



**DECSAI**

**Departamento de Ciencias de la Computación e I.A.**

Universidad de Granada



# Clustering basado en densidad

© Fernando Berzal, [berzal@acm.org](mailto:berzal@acm.org)

# Clustering basado en densidad

- Métodos basados en densidad
- DBSCAN
- OPTICS
- EnDBSCAN
- DENCLUE
- SNN Clustering



# Métodos de agrupamiento



Familias de algoritmos de clustering:

- **Agrupamiento por particiones**  
k-Means, PAM/CLARA/CLARANS, BFR

- **Métodos basados en densidad**  
DBSCAN, Optics, DenClue

- **Clustering jerárquico**  
Diana/Agnes, BIRCH, CURE, Chameleon, ROCK

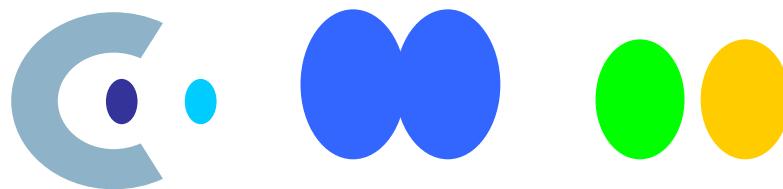
...



## Métodos basados en densidad



- Un cluster en una región densa de puntos, separada por regiones poco densas de otras regiones densas.
- Útiles cuando los clusters tienen formas irregulares, están entrelazados o hay ruido/outliers en los datos.



# Métodos basados en densidad



Criterio de agrupamiento local:

## Densidad de puntos

Regiones densas de puntos separadas  
de otras regiones densas por regiones poco densas.

### Características

- Identifican clusters de formas arbitrarias.
- Robustos ante la presencia de ruido.
- Escalables: Un único recorrido del conjunto de datos



# Métodos basados en densidad



### Algoritmos basados en densidad

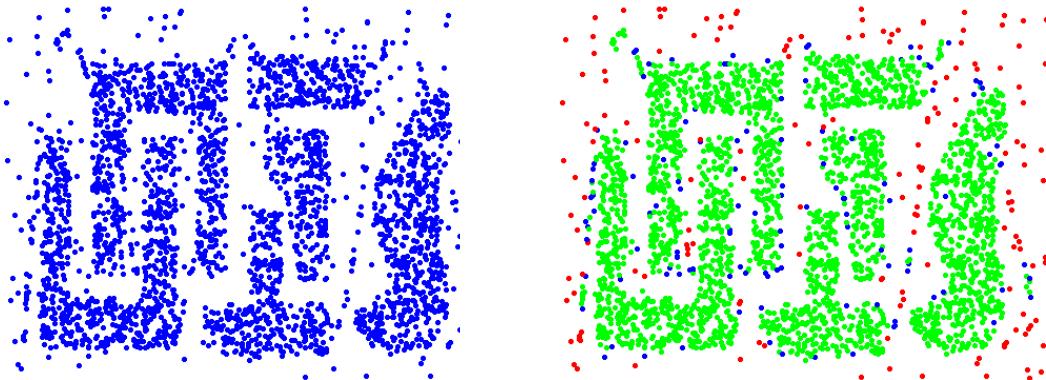
- **DBSCAN**: Density Based Spatial Clustering of Applications with Noise (Ester et al., KDD'1996)
- **OPTICS**: Ordering Points To Identify the Clustering Structure (Ankerst et al. SIGMOD'1999)
- **DENCLUE**: DENsity-based CLUstEring (Hinneburg & Keim, KDD'1998)
- **CLIQUE**: Clustering in QUEst (Agrawal et al., SIGMOD'1998)
- **SNN** (Shared Nearest Neighbor) density-based clustering (Ertöz, Steinbach & Kumar, SDM'2003)



# DBSCAN



Detecta regiones densas de puntos separadas de otras regiones densas por regiones poco densas:



Parámetros: Epsilon = 10, MinPts = 4

Puntos: **core** (cluster), **border** (frontera) y **noise** (ruido)

Eficiencia: **O(n log n)**



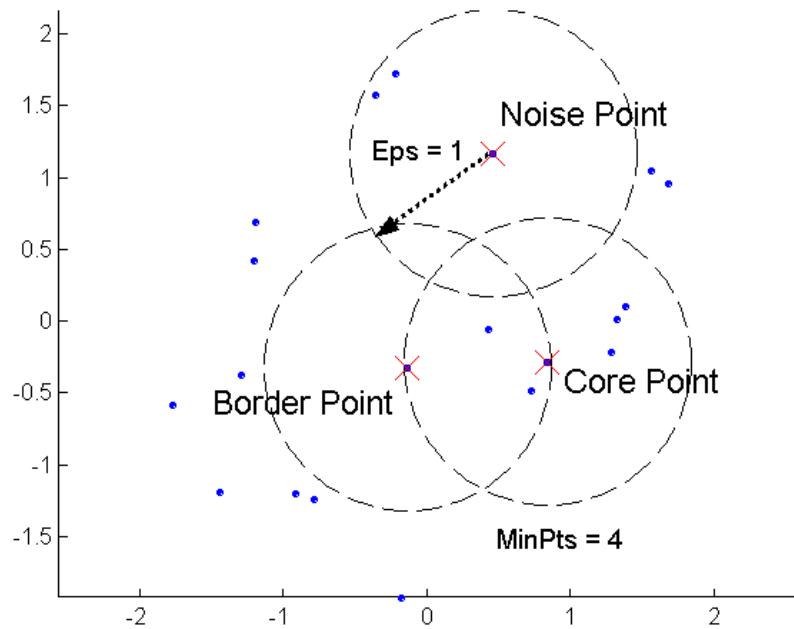
# DBSCAN



- Densidad: Número de puntos en un radio específico (parámetro Epsilon)
- Puntos “**core**”: Puntos interiores de un cluster (cuando tienen, al menos, un número mínimo de puntos MinPts en su vecindario de radio Epsilon)
- Puntos “**border**” (frontera): Tienen menos de MinPts puntos en su vecindario de radio Epsilon, estando en el vecindario de algún punto “core”.
- Ruido (**noise**): Cualquier punto que no forma parte de un cluster (“core”) ni está en su frontera (“border”).



# DBSCAN



# DBSCAN



## Algoritmo

- Se elimina el ruido del conjunto de datos
- Se agrupan los datos restantes:

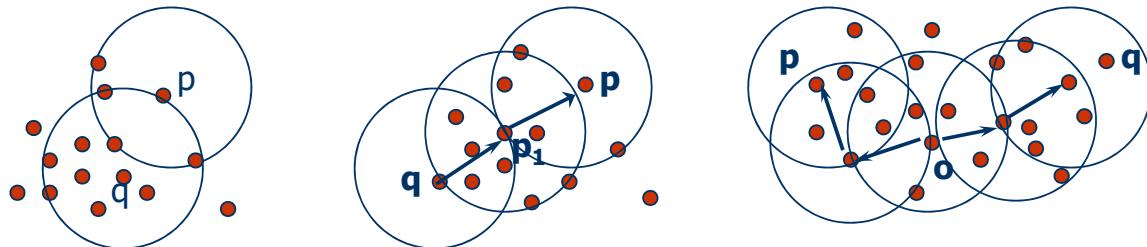
```
current_cluster_label ← 1
for all core points do
    if the core point has no cluster label then
        current_cluster_label ← current_cluster_label + 1
        Label the current core point with cluster label current_cluster_label
    end if
    for all points in the  $Eps$ -neighborhood, except  $i^{th}$  the point itself do
        if the point does not have a cluster label then
            Label the point with cluster label current_cluster_label
        end if
    end for
end for
```



# DBSCAN



¿Cómo se detectan clusters de formas arbitrarias?



