Parte I

Ruta más corta

1. Formulación de transbordo

1.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos

1.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j)
o = Nodo de origen
d = Nodo destino

1.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el path} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

1.4. Formulación matemática

$$min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{1.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{j\in N} x_{oj} = 1 \tag{1.2}$$

$$\sum_{i\in N} x_{id} = 1 \tag{1.3}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = \sum_{(j,h)\in A} x_{jh} \qquad \forall j \in N\backslash\{o,d\} \tag{1.4}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in A \tag{1.5}$$

Parte II
Árbol de rutas más cortas

2. Formulación de flujo entero

2.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos

2.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i,j)
r = Nodo de origen del árbol

2.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$f_{ij} = \text{flujo que pasa por el arco } (i,j)$$

2.4. Formulación matemática

$$min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot f_{ij} \tag{2.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{(r,j)\in A} f_{rj} = |N| - 1 \tag{2.2}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} f_{ij} = 1 + \sum_{(j,h)\in A} f_{jh} \qquad \forall j \in N \backslash \{r\} \tag{2.3}$$

$$f_{ij} \leq (|N| - 1) \cdot x_{ij} \qquad \forall (i,j) \in A \tag{2.4}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \backslash \{r\} \tag{2.5}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in A \tag{2.6}$$

$$f_j \geq 0 \qquad \forall (i,j) \in A \tag{2.7}$$

3. Formulación de flujo multicommodity

3.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos

3.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j)
r = Nodo de origen del árbol

3.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

f_{ij}^{k} = flujo que pasa por el arco (i, j) con dirección al nodo k

3.4. Formulación matemática

$$min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot f_{ij}^{k} \tag{3.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{(r,j)\in A} f_{rj}^{k} = 1 \qquad \forall k \in N \backslash \{r\} \tag{3.2}$$

$$\sum_{(i,k)\in A} f_{ik}^{k} = 1 \qquad \forall k \in N \backslash \{r\} \tag{3.3}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} f_{ij}^{k} = \sum_{(j,h)\in A} f_{jh}^{k} \qquad \forall j, k \in N \backslash \{r\} : j \neq k \tag{3.4}$$

$$f_{ij}^{k} \leq x_{ij} \qquad \forall (i,j) \in A, k \in N \backslash \{r\} \tag{3.5}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \backslash \{r\} \tag{3.6}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall (i,j) \in A \tag{3.7}$$

$$f_{ij}^{k} \geq 0 \qquad \forall (i,j) \in A, k \in N \backslash \{r\} \tag{3.8}$$

Parte III

El problema del minimum spanning tree MST

4. Formulación de clásica

4.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos

4.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j)

4.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

4.4. Formulación matemática

$$min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{4.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = |N| - 1 \tag{4.2}$$

$$\sum_{(i,j)\in A: i,j\in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \qquad \forall S \subseteq N : |S| \geq 2 \tag{4.3}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall (i,j) \in A \tag{4.4}$$

5. Formulación de clásica II

5.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos

5.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j)
r = Nodo de origen del árbol

5.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

5.4. Formulación matemática

$$min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{5.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \backslash \{r\} \tag{5.2}$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = |N| - 1 \tag{5.3}$$

$$\sum_{(i,j) \in A: i,j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \qquad \forall S \subseteq N : |S| \geq 2 \tag{5.4}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall (i,j) \in A \tag{5.5}$$

6. Formulación de flujo entero

6.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos

6.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j)
r = Nodo de origen del árbol

6.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$f_{ij} = \text{flujo que pasa por el arco } (i,j)$$

6.4. Formulación matemática

$$min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{6.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{(r,j)\in A} f_{rj} = |N| - 1 \tag{6.2}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} f_{ij} = 1 + \sum_{(j,h)\in A} f_{jh} \qquad \forall j \in N\backslash\{r\} \tag{6.3}$$

$$f_{ij} \leq (|N| - 1) \cdot x_{ij} \qquad \forall (i,j) \in A \tag{6.4}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N\backslash\{r\} \tag{6.5}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = |N| - 1 \tag{6.6}$$

$$\sum_{(i,j)\in A: i,j\in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \qquad \forall S \subseteq N : |S| \geq 2 \tag{6.7}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall (i,j) \in A \tag{6.8}$$

7. Formulación de flujo multicommodity

7.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos

7.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j)
r = Nodo de origen del árbol

7.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

f_{ij}^k = flujo que pasa por el arco (i, j) con dirección al nodo k

7.4. Formulación matemática

$$min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{7.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{(r,j)\in A} f_{rj}^k = 1 \qquad \forall k \in N \backslash \{r\} \tag{7.2}$$

$$\sum_{(i,k)\in A} f_{ik}^k = 1 \qquad \forall k \in N \backslash \{r\} \tag{7.3}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} f_{ij}^k = \sum_{(j,h)\in A} f_{jh}^k \qquad \forall j, k \in N \backslash \{r\} : j \neq k \tag{7.4}$$

$$f_{ij}^k \leq x_{ij} \qquad \forall (i,j) \in A, k \in N \backslash \{r\} \tag{7.5}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \backslash \{r\} \tag{7.6}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = |N| - 1 \tag{7.7}$$

$$\sum_{(i,j)\in A : i,j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \qquad \forall S \subseteq N : |S| \geq 2 \tag{7.8}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall (i,j) \in A \tag{7.9}$$

