

Parte I

Ruta más corta

1. Formulación de transbordo

1.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

1.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j)

o = Nodo de origen

d = Nodo destino

1.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i, j) \text{ se encuentra en el path} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

1.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (1.1)$$

Sujeto a :

$$\sum_{j \in N} x_{oj} = 1 \quad (1.2)$$

$$\sum_{i \in N} x_{id} = 1 \quad (1.3)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = \sum_{(j,h) \in A} x_{jh} \quad \forall j \in N \setminus \{o, d\} \quad (1.4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (1.5)$$

Parte II

Árbol de rutas más cortas

2. Formulación de flujo entero

2.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

2.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j)

r = Nodo de origen del árbol

2.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i, j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

f_{ij} = flujo que pasa por el arco (i, j)

2.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \cdot f_{ij} \quad (2.1)$$

Sujeto a :

$$\sum_{(r,j) \in A} f_{rj} = |N| - 1 \quad (2.2)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} f_{ij} = 1 + \sum_{(j,h) \in A} f_{jh} \quad \forall j \in N \setminus \{r\} \quad (2.3)$$

$$f_{ij} \leq (|N| - 1) \cdot x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (2.4)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \setminus \{r\} \quad (2.5)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (2.6)$$

$$f_j \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (2.7)$$

3. Formulación de flujo multicommodity

3.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

3.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j)

r = Nodo de origen del árbol

3.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i, j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

f_{ij}^k = flujo que pasa por el arco (i, j) con dirección al nodo k

3.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \cdot f_{ij}^k \quad (3.1)$$

Sujeto a :

$$\sum_{(r,j) \in A} f_{rj}^k = 1 \quad \forall k \in N \setminus \{r\} \quad (3.2)$$

$$\sum_{(i,k) \in A} f_{ik}^k = 1 \quad \forall k \in N \setminus \{r\} \quad (3.3)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} f_{ij}^k = \sum_{(j,h) \in A} f_{jh}^k \quad \forall j, k \in N \setminus \{r\} : j \neq k \quad (3.4)$$

$$f_{ij}^k \leq x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A, k \in N \setminus \{r\} \quad (3.5)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \setminus \{r\} \quad (3.6)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.7)$$

$$f_{ij}^k \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A, k \in N \setminus \{r\} \quad (3.8)$$

Parte III

El problema del minimum spanning tree MST

4. Formulación de clásica

4.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

4.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j)

4.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i, j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

4.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (4.1)$$

Sujeto a :

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = |N| - 1 \quad (4.2)$$

$$\sum_{(i,j) \in A: i, j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq N : |S| \geq 2 \quad (4.3)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (4.4)$$

5. Formulación de clásica II

5.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

5.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j)

r = Nodo de origen del árbol

5.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i, j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

5.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (5.1)$$

Sujeto a :

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \setminus \{r\} \quad (5.2)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = |N| - 1 \quad (5.3)$$

$$\sum_{(i,j) \in A: i, j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq N : |S| \geq 2 \quad (5.4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (5.5)$$

6. Formulación de flujo entero

6.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

6.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j)

r = Nodo de origen del árbol

6.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i, j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$f_{ij} = \text{flujo que pasa por el arco } (i, j)$$

6.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (6.1)$$

Sujeto a :

$$\sum_{(r,j) \in A} f_{rj} = |N| - 1 \quad (6.2)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} f_{ij} = 1 + \sum_{(j,h) \in A} f_{jh} \quad \forall j \in N \setminus \{r\} \quad (6.3)$$

$$f_{ij} \leq (|N| - 1) \cdot x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (6.4)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \setminus \{r\} \quad (6.5)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = |N| - 1 \quad (6.6)$$

$$\sum_{(i,j) \in A: i, j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq N : |S| \geq 2 \quad (6.7)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (6.8)$$

7. Formulación de flujo multicommodity

7.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

7.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j)

r = Nodo de origen del árbol

7.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i, j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

f_{ij}^k = flujo que pasa por el arco (i, j) con dirección al nodo k

7.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (7.1)$$

Sujeto a :

$$\sum_{(r,j) \in A} f_{rj}^k = 1 \quad \forall k \in N \setminus \{r\} \quad (7.2)$$

$$\sum_{(i,k) \in A} f_{ik}^k = 1 \quad \forall k \in N \setminus \{r\} \quad (7.3)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} f_{ij}^k = \sum_{(j,h) \in A} f_{jh}^k \quad \forall j, k \in N \setminus \{r\} : j \neq k \quad (7.4)$$

$$f_{ij}^k \leq x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A, k \in N \setminus \{r\} \quad (7.5)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \setminus \{r\} \quad (7.6)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = |N| - 1 \quad (7.7)$$

$$\sum_{(i,j) \in A: i, j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq N : |S| \geq 2 \quad (7.8)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (7.9)$$