# DBSCAN



## Ejercicio

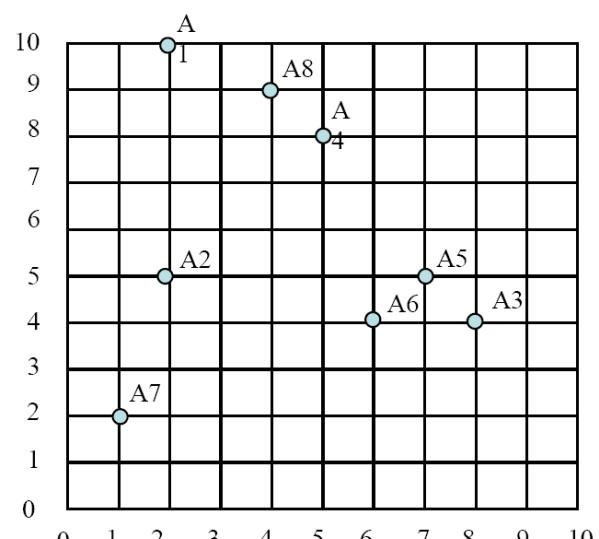
Agrupar los 8 puntos de la figura utilizando el algoritmo DBSCAN.

Número mínimo de puntos en el "vecindario":

MinPts = 2

Radio del "vecindario":

Epsilon  $\sqrt{2} > \sqrt{10}$



# DBSCAN



## Ejercicio resuelto

Distancia euclídea

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
A1	0	$\sqrt{25}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{50}$	$\sqrt{52}$	$\sqrt{65}$	$\sqrt{5}$
A2		0	$\sqrt{37}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{17}$	$\sqrt{10}$	$\sqrt{20}$
A3			0	$\sqrt{25}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{53}$	$\sqrt{41}$
A4				0	$\sqrt{13}$	$\sqrt{17}$	$\sqrt{52}$	$\sqrt{2}$
A5					0	$\sqrt{2}$	$\sqrt{45}$	$\sqrt{25}$
A6						0	$\sqrt{29}$	$\sqrt{29}$
A7							0	$\sqrt{58}$
A8								0



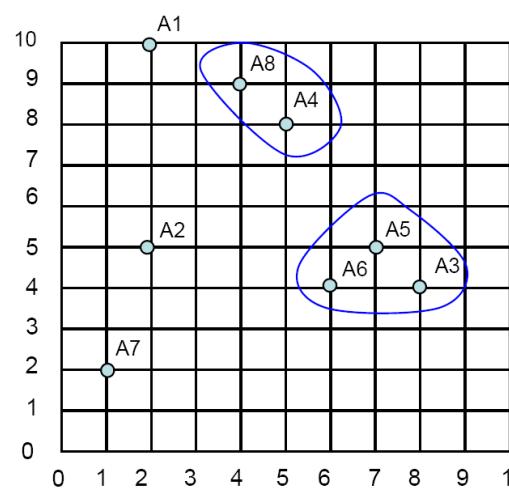
# DBSCAN



## Ejercicio resuelto

Epsilon =  $\sqrt{2}$

A1, A2 y A7 no tienen vecinos en su vecindario, por lo que se consideran "outliers" (no están en zonas densas):

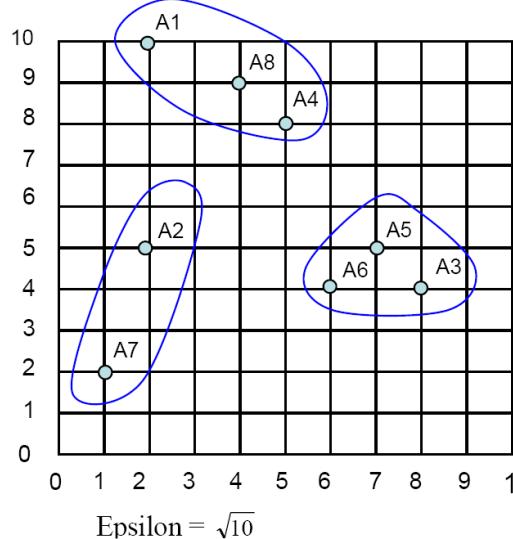




## Ejercicio resuelto

$$\text{Epsilon} = \sqrt{10}$$

Al aumentar el valor del parámetro Epsilon,  
el vecindario de los puntos aumenta y todos quedan agrupados:

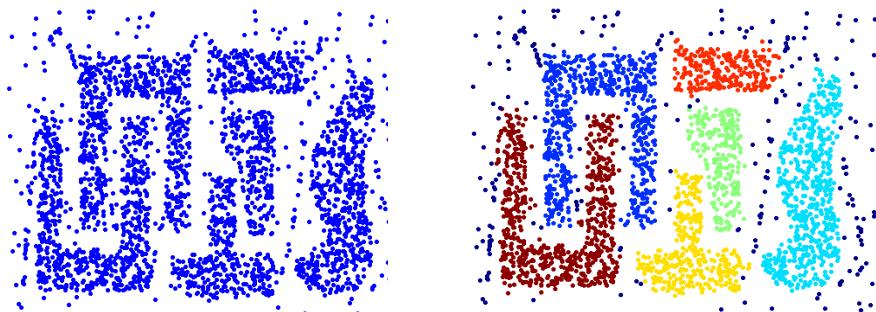


DEMO

<http://webdocs.cs.ualberta.ca/~yaling/Cluster/Applet/Code/Cluster.html>



# DBSCAN

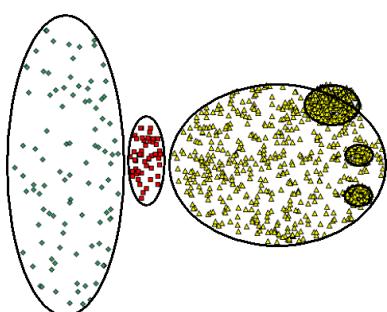


Clusters

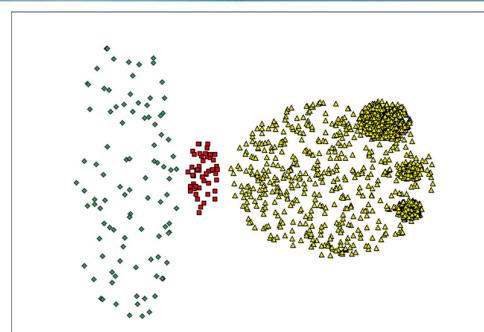
DBSCAN... cuando funciona bien :-)