8. Formulación de Miller-Tucker-Zemblin (MTZ)

8.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos

8.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j)
r = Nodo de origen del árbol

8.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i, j) \text{ se encuentra en el árbol de expansión} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$t_j = \text{número de arcos entre el nodo raíz y el nodo } j$$

8.4. Formulación matemática

$$min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{8.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \backslash \{r\} \tag{8.2}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = |N| - 1 \tag{8.3}$$

$$t_j \geq t_i + 1 - |N| \cdot (1 - x_{ij}) \qquad \forall (i, j) \in A, j \neq r \tag{8.4}$$

$$t_r = 0 \tag{8.5}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall (i, j) \in A \tag{8.6}$$

$$t_j \geq 0 \qquad \forall j \in N \tag{8.7}$$

Parte IV
El problema de la p-mediana

9. Formulación clásica

9.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos

9.2. Parámetros

d_{ij} = Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j
p = Cantidad de servidores a localizar

9.3. Variables

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si se localiza un servidor en } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se asigna el nodo } i \text{ al servidor } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

9.4. Formulación matemática

$$min \sum_{(i,j)\in A} y_{ij} \cdot d_{ij} \tag{9.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{j\in N} x_j = p \tag{9.2}$$

$$\sum_{j\in N} y_{ij} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{9.3}$$

$$y_{ij} - x_j \leq 0 \qquad \forall (i,j) \in A \tag{9.4}$$

$$x_j \in \{0,1\} \qquad \forall j \in N \tag{9.5}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in A \tag{9.6}$$

10. Formulación de flujo entero

10.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos
$\bar{A} = A \cup \{(0, j) : j \in N\}$

10.2. Parámetros

d_{ij} = Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j
p = Cantidad de servidores a localizar

10.3. Variables

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se asigna el nodo } i \text{ al servidor } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$f_{ij} = \text{flujo que pasa por el arco } (i, j)$$

10.4. Formulación matemática

$$min \sum_{(i,j)\in A} f_{ij} \cdot d_{ij} \tag{10.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{(0,j)\in \bar{A}} y_{0j} = p \tag{10.2}$$

$$\sum_{(0,j)\in \bar{A}} f_{0j} = |N| \tag{10.3}$$

$$\sum_{(i,j)\in \bar{A}} f_{ij} = 1 + \sum_{(j,h)\in A} f_{jh} \qquad \forall j \in N \tag{10.4}$$

$$f_{ij} \leq |N| \cdot x_{ij} \qquad \forall (i, j) \in A \tag{10.5}$$

$$\sum_{(i,j)\in \bar{A}} y_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \tag{10.6}$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall (i, j) \in \bar{A} \tag{10.7}$$

$$f_{ij} \geq 0 \qquad \forall (i, j) \in \bar{A} \tag{10.8}$$

11. Formulación de flujo multicommodity

11.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos
$\bar{A} = A \cup \{(0, j) : j \in N\}$

11.2. Parámetros

d_{ij} = Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j
p = Cantidad de servidores a localizar

11.3. Variables

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se asigna el nodo } i \text{ al servidor } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

f_{ij}^k = flujo que pasa por el arco (i, j) con dirección al nodo k

11.4. Formulación matemática

$$min \sum_{(i,j) \in A, k \in N} f_{ij}^k \cdot d_{ij} \tag{11.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{(0,j) \in \bar{A}} f_{0j}^k = 1 \qquad \forall k \in N \tag{11.2}$$

$$\sum_{(i,k) \in A} f_{ik}^k = 1 \qquad \forall k \in N \tag{11.3}$$

$$\sum_{(i,j) \in A} f_{ij}^k = \sum_{(j,h) \in A} f_{jh}^k \qquad \forall j, k \in N : j \neq k \tag{11.4}$$

$$f_{ij}^k \leq x_{ij} \qquad \forall (i, j) \in A, k \in N \tag{11.5}$$

$$\sum_{(0,j) \in \bar{A}} y_{0j} = p \tag{11.6}$$

$$\sum_{(i,j) \in \bar{A}} y_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \tag{11.7}$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall (i, j) \in \bar{A} \tag{11.8}$$

$$f_{ij}^k \geq 0 \qquad \forall (i, j) \in \bar{A}, k \in N \tag{11.9}$$

Parte V

El problema de la p-centro

12. Formulación clásica

12.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos

12.2. Parámetros

d_{ij} = Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j
p = Cantidad de servidores a localizar

12.3. Variables

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si se localiza un servidor en } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se asigna el nodo } i \text{ al servidor } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

