицам в зависимости от типа подшипника.

Для роликовых радиальных подшипников ( $\alpha = 0^\circ$ ), которые воспринимают только радиальную нагрузку:

$$P_{0r} = F_r. \quad (6.10.5)$$

При расчете статической эквивалентной радиальной нагрузки для двух одинаковых однорядных радиальных шариковых и радиально-упорных шариковых и роликовых подшипников, установленных рядом на одном валу при расположении широкими или узкими торцами друг к другу и образующих общий подшипниковый узел, используют значения  $X_0$  и  $Y_0$  для двухрядных подшипников, а значения  $F_r$  и  $F_a$  принимают в качестве общей нагрузки, действующей на весь комплект.

При расчете статической эквивалентной радиальной нагрузки для двух и более одинаковых однорядных шариковых радиальных, шариковых и роликовых радиально-упорных подшипников, установленных последовательно на одном валу, используют значения  $X_0$  и  $Y_0$  для однорядных подшипников, а значения  $F_r$  и  $F_a$  принимают в качестве общей нагрузки, действующей на весь комплект.

## 6.11. Динамическая грузоподъемность подшипников качения. Динамическая эквивалентная нагрузка

### 6.11.1. Общие сведения

Методы вычисления базовой динамической расчетной грузоподъемности и расчетного ресурса подшипников качения стандартизованы.

Разрушение вращающегося под нагрузкой подшипника качения происходит вследствие усталостных процессов в металле колец и тел качения.

Применяют следующие термины и определения.

*Расчетный ресурс* – основной показатель правильности выбора подшипника.

*Ресурс* – число оборотов, которое одно из колец подшипника (или кольца упорного двойного подшипника) делает относительно другого кольца до появления первых признаков усталости металла одного из колец или тел качения.

*Надежность* – вероятность того, что данный подшипник достигнет или превысит расчетный ресурс.

*Базовый расчетный ресурс*  $L_{10}$ , миллионов оборотов, – ресурс, соответствующие 90%-й надежности для подшипника, изготовленного из обычного материала с применением обычных технологий и условий эксплуатации.

*Базовая динамическая радиальная расчетная грузоподъемность*  $C_r$ ,

– *постоянная радиальная нагрузка*, которую подшипник теоретически может воспринимать при базовом расчетном ресурсе, составляющем один миллион оборотов. Для *радиально-упорных однорядных* подшипников радиальная расчетная грузоподъемность соответствует радиальной составляющей нагрузки, которая вызывает чисто радиальное смещение подшипниковых колец относительно друг друга.

*Базовая динамическая осевая расчетная грузоподъемность*  $C_a$ , – *постоянная центральная осевая нагрузка*, которую подшипник теоретически может воспринимать при базовом расчетном ресурсе, составляющем один миллион оборотов.

*Динамическая эквивалентная радиальная нагрузка*  $P_r$ , – постоянная радиальная нагрузка, под воздействием которой подшипник будет иметь такой же ресурс, как и в условиях действительного нагружения.

*Динамическая эквивалентная осевая нагрузка*  $P_a$ , – постоянная центральная осевая нагрузка, под воздействием которой подшипник будет иметь такой же ресурс, как и в условиях действительного нагружения.

*Диаметр ролика*  $D_{we}$ , – диаметр среднего сечения ролика.

*Длина ролика*  $L_{we}$ , – теоретическая длина контакта ролика и дорожки качения.

*Номинальный угол контакта*  $\alpha$ , – угол в осевом сечении подшипника между радиальным направлением и прямой линией, проходящей через точки контакта тела качения с дорожками качения колец.

Для дорожки качения с *прямолинейной* образующей  $\alpha$  – угол между радиальным направлением и линией, перпендикулярной к образующей дорожки качения наружного кольца.

*Диаметр окружности центров набора шариков (роликов)*  $D_{pw}$ , – диаметр окружности, проходящей через центры тел качения в одном ряду подшипника.

*Нормальные условия эксплуатации* – условия, которые являются оптимальными для подшипника (подшипник правильно установлен, смазан, защищен от проникания инородных тел; нагрузка соответствует типоразмеру подшипника; подшипник не подвергается чрезмерным изменениям температуры и частоты вращения).

### **6.11.2. Базовая динамическая расчетная грузоподъемность**

*Шариковые радиальные и радиально-упорные подшипники:*

при  $D_w \leq 25,4$  мм:

$$C_r = 1,3 f_c (i \cos \alpha)^{0,7} z^{0,67} D_w^{1,8}, \quad (6.11.1)$$

при  $D_w > 25,4$  мм:

$$C_r = 3,647 b_m f_c (i \cos \alpha)^{0,7} z^{0,67} D_w^{1,4}. \quad (6.11.2)$$

В формулах (6.11.1) и (6.11.2):

$i$  – число рядов тел качения в подшипнике;

$f_c$  – коэффициент, зависящий от геометрии деталей подшипника и от принятого уровня напряжения; его значения можно определять по графикам, приведенным в соответствующей справочной литературе;

$D_w$  – диаметр шарика, мм;

$z$  – число тел качения в однорядном подшипнике; число тел качения в одном ряду многорядного подшипника при одинаковом числе их в каждом ряду.

*Роликовые радиальные и радиально-упорные подшипники:*

$$C_r = b_m f_c (i L_{we} \cos \alpha)^{0,78} z^{0,75} D_{we}^{1,074}, \quad (6.11.3)$$

где  $b_m = 1,0$  для игольчатых подшипников со штампованным наружным кольцом;

$b_m = 1,1$  для роликовых цилиндрических, конических и игольчатых с кольцами, подвергнутыми обработке резанием;

$b_m = 1,15$  для роликовых сферических;

$f_c$  – коэффициент, зависящий от геометрии деталей подшипника и от принятого уровня напряжения; его значения можно определять по графикам, приведенным в соответствующей справочной литературе.

При расчете базовой динамической радиальной грузоподъемности для двух одинаковых шариковых радиальных однорядных подшипников, установленных рядом на одном и том же валу, эту пару подшипников рассматривают как один двухрядный радиальный подшипник.

При расчете базовой динамической радиальной грузоподъемности для двух одинаковых шариковых и роликовых радиально-упорных однорядных подшипников, смонтированных рядом на одном и том же валу (парный монтаж) по схеме «широкий торец к широкому» или «узкий торец к узкому» так, что они работают как один узел, эту пару рассматривают как один двухрядный радиально-упорный подшипник.

Базовую динамическую радиальную грузоподъемность для двух или более одинаковых шариковых и роликовых радиально-упорных однорядных подшипников, точно изготовленных и смонтированных последовательно рядом на одном и том же валу так, что они работают как один узел, определяют умножением числа подшипников в степени 0,7

(для шариковых) или 7/9 (для роликовых) на базовую динамическую грузоподъемность одного подшипника.

### 6.11.3. Динамическая эквивалентная нагрузка

Для шариковых радиальных, шариковых и роликовых радиально-упорных подшипников при постоянных радиальной и осевой нагрузках:

$$P_r = XF_r + YF_a, \quad (6.11.4)$$

для роликовых радиальных подшипников с углом  $\alpha = 0^\circ$  при радиальной нагрузке:

$$P_r = F_r. \quad (6.11.5)$$

В формулах (6.11.4) и (6.11.5):

$F_r$  – радиальная нагрузка на подшипник или радиальная составляющая фактической нагрузки, действующей на подшипник;

$F_a$  – осевая нагрузка на подшипник или осевая составляющая фактической нагрузки, действующей на подшипник.

Значения коэффициентов  $X$  динамической радиальной нагрузки и  $Y$  динамической осевой нагрузки в зависимости от типа подшипника можно определять по таблицам, приведенным в соответствующей справочной литературе

При расчете динамической эквивалентной радиальной нагрузки для двух одинаковых шариковых роликовых радиально-упорных однорядных подшипников, смонтированных рядом на одном и том же валу (*парный монтаж*) по схеме «широкий торец к широкому» или «узкий торец к узкому» так, что они работают как один узел, их рассматривают как один двухрядный радиально-упорный подшипник, используя значения  $X$  и  $Y$  для двухрядных подшипников.

При расчете динамической эквивалентной радиальной нагрузки для двух или более одинаковых однорядных шариковых радиальных, шариковых и роликовых радиально-упорных подшипников, смонтированных последовательно рядом на одном и том же валу так, что они работают как один узел, используют значения  $X$  и  $Y$  для однорядного подшипника.

## 6.12. Расчетный ресурс подшипника

Расчетным показателем долговечности подшипника служит базовый ресурс  $I_{10}$ , соответствующий 90%-й надежности (отсюда в обозначении индекс 10, равный разности 100-90).

Базовый расчетный ресурс  $I_{10}$  в миллионах оборотов определяют при 90%-ной надежности:

$$I_{10} = \left( \frac{C}{P} \right)^k, \quad (6.12.1)$$

где  $C$  – базовая динамическая грузоподъемность подшипника (радиальная  $C_r$  или осевая  $C_a$ );

$P$  – эквивалентная динамическая нагрузка (радиальная  $P_r$  или осевая  $P_a$ );

$k$  – показатель степени, равный 3 для шариковых подшипников и равный 3,33 для роликовых подшипников.

Формула расчета ресурса справедлива, если  $P_r$  (или  $P_a$ ), а при переменных нагрузках  $P_{r\max}$  (или  $P_{a\max}$ ), не превышает  $0,5C_r$  (или  $0,5C_a$ ).

По приведенной выше формуле вычисляют базовый расчетный ресурс  $I_{10}$  для подшипников, изготовленных из обычных подшипниковых сталей и эксплуатируемых при нормальных условиях.

## 6.13. Выбор и расчет подшипников качения

### 6.13.1. Силы, нагружающие подшипники

#### 6.13.1.1. Радиальные реакции

Вал на подшипниках, установленных по одному в опоре, условно рассматривают как балку на шарнирно-подвижных опорах или как балку с одной шарнирно-подвижной и одной шарнирно-неподвижной опорой.

Радиальную реакцию  $F_r$  подшипника считают приложенной к оси вала в точке пересечения с ней нормалей, проведенных через середины контактных площадок.

Для радиальных подшипников точка приложения реакции расположена на *середине ширины* подшипника.

Для радиально-упорных подшипников расстояние  $a$  между точкой приложения реакции и торцом подшипника может быть определено графически (рис. 6.13.1) или аналитически:

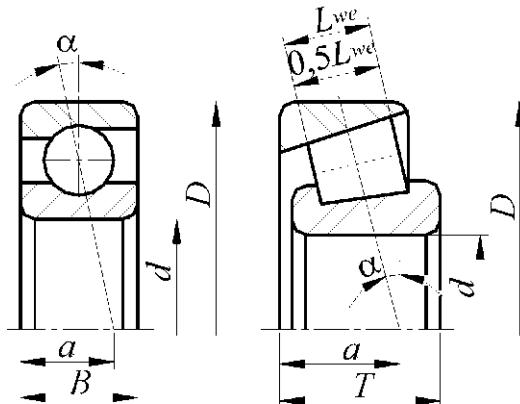


Рис. 6.13.1

подшипники шариковые радиально-упорные однорядные:

$$a = 0,5[B + 0,5(d + D)\operatorname{tg}\alpha], \quad (6.13.1)$$

подшипники роликовые конические однорядные:

$$a = 0,5 \left[ T + \frac{e(d+D)}{3} \right]. \quad (6.13.2)$$

Ширина кольца  $B$ , монтажную высоту  $T$ , коэффициент осевого нагружения  $e$ , угол контакта  $\alpha$ , а также диаметры  $d$  и  $D$  принимают по каталогу подшипников.

Реакции опор определяют из уравнений равновесия. Методика определения *реакций* в опорах приведена в разделах 2.6 и 5.4.4.1.2.

В ряде случаев направление вращения может быть переменным или неопределенным, причем изменение направления вращения может привести к изменению не только направления, но и значений реакций опор. В таких случаях при определении реакций рассматривают наиболее неблагоприятный вариант.

### 6.13.1.2. Осевые реакции

При установке вала на двух радиальных шариковых или радиально-упорных подшипниках *нерегулируемых* типов осевая сила  $F_a$ , нагружающая подшипник, равна по величине внешней осевой силе  $F_A$ , действующей на вал. Силу  $F_A$  воспринимает тот подшипник, который ограничивает осевое перемещение вала под действием этой силы.

При определении осевых сил, нагружающих *радиально-упорные* подшипники *регулируемых* типов, следует учитывать осевые силы, возникающие под действием радиальной нагрузки  $F_r$  вследствие наклона контактных линий. Значения этих сил зависят от типа подшипника, угла контакта, значений радиальных сил, а также от того, как отрегулированы зазоры в подшипниках.

Если подшипники собраны с большим зазором, то всю нагрузку воспринимает только один или два шарика или ролика. Осевая составляющая нагрузки при передаче ее *одним* телом качения равна  $F_r \operatorname{tg} \alpha$ . Условия работы подшипников при таких больших зазорах неблагоприятны, и поэтому такие зазоры недопустимы.

Обычно подшипники регулируют так, чтобы осевой зазор при установленном температурном режиме был бы близок к нулю. В этом случае под действием радиальной нагрузки  $F_r$  находятся около половины тел качения, а суммарная по всем нагруженным телам качения осевая составляющая из-за наклона контактных линий равна  $e'F_r$  и представляет собой *минимальную* осевую силу, которая должна действовать на радиально-упорный подшипник при заданной радиальной силе:

$$F_{a\min}' = e' F_r \quad (6.13.2)$$

В шариковых радиально-упорных подшипниках действительный угол контакта отличается от начального и зависит от радиальной нагрузки  $F_r$  и базовой статической грузоподъемности  $C_{0r}$ . Поэтому коэффициент  $e'$  определяют по формулам:

- для подшипников с углом контакта  $\alpha = 12^\circ$ :

$$e' = 0,563 \left( \frac{F_r}{C_{0r}} \right)^{0,195}, \quad (6.13.3)$$

- для подшипников с углом контакта  $\alpha = 15^\circ$ :

$$e' = 0,579 \left( \frac{F_r}{C_{0r}} \right)^{0,136}, \quad (6.13.4)$$

- для подшипников с углом контакта  $\alpha \geq 18^\circ$ :

$$e' = e. \quad (6.13.5)$$

Значения коэффициента  $e$  в формуле (6.18) принимают по табл. 6.6.

Для конических роликовых подшипников:

$$e' = 0,83e. \quad (6.13.6)$$

Значения коэффициента  $e$  в формуле (6.13.6) принимают по справочной таблице из соответствующего справочника.