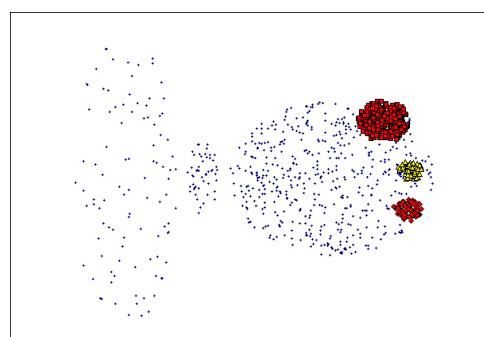
# DBSCAN



Datos originales



MinPts=4  
Epsilon=9.75

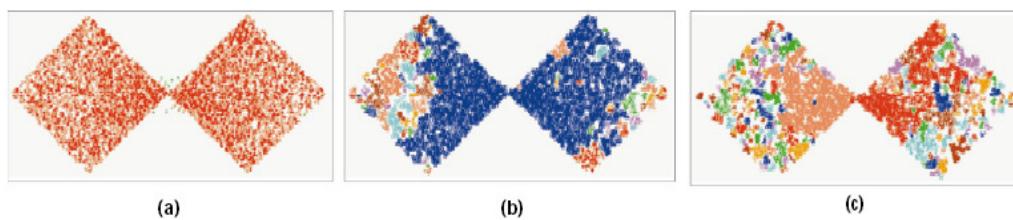
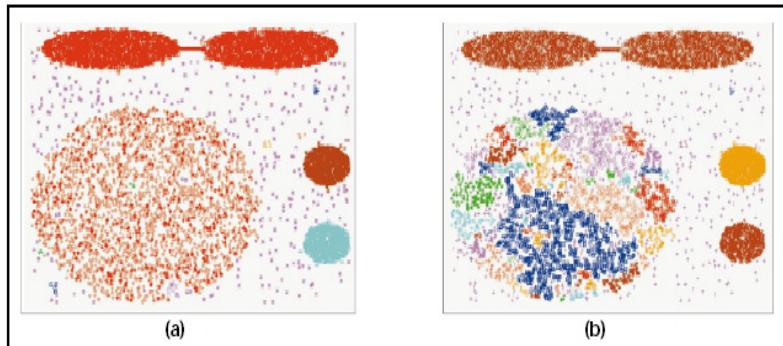


MinPts=4  
Epsilon=9.92

DBSCAN... cuando no funciona :-(



# DBSCAN



DBSCAN... cuando no funciona :-(



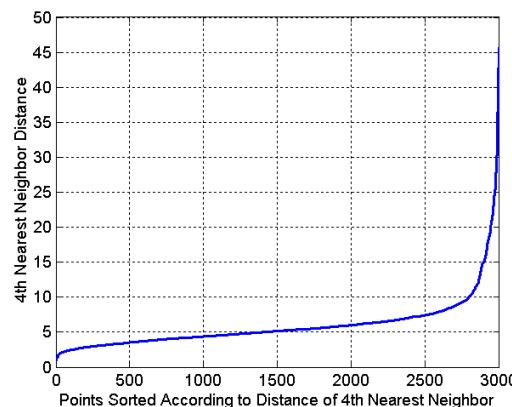
# DBSCAN



## Determinación de los parámetros (Epsilon & MinPts)

- En los puntos de un mismo cluster, su k-ésimo vecino debería estar más o menos a la misma distancia.
- En los puntos de ruido, su k-ésimo vecino debería estar más lejos.

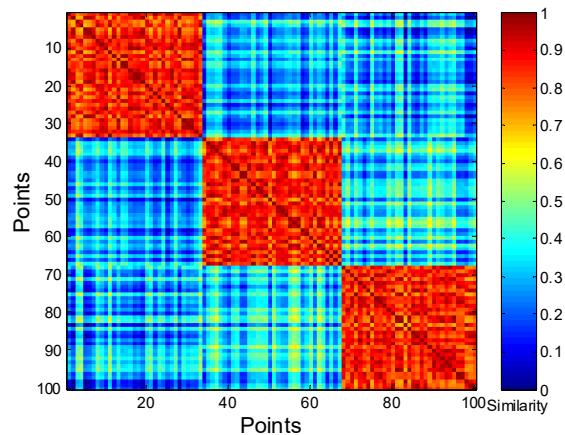
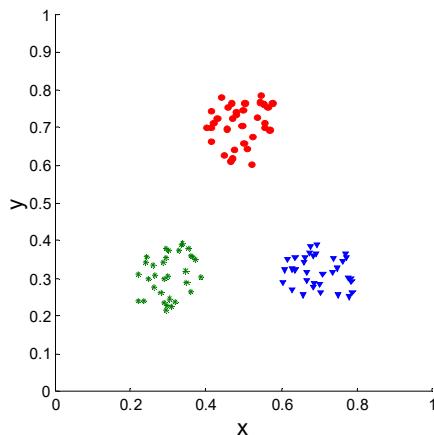
Possible solución:  
Ordenar la distancia  
de todos los puntos  
a su k-ésimo vecino





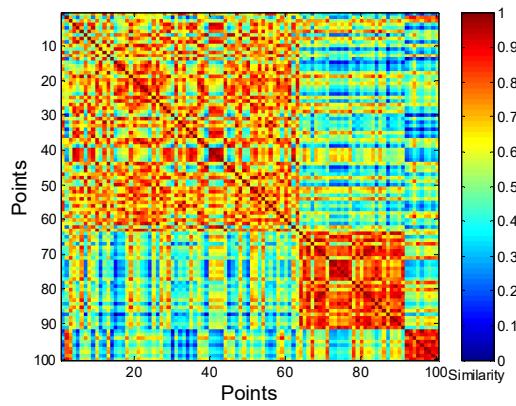
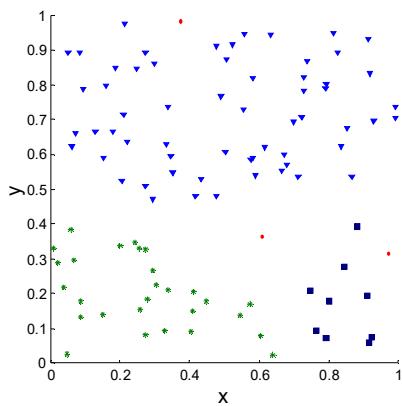
## Validación de resultados

### Matriz de similitud



## Validación de resultados

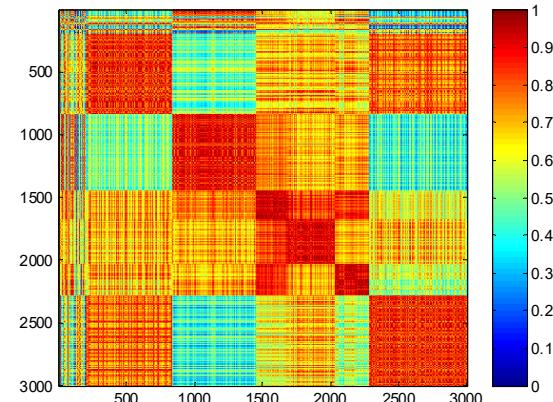
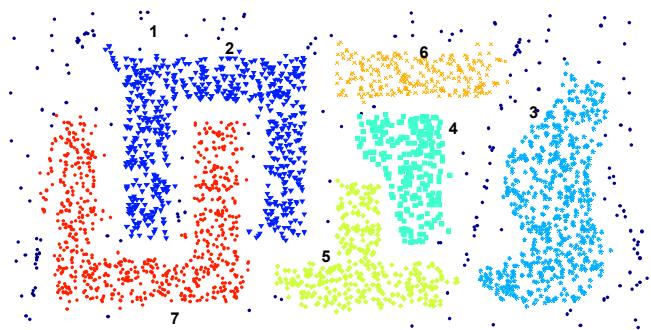
### Matriz de similitud





