Parte I

Ruta más corta

1. Formulación de transbordo

1.1. Conjuntos

N =Conjunto de nodos A =Conjunto de arcos

1.2. Parámetros

 $c_{ij} = \text{costo}$ asociado al arco (i, j) o = Nodo de origen d = Nodo destino

1.3. Variables

 $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el path} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$

1.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{1.1}$$

$$\sum_{j \in N} x_{oj} = 1 \tag{1.2}$$

$$\sum_{i \in N} x_{id} = 1 \tag{1.3}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = \sum_{(j,h)\in A} x_{jh} \qquad \forall j \in N \setminus \{o,d\}$$
 (1.4)

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \qquad \forall (i, j) \in A \qquad (1.5)$$

Parte II

El problema del minimum spanning tree MST

2. Formulación de clásica

2.1. Conjuntos

N =Conjunto de nodos A =Conjunto de arcos

2.2. Parámetros

 $c_{ij} = \cos \cos \operatorname{asociado} \operatorname{al} \operatorname{arco} (i, j)$

2.3. Variables

 $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$

2.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{2.1}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = |N| - 1 \tag{2.2}$$

$$\sum_{(i,j)\in A: i,j\in S} x_{ij} \le |S| - 1 \qquad \forall S \subseteq N: |S| \ge 2$$
 (2.3)

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \qquad \forall (i, j) \in A \qquad (2.4)$$

3. Formulación de clásica II

3.1. Conjuntos

N =Conjunto de nodos A =Conjunto de arcos

3.2. Parámetros

 $c_{ij} = \text{costo}$ asociado al arco (i, j)r = Nodo de origen del árbol

3.3. Variables

 $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$

3.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{3.1}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \setminus \{r\}$$
 (3.2)

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = |N| - 1 \tag{3.3}$$

$$\sum_{(i,j)\in A: i,j\in S} x_{ij} \le |S| - 1 \qquad \forall S \subseteq N: |S| \ge 2$$
 (3.4)

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \qquad \forall (i, j) \in A \tag{3.5}$$

Formulación de flujo entero 4.

4.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodosA = Conjunto de arcos

4.2. Parámetros

 $c_{ij} = \cos \cos \operatorname{asociado} \operatorname{al} \operatorname{arco} (i, j)$ r = Nodo de origen del árbol

4.3. Variables

 $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$

 f_{ij} = flujo que pasa por el arco (i, j)

Formulación matemática 4.4.

$$\min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{4.1}$$

$$\sum_{(r,j)\in A} f_{rj} = |N| - 1 \tag{4.2}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} f_{ij} = 1 + \sum_{(j,h)\in A} f_{jh} \qquad \forall j \in N \setminus \{r\}$$
 (4.3)

$$f_{ij} \le (|N| - 1) \cdot x_{ij} \qquad \forall (i, j) \in A \tag{4.4}$$

$$f_{ij} \leq (|N| - 1) \cdot x_{ij} \qquad \forall (i, j) \in A \qquad (4.4)$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \setminus \{r\} \qquad (4.5)$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = |N| - 1 \tag{4.6}$$

$$\sum_{(i,j)\in A: i,j\in S} x_{ij} \le |S| - 1 \qquad \forall S \subseteq N: |S| \ge 2$$
 (4.7)

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \qquad \forall (i, j) \in A \qquad (4.8)$$

Formulación de flujo multicommodity **5**.

5.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodosA = Conjunto de arcos

5.2. Parámetros

 $c_{ij} = \cos \cos \operatorname{asociado} \operatorname{al} \operatorname{arco} (i, j)$ r = Nodo de origen del árbol

5.3. Variables

 $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$

 f_{ij}^k = flujo que pasa por el arco (i,j) con dirección al nodo k

5.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{5.1}$$

$$\sum_{(r,j)\in A} f_{rj}^k = 1 \qquad \forall k \in N \backslash \{r\} \qquad (5.2)$$

$$\sum_{(i,k)\in A} f_{ik}^k = 1 \qquad \forall k \in N \backslash \{r\} \qquad (5.3)$$

$$\sum_{(i,j)\in A} f_{ij}^k = \sum_{(j,h)\in A} f_{jh}^k \qquad \forall j,k \in N \setminus \{r\} : j \neq k \qquad (5.4)$$

$$f_{ij}^k \le x_{ij} \qquad \forall (i,j) \in A, k \in N \setminus \{r\} \qquad (5.5)$$

$$f_{ij}^k \le x_{ij}$$
 $\forall (i,j) \in A, k \in N \setminus \{r\}$ (5.5)

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \setminus \{r\} \qquad (5.6)$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = |N| - 1 \tag{5.7}$$

$$\sum_{(i,j)\in A: i,j\in S} x_{ij} \le |S| - 1 \qquad \forall S \subseteq N: |S| \ge 2 \qquad (5.8)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \qquad \forall (i, j) \in A \qquad (5.9)$$

6. Formulación de Miller-Tucker-Zemblin (MTZ)

6.1. Conjuntos

N =Conjunto de nodos A =Conjunto de arcos

6.2. Parámetros

 $c_{ij} = \text{costo}$ asociado al arco (i, j)r = Nodo de origen del árbol

6.3. Variables

 $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$

$$t_i = -$$

6.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{6.1}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \setminus \{r\}$$
 (6.2)

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = |N| - 1 \tag{6.3}$$

$$t_j \ge t_i + 1 - |N| \cdot (1 - x_{ij})$$
 $\forall (i, j) \in A$ (6.4)

$$t_r = 0 (6.5)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \qquad \forall (i, j) \in A \qquad (6.6)$$

$$t_j \ge 0 \qquad \forall j \in N \tag{6.7}$$

Parte III

El problema de la p-mediana

7. Formulación clásica

7.1. Conjuntos

N =Conjunto de nodos A =Conjunto de arcos

7.2. Parámetros

 $d_{ij}=$ Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j p= Cantidad de servidores a localizar