Под действием силы  $F_{a\min}$  наружное кольцо подшипника поджато к крышке корпуса. При отсутствии упора кольца в крышку оно будет отжато в осевом направлении, что приведет к нарушению нормальной работы подшипника. Для обеспечения нормальных условий работы осевая сила, нагружающая подшипник, должна быть не меньше минимальной:

$$F_a \geq F_{a\min}. \quad (6.13.7)$$

Это условие должно быть выполнено для каждой опоры.

Если  $F_a \geq F_{a\min}$ , то более половины тел качения подшипника находятся под нагрузкой. Жесткость опоры с ростом осевой нагрузки увеличивается, поэтому в некоторых опорах, например в опорах шпинделей станков, применяют сборку с *предварительным натягом*.

Для нормальной работы радиально-упорных подшипников необходимо, чтобы в каждой опоре осевая сила, нагружающая подшипник, была бы не меньше минимальной:

$$F_{a1} \geq F_{a1\min}. \quad (6.13.8)$$

$$F_{a2} \geq F_{a2\min}. \quad (6.13.9)$$

Кроме того, должно быть выполнено условие равновесия вала – равенство нулю суммы всех осевых сил, действующих на вал. Например, для схемы по рис. 6.13.2:

$$F_A + F_{a1} - F_{a2} = 0. \quad (6.13.10)$$

Рассмотрим пример нахождения осевых реакций в опорах.

В представленной на рис. 6.13.2 расчетной схеме приняты обозначения:

$F_A$  и  $F_R$  — внешние осевая и радиальная нагрузки, действующие на вал;

$F_{r1}$  и  $F_{r2}$  — радиальные реакции опор;

$F_{a1}$  и  $F_{a2}$  — осевые реакции опор.

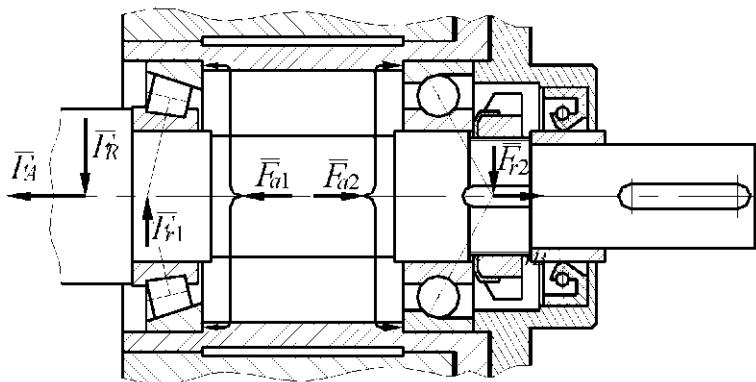


Рис. 6.13.2

Решение по определению осевых реакций в опорах может быть найдено при совместном удовлетворении трех условий:

- из условия (6.13.7) в каждой опоре с учетом (6.13.2) следует:

$$F_{a1} \geq e' F_{r1};$$

$$F_{a2} \geq e' F_{r2};$$

- из условия равновесия вала под действием осевых сил следует:

$$F_A + F_{a1} - F_{a2} = 0.$$

Для нахождения решения применяют метод попыток, предварительно принимая осевую силу в одной из опор равной минимальной.

1. Пусть, например,

$$F_{a1} = e' F_{r1}.$$

Тогда из условия равновесия вала получим:

$$F_{a2} = F_A + F_{a1} = F_A + e' F_{r1}.$$

Проверяем выполнение условия  $F_a \geq F_{a\min}$  для второй опоры.

Если при этом выполняется условие  $F_{a2} \geq e' F_{r2}$ , то осевые силы найдены правильно.

Если  $F_{a2} < e' F_{r2}$ , что недопустимо, то нужно предпринять вторую попытку.

2. Следует принять:

$$F_{a2} = e' F_{r2}.$$

Тогда из условия равновесия вала получим:

$$F_{a1} = F_{a2} - F_A = e' F_{r2} - F_A.$$

При этом условие  $F_{a1} \geq e' F_{r1}$  будет обязательно выполнено.

### 6.13.2. Подбор подшипников

Основной критерий работоспособности и порядок подбора подшипников зависит от значения частоты вращения кольца.

Подшипники выбирают по *статической* грузоподъемности, если они воспринимают внешнюю нагрузку в неподвижном состоянии или при медленном вращении ( $n \leq 10$  об/мин).

Подшипники, работающие при  $n > 10$  об/мин, выбирают по *динамической* грузоподъемности, рассчитывая их ресурс при требуемой надежности.

Подшипники, работающие при частоте вращения  $n > 10$  об/мин и резко переменной нагрузке, также следует проверять на *статическую* грузоподъемность.

Предварительно назначают тип и схему установки подшипников.

Подбор подшипников выполняют для обеих опор вала.

В некоторых изделиях, например в редукторах, для обеих опор рекомендуется применять подшипники одного типа и одного размера. В этом случае подбор выполняют по наиболее нагруженной опоре.

Иногда из соотношения радиальных и осевых сил нельзя заранее с уверенностью определить, какая опора более нагружена. Тогда расчет ведут параллельно для обеих опор до получения значений эквивалентных нагрузок, по которым и определяют более нагруженную опору.

#### 6.13.2.1. Расчет подшипников на статическую грузоподъемность

Значения базовой статической грузоподъемности для каждого подшипника, определенные по формулам (6.10.1), (6.10.2), приведены в каталогах подшипников.

При расчете на статическую грузоподъемность проверяют, не будет ли статическая эквивалентная нагрузка на подшипник превосходить статическую грузоподъемность, указанную в каталоге:

$$P_{0r} \leq C_{0r}. \quad (6.13.11)$$

При повышенных требованиях к плавности хода, шумности и к стабильности момента трения рекомендуется уменьшить допускаемую статическую эквивалентную нагрузку  $P_{0r}$  до  $\frac{C_{0r}}{S_0}$ . Коэффициент безопасности  $S_0$  для упорных подшипников крановых крюков и подвесов равен 1,5;

для приборных прецизионных поворотных устройств  $S_0 = 2$ ; для ответственных тяжелонагруженных опор и поворотных кулис  $S_0 = 4$ .

### 6.13.2.2. Расчет подшипников на заданный ресурс

Исходные данные:

- $F_{r1}$ ,  $F_{r2}$  — радиальные нагрузки (радиальные реакции) опор двухопорного вала;
- $F_A$  — внешняя осевая сила, действующая на вал;
- $n$  — частота вращения кольца (как правило, частота вращения вала);
- $d$  — диаметр посадочной поверхности вала, который берут из компоновочной схемы;
- $L'_{sa}$ ,  $L'_{sah}$  — требуемый ресурс при необходимой вероятности безотказной работы подшипника соответственно в млн. об. или в часах;
- режим нагружения;
- условия эксплуатации подшипникового узла (возможная перегрузка, рабочая температура и др.).

Условия работы подшипников весьма разнообразны и могут различаться по величине кратковременных перегрузок, рабочей температуре, вращению внутреннего или наружного кольца и др. Влияние этих факторов на работоспособность подшипников учитывают введением в расчет эквивалентной динамической нагрузки (формулы (6.9), (6.10)) и дополнительных коэффициентов.

Подбор подшипников качения следует выполнять в такой последовательности.

1. Предварительно назначают тип и схему установки подшипников.
2. Для назначенного подшипника определяют следующие данные:
  - для *шариковых радиальных и радиально-упорных* подшипников с углом контакта  $\alpha < 18^\circ$  — значения базовых динамической  $C_r$  и статической  $C_{0r}$  радиальных грузоподъемностей (по каталогу подшипников);
  - для *шариковых радиально-упорных* с углом контакта  $\alpha \geq 18^\circ$  — значение  $C_r$  (по каталогу подшипников), по справочной таблице — значения коэффициентов нагрузок  $X$  и  $Y$ , коэффициента осевого нагружения  $e$ ;
  - для *конических роликовых* — значение  $C_r$  (по каталогу подшипников) и по справочной таблице определяют значения коэффициентов нагрузок  $X$  и  $Y$ , коэффициента осевого нагружения  $e$ .

3. Из условия равновесия вала и условия ограничения минимального уровня осевых нагрузок на радиально-упорные подшипники определяют осевые силы  $F_{a1}$  и  $F_{a2}$ .

4. Для подшипников шариковых радиальных, а также шариковых радиально-упорных с углом контакта  $\alpha < 18^\circ$  по справочной таблице в соответствии с имеющейся информацией находят значения  $X$ ,  $Y$  и  $e$  в зависимости от  $\frac{f_0 F_a}{C_{0r}}$  или  $\frac{F_a}{izD_w^2}$ .

5. Сравнивают отношение  $\frac{F_a}{VF_r}$  с коэффициентом  $e$  и окончательно принимают значения коэффициентов  $X$  и  $Y$ .

При  $\frac{F_a}{VF_r} \leq e$  принимают  $X=1$ ,  $Y=0$ .

При  $\frac{F_a}{VF_r} > e$  для подшипников шариковых радиальных и радиально-упорных окончательно принимают определенные ранее (в п. 2 и 4) значения коэффициентов  $X$  и  $Y$ .

Здесь  $V$  – коэффициент вращения кольца:

$V=1$  при вращении внутреннего кольца подшипника относительно направления радиальной нагрузки;

$V=1,2$  при вращении наружного кольца.

6. Вычисляют эквивалентную радиальную динамическую нагрузку: для шариковых радиальных и шариковых или роликовых радиально-упорных подшипников:

$$P_r = (VXf_r + Yf_a)K_T K_B, \quad (6.13.12)$$

для роликовых радиальных подшипников:

$$P_r = VF_r K_T K_B. \quad (6.13.13)$$

Значение температурного коэффициента  $K_T$  и коэффициента безопасности  $K_B$  определяют по соответствующим справочным таблицам.

Для подшипников, работающих при переменных режимах нагружения, задаваемых циклограммой нагрузок и соответствующими этим нагрузкам частотами вращения (рис. 6.30) следует вычислять эквивалентную динамическую нагрузку при переменном режиме нагружения:

$$P_E = \sqrt[3]{\frac{P_1^3 L_1 + P_2^3 L_2 + \dots + P_n^3 L_n}{L_1 + L_2 + \dots + L_n}}, \quad (6.13.14)$$

где  $P_i$  и  $L_i$  – постоянная эквивалентная нагрузка (радиальная или осевая) на  $i$ -м режиме и продолжительность ее действия в млн. об.

Если  $I_i$  задана в часах ( $I_{hi}$ ), то ее пересчитывают на млн. об. с учетом частоты вращения  $n_i$ , об/мин:

$$I_i = \frac{60n_i I_{hi}}{10^6}. \quad (6.13.15)$$

Если нагрузка на подшипник изменяется по линейному закону от  $P_{\min}$  до  $P_{\max}$ , то эквивалентная динамическая нагрузка равна:

$$P_E = \frac{P_{\min} + 2P_{\max}}{3} \quad (6.13.16)$$

7. Определяют скорректированный по уровню надежности и условиям применения расчетный ресурс подшипника, ч:

$$L_{sah} = a_1 a_{23} \left( \frac{C_r}{P_r} \right)^k \frac{10^6}{60n}, \quad (6.13.17)$$

где  $C_r$  – базовая динамическая радиальная грузоподъемность подшипника;

$P_r$  – эквивалентная динамическая радиальная нагрузка (при переменном режиме нагружения  $P_{Er}$ );

$k$  – показатель степени:

$k = 3$  для шариковых подшипников,

$k = 3,3$  – для роликовых подшипников;

$n$  – частота вращения кольца;

$a_1$  – коэффициент, корректирующий ресурс в зависимости от необходимой надежности;

$a_{23}$  – коэффициент, характеризующий совместное влияние на ресурс особых свойств подшипника и условий его эксплуатации.

8. Оценивают пригодность намеченного размера подшипника.

Подшипник пригоден, если выполняется условие:

$$L_{sah} \geq \bar{L}_{sah}, \quad (6.13.18)$$

где  $L_{sah}$  – расчетный ресурс подшипника;

$\bar{L}_{sah}$  – требуемый ресурс подшипника.

В некоторых случаях в одной опоре устанавливают два одинаковых радиальных или радиально-упорных однорядных подшипника, образующих один подшипниковый узел. При этом пару подшипников рассматривают как один двухрядный подшипник.

При определении ресурса по формуле (6.33) вместо  $C_r$  подставляют базовую динамическую радиальную грузоподъемность  $C_{rcum}$  комплекта из двух подшипников:

для шарикоподшипников:

$$C_{r\text{сум}} = 1,625C_r, \quad (6.13.19)$$

для роликоподшипников:

$$C_{r\text{сум}} = 1,714C_r. \quad (6.13.20)$$

Базовая статическая радиальная грузоподъемность такого комплекса  $C_{0r\text{сум}}$  равна удвоенной номинальной грузоподъемности одного однорядного подшипника  $C_{0r}$ :

$$C_{0r\text{сум}} = 2C_{0r}. \quad (6.13.21)$$

При определении эквивалентной нагрузки  $P_r$  значения коэффициентов  $X$  и  $Y$  принимают как для двухрядных подшипников: для шарикоподшипников по табл. 6.5-6.8; для роликоподшипников – по табл. 6.8.

## 6.14. Смазка и уплотнения опор на подшипниках качения

### 6.14.1. Общие сведения

Смазка подшипников уменьшает трение, износ и нагрев рабочих поверхностей; обеспечивает отвод теплоты; предохраняет поверхности трения от загрязнения и коррозии; повышает плавность вращения валов и осей; уменьшает шум и в некоторой степени компенсирует колебания нагрузок.

Смазочные материалы разделяют на три вида:

- *жидкие* минеральные смазки, которые изготавливают из нефтяных и синтетических масел;
- *эластичные смазки (консистентные пасты)*, получаемые сгущением жидких масел;

К основным свойствам, характеризующим *качество смазочных веществ*, относятся:

- *вязкость* или *внутреннее трение* масла (жидкости) – способность масла сопротивляться сдвигу смежных слоев при их относительном смещении; вязкость масел существенно падает с увеличением температуры;
- *маслянистость*, или *активность* смазки – способность масла образовывать на смазываемых поверхностях прочные (адсорбированные) пленки; маслянистость является основной характеристикой при работе опор в условиях граничного или полужидкостного трения;
- *пенetrация* – характеризует густоту или консистентность мазей и, в частности, способность покачиваться через систему подачи.

