

## Лабораторная работа 3 — Формула Байеса

В лабораторной работе 3 нет необходимости использовать Python, все вычисления производятся на листке.

### 1. Формула Байеса

Предположим, вы стали свидетелем ночной аварии с участием такси в Гонконге. Все машины такси в Гонконге синие или зеленые. Вы свидетельствуете под присягой, что такси было синего цвета. Обширные испытания показывают, что в условиях тусклого освещения синий и зеленый различаются с достоверностью 75 %.

- (а) Учитывая ваше заявление в качестве свидетеля и учитывая, что 9 из 10 гонконгских такси зеленые, какова вероятность того, что такси действительно было синего цвета?
- (б) Существенно ли изменится результат, если зелеными будут 7 из 10 гонконгских такси?
- (с) Допустим, есть второй свидетель, который утверждает, что такси было зеленого цвета. К сожалению, он дальтоник, поэтому вероятность того, что он прав, составляет всего 50 %. Как это повлияет на предыдущую оценку (б)?

### 2. Байесовский фильтр

Робот-пылесос оснащен моющим агрегатом для уборки пола. Кроме того, у робота есть датчик, который определяет, чистый пол или грязный. Ни моющий агрегат, ни датчик не идеальны.

Из предыдущего опыта известно, что роботу удастся очистить грязный пол с вероятностью

$$p(x_{t+1} = \text{чистый} \mid x_t = \text{грязный}, u_{t+1} = \text{очистка}) = 0.7,$$

где  $x_{t+1}$  — состояние пола после уборки пылесосом,  $u_{t+1}$  — управляющая команда,  $x_t$  — состояние пола до ее выполнения.

Вероятность того, что датчик посчитает чистым грязный пол, равна  $p(z = \text{чистый} \mid x = \text{грязный}) = 0.3$ . А вероятность того, что датчик верно распознает чистый пол, равна  $p(z = \text{чистый} \mid x = \text{чистый}) = 0.9$ .

К сожалению, о текущем состоянии пола ничего не известно. Однако после уборки пола датчик робота показывает, что пол чистый.

- (а) Вычислите вероятность того, что пол останется грязным после уборки роботом. Используйте соответствующее априорное распределение и обоснуйте свой выбор.
- (б) Как можно оценить нижнюю границу этой вероятности?