8. Formulación de Miller-Tucker-Zemblin (MTZ)

8.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

8.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j)

r = Nodo de origen del árbol

8.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i, j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

t_j = número de arcos entre el nodo raíz y el nodo j

8.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (8.1)$$

Sujeto a :

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \setminus \{r\} \quad (8.2)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = |N| - 1 \quad (8.3)$$

$$t_j \geq t_i + 1 - |N| \cdot (1 - x_{ij}) \quad \forall (i, j) \in A, j \neq r \quad (8.4)$$

$$t_r = 0 \quad (8.5)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (8.6)$$

$$t_j \geq 0 \quad \forall j \in N \quad (8.7)$$

Parte IV

El problema de la p-mediana

9. Formulación clásica

9.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

9.2. Parámetros

d_{ij} = Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j

p = Cantidad de servidores a localizar

9.3. Variables

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si se localiza un servidor en } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se asigna el nodo } i \text{ al servidor } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

9.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j) \in A} y_{ij} \cdot d_{ij} \quad (9.1)$$

Sujeto a :

$$\sum_{j \in N} x_j = p \quad (9.2)$$

$$\sum_{j \in N} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (9.3)$$

$$y_{ij} - x_j \leq 0 \quad \forall (i,j) \in A \quad (9.4)$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in N \quad (9.5)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i,j) \in A \quad (9.6)$$

10. Formulación de flujo entero

10.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

$\bar{A} = A \cup \{(0, j) : j \in N\}$

10.2. Parámetros

d_{ij} = Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j

p = Cantidad de servidores a localizar

10.3. Variables

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se asigna el nodo } i \text{ al servidor } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

f_{ij} = flujo que pasa por el arco (i, j)

10.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j) \in A} f_{ij} \cdot d_{ij} \quad (10.1)$$

Sujeto a :

$$\sum_{(0,j) \in \bar{A}} y_{0j} = p \quad (10.2)$$

$$\sum_{(0,j) \in \bar{A}} f_{0j} = |N| \quad (10.3)$$

$$\sum_{(i,j) \in \bar{A}} f_{ij} = 1 + \sum_{(j,h) \in A} f_{jh} \quad \forall j \in N \quad (10.4)$$

$$f_{ij} \leq |N| \cdot x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (10.5)$$

$$\sum_{(i,j) \in \bar{A}} y_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \quad (10.6)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in \bar{A} \quad (10.7)$$

$$f_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in \bar{A} \quad (10.8)$$

11. Formulación de flujo multicommodity

11.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

$\bar{A} = A \cup \{(0, j) : j \in N\}$

11.2. Parámetros

d_{ij} = Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j

p = Cantidad de servidores a localizar

11.3. Variables

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se asigna el nodo } i \text{ al servidor } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

f_{ij}^k = flujo que pasa por el arco (i, j) con dirección al nodo k

11.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j) \in A, k \in N} f_{ij}^k \cdot d_{ij} \quad (11.1)$$

Sujeto a :

$$\sum_{(0,j) \in \bar{A}} f_{0j}^k = 1 \quad \forall k \in N \quad (11.2)$$

$$\sum_{(i,k) \in A} f_{ik}^k = 1 \quad \forall k \in N \quad (11.3)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} f_{ij}^k = \sum_{(j,h) \in A} f_{jh}^k \quad \forall j, k \in N : j \neq k \quad (11.4)$$

$$f_{ij}^k \leq x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A, k \in N \quad (11.5)$$

$$\sum_{(0,j) \in \bar{A}} y_{0j} = p \quad (11.6)$$

$$\sum_{(i,j) \in \bar{A}} y_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \quad (11.7)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in \bar{A} \quad (11.8)$$

$$f_{ij}^k \geq 0 \quad \forall (i, j) \in \bar{A}, k \in N \quad (11.9)$$

Parte V

El problema de la p-centro

12. Formulaci3n cl1sica

12.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

12.2. Par1metros

d_{ij} = Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j

p = Cantidad de servidores a localizar

12.3. Variables

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si se localiza un servidor en } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se asigna el nodo } i \text{ al servidor } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