## Validación de resultados

Matriz de similitud



# OPTICS



## Ordering Points To Identify the Clustering Structure

Ankerst, Breunig, Kriegel & Sander (SIGMOD'99)

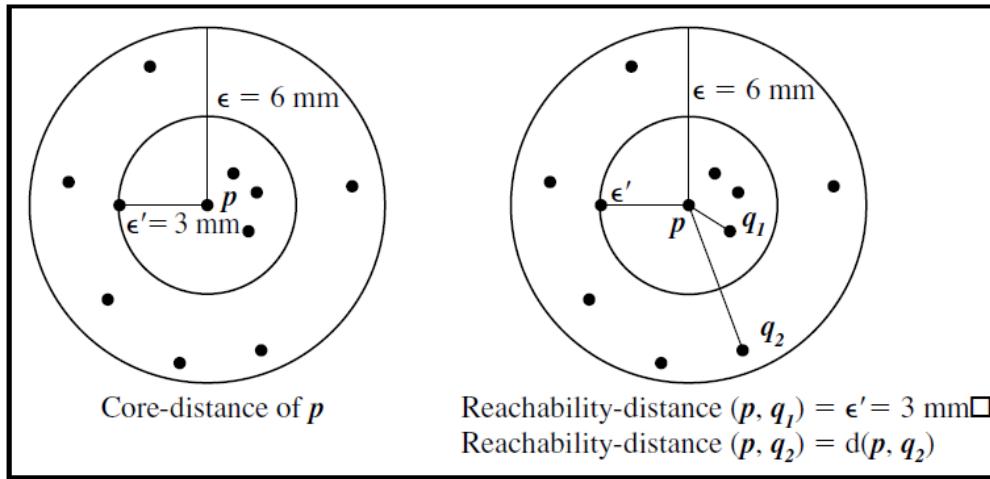
- Ordena los datos de acuerdo a la estructura de sus clusters: puntos cercanos espacialmente acaban siendo vecinos en la ordenación.
- Esta ordenación es equivalente a los clusters correspondientes a un amplio abanico de parámetros de un algoritmo de clustering basado en densidad.
- Se puede representar gráficamente (análisis de clusters tanto automático como interactivo).



# OPTICS



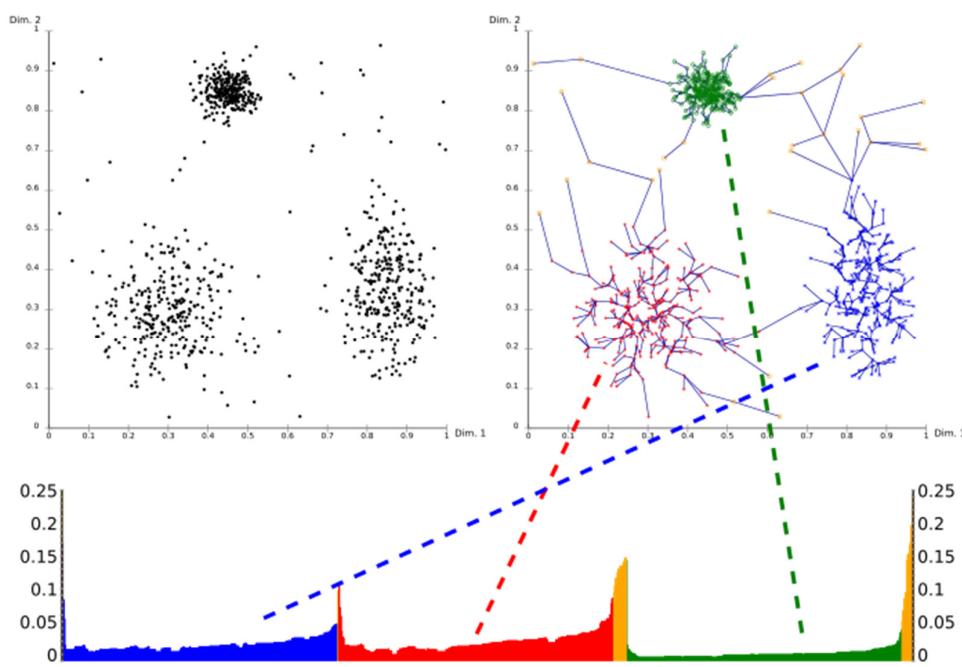
Eficiencia: **O(n log n)**



Core distance & Reachability distance



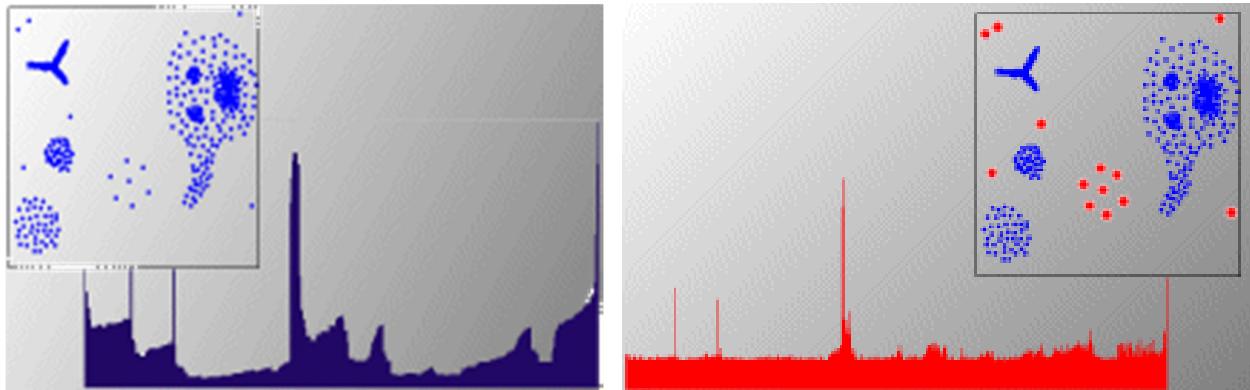
# OPTICS



Reachability plot (~ dendrograma)



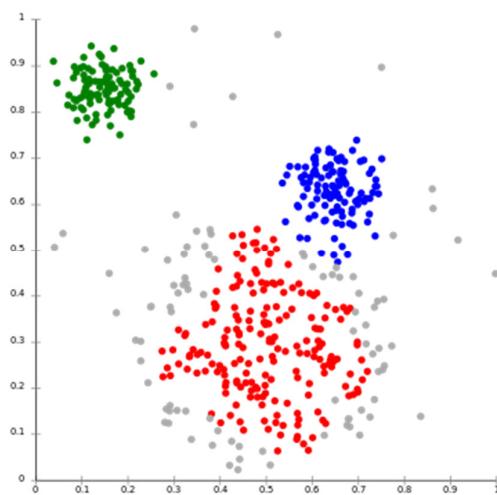
# OPTICS



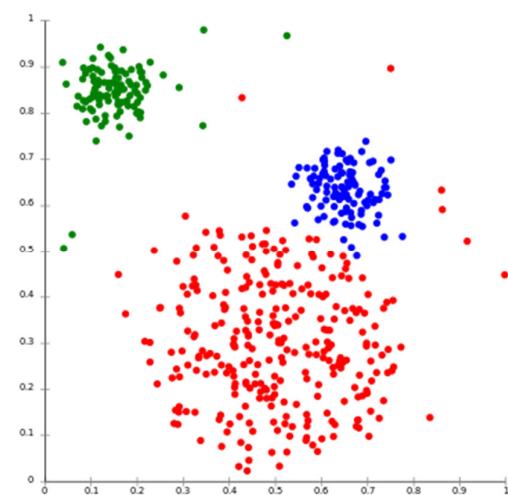
<http://www.dbs.informatik.uni-muenchen.de/Forschung/KDD/Clustering/OPTICS/Demo/>



# OPTICS



**DBSCAN**



**OPTICS**

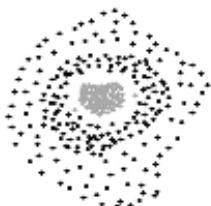
Mejor que DBSCAN con clusters de distinta densidad



# EnDBSCAN



Extensión de DBSCAN capaz de detectar clusters anidados en espacios de densidad variable.