7.3. Variables

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si se localiza un servidor en } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se asigna el nodo } i \text{ al servidor } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

7.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j)\in A} y_{ij} \cdot d_{ij} \tag{7.1}$$

$$\sum_{j \in N} x_j = p \tag{7.2}$$

$$\sum_{j \in N} y_{ij} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{7.3}$$

$$y_{ij} - x_j \le 0 \qquad \forall (i, j) \in A \tag{7.4}$$

$$x_j \in \{0, 1\} \qquad \forall j \in N \tag{7.5}$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \qquad \forall (i, j) \in A \tag{7.6}$$

Parte IV

El problema de la p-centro

8. Formulación clásica

8.1. Conjuntos

N =Conjunto de nodos A =Conjunto de arcos

8.2. Parámetros

 $d_{ij}=$ Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j p= Cantidad de servidores a localizar

8.3. Variables

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si se localiza un servidor en } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se asigna el nodo } i \text{ al servidor } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

W= Distancia máxima entre un nodo de demanda y su servidor asignado

8.4. Formulación matemática

$$min W$$
 (8.1)

$$\sum_{j \in N} x_j = p \tag{8.2}$$

$$\sum_{j \in N} y_{ij} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{8.3}$$

$$y_{ij} - x_j \le 0 \qquad \qquad \forall (i, j) \in A \tag{8.4}$$

$$W - \sum_{j \in N} d_{ij} \cdot y_{ij} \ge 0 \qquad \forall i \in N$$

$$(8.5)$$

$$x_j \in \{0, 1\} \qquad \forall j \in N \tag{8.6}$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall (i, j) \in A \tag{8.7}$$

$$W \ge 0 \tag{8.8}$$

Parte V

El problema del maximal covering

9. Formulación clásica

9.1. Conjuntos

N =Conjunto de nodos A =Conjunto de arcos

9.2. Parámetros

 $d_{ij}=\mbox{Distancia entre el nodo de demanda}~i$ y el servidor candidato j

 $\boldsymbol{h}_i = \text{Demanda del nodo } i$

S = Radio de cobertura

p =Cantidad de servidores a localizar

 $C_i = \{j \mid d_{ij} \le S\}$

9.3. Variables

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si se localiza el servidor en } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

 $y_i = \begin{cases} 1 & \text{si la demanda del nodo } i \text{ es cubierta} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$

9.4. Formulación matemática

$$\max \sum_{i \in N} y_i \cdot h_i \tag{9.1}$$

$$\sum_{j \in C_i} x_j - y_i \ge 0 \qquad \forall i \in N \tag{9.2}$$

$$\sum_{j \in N} x_j = p \tag{9.3}$$

$$x_j \in \{0, 1\} \qquad \forall j \in N \tag{9.4}$$

$$y_i \in \{0, 1\} \qquad \forall j \in N \tag{9.5}$$

Parte VI

El problema del set-covering

10. Formulación clásica

10.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos A = Conjunto de arcos

10.2. Parámetros

 $d_{ij}=$ Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j S= Radio de cobertura $C_i=\{j\mid d_{ij}\leq S\}$

10.3. Variables

 $x_j = \begin{cases} 1 & \text{si se localiza el servidor en } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$

10.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{j \in N} x_j \tag{10.1}$$

$$\sum_{j \in C_i} x_j \ge 1 \qquad \forall i \in N \tag{10.2}$$

$$x_j \in \{0, 1\} \qquad \forall j \in N \tag{10.3}$$

Parte VII

El problema del vendedor viajero

11. Formulación de Flujo Entero

11.1. Conjuntos

N =Conjunto de nodos A =Conjunto de arcos

11.2. Parámetros

 $c_{ij} = \cos to$ asociado al arco (i, j)

11.3. Variables

 $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el tour} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$

 $y_{ij}=$ flujo enviado desde el nodo i, hacia el nodo j

11.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{11.1}$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \tag{11.2}$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{11.3}$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} y_{1j} = |N| - 1 \tag{11.4}$$

$$\sum_{i \in N} y_{ik} - \sum_{j \in N} y_{kj} = 1 \qquad \forall k \in N \setminus \{0\}$$
 (11.5)

$$y_{ij} \le (|N| - 1) \cdot x_{ij} \qquad \forall (i, j) \in A \qquad (11.6)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \qquad \forall (i, j) \in A \qquad (11.7)$$

$$y_{ij} \ge 0 \qquad \qquad \forall (i,j) \in A \tag{11.8}$$

12. Formulación MTZ

12.1. Conjuntos

N =Conjunto de nodos A =Conjunto de arcos

12.2. Parámetros

 $c_{ij} = \cos \cos \operatorname{asociado} \operatorname{al} \operatorname{arco} (i, j)$

12.3. Variables

 $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el tour} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$

 $t_i = \text{posicion}$ en que se recorre el nodo i en el tour

12.4. Formulación matemática

$$\min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{12.1}$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \tag{12.2}$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{12.3}$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} y_{1j} = |N| - 1 \tag{12.4}$$

$$t_j \ge t_i + 1 - |N| \cdot (1 - x_{ij})$$
 $\forall (i, j) \in A, i \ne 0, j \ne 0$ (12.5)

$$t_0 = 0 \tag{12.6}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \qquad \forall (i, j) \in A \qquad (12.7)$$

$$t_i \in \mathbb{Z}_0^+ \qquad \forall i \in N \tag{12.8}$$