W = Distancia m1xima entre un nodo de demanda y su servidor asignado

12.4. Formulaci3n matem1tica

$$\min W \tag{12.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{j \in N} x_j = p \tag{12.2}$$

$$\sum_{j \in N} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \tag{12.3}$$

$$y_{ij} - x_j \leq 0 \quad \forall (i, j) \in A \tag{12.4}$$

$$W - \sum_{j \in N} d_{ij} \cdot y_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in N \tag{12.5}$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in N \tag{12.6}$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \tag{12.7}$$

$$W \geq 0 \tag{12.8}$$

13. Formulación de flujo entero

13.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

$\bar{A} = A \cup \{(0, j) : j \in N\}$

13.2. Parámetros

d_{ij} = Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j

p = Cantidad de servidores a localizar

13.3. Variables

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se asigna el nodo } i \text{ al servidor } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

f_{ij} = flujo que pasa por el arco (i, j)

W = Distancia máxima entre un nodo de demanda y su servidor asignado

13.4. Formulación matemática

$$\min W \tag{13.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{(0,j) \in \bar{A}} y_{0j} = p \tag{13.2}$$

$$\sum_{(0,j) \in \bar{A}} f_{0j} = |N| \tag{13.3}$$

$$\sum_{(i,j) \in \bar{A}} f_{ij} = 1 + \sum_{(j,h) \in A} f_{jh} \quad \forall j \in N \tag{13.4}$$

$$f_{ij} \leq |N| \cdot x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \tag{13.5}$$

$$\sum_{(i,j) \in \bar{A}} y_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \tag{13.6}$$

$$W - \sum_{j \in N} d_{ij} \cdot y_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in N \tag{13.7}$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in \bar{A} \tag{13.8}$$

$$f_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in \bar{A} \tag{13.9}$$

Parte VI

El problema del maximal covering

14. Formulaci3n cl3sica

14.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

14.2. Par3metros

d_{ij} = Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j

h_i = Demanda del nodo i

S = Radio de cobertura

p = Cantidad de servidores a localizar

$C_i = \{j \mid d_{ij} \leq S\}$

14.3. Variables

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si se localiza el servidor en } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{si la demanda del nodo } i \text{ es cubierta} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

14.4. Formulaci3n matem3tica

$$\max \sum_{i \in N} y_i \cdot h_i \quad (14.1)$$

Sujeto a :

$$\sum_{j \in C_i} x_j - y_i \geq 0 \quad \forall i \in N \quad (14.2)$$

$$\sum_{j \in N} x_j = p \quad (14.3)$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in N \quad (14.4)$$

$$y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in N \quad (14.5)$$

Parte VII

El problema del set-covering

15. Formulación clásica

15.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

15.2. Parámetros

d_{ij} = Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j

S = Radio de cobertura

$C_i = \{j \mid d_{ij} \leq S\}$

15.3. Variables

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si se localiza el servidor en } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

15.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{j \in N} x_j \tag{15.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{j \in C_i} x_j \geq 1 \quad \forall i \in N \tag{15.2}$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in N \tag{15.3}$$

Parte VIII

El problema del vendedor viajero

16. Formulación de Flujo Entero

16.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

16.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j) d = nodo de origen

16.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i, j) \text{ se encuentra en el tour} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

f_{ij} = flujo enviado desde el nodo i , hacia el nodo j

16.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (16.1)$$

Sujeto a :

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \quad (16.2)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (16.3)$$

$$\sum_{(d,j) \in A} f_{dj} = |N| - 1 \quad (16.4)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} f_{ij} - \sum_{(j,h) \in A} f_{jh} = 1 \quad \forall j \in N \setminus \{d\} \quad (16.5)$$

$$f_{ij} \leq (|N| - 1) \cdot x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (16.6)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (16.7)$$

$$f_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (16.8)$$

17. Formulación MTZ

17.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos

A = Conjunto de arcos

17.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j) d = nodo de origen

17.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i, j) \text{ se encuentra en el tour} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

t_i = posición en que se recorre el nodo i en el tour

17.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (17.1)$$

Sujeto a :

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \quad (17.2)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (17.3)$$

$$t_j \geq t_i + 1 - |N| \cdot (1 - x_{ij}) \quad \forall (i, j) \in A, j \neq d \quad (17.4)$$

$$t_d = 0 \quad (17.5)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (17.6)$$

$$t_i \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall i \in N \quad (17.7)$$