К важным характеристикам масел относятся также температура вспышки и застывания, а мазей – температура разжижения.

*Жидкие* смазки по сравнению с консистентными смазками имеют следующие преимущества: меньший коэффициент трения и большую стабильность свойств; способны проникать в узкие зазоры, обеспечивают лучший отвод теплоты и удаление продуктов износа; допускают смену смазки без разборки опор. Однако жидкие смазки требуют более сложных уплотнений и регулярного наблюдения за подачей.

*Консистентные* смазки эффективны при невысоких скоростях, больших давлениях и рабочей температуре опор до 120°C, а также при переменном режиме работы и длительных перерывах в работе. Они лучше предохраняют опоры от коррозии.

С помощью присадок получают *составные (компаундированные)* смазки, которые имеют высокую маслянистость и способны работать при большом перепаде температур.

При выборе смазки необходимо учитывать условия работы пар трения, характер и величину нагрузок, величину скорости, температурный режим, специфические требования.

*Маловязкие* масла применяют при низких температурах и высоких скоростях, и наоборот, чем больше нагрузка и выше температура, тем большую вязкость должно иметь масло.

#### 6.14.2. Смазка подшипников качения

Преимущественно используют следующие способы смазки подшипников качения.

##### *Картерная смазка.*

При этом способе жидкую смазку осуществляется разбрызгиванием или масляным туманом, то есть подшипники смазывают тем же маслом, которым смазываются детали передач. Гнезда подшипников не изолируются от внутренних полостей коробок скоростей и редукторов. Если зубчатые колеса или специальные разбрызгиватели (рис. 6.14.1), окунавшиеся в масло, имеют достаточные окружные скорости, то брызги и капли масла заполняют внутреннюю полость корпуса, проникают к подшипникам, смазывают и охлаждают их.

##### *Смазка окурнанием.*

Применяют для смазки подшипников горизонтальных валов жидкой смазкой. При малых скоростях подшипники погружают в масляную ванну до центра нижнего тела качения, а при больших скоростях нижнее тело качения должно лишь слегка касаться масла.

##### *Циркуляционная смазка.*

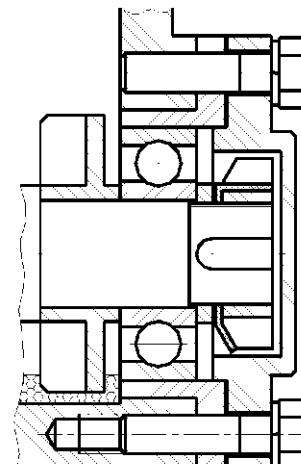


Рис. 6.14.1

Циркуляционную жидкую смазку самотеком или под давлением рекомендуют применять для подшипников вертикальных и высокоскоростных валов, а так же при малых частотах вращения валов.

При циркуляционной смазке масло от насоса через очищающий фильтр и ниппель подается в распределительное устройство, от которого по отдельным трубкам подводится к подшипникам. К подшипникам качения масло подводят с *внешней* стороны подшипника, чтобы оно стекало в картер через подшипник (рис. 6.14.2).

#### *Смазка пластичным смазочным материалом.*

В этом случае подшипники смазывают пластичной смазкой, которой заполняют свободное пространство внутри опоры между крышкой подшипника и маслозащитным кольцом.

Для подачи в подшипники пластичного смазочного материала применяют пресс-масленки (рис. 6.14.3). Масло подают под давлением специальным шприцем.

Пример установки пресс-масленки приведен на рис. 6.14.4.

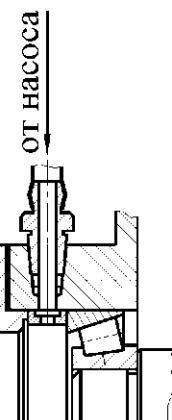


Рис. 6.14.2

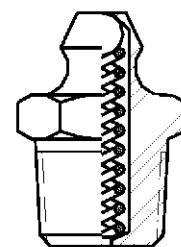


Рис. 6.14.3

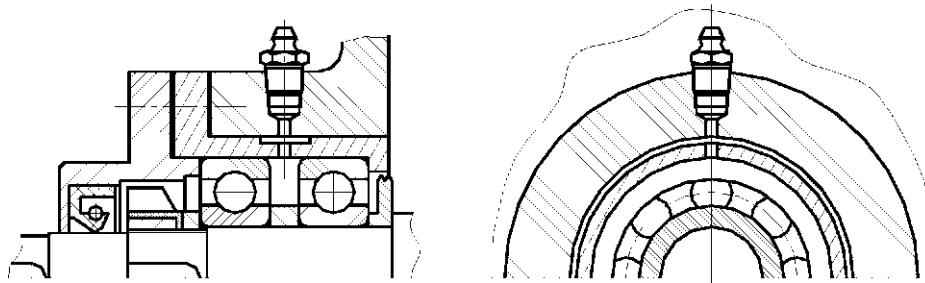


Рис. 6.14.4

Данный способ используется при малых скоростях вращения вращающегося кольца подшипника, а так же в тех случаях, когда опора вала, расположена на значительном расстоянии от уровня масляной ванны (например, верхняя опора вертикального вала).

Пластичную смазку подшипников применяют и при горизонтальном расположении валов, когда частота вращения вала относительно мала, вследствие чего затруднено образование масляного тумана.

Критерием применения данного способа смазки является условие:

$$dn \leq 3 \times 10^6 \text{ мм} \times \text{об/мин}, \quad (6.14.1)$$

где  $d$  – диаметр внутреннего кольца подшипника, мм;

$n$  – частота вращения внутреннего кольца подшипника, об/мин.

*Смазка нижних опор вертикальных валов* (рис. 6.14.5).

Специфика смазки таких опор состоит в том, что необходимо исключить попадание абразивных частиц, образующихся при износе передач, в подшипник. Поэтому нижние опоры вертикальных валов обычно изолируют от масляной ванны и смазывают жидким маслом от насоса или пластичным смазочным материалом. В этом случае для исключения попадания жидкой смазки в подшипник из картера устанавливают изолирующий стакан с вертикальными стенками.

*Использование смазки, закладываемой в полость подшипников с защитными шайбами (рис. 6.2.2, д) или с уплотнением из маслостойкой резины или пластмассы (рис. 6.2.2, ж) при их изготовлении.*

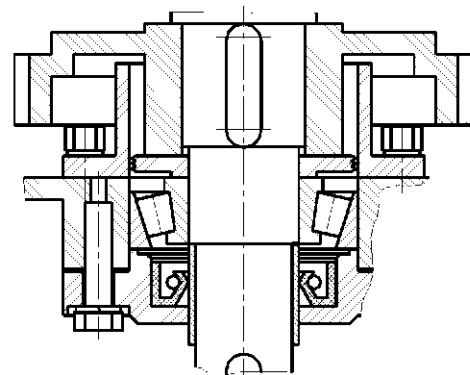


Рис. 6.14.5

### 6.14.3. Уплотнения опор

Уплотнительные устройства предназначены для разделения сред, предотвращения вытекания смазочного материала из подшипниковых узлов, а также для защиты подшипниковых узлов от попадания в них извне пыли и влаги.

В машиностроении получили применение различные конструкции уплотнительных устройств, выбор которых определяется окружной скоростью цапфы вала, условиями окружающей среды (присутствием влаги, пыли, кислот, абразивных частиц) и другими факторами.

Уплотнения, применяемые в машиностроении, делятся на:

- контактные;
- щелевые;
- лабиринтные.

Из контактных уплотнений наибольшее распространение получили контактные манжетные уплотнения.

Манжета (рис. 6.14.6) состоит из корпуса 1, изготовленного из бензомаслостойкой резины, каркаса 2, представляющего собой стальное кольцо Г-образного сечения, и браслетной пружины 3. Каркас придает корпусу манжеты жесткость. Браслетная пружина стягивает уплотняющую часть манжеты, вследствие чего образуется рабочая кромка, плотно охватывающая поверхность вала.

Манжеты, предназначенные для работы в засоренной среде, выполняют с дополнительной рабочей кромкой (рис. 6.14.6, б), называемой

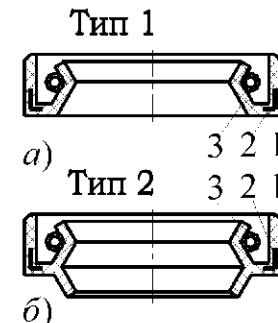


Рис. 6.14.6

мой «пыльником». Размеры манжет, материалы каркаса, определяющие рабочую среду и максимальные окружные скорости, определяются стандартами.

Манжету обычно устанавливают открытой стороной внутрь корпуса (рис. 6.14.7). К рабочей кромке манжеты в этом случае обеспечен хороший доступ смазочного масла.

При запыленной внешней среде также ставят две манжеты (рис. 6.14.8) или одну с пыльником (рис. 6.14.9).

Свободное пространство между манжетами, а также между рабочими кромками манжеты и пыльника заполняют при сборке пластичным смазочным материалом.

Манжетные уплотнения просты по конструкции и достаточно работоспособны при скоростях до 10 м/с и температуры до 90° С, но требуют регулировки прижатия, высокого класса шероховатости шеек валов и систематического наблюдения.

Бесконтактные *щелевые* (рис. 6.14.10) и *лабиринтные* (рис. 6.14.11) уплотнения применяются в быстроходных узлах и являются одними из наиболее совершенных и надежных типов уплотнений.

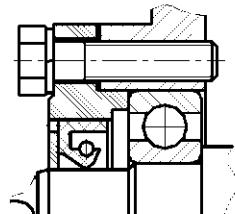


Рис. 6.14.7

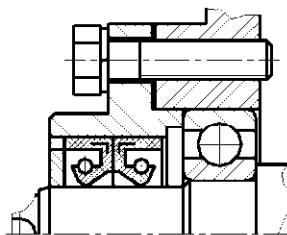


Рис. 6.14.8

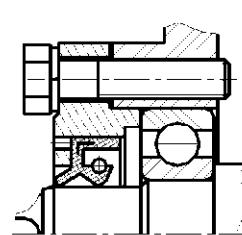


Рис. 6.14.9

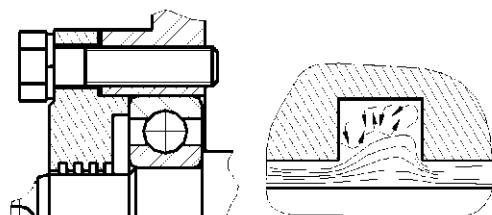


Рис. 6.14.10

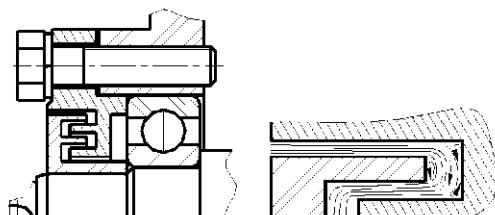


Рис. 6.14.11

Применение этих уплотнений не ограничено окружной скоростью, температурой узла и видом его смазки. Малый зазор сложной извилистой формы между вращающейся и неподвижной частями узла, заполненный консистентной смазкой, предохраняет подшипник от проникновения в него пыли и влаги, а также препятствует вытеканию масла. Бесконтактные уплотнения не вызывают износа валов, так как герметизация достигается заполнением зазоров густой смазкой.

Некоторые типы подшипников качения имеют встроенные уплотнения, что значительно упрощает конструкцию подшипниковых узлов.

## **7. СТАНДАРТИЗАЦИЯ И ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТЬ**

### **7.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ**

*Стандартизацией называется установление и применение правил с целью упорядочения деятельности в определенной области для достижения всеобщей максимальной экономии при соблюдении качества продукции, условий эксплуатации и требований безопасности.*

Существующая в России Государственная система стандартизации, состоящая из комплекса взаимоувязанных стандартов, определяет цели, задачи, терминологию, организацию и методику проведения работ по стандартизации.

К числу основных задач стандартизации относятся:

- установление требований к качеству готовой продукции;
- определение единой системы показателей качества продукции, методов и средств ее испытания и контроля;
- установление норм, требований и методов в области проектирования и производства продукции с целью обеспечения оптимального качества и устранения излишнего многообразия видов марок и типоразмеров продукции;
- развитие унификации и агрегирования промышленной продукции, особенно машин, оборудования и приборов;
- обеспечение единства и правильности измерений, создание и совершенствование государственных эталонов единиц измерения;
- установление единых систем документации, классификации и кодирования всей продукции, технико-экономической информации;
- установление единых терминов, обозначений и величин в важнейших областях науки и техники, а также в отраслях народного хозяйства.

*Стандартом* называется нормативно-технический документ по стандартизации, устанавливающий комплекс норм, правил, требований к объекту стандартизации и утвержденный компетентным органом. Стандарт может быть разработан как на материальные предметы {например, на болты, гайки и т.п.), так и на нормы, правила, требования к объектам организационно-методического и общетехнического характера (например, на чертежный шрифт, форму спецификации на чертежах и пр.)

Различают следующие основные категории стандартов:

ГОСТ – государственный стандарт;

ОСТ – отраслевой стандарт;

СТП – стандарт предприятия.

Перечисленные категории стандартов являются обязательными соответственно в пределах России (ГОСТ), какой-либо отрасли промышленности (ОСТ) или предприятия (СТП).

Кроме стандартов в целях нормализации параметров продукции используются и *технические условия*, являющиеся нормативно-техническим документом, устанавливающим комплекс требований к конкретным типам, маркам и артикулам продукции.

При разработке национальных стандартов учитываются рекомендации, содержащиеся в *международных стандартах ISO*.

*Взаимозаменяемостью* называется свойство независимо изготовленных деталей занимать свое место в сборочной единице без дополнительной механической или термической обработки при сборке, обеспечивая при этом выполнение заданных им функций в соответствии с техническими требованиями к работе данного узла или машины.

Взаимозаменяемость дает возможность значительно повысить производительность сборки и удешевить производство изделий. Кроме того, она приводит к повышению культуры ремонта машин, к упрощению и ускорению ремонтных работ, дает возможность обеспечить ремонтные предприятия запасными частями. Очевидно, что производство взаимозаменяемых деталей, узлов и изделий возможно только при условии соблюдения стандартов на материалы, полуфабрикаты и готовые изделия.