IDEA

Los puntos vecinos dentro del núcleo de un cluster deben formar una región uniformemente densa.

Aplicaciones: MRI [Magnetic Resonance Imaging]



# EnDBSCAN



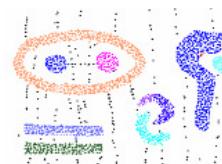
**DBSCAN**



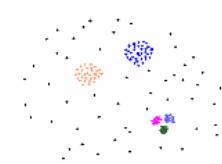
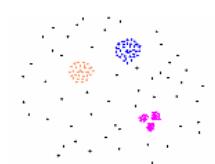
**OPTICS**



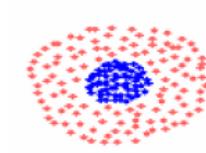
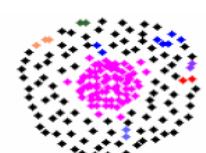
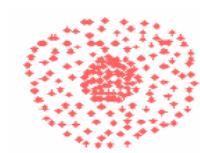
**EnDBSCAN**



OK



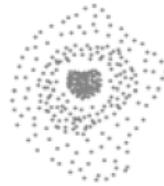
DBSCAN falla



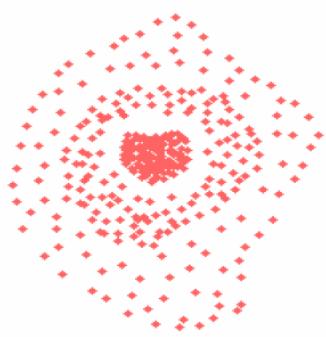
DBSCAN &  
OPTICS fallan



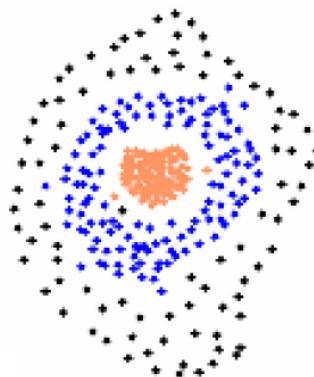
# EnDBSCAN



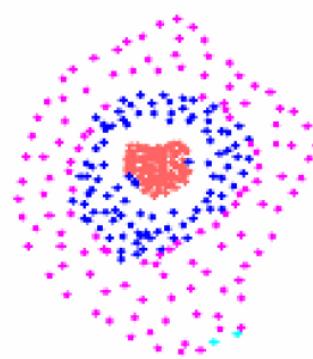
**DBSCAN**



**OPTICS**



**EnDBSCAN**



# DENCLUE

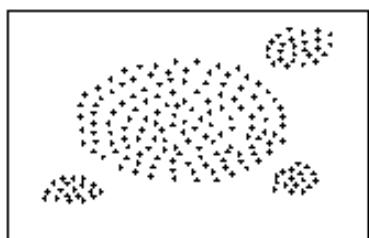


## **DENsity-based CLUstEring**

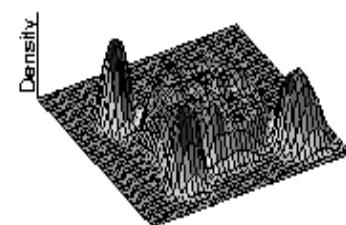
Hinneburg & Keim (KDD'98)

- Base matemática sólida.
- Funciona bien en conjuntos de datos con ruido.
- Permite una descripción compacta de clusters de formas arbitrarias en conjuntos de datos con muchas dimensiones.
- Más rápido que otros algoritmos (p.ej. DBSCAN)
- ... pero necesita un número elevado de parámetros.

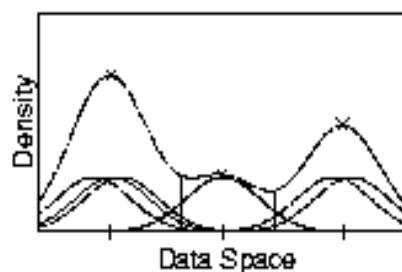




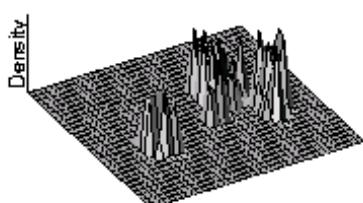
(a) Data Set



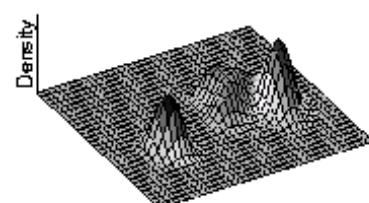
(c) Gaussian



Density attractors (local maxima of the density function)



(a)  $\sigma = 0.2$



(b)  $\sigma = 0.6$



(d)  $\sigma = 1.5$

Figure 3: Example of Center-Defined Clusters for different  $\sigma$



(a)  $\xi = 2$



(b)  $\xi = 2$



(c)  $\xi = 1$



(d)  $\xi = 1$

Figure 4: Example of Arbitrary-Shape Clusters for different  $\xi$

Clusters de formas arbitrarias combinando atractores de densidad conectados por caminos densos.

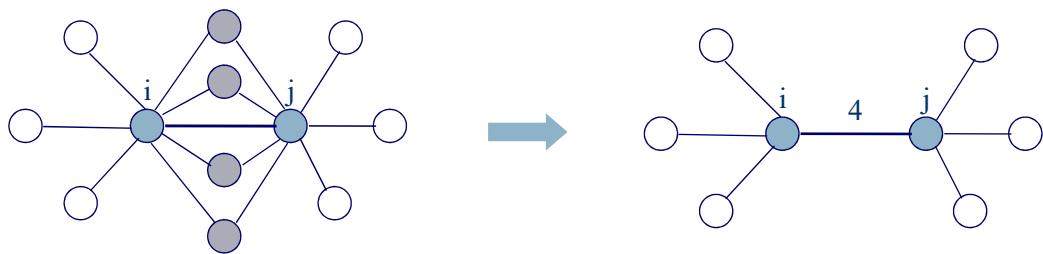


# SNN Clustering



## Número de vecinos compartidos

Una medida de similitud más:

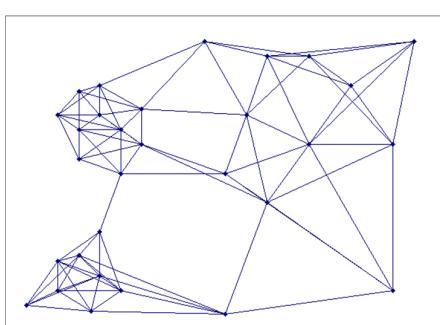


# SNN Clustering

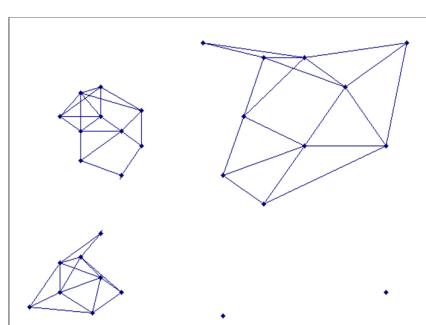


## SNN Graph

Grafo de vecinos compartidos



Grafo ponderado  
(similitudes entre  
puntos vecinos)



Grafo SNN  
(peso de las aristas = número  
de vecinos compartidos)



# Jarvis-Patrick algorithm

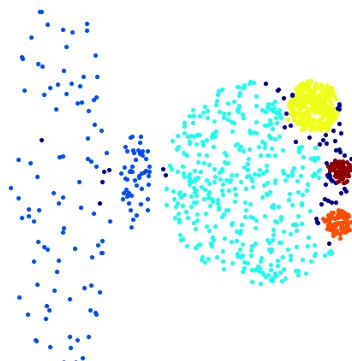


- Se encuentran los  $k$  vecinos más cercanos de cada punto (esto es, se eliminan todos menos los  $k$  enlaces más fuertes de cada punto).
- Un par de puntos está en el mismo cluster si comparten más de  $T$  vecinos y cada punto estén en la lista de  $k$  vecinos del otro punto.

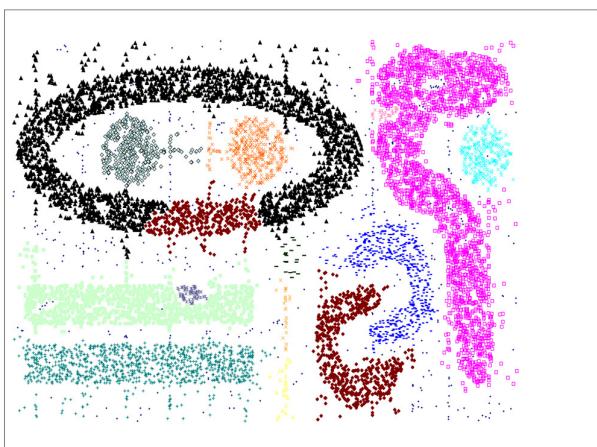
## Algoritmo frágil

6 vecinos compartidos de 20

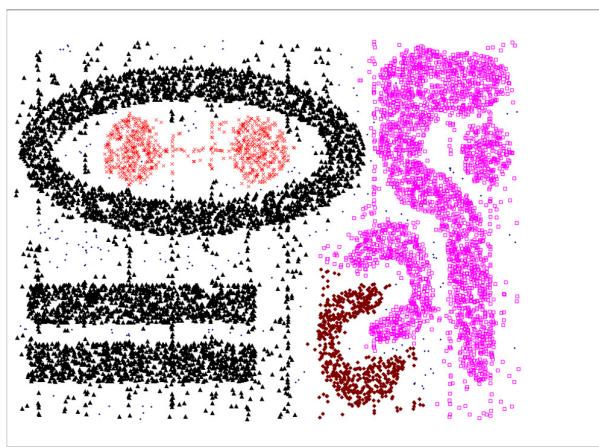
OK!



# Jarvis-Patrick algorithm



Umbral  $T$  más bajo  
que no mezcla clusters



Umbral  $T-1$



# SNN Clustering



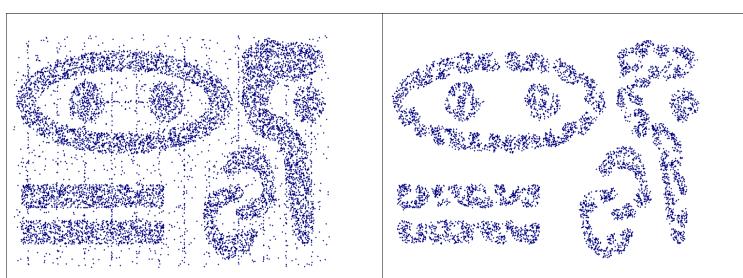
- Se calcula la matriz de similitud y nos quedamos sólo con los  $k$  vecinos más similares, a partir de los cuales construimos el grafo de vecinos compartidos SNN.
- Calculamos la **densidad SNN** de cada punto (usando un parámetro **Eps** dado por el usuario, el número de puntos que tienen una similitud igual o mayor que Eps para cada punto).



# SNN Clustering

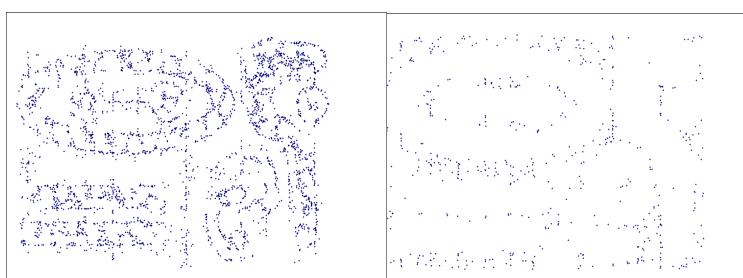


## Densidad SNN



Puntos originales

Densidad alta



Densidad media

Densidad baja



# SNN Clustering



- Encontramos los puntos “core” (todos los puntos con densidad SNN mayor que **MinPts**, otro parámetro dado por el usuario).
- Agrupamos los puntos “core” (dos puntos a distancia Eps o menor se colocan en el mismo cluster).
- Descartamos todos los puntos no-“core” que estén a distancia mayor que Eps de un punto “core” (los consideramos ruido).
- Asignamos los puntos restantes al cluster del “core” más cercano.

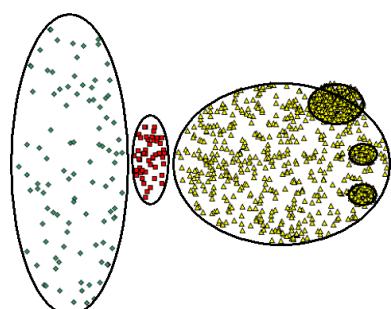
NOTA: Son los mismos pasos del algoritmo DBSCAN...



