

Лабораторная работа 1 — Линейная алгебра

В задании 1 нет необходимости использовать Python, все вычисления производятся на листке.

1. 2D преобразования

Преобразование координат (переход из одной системы координат в другую) играет важную роль в робототехнике.

Пусть робот движется в плоскости, его положение в глобальной системе координат можно описать как

$$\mathbf{x} = (x, y, \theta)^T,$$

где (x, y) — координаты в XY-плоскости, а θ — ориентация.

Тогда матрица однородного преобразования для положения $\mathbf{x} = (x, y, \theta)^T$, относительно начала координат $(0, 0, 0)^T$ глобальной системы имеет вид:

$$T_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{R}(\theta) & \mathbf{t} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{t} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- Пусть, находясь в положении $\mathbf{x}_1 = (x_1, y_1, \theta_1)^T$, робот наблюдает ориентир \mathbf{l} , который относительно локальной системы координат робота находится в положении $\mathbf{l} = (l_x, l_y)$. Используя матрицу T_1 , найдите положение \mathbf{l} в глобальной системе координат.
- Пусть известно, где находится ориентир в глобальной системе координат. Найдите координаты его положения, которое будет наблюдать робот в своей локальной системе координат?
- Пусть робот перешел в новое положение $\mathbf{x}_2 = (x_2, y_2, \theta_2)^T$ в глобальной системе координат. Найдите матрицу преобразования T_{12} , которая бы описывала новое положение относительно предыдущего \mathbf{x}_1 . *Подсказка:* запишите T_{12} как произведение матриц однородных преобразований.
- Найдите положение ориентира $\mathbf{l} = (l_x, l_y)$ в локальной системе координат робота, который находится в положении $\mathbf{x}_2 = (x_2, y_2, \theta_2)^T$.

2. Показания датчика

Пусть робот находится в положении $x = 1.0$ m, $y = 0.5$ m, $\theta = \pi/4$. На работе в точке $x = 0.2$ m, $y = 0.0$ m, $\theta = \pi$ относительно его локальной системы координат установлен лазерный дальномер.

В файле `laserscan.dat` содержатся измерения расстояний за одно сканирование. Первое измерение взято под углом $\alpha = -\pi/2$ (в системе координат лазерного дальномера), последнее — под углом $\alpha = \pi/2$, т.е. угол обзора датчика составляет π . Все промежуточные измерения находятся на одинаковом угловом расстоянии друг от друга.

Чтобы загрузить файл с данными и вычислить соответствующие углы, используйте следующий код:

```
import math
import numpy as np
scan = np.loadtxt('laserscan.dat')
angle = np.linspace(-math.pi/2, math.pi/2, np.shape(scan)[0], endpoint='true')
```

- Отобразите на графике все точки, соответствующие показаниям датчика, в локальной системе координат лазерного дальномера.
- На получившемся скане заметно необычное явление. Какое? Предложите объяснение.
- Используя матрицы однородных преобразований, вычислите и отобразите на одном графике в глобальной системе координат положение робота, положение лазерного дальномера и всех точек, соответствующих его показаниям.

Задать одинаковый масштаб осям X и Y на графике можно следующим образом:

```
plt.gca().set_aspect('equal', adjustable='box')
```