*Степень взаимозаменяемости* во многом определяется *унификацией* (рациональным сокращением многообразия видов, типов и типоразмеров изделий одинакового функционального назначения), направленной на развитие *агрегирования*, задачей которого является создание и эксплуатация машин, на основе взаимозаменяемости отдельных агрегатов и узлов, каждый из которых может быть использован при создании различных модификаций машин одного или разного функционального назначения.

## 7.2. ОШИБКИ ДЕТАЛЕЙ И МЕХАНИЗМОВ

*Точностью* детали или механизма называется *степень соответствия* действительных размеров, геометрических, кинематических и других параметров их заданным значениям. С уменьшением этого несоответствия повышается точность параметров, однако прогрессивно возрастает стоимость изготовления и эксплуатации изделий.

Необходимая *точность* деталей, узлов и комплектующих изделий по *геометрическим параметрам*, характеризующаяся *отклонениями размеров и поверхностей*, является одним из основных условий осуществления взаимозаменяемости.

Ошибки в размерах, а также в форме и расположении геометрических поверхностей звеньев вызывают *погрешности взаимного положения* и *перемещения* звеньев при работе механизмов. Эти ошибки называют *первичными* и делят на *систематические, случайные и грубые*.

*Систематическими ошибками* называют ошибки постоянные по величине и знаку или изменяющиеся по определенному закону. Они вызываются упрощениями кинематической схемы механизма, погрешностями входных данных, а также средними отклонениями размеров звеньев. Систематические ошибки для конкретного механизма и даже типа механизмов имеют постоянное значение и вычисляются по систематическим ошибкам отдельных звеньев. Следовательно, систематическая ошибка характеризует точность серии или вида одинаковых механизмов и ее численная величина учитывается в виде соответствующей поправки или полностью компенсируется.

*Случайными ошибками* называют ошибки, числовое значение которых заранее нельзя предсказать, так как их появление обусловлено произвольным воздействием независимых друг от друга случайных факторов. Случайная ошибка является индивидуальной характеристикой конкретного экземпляра из серии механизмов и ее численное значение не должно выходить за установленные пределы разброса случайных величин. Поэтому для серии одинаковых механизмов случайная ошибка отдельно не учитывается.

Случайные ошибки делят на *технологические и эксплуатационные*.

К *технологическим* относят ошибки, являющиеся результатом погрешностей изготовления механизмов.

К *эксплуатационным* относятся ошибки, возникающие в процессе эксплуатации от деформации, износа, проскальзывания звеньев и т.д.

Если необходимо учесть систематические и случайные ошибки, то общую ошибку определяют суммированием систематических и случайных ошибок.

Влияние *случайных* факторов не позволяет заранее определить численное значение ошибки размера отдельной детали, взятой из партии или величину ошибки того или иного механизма. Однако опыт изготовления, эксплуатации и ремонта деталей и механизмов показал, что численное влияние случайных ошибок на точность изделий может оцениваться с помощью методов теории вероятностей и математической статистики. *Распределение случайных ошибок*, возникающих в размерах при механической обработке деталей, сборке механизмов, а также при снятии показаний приборов, приближается к *закону нормального распределения* (закону Гаусса), который выражается кривой, представленной на рис. 7.2.1.

Аналитическое выражение плотности вероятности нормального закона имеет следующий вид:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D(x)}} \exp \left\{ -\frac{[x - M(x)]^2}{2D(x)} \right\}, \quad (7.2.1)$$

где  $M(x)$  – математическое ожидание (среднее значение признака, характеризующее положение центра рассеяния),

$D(x)$  – дисперсия (характеристика рассеяния относительно центра  $M(x)$ ),

$\omega$  – предельное практическое поле рассеяния.

В практических расчетах в качестве характеристики рассеяния вместо  $D(x)$  принимают значение *среднего квадратичного отклонения*:

$$\sigma = \sqrt{D(x)}. \quad (7.2.2)$$

Кривая Гаусса симметрична относительно своей максимальной ординаты, следовательно, одинаковые по абсолютному значению положительные и отрицательные отклонения от  $M(x)$  равновероятны.

Форма кривой показывает, что отклонения от  $M(x)$  малой по абсолютному значению величины появляются чаще, чем отклонения большой величины, а весьма большие отклонения вообще маловероятны.

В пределах  $\pm\sigma$  находится 68,27% всех возможных значений случайной величины, а в пределах предельного практического поля рассеяния  $\omega = 6\sigma$  – 99,73%. Это означает, что из 1000 обработанных деталей бракованных может оказаться не более трех.

Для практических целей достаточно ограничить колебания или разброс действительных значений параметров такими пределами, с учетом характера и степени ответственности каждого размера детали, при которых будет обеспечено необходимое качество работы механизмов.

## 7.3. Допуски и посадки

### 7.3.1. Термины и определения

В соединении по *сопрягаемым* *поверхностям* двух деталей (рис. 7.3.1) различают *охватывающую* и *охватываемую* поверхности.

*Охватывающую* поверхность независимо от вида поперечного сечения условно называют *отверстием*, а *охватываемую* – *валом*.

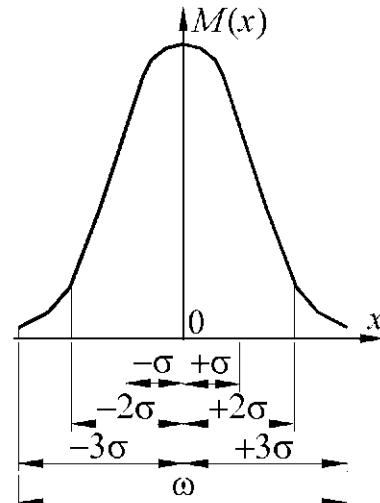


Рис. 7.2.1

Параметры, относящиеся к охватывающей поверхности (к отверстию), обозначают *протисными* (заглавными) буквами, а к охватываемой (к валу)- *строчными*.

Термины и определения стандартизированы ГОСТ 25346-89.

*Размером* называется числовое значение линейной величины (диаметра, длины и т.п.) в выбранных единицах измерения. В машино- и приборостроении все размеры в технической документации задают и указывают в *миллиметрах*.

*Номинальным размером* ( $D_n, d_n$ ) называется основной размер, относительно которого определяются отклонения (рис. 7.3.2).

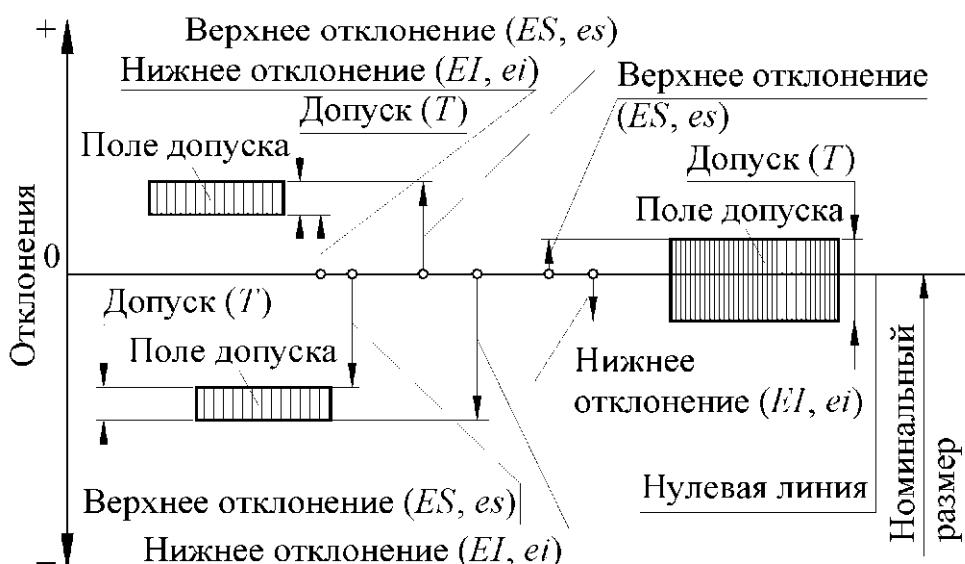


Рис. 7.3.2

Номинальный размер определяется из расчета на прочность, жесткость, износостойкость и по другим критериям работоспособности или по конструктивным соображениям, а затем округляется (как правило, в большую сторону) в соответствии с *нормальным рядом чисел*.

*Действительным размером* называют размер, полученный в результате измерения с допустимой погрешностью.

*Предельные размеры* – два предельно допустимых размера элемента, между которыми должен находиться действительный размер.

*Наибольший предельный размер* ( $D_{\max}, d_{\max}$ ) – наибольший допустимый размер элемента.

*Наименьший предельный размер* ( $D_{\min}, d_{\min}$ ) – наименьший допустимый размер элемента.

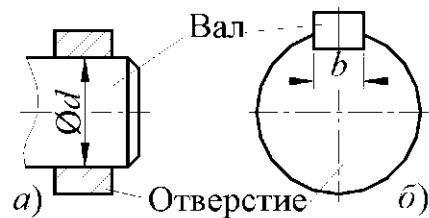


Рис. 7.3.1

*Предельное отклонение* – алгебраическая разность между предельным и соответствующим номинальным размерами. Различают *верхнее* и *нижнее* предельные отклонения.

*Действительное отклонение* – алгебраическая разность между действительным и соответствующим номинальным размерами.

*Верхнее отклонение*  $ES$ ,  $es$  – алгебраическая разность между наибольшим предельным и соответствующим номинальным размерами.

$ES$  – верхнее отклонение отверстия:

$$ES = D_{\max} - d; \quad (7.3.1)$$

$es$  – верхнее отклонение вала:

$$es = d_{\max} - d. \quad (7.3.2)$$

*Нижнее отклонение*  $EI$ ,  $ei$  – алгебраическая разность между наименьшим предельным и соответствующим номинальным размерами.

$EI$  – нижнее отклонение отверстия:

$$EI = D_{\min} - d; \quad (7.3.3)$$

$ei$  – нижнее отклонение вала:

$$ei = d_{\min} - d. \quad (7.3.4)$$

*Основное отклонение* – одно из двух предельных отклонений (верхнее или нижнее), ближайшее к нулевой линии.

*Нулевая линия* – линия, соответствующая номинальному размеру, от которой откладываются отклонения размеров при графическом изображении полей допусков и посадок. Если нулевая линия расположена горизонтально, то *положительные* отклонения откладываются *вверх* от нее, а *отрицательные – вниз*.

*Допуск*  $T$  – разность между наибольшим и наименьшим предельными размерами или алгебраическая разность между верхним и нижним отклонениями. Допуск – *абсолютная величина* (без знака).

Для отверстия:

$$T_D = ES - EI; \quad (7.3.5)$$

для вала:

$$T_d = es - ei. \quad (7.3.6)$$

*Стандартный допуск*  $IT$  – любой из допусков, устанавливаемых системой допусков и посадок. (В дальнейшем под термином «допуск» понимается «стандартный допуск»).

*Поле допуска* – поле, ограниченное наибольшим и наименьшим предельными размерами и определяемое величиной допуска и его положением относительно номинального размера. При графическом изображении поле допуска заключено между двумя линиями, соответствующими верхнему и нижнему отклонениям относительно нулевой линии.

Обобщение опыта изготовления деталей на металлорежущем оборудовании позволило выразить связь между точностью и численными значениями размеров с помощью условной величины (*единицы допуска*).

*Единицы допуска*  $i$ ,  $I$  – множители в формулах допусков, являющийся функцией номинального размера и служащий для определения числового значения допуска.

$i$  – единица допуска для номинальных размеров до 500 мм,

$I$  – единица допуска для номинальных размеров свыше 500 мм.

Так, например, для размеров от 1 мм до 500 мм  $i = 0,53\sqrt{d_{ср}}$  мкм, где  $d_{ср}$  – средний диаметр того или иного интервала диаметров, мм.

Численное значение единицы допуска зависит только от размера изготавляемой детали. Благодаря этому единица допуска позволяет оценивать точность размеров одинаковой величины и является общей мерой или масштабом допусков в разных классах точности.

*Квалитет (степень точности)* – совокупность допусков, рассматриваемых как соответствующие одному уровню точности для всех номинальных размеров.

Принято, что две или несколько деталей разных размеров следует считать одинаковой точности (принадлежащими одному квалитету), если их изготавливают на одном и том же оборудовании при одинаковых условиях обработки (режимах резания и т.д.). Отсюда следует, что точность валов, изготовленных, например, шлифованием во всем диапазоне диаметров одинакова, несмотря на то, что погрешность обработки, как показали эксперименты, растет с увеличением размера обрабатываемой детали.

*Основной вал* – вал, верхнее отклонение которого равно нулю.

*Основное отверстие* – отверстие, нижнее отклонение которого равно нулю.

*Посадка* – характер соединения двух деталей, определяемый разностью их размеров до сборки (рис. 7.3.3).

Посадки характеризуют свободу относительного перемещения соединенных деталей или их способность сопротивляться взаимному смещению.

*Номинальный размер*

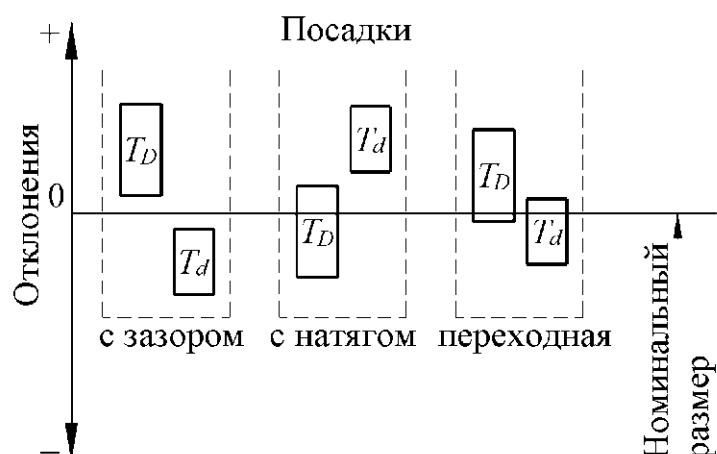


Рис. 7.3.3

*посадки* ( $d$ ) – номинальный размер, общий для отверстия и вала, составляющих соединение.

*Допуск посадки* – сумма допусков отверстия и вала, составляющих соединение.

*Посадка с зазором* – посадка, при которой гарантированно образуется зазор в соединении, т.е. наименьший предельный размер отверстия больше наибольшего предельного размера вала или равен ему.

При графическом изображении поле допуска отверстия расположено *над* полем допуска вала.

Посадки с зазором характеризуются наибольшими ( $S_{\max}$ ) и наименьшими ( $S_{\min}$ ) зазорами.