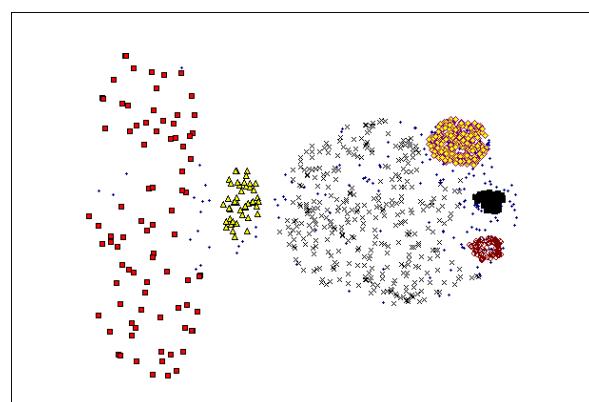
# SNN Clustering



Funciona con clusters de distinta densidad



Puntos originales



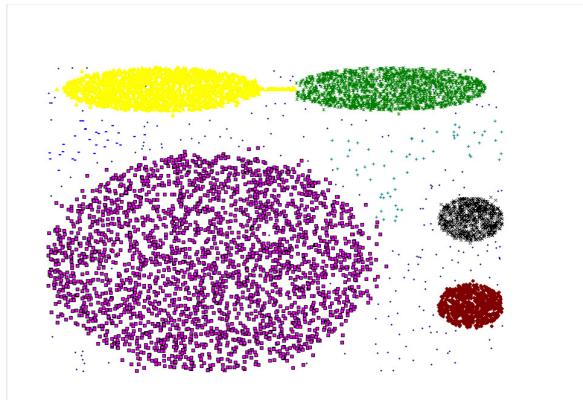
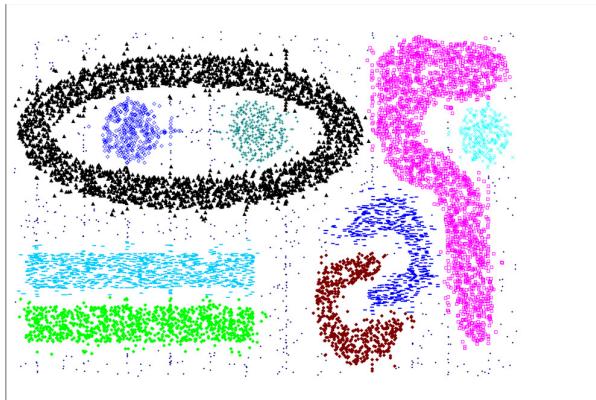
SNN Clustering



# SNN Clustering



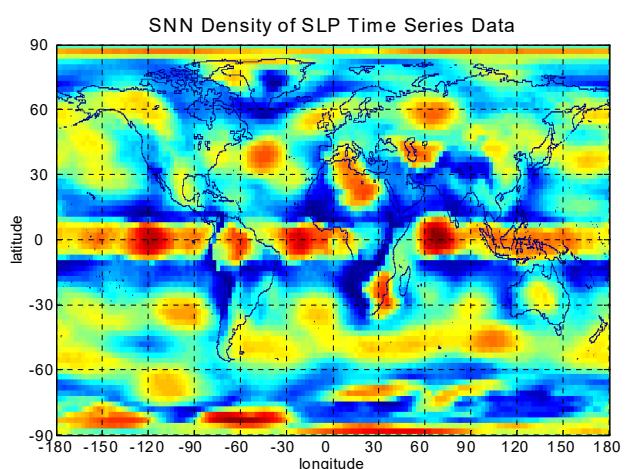
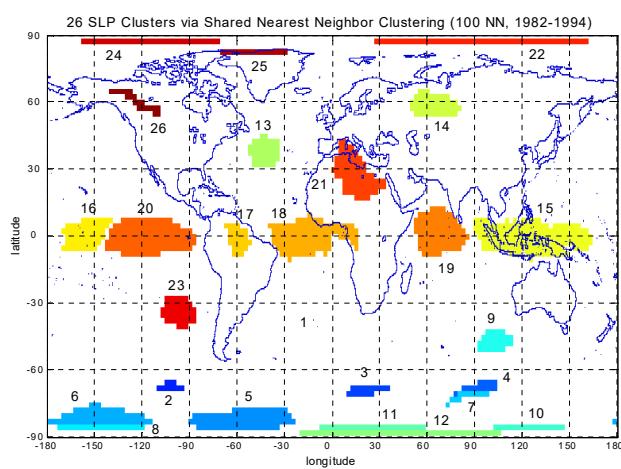
Detecta clusters de formas complejas