W = Distancia máxima entre un nodo de demanda y su servidor asignado

12.4. Formulación matemática

$$min\, W \tag{12.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{j \in N} x_j = p \tag{12.2}$$

$$\sum_{j \in N} y_{ij} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{12.3}$$

$$y_{ij} - x_j \leq 0 \qquad \forall (i,j) \in A \tag{12.4}$$

$$W - \sum_{j \in N} d_{ij} \cdot y_{ij} \geq 0 \qquad \forall i \in N \tag{12.5}$$

$$x_j \in \{0,1\} \qquad \forall j \in N \tag{12.6}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in A \tag{12.7}$$

$$W \geq 0 \tag{12.8}$$

13. Formulación de flujo entero

13.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos
$\bar{A} = A \cup \{(0, j) : j \in N\}$

13.2. Parámetros

d_{ij} = Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j
p = Cantidad de servidores a localizar

13.3. Variables

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se asigna el nodo } i \text{ al servidor } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

f_{ij} = flujo que pasa por el arco (i, j)
W = Distancia máxima entre un nodo de demanda y su servidor asignado

13.4. Formulación matemática

$$min\ W \tag{13.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{(0,j)\in\bar{A}} y_{0j} = p \tag{13.2}$$

$$\sum_{(0,j)\in\bar{A}} f_{0j} = |N| \tag{13.3}$$

$$\sum_{(i,j)\in\bar{A}} f_{ij} = 1 + \sum_{(j,h)\in A} f_{jh} \qquad \forall j \in N \tag{13.4}$$

$$f_{ij} \leq |N| \cdot x_{ij} \qquad \forall (i, j) \in A \tag{13.5}$$

$$\sum_{(i,j)\in\bar{A}} y_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \tag{13.6}$$

$$W - \sum_{j\in N} d_{ij} \cdot y_{ij} \geq 0 \qquad \forall i \in N \tag{13.7}$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall (i, j) \in \bar{A} \tag{13.8}$$

$$f_{ij} \geq 0 \qquad \forall (i, j) \in \bar{A} \tag{13.9}$$

Parte VI

El problema del maximal covering

14. Formulación clásica

14.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos

14.2. Parámetros

d_{ij} = Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j
h_i = Demanda del nodo i
S = Radio de cobertura
p = Cantidad de servidores a localizar
$C_i = \{j \mid d_{ij} \leq S\}$

14.3. Variables

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si se localiza el servidor en } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{si la demanda del nodo } i \text{ es cubierta} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

14.4. Formulación matemática

$$max \sum_{i \in N} y_i \cdot h_i \tag{14.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{j \in C_i} x_j - y_i \geq 0 \qquad \forall i \in N \tag{14.2}$$

$$\sum_{j \in N} x_j = p \tag{14.3}$$

$$x_j \in \{0, 1\} \qquad \forall j \in N \tag{14.4}$$

$$y_j \in \{0, 1\} \qquad \forall j \in N \tag{14.5}$$

Parte VII

El problema del set-covering

15. Formulación clásica

15.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos

15.2. Parámetros

d_{ij} = Distancia entre el nodo de demanda i y el servidor candidato j
S = Radio de cobertura
$C_i = \{j \mid d_{ij} \leq S\}$

15.3. Variables

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si se localiza el servidor en } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

15.4. Formulación matemática

$$min \sum_{j \in N} x_j \tag{15.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{j \in C_i} x_j \geq 1 \qquad \forall i \in N \tag{15.2}$$

$$x_j \in \{0, 1\} \qquad \forall j \in N \tag{15.3}$$

Parte VIII
El problema del vendedor viajero

16. Formulación de Flujo Entero

16.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos

16.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i,j) d = nodo de origen

16.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el tour} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

f_{ij} = flujo enviado desde el nodo i, hacia el nodo j

16.4. Formulación matemática

$$min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{16.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \tag{16.2}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{16.3}$$

$$\sum_{(d,j)\in A} f_{dj} = |N| - 1 \tag{16.4}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} f_{ij} - \sum_{(j,h)\in A} f_{jh} = 1 \qquad \forall j \in N \backslash \{d\} \tag{16.5}$$

$$f_{ij} \leq (|N| - 1) \cdot x_{ij} \qquad \forall (i,j) \in A \tag{16.6}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in A \tag{16.7}$$

$$f_{ij} \geq 0 \qquad \forall (i,j) \in A \tag{16.8}$$

17. Formulación MTZ

17.1. Conjuntos

N = Conjunto de nodos
A = Conjunto de arcos

17.2. Parámetros

c_{ij} = costo asociado al arco (i, j) d = nodo de origen

17.3. Variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco } (i,j) \text{ se encuentra en el tour} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

t_i = posicion en que se recorre el nodo i en el tour

17.4. Formulación matemática

$$min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} \tag{17.1}$$

Sujeto a :

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in N \tag{17.2}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{17.3}$$

$$t_j \geq t_i + 1 - |N| \cdot (1 - x_{ij}) \qquad \forall (i,j) \in A, j \neq d \tag{17.4}$$

$$t_d = 0 \tag{17.5}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall (i,j) \in A \tag{17.6}$$

$$t_i \in \mathbb{Z}_0^+ \qquad \forall i \in N \tag{17.7}$$