*Зазор*  $S$  – разность между размерами отверстия и вала до сборки, если размер отверстия больше размера вала:

$$S = D - d. \quad (7.3.7)$$

$$S_{\max} = D_{\max} - d_{\min}, \quad (7.3.8)$$

$$S_{\min} = D_{\min} - d_{\max}. \quad (7.3.9)$$

или

$$S_{\max} = ES - ei, \quad (7.3.10)$$

$$S_{\min} = EI - es. \quad (7.3.11)$$

*Посадка с натягом* – посадка, при которой гарантированно образуется натяг в соединении, т.е. наибольший предельный размер отверстия меньше наименьшего предельного размера вала или равен ему.

При графическом изображении поле допуска отверстия расположено *под* полем допуска вала.

Посадки с натягом характеризуются наибольшими ( $N_{\max}$ ) и наименьшими ( $N_{\min}$ ) натягами.

*Натяг*  $N$  – разность между размерами вала и отверстия до сборки, если размер вала больше размера отверстия. Натяг можно определять как отрицательную разность между размерами отверстия и вала:

$$N = -S = -(D - d) = d - D. \quad (7.3.12)$$

$$N_{\max} = d_{\max} - D_{\min}, \quad (7.3.13)$$

$$N_{\min} = d_{\min} - D_{\max}. \quad (7.3.14)$$

или

$$N_{\max} = es - EI, \quad (7.3.15)$$

$$N_{\min} = ei - ES. \quad (7.3.16)$$

*Переходная посадка* – посадка, при которой возможно получение как зазора, так и натяга в соединении, в зависимости от действительных

размеров отверстия и вала. При графическом изображении поля допусков отверстия и вала *перекрываются* полностью или частично.

Переходные посадки характеризуются наибольшими зазорами  $S_{\max}$  и наибольшими натягами  $N_{\max}$ :

$$S_{\max} = D_{\max} - d_{\min}, \quad (7.3.17)$$

$$N_{\max} = d_{\max} - D_{\min} \quad (7.3.18)$$

или

$$S_{\max} = ES - ei, \quad (7.3.19)$$

$$N_{\max} = es - EI. \quad (7.3.20)$$

### 7.3.2. Системы допусков и посадок

Так как характер соединения сопрягаемых деталей определяется *относительным расположением* полей допусков отверстия и вала, то одну и ту же посадку можно при различных расположениях полей допусков относительно нулевой линии, синхронно изменяя положения полей допусков обеих сопрягаемых деталей относительно последней (рис. 7.3.4). Из этого следует, можно получать разнообразные посадки, изменяя положения только поля допуска отверстия (рис. 7.3.5) или только поля допуска вала (рис. 7.3.6).

Деталь, у которой положение поля допуска не зависит от вида посадки, называют *основной деталью*. Это может быть отверстие или вал, имеющие любое основное отклонение.

Таким образом, *основная деталь* – это деталь, по полю допуска которой является

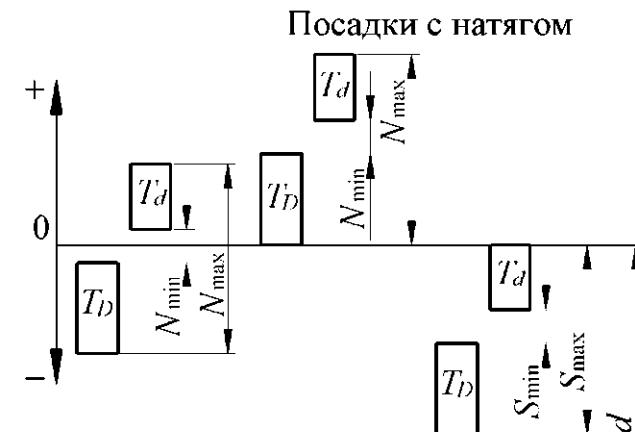
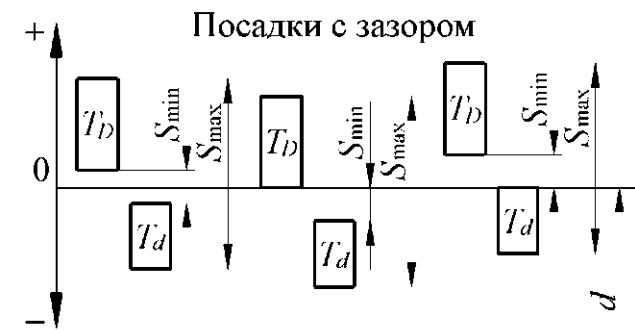


Рис. 7.3.4

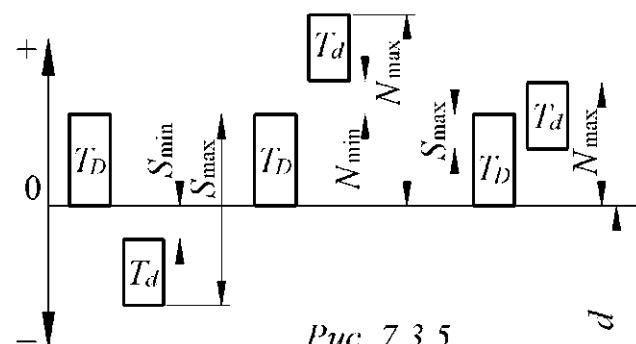


Рис. 7.3.5

базовым для образования посадок.

С целью устранения произвольного выбора *характера соединения*, то есть *посадки*, а также для обеспечения взаимозаменяемости сопрягаемых деталей и стандартизации режущего и измерительного инструмента введена Единая система

допусков и посадок (ЕСДП) – совокупность рядов допусков и посадок, закономерно построенных на основе опыта, теоретических и экспериментальных исследований и оформленных в виде стандартов. Система предназначена для выбора минимально необходимых, но достаточных для практики вариантов допусков и посадок типовых соединений деталей машин, дает возможность стандартизировать режущие инструменты и калибры, облегчает конструирование, производство и взаимозаменяемость деталей машин, а также обуславливает их качество.

Применение системы допусков и посадок является необходимым условием современного машино- и приборостроения, так как изготовление изделий и их составных частей по заданным допускам и посадкам дает возможность придать им свойство взаимозаменяемости. Основные положения системы допусков и посадок вытекают из понятий и определений, приведенных в разделе 7.3.1.

В Единой системе допусков и посадок установлено 19 квалитетов и определены формулы для расчета допусков. Было принято, что две или несколько деталей разных размеров следует считать одинаковой точности (принадлежащими одному квалитету), если их изготавливают на одном и том же оборудовании при одних и тех же условиях обработки (режимах резания и т.д.). Отсюда следует, что точность валов, изготовленных, например, шлифованием во всем диапазоне диаметров одинакова, несмотря на то, что погрешность обработки, как показали эксперименты, растет с увеличением размера обрабатываемой детали.

Зависимость изменения погрешности была представлена как произведение двух частей, одна из которых ( $a$ ) характеризует тип станка, другая – зависит лишь от размера детали ( $\sqrt[3]{d}$ ):

$$A = a \sqrt[3]{d}. \quad (7.3.21)$$

где  $A$  – амплитуда рассеяния размеров, характеризующая погрешность обработки, мкм;

$d$  – диаметр обрабатываемой детали, мм;

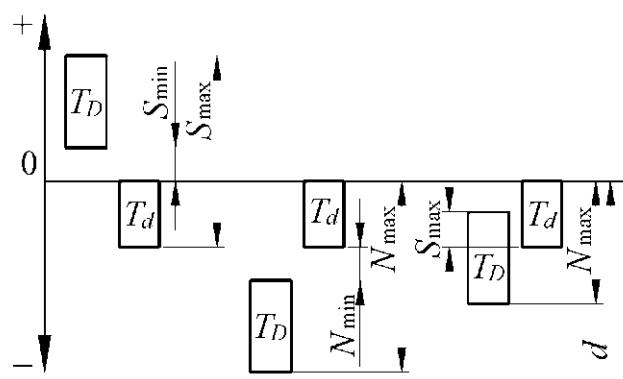


Рис. 7.3.6

$a$  – коэффициент, зависящий от типа станка.

Величина допуска на одинаковые размеры устанавливается по зависимости:

$$IT = ki, \quad (7.3.22)$$

где  $k$  – число единиц допуска, установленное для каждого квалитета,

$i$  – единица допуска, зависящая только от величины размера (табл. 7.3.1).

Таблица 7.3.1

Квалитет	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Число единиц допуска $k$	7	10	16	25	40	64	100	160	250	400	640	1000	1600	2500

Всего квалитетов 19 – 01, 0, 1, 2, ..., 17.

Точность возрастает с уменьшением номера квалитета.

Самые точные квалитеты (01, 0, 1, 2, 3, 4), как правило, применяются при изготовлении образцовых мер и калибров.

Квалитеты с 5-го по 11-й, как правило, применяются для сопрягаемых элементов деталей.

Квалитеты с 12-го по 18-й применяются для несопрягаемых элементов деталей.

Чтобы максимально сократить число значений допусков при построении рядов допусков, стандартом установлены *интервалы* размеров, внутри которых значение допуска для данного квалитета не меняется.

В Единой системе допусков и посадок для размеров до 500 мм установлено (рис. 7.3.7):

27 основных отклонений валов;

27 основных отклонений отверстий.

Основные отклонения отверстий обозначаются прописными буквами латинского алфавита, валов – строчными.

В Единой системе допусков и посадок основными деталями служат отверстия или валы, имеющие *основное отклонение, равное нулю*.

*Основное отверстие* – отверстие, *нижнее отклонение* которого равно нулю ( $EI = 0$ ) и обозначаемое буквой  $H$  (рис. 7.3.5).

У основного отверстия *верхнее отклонение*  $ES$  всегда *положительно* и равно допуску по  $H$  соответствующего квалитета (табл. 7.3.2).

*Основной вал* – вал, *верхнее отклонение* которого равно нулю ( $es = 0$ ) и обозначаемое буквой  $h$  (рис. 7.3.6).

У основного вала *нижнее отклонение* всегда *отрицательно* и равно допуску по  $h$  соответствующего квалитета (табл. 7.3.3).

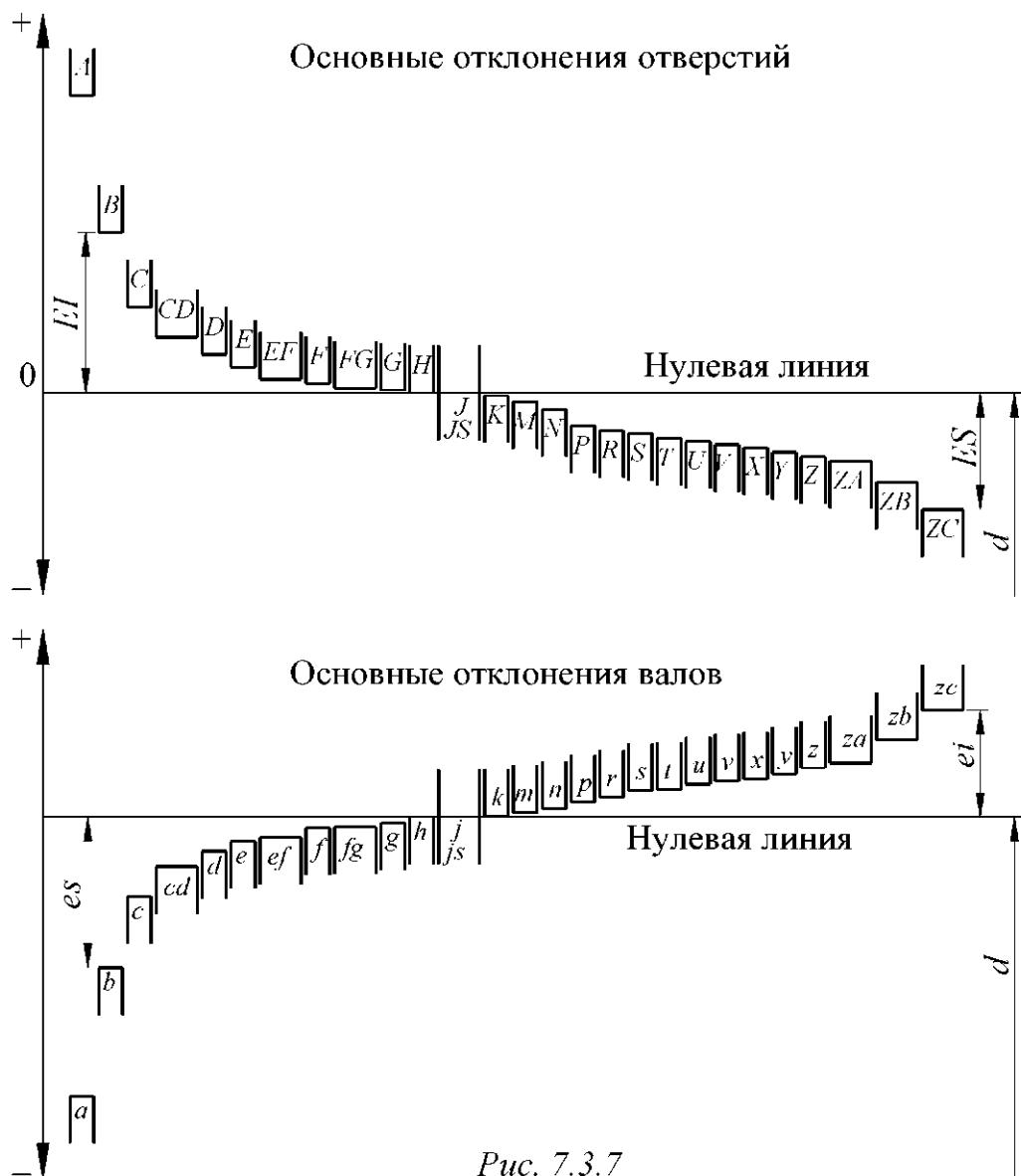


Рис. 7.3.7

В таблице 7.3.2 приведены в *сокращенном* варианте значения предельных отклонений *отверстий*, а в таблице 7.3.3 – значения предельных отклонений *валов*.

Более подробная информация приводится в специальной литературе.

Таблица 7.3.2

Пределные отклонения отверстий. ГОСТ 25347-82

Поля допусков	Номинальные размеры, мм										
	св. 3 до 6	св. 6 до 10	св. 10 до 18	св. 18 до 30	св. 30 до 50	св. 50 до 80	св. 80 до 120	св. 120 до 180	св. 180 до 250	св. 250 до 315	св. 315 до 400
<i>Основные отверстия</i>	<i>H7</i> +12 0	+15 0	+18 0	+21 0	+25 0	+30 0	+35 0	+40 0	+46 0	+52 0	+57 0
	<i>H8</i> +18 0	+22 0	+27 0	+33 0	+39 0	+46 0	+54 0	+63 0	+72 0	+81 0	+89 0
	<i>H9</i> +30 0	+36 0	+43 0	+52 0	+62 0	+74 0	+87 0	+100 0	+115 0	+130 0	+140 0
	<i>H12</i> +120 0	+150 0	+180 0	+210 0	+250 0	+300 0	+350 0	+400 0	+460 0	+520 0	+570 0
	<i>H14</i> +300 0	+360 0	+430 0	+520 0	+620 0	+740 0	+870 0	+1000 0	+1150 0	+1300 0	+1400 0
<i>Дополнительные отверстия</i>	<i>F7</i> +22 +10	+28 +13	+34 +16	+41 +20	+50 +25	+60 +30	+71 +36	+83 +43	+96 +50	+108 +56	+119 +62
	<i>F8</i> +28 +10	+35 +13	+43 +16	+53 +20	+64 +25	+76 +30	+90 +36	+106 +43	+122 +50	+137 +56	+151 +62
	<i>G7</i> +16 +4	+20 +5	+14 +6	+28 +7	+34 +9	+40 +10	+47 +12	+54 +14	+61 +15	+69 +17	+75 +18
	<i>Js6</i> +4 -4	+4,5 -4,5	+5,5 -5,5	+6,5 -6,5	+8 -8	+9,5 -9,5	+11 -11	+12,5 -12,5	+14,5 -14,5	+16 -16	+18 -18
	<i>Js7</i> +6 -6	+7 -7	+9 -9	+10 -10	+12 -12	+15 -15	+17 -17	+20 -20	+23 -23	+26 -26	+28 -28
	<i>K7</i> +3 -9	+5 -10	+6 -12	+6 -15	+7 -18	+9 -21	+10 -25	+12 -28	+13 -33	+16 -36	+17 -40
	<i>K8</i> +5 -13	+6 -16	+8 -19	+10 -23	+12 -27	+14 -32	+16 -38	+20 -43	+22 -50	+25 -56	+28 -61
	<i>M7</i> 0 -12	0 -15	0 -18	0 -21	0 -25	0 -30	0 -35	0 -40	0 -46	0 -52	0 -57
	<i>M8</i> +2 -16	+1 -21	+2 -25	+4 -29	+5 -34	+5 -41	+6 -48	+8 -55	+9 -63	+9 -72	+11 -78
	<i>N7</i> -4 -16	-4 -19	-5 -23	-7 -28	-8 -33	-9 -39	-10 -45	-12 -52	-14 -60	-14 -66	-16 -73
	<i>P7</i> -8 -20	-9 -27	-11 -29	-14 -35	-17 -42	-21 -51	-24 -59	-28 -68	-33 -79	-36 -88	-41 -98

Таблица 7.3.3

Пределевые отклонения валов. ГОСТ 25347-82

Поля допусков		Номинальные размеры, мм										
		св. 3 до 6	св. 6 до 10	св. 10 до 18	св. 18 до 30	св. 30 до 50	св. 50 до 80	св. 80 до 120	св. 120 до 180	св. 180 до 250	св. 250 до 315	св. 315 до 400
<i>Основные валы</i>	<i>h7</i>	0 -12	0 -15	0 -18	0 -21	0 -25	0 -30	0 -35	0 -40	0 -46	0 -52	0 -57
	<i>h8</i>	0 -18	0 -22	0 -27	0 -33	0 -39	0 -46	0 -54	0 -63	0 -72	0 -81	0 -89
	<i>h9</i>	0 -30	0 -36	0 -43	0 -52	0 -62	0 -74	0 -87	0 -100	0 -115	0 -130	0 -140
	<i>h12</i>	0 -120	0 -150	0 -180	0 -210	0 -250	0 -300	0 -350	0 -400	0 -460	0 -520	0 -570
<i>d8</i>	-30 -48	-40 -62	-50 -77	-65 -98	-80 -119	-100 -146	-120 -174	-145 -208	-170 -242	-190 -271	-210 -299	
	<i>e7</i>	-20 -32	-25 -40	-32 -50	-40 -61	-50 -75	-60 -90	-72 -107	-85 -125	-100 -146	-110 -162	-125 -182
<i>e8</i>	-20 -38	-25 -47	-32 -59	-40 -73	-50 -89	-60 -106	-72 -126	-85 -148	-100 -172	-110 -191	-125 -214	
	<i>f7</i>	-10 -22	-13 -28	-16 -34	-20 -41	-25 -50	-30 -60	-36 -71	-43 -83	-50 -96	-56 -108	-62 -119
<i>f8</i>	-10 -28	-13 -35	-16 -43	-20 -53	-25 -64	-30 -76	-36 -90	-43 -106	-50 -122	-56 -137	-62 -151	
	<i>js7</i>	+6 -6	+7 -7	+9 -9	+10 -10	+12 -12	+15 -15	+17 -17	+20 -20	+23 -23	+26 -26	+28 -28
<i>k6</i>	+9 +1	+10 +1	+12 +1	+15 +2	+18 +2	+21 +2	+25 +3	+28 +3	+33 +4	+36 +4	+40 +4	
	<i>k7</i>	+13 +1	+16 +1	+19 +1	+23 +2	+27 +2	+32 +3	+38 +3	+43 +3	+50 +4	+56 +4	+61 +4
<i>m6</i>	+12 +4	+15 +6	+18 +7	+21 +8	+25 +9	+30 +11	+35 +12	+40 +15	+46 +17	+52 +20	+57 +21	
	<i>m7</i>	+16 +4	+21 +6	+25 +7	+29 +8	+34 +9	+41 +11	+48 +13	+55 +15	+63 +17	+72 +20	+78 +21
<i>n6</i>	+16 +8	+19 +10	+23 +12	+28 +15	+33 +17	+39 +20	+45 +23	+52 +27	+60 +31	+66 +34	+73 +37	
	<i>n7</i>	+20 +8	+25 +10	+30 +12	+36 +15	+42 +17	+50 +20	+58 +23	+67 +27	+77 +31	+86 +34	+94 +37
<i>p6</i>	+20 +12	+24 +15	+29 +18	+35 +22	+42 +26	+51 +32	+59 +37	+68 +43	+79 +50	+88 +56	+98 +62	

*Посадка* обозначается дробью, проставляемой после номинального размера, в числителе которой всегда проставляется буквенно обозначение поля допуска *отверстия* с номером соответствующего квалитета, в знаменателе – буквенно обозначение поля допуска *вала* с номером соответствующего квалитета. Например:

$$\textcircled{O}40\frac{H7}{k8}; \textcircled{O}50\frac{F8}{h7}; \textcircled{O}\frac{G6}{m8}; 25\frac{H7}{p8}.$$

В зависимости от того, какая из двух сопрягаемых деталей является основной, системы допусков и посадок включают два ряда посадок:

посадки в *системе отверстия* – различные зазоры и натяги получаются соединением валов с различными полями допуска с *основным отверстием* (рис. 7.6), например:

$$\textcircled{O}40\frac{H7}{k7}; \textcircled{O}50\frac{H8}{p9}; \textcircled{O}\frac{H6}{m8};$$

посадки в *системе вала* – различные зазоры и натяги получаются соединением отверстий с различными полями допуска с *основным валом* (рис. 7.7), например:

$$\textcircled{O}40\frac{K7}{h7}; \textcircled{O}50\frac{P8}{h9}; \textcircled{O}\frac{G8}{h8}.$$

Валы различной точности (даже высокой) можно обрабатывать и измерять *универсальными* инструментами – резцами, шлифовальными кругами, микрометрами и т.д.

Для обработки и измерения *точных отверстий* применяют *специальные* дорогостоящие инструменты (зенкеры, развертки, протяжки, калибры-пробки). Число комплектов таких инструментов, необходимых для обработки отверстий с одинаковым номинальным размером, зависит от разнообразия предельных отклонений, которые могут быть назначены. Допустим, требуется изготовить три комплекта деталей одинаковых номинальных размеров и одинаковой точности для получения посадок с зазором, натягом и переходной.

В системе *отверстия* предельные размеры отверстий одинаковы для всех трех посадок (рис. 7.6), и для обработки потребуется только один комплект специальных инструментов.

В системе *вала* предельные размеры отверстий для каждой посадки различны (рис. 7.3.6), и для обработки потребуется три комплекта специальных инструментов.

Благодаря тому, что для получения разнообразных посадок в системе *отверстия* требуется значительно меньше специальных инструментов, эта система в машиностроении имеет *преимущественное применение*.

Посадки в системе вала целесообразны при использовании некоторых стандартных деталей (например, подшипников качения) и в случаях применения вала постоянного диаметра по всей длине для установки на него нескольких деталей с различными посадками.

Кроме двух основных систем допусков и посадок разрешается применять и другие обоснованные сочетания стандартных полей допусков валов и отверстий, в которых отсутствуют допуски на *основным отверстием и валом*. Такие посадки называются *внесистемными*. Рассмотрим назначение такой посадки на примере подшипникового узла редуктора общего назначения (рис. 7.3.8).

Посадкой, определяющей точность фиксации геометрической оси конического вала-шестерни, а, следовательно, и работоспособность данного узла, является посадка подшипника на вал. На основании существующих рекомендаций допуск на участок вала, сопрягаемый с подшипником, назначаем по  $k6$ . В этом случае предельные отклонения данного диаметра, в соответствии с табл. 7.3.3, равны  $+0,015 \text{ мм}$  и  $-0,002 \text{ мм}$ . Из анализа

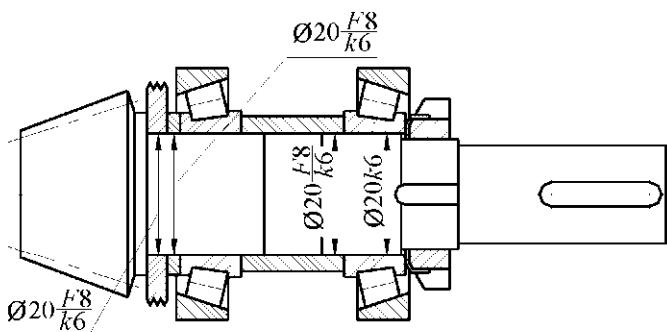


Рис. 7.3.8

конструкции узла очевидно, что посадки двух распорных втулок и мазеудерживающего кольца для удобства монтажа и демонтажа узла должны быть назначены с гарантированным зазором. Эксцентризитет втулок и кольца вследствие зазора не является критичным для работоспособности этого узла, так как скорости вращения валов редуктора общего назначения невелики. Для уменьшения стоимости обработки этих деталей для сопрягаемых поверхностей выбираем 8 квалитет (на два квалитета грубее, чем при обработке сопрягаемых поверхностей вала). Окончательно назначаем допуск на диаметры внутренних поверхностей втулок и кольца –  $F8$ . Тогда из табл. 7.3.3 получаем значения предельных отклонений:  $+0,053 \text{ мм}$  и  $-0,020 \text{ мм}$ . При выбранных значениях допусков на основа-

нии формул (7.12) и (7.13) получаем значения предельных зазоров:

$$S_{\max} = ES - ei = 0,053 - 0,002 = 0,051 \text{ мм},$$

$$S_{\min} = EI - es = 0,020 - 0,015 = 0,005 \text{ мм}.$$

Данный результат вполне приемлем.

Посадки выбирают в зависимости от назначения и условий работы оборудования и механизмов, их точности, условий сборки. При этом необходимо учитывать и возможность достижения точности при различных методах обработки изделия.

Допуски отверстия и вала в посадке не должны отличаться более чем на 2 квалитета. *Больший* допуск, как правило, назначают для *отверстия*.

### 7.3.3. Посадки колец подшипников качения на вал и в корпус

Многолетней практикой применения подшипников установлено, что соединение с валом или корпусом колец,  *врачающихся относительно нагрузки*, должно осуществляться обязательно с *натягом*, исключающим проворачивание и обкатывание кольцом сопряженной детали. При недостаточном натяге и циркуляционном нагружении между кольцом и посадочной поверхностью может появиться зазор в разгруженной зоне, что приводит к обкатыванию кольцом сопряженной поверхности, ее развалицовке, контактной коррозии, истиранию, снижению точности вращения и разбалансировке.

Посадки *неподвижных относительно нагрузки* колец, назначают более свободными, допускающими наличие небольшого зазора, так как обкатывание кольцами сопряженных деталей в этом случае не происходит. Нерегулярное проворачивание невращающегося кольца порядка одного оборота в сутки полезно, так как при этом изменяется положение его зоны нагружения, что способствует повышению долговечности подшипника. Кроме того, такое сопряжение облегчает осевые перемещение колец при монтаже, при регулировании зазоров в подшипниках и при температурных деформациях.

Посадки подшипников отличаются от обычных (рис. 7.8) расположением и значением полей допусков на посадочные поверхности колец. Подшипник является стандартным комплектующим изделием, не подлежащим в процессе сборки дополнительной доводке. Требуемые посадки в соединении колец с сопрягаемыми деталями получают назначением соответствующих полей допусков на диаметры *вала* или *отверстия* в корпусе.

Поле допуска на диаметр отверстия *внутреннего* кольца  $Ld_m$  располагают не вверх от нулевой линии (не «в плюс», как у отверстия, выполненного по  $H$  (рис. 7.3.7)), а *вниз* («в минус») (рис. 7.3.9). Этим гарантируют получение *натягов* в соединениях внутреннего кольца валами, имеющими поля допусков  $k$ ,  $m$  и  $n$ .

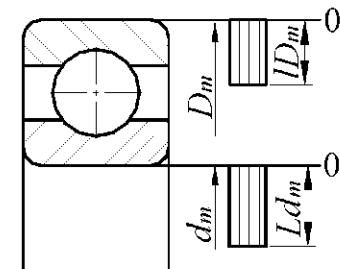


Рис. 7.3.9

Поле допуска на диаметр *наружного кольца*  $ID_m$  располагают как обычно – «в минус» (в тело детали).

*Условные обозначения посадок подшипников* на сборочных чертежах и в нормативно-технической документации проставляют не дробью, как в посадках обычных деталей, а *одной строкой*, в которой указывается допуск на *сопряженную с подшипником деталь*, например:

$\varnothing 42H7$ ;  $\varnothing 42M6$ ;  $\varnothing 42k6$ ;  $\varnothing 42m6$ .

Посадки колец шариковых и роликовых подшипников на вал и в отверстие корпуса в зависимости от вида нагружения выбирают в соответствии с табл. 7.3.4

Таблица 7.3.4

Вращение кольца относительно нагрузки	Допуск на вал				Допуск на отверстие корпуса					
	<i>Радиальные подшипники</i>									
вращается	<i>n6</i>	<i>m6</i>	<i>k6</i>	<i>js6</i>	<i>N6</i>	<i>N7</i>	<i>M6</i>	<i>M7</i>	<i>K6</i>	<i>K7</i>
неподвижно	<i>js6</i>	<i>h6</i>	<i>g6</i>	<i>f7</i>	<i>JS6</i>	<i>JS7</i>	<i>H6</i>	<i>H7</i>	<i>H8</i>	<i>G7</i>
<i>Радиально-упорные подшипники</i>										
вращается	<i>n6</i>	<i>m6</i>	<i>k6</i>	<i>js6</i>	<i>H7</i>	<i>M7</i>	<i>K7</i>	<i>JS7</i>	<i>P7</i>	
неподвижно	<i>h6</i>	<i>g6</i>	<i>f6</i>				<i>H7</i>			

#### 7.4. Шероховатость поверхностей деталей

В процессе формообразования деталей на их поверхности появляется *шероховатость* – ряд чередующихся выступов и впадин сравнительно малых размеров. Шероховатость может быть следом от резца или другого режущего инструмента, копией неровностей форм или штампов, может возникать вследствие вибраций, возникающих при резании, а также в результате действия других факторов.

С уменьшением шероховатости снижается трение и износ сопрягаемых поверхностей в *подвижных соединениях*, действительный характер соединений в большей степени соответствует теоретическому, улучшаются условия смазки, повышается точность и равномерность перемещения звеньев.

В *неподвижных соединениях* с уменьшением шероховатости поверхностей увеличивается антикоррозионная стойкость деталей, создается определенность натягов, улучшается герметичность соединений, увеличивается усталостная прочность деталей.

Шероховатость поверхности оценивается по неровностям профиля (рис. 7.4.1), получаемого путем сечения реальной поверхности плоскостью в пределах базовой длины  $l$ .

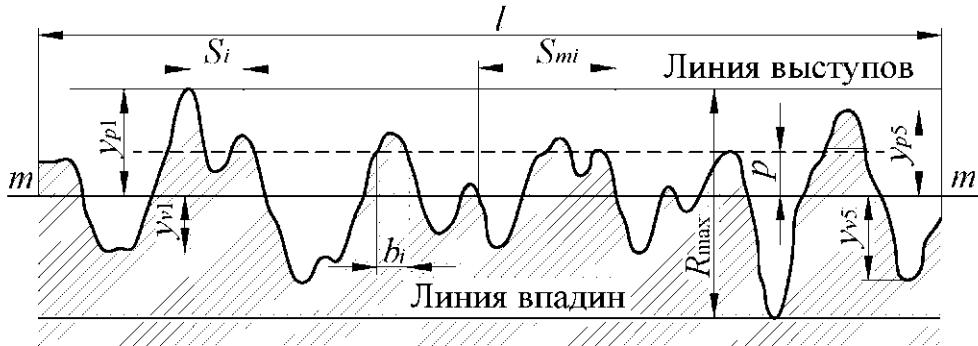


Рис. 7.4.1

Базой для отсчета отклонений профиля является *средняя линия профиля* *tt* – линия, имеющая форму номинального профиля и проведенная так, что в пределах базовой длины среднее квадратичное отклонение профиля до этой линии минимально.

Шероховатость поверхности по ГОСТ 2789-73 характеризуется следующими основными параметрами:

$R_a$  – *среднее арифметическое отклонение профиля*, мкм.

Среднее арифметическое отклонение профиля является средним арифметическим абсолютных значений отклонений профиля  $y_i$  в пределах базовой длины  $l$  (рис. 7.11). При дискретном способе обработки профилограммы значение  $R_a$  приближенно можно определить по формуле:

$$R_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i|. \quad (7.4.1)$$

$l$  – *базовая длина*, являющаяся длиной линии, на которой определяются численные значения параметров, характеризующих шероховатость поверхности;

$y_i$  – *измеренные отклонения профиля* (расстояния между любой точкой профиля и базовой линией *tt*) в дискретных точках;

$n$  – *число измеренных дискретных отклонений на базовой длине*;

*выступ и впадина профиля* – части профиля, ограниченные контуром реальной поверхности и средней линией *tt* (неровности профиля образованы выступами и впадинами профиля);

$R_z$  – *высота неровностей профиля по десяти точкам*, мкм.

Высота неровностей профиля по десяти точкам является суммой средних абсолютных значений высот пяти наибольших выступов профиля и глубин пяти наибольших впадин профиля в пределах базовой длины.

$$R_z = \frac{1}{5} \left( \sum_{i=1}^5 y_{pi} - \sum_{i=1}^5 y_{vi} \right), \quad (7.4.2)$$

где  $y_{pi}$  – высота  $i$ -го наибольшего выступа профиля;

$y_{vi}$  – глубина  $i$ -й наибольшей впадины профиля.

$R_{\max}$  – наибольшая высота неровностей профиля, мкм.

Наибольшая высота неровностей профиля – расстояние между линиями выступов и впадин профиля в пределах базовой длины.

$S_m$  – средний шаг неровностей (среднее арифметическое значение шага неровностей по средней линии в пределах базовой длины);

$m$  – средняя линия профиля, являющаяся базовой линией, имеющая форму номинального профиля и проведенная так, что в пределах  $l$  среднее квадратическое отклонение профиля по этой линии минимально.

$S$  – средний шаг неровностей по вершинам профиля (среднее арифметическое значение шага неровностей по вершинам неровностей в пределах базовой линии).

Относительная опорная длина профиля  $t_p$  – отношение опорной длины профиля к базовой длине:

$$t_p = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^n b_i, \quad (7.4.3)$$

где  $\sum_{i=1}^n b_i$  – опорная длина профиля (сумма длин отрезков, отсекаемых на заданном уровне  $p$  в материале профиля линией, эквидистантной средней линии в пределах базовой длины).

Кроме перечисленных шести количественных параметров стандартом установлены два качественных параметра – вид обработки и тип направлений неровностей.

Вид обработки указывается в том случае, когда шероховатость поверхности следует получить только определенным способом.

Тип направлений неровностей выбирается из табл. 7.4.1. Указывается только в ответственных случаях, когда это необходимо по условиям работы детали или сопряжения.

Требования к шероховатости поверхности должны устанавливаться исходя из функционального назначения поверхности для обеспечения заданного качества изделий. Если в этом нет необходимости, то требования к шероховатости поверхности не устанавливаются и шероховатость этой поверхности контролироваться не должна.

Таблица 7.4.1

Типы направлений неровностей	Схематическое изображение	Условное обозначение на чертеже
Параллельное		
Перпендикулярное		
Перекрещивающееся		
Произвольное		
Кругообразное		
Радиальное		

Требования к шероховатости поверхности должны устанавливаться путем указания параметра шероховатости (одного или нескольких из вышеперечисленных параметров), числового значения выбранного параметра и базовой длины, на которой происходит определение параметра. В большинстве случаев на чертежах достаточно прописывать один из двух параметров –  $R_a$  или  $R_z$ , причем параметр  $R_a$  является *предпочтительным*.

*Структура обозначения шероховатости поверхности* (рис. 7.4.2) должна соответствовать стандарту.

где: 1 – параметр (параметры) шероховатости;

2 – вид обработки поверхности и (или) другие дополнительные указания,

3 – базовая длина;

4 – условное обозначение направления микронеровностей.

Если вид обработки конструктором не указывается, то применяется знак по рис. 7.4.3, если указывается, то – по рис. 7.7.4.4.

Если поверхность образуется без снятия материала (например, штамповкой и т.п.), то применяют знак по рис. 7.4.5.

Допускается применять *упрощенное обозначение шероховатости поверхности* с разъяснением его в технических требованиях чертежа (рис. 7.4.6). При этом используют знак и строчные буквы русского алфавита в алфавитном порядке, без повторений и, как правило, без пропусков.

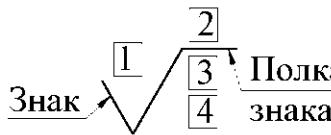


Рис. 7.4.1

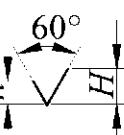


Рис. 4.1.13

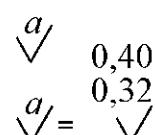


Рис. 4.1.15

Рис. 4.1.14

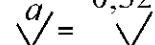


Рис. 4.1.16

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Анульев В.И. Справочник конструктора машиностроителя. – М.: Машиностроение, 2001. – Т. 1 – 920 с.
2. Анульев В.И. Справочник конструктора машиностроителя. – М.: Машиностроение, 2001. – Т. 2 – 901 с.
3. Анульев В.И. Справочник конструктора машиностроителя. – М.: Машиностроение, 2001. – Т. 3 – 859 с.
4. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1975. – 640 с.
5. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. – М.: Высш. шк., 1976. – 606 с.
6. Берлинер Э.М. Трение, износ и смазка (трибология и триботехника) / Э.М. Берлинер, А.В. Чичинадзе. – М.: Изд-во Машиностроение, 2003. -576 с.
7. Борисов С.И. Основы технической механики и детали механизмов приборов. / С.И. Борисов, Ф.Г. Зуев. – М.: Машиностроение, 1977.
8. Голубев А.И. Уплотнения и уплотнительная техника. Справочник. / А.И. Голубев, Л.А. Кондаков – М.: Машиностроение, 1986.
9. Горбенко В.Т. Теория механизмов и машин: Учебное пособие / В.Т.Горбенко, М.В.Горбенко.– Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007. – 144 с.
10. Готовцев А.А. Проектирование цепных передач. /— А.А.Готовцев, И.П.Котенок. – М.: Машиностроение, 1982. – 336 с.
11. Гурин В.В. Прикладная механика: Учебное пособие. – Томск: Изд. ТПУ, 2002.
12. Гурин В.В. Расчет и конструирование узлов и деталей машин / В.В.Гурин, В.М.Замятин. – Томск: Изд. ТПУ, 2005. Ч. 1 – 280 с.
13. Гурин В.В. Расчет и конструирование узлов и деталей машин / В.В.Гурин, В.М.Замятин. – Томск: Изд. ТПУ, 2005. Ч. 2 – 246 с.
14. Гурин В.В. Детали машин. Курсовое проектирование. В 2 кн.: Учеб. для вузов / В.В.Гурин, В.М.Замятин, А.М.Попов. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2009. – 691 с.
15. Добровольский В.А. Детали машин. / В.А.Добровольский, К.И.Заблонский, С.Л.Мак, А.С.Радчик, Л.Б.Эрлих. – М.: Машиностроение, 1972. – 504 с.
16. Дунаев П.Ф. Конструирование узлов и деталей машин / П.Ф. Дунаев, О.П. Леликов. – М.: Изд-во Академия, 2007. – 496 с.
17. Иосилевич Г.Б. Детали машин. М.: Машиностроение, 1989. – 352 с.
18. Иосилевич Г.Б. Прикладная механика. / Г.Б.Иосилевич, Г.Б.Строганов, Г.С.Маслов. М.: Высшая шк., 1989. – 352 с.

19. Коловский М.З. Теория машин и механизмов: Учебное пособие / М.З. Коловский, Ю.А. Семенов, А.Н. Евграфов. – М.: Изд-во Академия, 2006. – 560 с.
20. Комиссар А.Г. Уплотнительные устройства опор качения: Справ. – М.: Машиностроение, 1980. – 191 с.
21. Коросташевский Р.В. Справочник-каталог. Подшипники качения. / Р.В. Коросташевский, В.М. Нарышкин, В.Ф. Старостин, С.А. Доброродский, В.В. Евстигнеева, Г.Н. Раскуражева, С.Я. Юсим, Г.В. Фокин, Б.А. Ясин. – М.: Машиностроение, 1984. – 280 с.
22. Крайнев А.Ф. Словарь-справочник по механизмам. – М.: Машиностроение, 1987.
23. Кудрявцев В.Н. Курсовое проектирование деталей машин. / В.Н.Кудрявцев, Ю.А.Державец, И.И.Арефьев, И.С.Кузьмин, И.З.Томсинский, В.Ф.Федоров, Е.С.Кисточкин, В.Г.Тюленев, В.И.Смирнов, М.В.Кацан, Г.С.Соколов, А.Л.Филиппенков. – Л.: Машиностроение, 1984. – 400 с.
24. Леликов О.П. Основы расчета и проектирование деталей и узлов машин. Конспект лекций по курсу Детали машин. 3-е изд., перераб и доп. / О.П. Леликов. – М.: Изд-во Машиностроение, 2007. – 464 с.
25. Машнев М.М. Теория механизмов и машин и детали машин. / М.М.Машнев, Е.Я.Красковский, П.А.Лебедев. – М.: Машиностроение, 1980. – 512 с.
26. Орлов П.И. Основы конструирования. – М.: Машиностроение, 1988. – Т. 1 – 560 с.
27. Орлов П.И. Основы конструирования. – М.: Машиностроение, 1988. – Т. 2 – 543 с.
28. Осецкий В.М. Прикладная механика / В.М. Осецкий, Б.Г. Горбачев, Г.А. Доброродский, Н.С. Козловский, Е.И. Моисеенко, Г.В. Мясников, В.С. Перевалов, И.Н. Фольк. – М.: Машиностроение, 1977. – 488 с.
29. Степин П.А.Сопротивление материалов. – М.: Высш. шк., 1979. – 312 с.
30. Чернавский С.А. Проектирование механических передач / С.А.Чернавский, Г.А.Снесарев, Б.С.Козинцев. – М.: Машиностроение, 1984.
31. Юдин В.А. Теория механизмов и машин. / В.А.Юдин, П.В.Петрокас. – М.: Высшая шк., 1967. – 528 с.
32. Якушев А.И. Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения. М.: Машиностроение. 6-е изд. 1986. – 352 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1.5. Механический коэффициент полезного действия механизма	47
2. Основы сопротивления материалов	51
2.1. Общие сведения	51
2.2. Основные понятия и определения	52
2.2.1. Внешние и внутренние силы	52
2.2.2. Понятие о напряжениях	55
2.2.3. Конструктивные элементы механизмов и машин	58
2.2.4. Основные гипотезы и допущения	59
2.3. Растяжение и сжатие	61
2.3.1. Внутренние усилия	61
2.3.2. Напряжения	62
2.3.3. Деформации и перемещения	63
2.3.4. Механические характеристики и свойства материалов	64
2.3.4.1. Общие сведения	64
2.3.4.2. Испытания материалов	65
2.3.4.2.1. Испытания на растяжение	65
2.3.4.2.2. Испытания на сжатие	68
2.3.4.3. Механические характеристики материалов	69
2.3.4.3.1. Основные характеристики	69
2.3.4.3.2. Явление наклена	71
2.3.4.3.3. Твердость	71
2.3.4.3.4. Ударная вязкость	72
2.3.5. Допускаемые напряжения и запасы прочности	72
2.3.6. Расчеты при растяжении (сжатии)	75
2.3.6.1. Расчеты на прочность	75
2.3.6.2. Расчеты на жесткость	75
2.3.6.3. Пример расчетов на прочность и жесткость при растяжении (сжатии)	76
2.4. Сдвиг	78
2.4.1. Основные понятия	78
2.4.2. Потенциальная энергия при сдвиге. Зависимость между тремя упругими постоянными	79
2.5. Кручение	81
2.5.1. Построение эпюр крутящих моментов	81
2.5.2. Определение напряжений в стержнях круглого сечения	83
2.5.3. Деформации и перемещения при кручении валов	87
2.5.3.1. Расчет деформаций и перемещений при кручении	87
2.5.3.2. Построение эпюр угловых перемещений при кручении	88
2.6. Изгиб	90
2.6.1. Общие понятия о деформации изгиба	90

2.6.2. Типы опор балок	91
2.6.3. Определение опорных реакций	93
2.6.4. Определение внутренних усилий при изгибе	94
2.6.5. Построение эпюр изгибающих моментов и поперечных сил	95
2.6.6. Напряжения при изгибе. Расчеты на прочность	100
2.6.6.1. Общие сведения	100
2.6.6.2. Условия прочности по нормальным напряжениям	104
2.7. Сложное сопротивление	107
2.7.1. Общие положения	107
2.7.2. Теории прочности	108
2.7.2.1. Первая теория прочности	109
2.7.2.2. Вторая теория прочности	110
2.7.2.3. Третья теория прочности	111
2.7.2.4. Четвертая теория прочности	113
2.7.2.5. Пятая теория прочности	114
2.7.2.6. Рекомендации по применению теорий прочности	115
2.7.3. Расчеты на прочность и жесткость при сложном сопротивлении	115
2.7.3.1. Изгиб с кручением	116
2.7.3.1.1. Определение составляющих реакций в опорах	117
2.7.3.1.2. Построение эпюр изгибающих моментов	118
2.7.3.1.3. Построение эпюр крутящих моментов	119
2.7.3.1.4. Проверка прочности вала	120
2.8. Местные напряжения	121
2.8.1. Виды местных напряжений	121
2.8.2. Концентрация напряжений	122
2.8.2.1. Концентрация напряжений при растяжении (сжатии)	123
2.8.2.2. Концентрация напряжений при изгибе	124
2.8.2.3. Концентрация напряжений при кручении	125
2.8.3. Контактные напряжения	126
2.9. Прочность материалов при переменных напряжениях	131
2.9.1. Основные понятия об усталостной прочности	131
2.9.2. Предел выносливости при симметричном цикле. Диаграмма пределов выносливости	134
2.9.3. Диаграмма предельных напряжений	135
2.9.4. Факторы, влияющие на величину предела выносливости	137
2.9.4.1. Влияние концентрации напряжений	138
2.9.4.2. Влияние размеров деталей	139
2.9.4.3. Влияние состояния поверхности	140

2.9.4.4. Определение предела выносливости при симметричном цикле	140
2.9.5. Расчеты на прочность при переменных напряжениях	141
3. Соединения	143
3.1 Общие сведения	143
3.2. Неразъемные соединения	144
3.2.1. Заклепочные соединения	144
3.2.1.1. Общие сведения	144
3.2.1.2. Определение основных параметров заклепочных швов	146
3.2.2. Сварные соединения	148
3.2.2.1. Общие сведения	148
3.2.2.2. Виды сварных соединений	150
3.2.2.3. Выбор сварочных материалов	152
3.2.2.4. Допускаемые напряжения	154
3.2.2.5. Расчет на прочность типовых сварных соединений	156
3.3. Разъемные соединения	157
3.3.1. Резьбовые соединения	157
3.3.1.1. Резьбы и их классификация	157
3.3.1.2. Области применения резьб	162
3.3.1.3. Основные конструкции резьбовых соединений	164
3.3.1.4. Материалы крепежных деталей	166
3.3.1.5. Виды резьбовых крепежных соединений	166
3.3.1.6. Силовые параметры при затяжке резьбового соединения	167
3.3.1.7. Расчеты резьбовых соединений на прочность	168
3.3.1.7.1. Ненапряженное болтовое соединение, нагруженное осевой силой	168
3.3.1.7.2. Болтовое соединение, нагруженное осевой силой с затягиванием под нагрузкой	169
3.3.1.7.3. Ненапряженное болтовое соединение с поперечной нагрузкой	170
3.3.1.7.4. Соединение призонными болтами	171
3.3.1.7.5. Напряженное болтовое соединение с поперечной нагрузкой	171
3.3.2. Шпоночные соединения	172
3.3.2.1. Общие сведения	172
3.3.2.2. Расчеты шпоночных соединений	173
3.3.2.2.1. Материалы шпонок	173
3.3.2.2.2. Шпоночное соединение с призматической шпонкой	174
3.3.2.2.2.1. Расчет на смятие боковых поверхностей шпонки и соединяемых деталей	174

3.3.2.2.2.2. Проверочный расчет шпонки по напряжениям сдвига	175
3.3.2.2.3. Шпоночное соединение с сегментной шпонкой	177
3.3.2.2.4. Шпоночное соединение с цилиндрической шпонкой	177
3.3.3. Шлицевые соединения	178
3.3.3.1. Общие сведения	178
3.3.3.2. Расчеты шлицевых соединений	179
3.3.3.2.1. Шлицевые соединения с прямобочными шлицами	180
3.3.3.2.2. Шлицевые соединения с эвольвентными шлицами	181
3.3.3.2.3. Шлицевые соединения с треугольными шлицами	182
3.3.4. Штифтовые соединения	183
4. Передаточные механизмы	186
4.1. Общие сведения	186
4.2. Фрикционные передачи	186
4.2.1. Общие сведения	186
4.2.2. Фрикционные передачи с жесткими рабочими телами (фрикционными катками)	187
4.2.2.1. Общие сведения	187
4.2.2.2. Кинематические соотношения	187
4.2.2.3. Силовые соотношения	190
4.2.2.4. Прочностной расчет	191
4.2.3. Ременные передачи	193
4.2.3.1. Общие сведения	193
4.2.3.2. Геометрия передачи	195
4.2.3.3. Принцип действия ременной передачи	195
4.2.3.4. Натяжение ветвей ремня	197
4.2.3.5. Напряжения в ремнях	198
4.2.3.6. Кинематика ременных передач	199
4.2.3.7. Расчет ременных передач	200
4.2.3.8. Особенности клиноременных передач	203
4.3. Передачи зацеплением с непосредственным контактом жестких звеньев	204
4.3.1. Общие сведения	204
4.3.2. Основная теорема зацепления	206
4.3.3. Материалы зубчатых колес. Допускаемые напряжения	209
4.3.4. Условия работы зубьев в зацеплении и критерии рабо- тоспособности передачи	211
4.3.5. Плоские зубчатые передачи	213
4.3.5.1. Общие положения	213
4.3.5.2. Линия зацепления	214
4.3.5.3. Эвольвента. Эволюта. Эвольвентное зацепление	214

4.3.5.2. Цилиндрические зубчатые прямозубые передачи с круглыми колесами	219
4.2.5.2.1. Основные понятия и определения	219
4.3.5.2.2. Параметры эвольвентной передачи с круглыми цилиндрическими колесами. Взаимосвязь между параметрами передачи	221
4.3.5.2.3. Силовой расчет цилиндрической эвольвентной прямозубой передачи	226
4.3.5.2.4. Расчет рабочих поверхностей зубьев на прочность по контактным напряжениям	229
4.3.5.2.5. Расчет зубьев на прочность по изгибным напряжениям	233
4.3.5.3. Цилиндрические зубчатые косозубые передачи с круглыми колесами. Их особенности	237
4.3.5.3.1. Основные понятия и определения	237
4.3.5.3.2. Геометрические взаимосвязи в косозубой цилиндрической эвольвентной передаче	239
4.3.5.5. Особенности прочностного расчета цилиндрических зубчатых косозубых передач по сравнению с прямозубыми	244
4.3.5.5.1. Силы, действующие в зацеплении	244
4.3.5.5.2. Расчет зубьев по контактным напряжениям	244
4.3.5.5.3. Расчет зубьев по напряжениям изгиба	246
4.3.6. Пространственные зубчатые передачи	247
4.3.6.1. Общие сведения	247
4.3.6.2. Конические передачи	247
4.3.6.2.1. Геометрические взаимосвязи в конической эвольвентной передаче	247
4.3.6.2.2. Прочностной расчет конических зубчатых передач	258
4.3.6.2.2.1. Силы, действующие в зацеплении	258
4.3.6.2.2.2. Расчет зубьев прямозубой конической передачи по контактной прочности	259
4.3.6.2.2.3. Расчет зубьев прямозубой конической передачи по изгибной прочности	261
4.3.6.3. Червячные передачи	262
4.3.6.3.1. Общие сведения	262
4.3.6.3.2. Геометрические и кинематические взаимосвязи в червячной передаче с архимедовым червяком	264
4.3.6.5. Силы, действующие в зацеплении	269
4.3.6.3.4. Материалы элементов червячных передач	270
4.3.6.3.5. Прочностной расчет червячной передачи	271
4.3.6.3.5.1. Общие сведения	271

4.3.6.3.5.2. Прочностной расчет зубьев червячного колеса по контактным напряжениям	272
4.3.6.3.5.3. Прочностной расчет зубьев червячного колеса по напряжениям изгиба	274
4.3.6.3.5.4. Тепловой расчет червячной передачи	274
4.4. Цепные передачи	275
4.4.1. Общие сведения	275
4.4.2. Виды цепей и их характеристики	276
4.4.3. Передаточное число цепной передачи	279
4.4.4. Геометрический расчет цепной передачи	280
4.4.5. Звездочки цепных передач	282
4.4.6. Силы, действующие в цепной передаче	283
4.4.7. Расчет роликовой цепной передачи по критериям ее работоспособности	285
4.4.7.1. Проектный расчет	285
4.4.7.2. Проверочные расчеты	286
4.4.7.2.1. Проверка по числу ударов цепи о зубья звездочек	286
4.4.7.2.2. Проверка по давлению в шарнирах цепи	287
4.4.7.2.3. Проверка прочности цепи по коэффициенту безопасности	287
5. Валы и оси	288
5.1. Общие сведения	288
5.2. Материалы валов и осей	291
5.3. Критерии работоспособности валов и осей	291
5.4. Расчеты на прочность и конструирование валов	292
5.4.1. Общие сведения	292
5.4.2. Ориентировочный расчет вала	292
5.4.3. Конструирование вала	293
5.4.3.1. Определение диаметров на различных участках вала	293
5.4.3.2. Определение осевых размеров участков вала	294
5.4.4. Уточненный (проверочный) расчет	294
5.4.4.1. Расчет валов на прочность и сопротивление усталости	294
5.4.4.1.1. Общие положения	294
5.4.4.1.2. Определение нагрузок, действующих на вал	295
5.4.4.1.3. Проверочный расчет вала по статической прочности	297
5.4.4.1.4. Проверочный расчет вала по усталостной прочности	298
6. Опоры валов и осей	300
6.1. Общие сведения	300
6.2. Классификация подшипников качения	300
6.3. Маркировка подшипников качения	303
6.4. Характеристики подшипников качения основных типов	305

6.4.1. Тип 0 – шариковый радиальный подшипник	306
6.4.2. Тип 1 – шариковый радиальный сферический подшипник	306
6.4.3. Тип 2 – роликовый радиальный подшипник с короткими цилиндрическими роликами	307
6.4.4. Тип 6 – шариковый радиально-упорный подшипник	307
6.4.5. Тип 7 – роликовый конический подшипник	308
6.4.6. Тип 8 – шариковый упорный подшипник	309
6.5. Подшипники качения специального назначения	309
6.6. Материалы деталей подшипников качения	311
6.7. Зазоры в подшипниках качения	311
6.8. Основные схемы установки подшипников качения	312
6.9. Критерии работоспособности подшипников качения	315
6.10. Указания по подбору подшипников качения	315
6.10.1. Статическая грузоподъемность подшипников качения.	
Статическая эквивалентная нагрузка	315
6.10.1.1. Общие сведения	315
6.10.1.2. Базовая статическая грузоподъемность	317
6.10.1.3. Статическая эквивалентная нагрузка	317
6.11. Динамическая грузоподъемность подшипников качения. Динамическая эквивалентная нагрузка	318
6.11.1. Общие сведения	318
6.11.2. Базовая динамическая расчетная грузоподъемность	319
6.11.3. Динамическая эквивалентная нагрузка	321
6.12. Расчетный ресурс подшипника	321
6.13. Выбор и расчет подшипников качения	322
6.13.1. Силы, нагружающие подшипники	322
6.13.1.1. Радиальные реакции	322
6.13.1.2. Осевые реакции	323
6.13.2. Подбор подшипников	326
6.13.2.1. Расчет подшипников на статическую грузоподъемность	326
6.13.2.2. Расчет подшипников на заданный ресурс	327
6.14. Смазка и уплотнения опор на подшипниках качения	330
6.14.1. Общие сведения	330
6.14.2. Смазка подшипников качения	331
6.14.3. Уплотнения опор	333
7. Стандартизация и взаимозаменяемость	335
7.1. Основные сведения	335
7.2. Ошибки деталей и механизмов	336
7.3. Допуски и посадки	338
7.3.1. Термины и определения	338

7.3.2. Системы допусков и посадок	343
7.3.3. Посадки колец подшипников качения на вал и в корпус	351
7.4. Шероховатость поверхностей деталей	352
Литература	356
Оглавление	358