## Aplicaciones



### Datos espacio-temporales



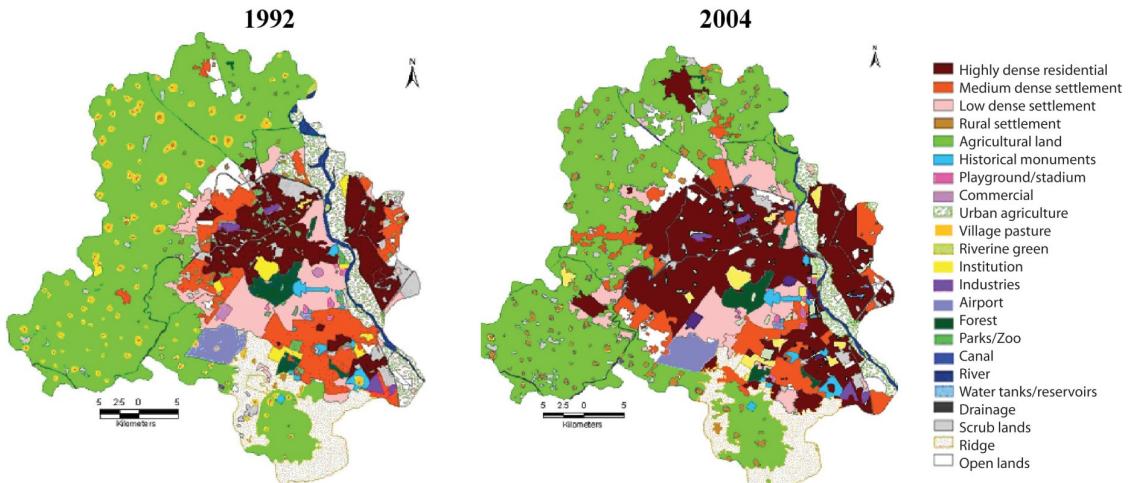
SNN Clustering



# Aplicaciones



## Detección del uso del terreno



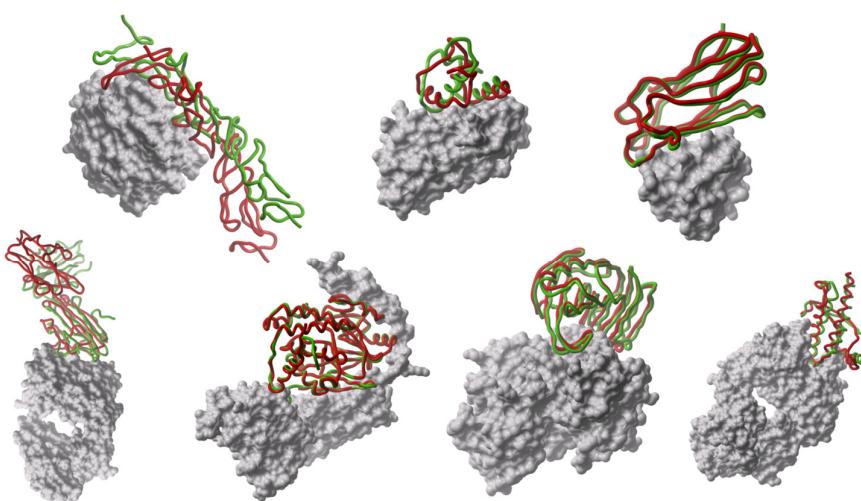
DBSCAN



# Aplicaciones



## Potential protein-docking sites



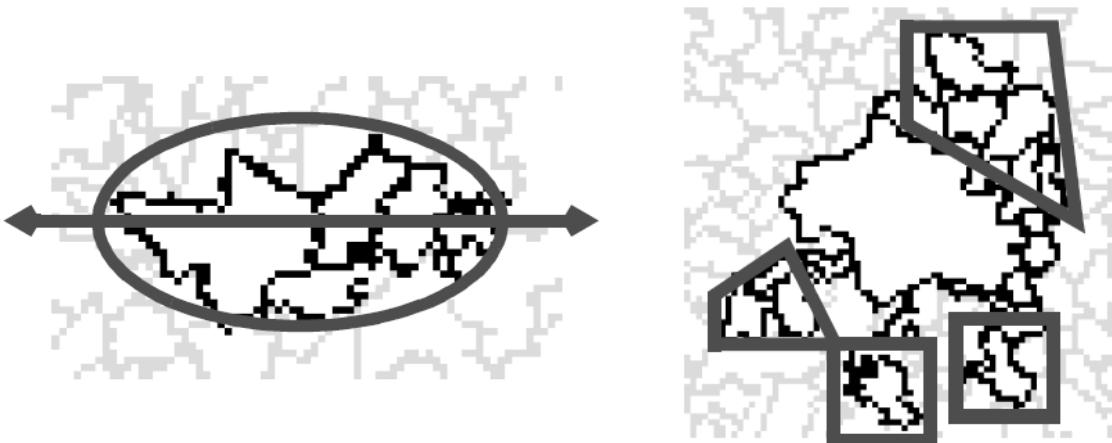
GDBSCAN



# Aplicaciones



# Influence regions in GIS



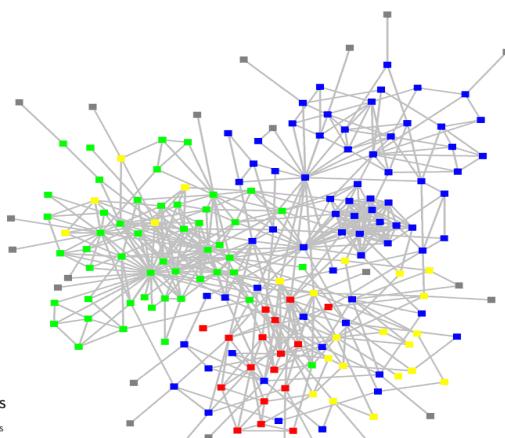
## GDBSCAN



# Aplicaciones



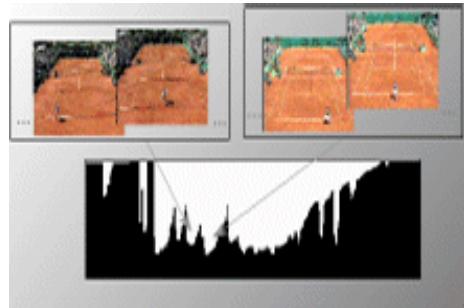
# Web user profiling (clustering web log sessions)



# Aplicaciones



Clustering de imágenes  
(p.ej. histogramas de color)



## Eficiencia



**O ( n \* tiempo necesario para encontrar los vecinos a distancia Epsilon )**

- En el peor caso, **O ( n<sup>2</sup> )**
- Si no hay demasiadas dimensiones, se pueden emplear estructuras de datos para encontrar los vecinos más cercanos, p.ej. R\*trees, k-d trees...

**O ( n log n )**

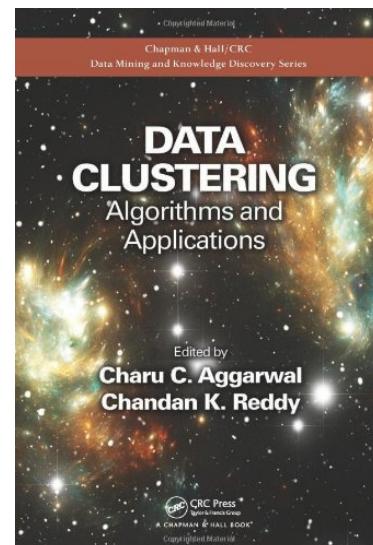
- También se pueden parallelizar...



# Bibliografía



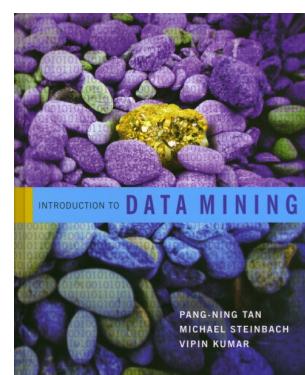
- Charu C. Aggarwal & Chandan K. Reddy (editors):  
**Data Clustering: Algorithms and Applications.**  
Chapman & Hall / CRC Press, 2014.  
ISBN 1466558210.



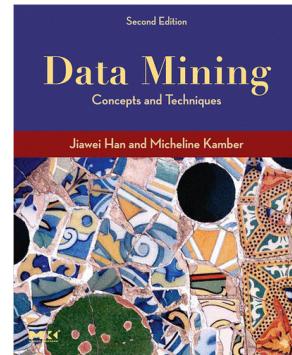
# Bibliografía



- Pang-Ning Tan,  
Michael Steinbach  
& Vipin Kumar:  
**Introduction to Data Mining**  
Addison-Wesley, 2006.  
ISBN 0321321367 [capítulos 8&9]



- Jiawei Han  
& Micheline Kamber:  
**Data Mining:  
Concepts and Techniques**  
Morgan Kaufmann, 2006.  
ISBN 1558609016 [capítulo 7]



# Bibliografía - Algoritmos



## DBSCAN

- Martin Ester, Hans-Peter Kriegel, Jörg Sander & Xiaowei Xu: **A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise.** Proceedings KDD-96. AAAI Press, pp. 226–231. ISBN 1-57735-004-9. CiteSeerX: 10.1.1.71.1980

## OPTICS

- Mihai Ankerst, Markus M. Breunig, Hans-Peter Kriegel & Jörg Sander: **OPTICS: ordering points to identify the clustering structure.** Proceedings ACM SIGMOD'99, pp. 49-60. DOI 10.1145/304182.304187

## EnDBSCAN

- S. Roy & D. K. Bhattacharyya: **An Approach to Find Embedded Clusters Using Density Based Techniques**, ICDCIT'2005, pp. 523–535, 2005. DOI 10.1007/11604655\_59

## DENCLUE

- Alexander Hinneburg & Daniel A. Keim: **An efficient approach to clustering in large multimedia databases with noise.** Proceedings KDD'98, pp. 58-65. AAAI Press (1998).
- Alexander Hinneburg & Daniel A. Keim: **A General Approach to Clustering in Large Databases with Noise.** Knowledge and Information Systems, Volume 5, Issue 4, pp. 387-415, November 2003. DOI 10.1007/s10115-003-0086-9



# Bibliografía - Algoritmos



## SNN Clustering

- Levent Eröz, Michael Steinbach & Vipin Kumar. **Finding clusters of different sizes, shapes, and densities in noisy, high-dimensional data**, SIAM International Conference on Data Mining (SDM'2003), pages 47-58.

## Parallel density-based algorithms

- Stefan Brecheisen, Hans-Peter Kriegel & Martin Pfeifle: **Parallel density-based clustering of complex objects.** Proceedings of the 10th Pacific-Asia conference on Advances in Knowledge Discovery and Data Mining (PAKDD'06), pp. 179-188. DOI 10.1007/11731139\_22
- Yaobin He, Haoyu Tan, Wuman Luo, Huajian Mao, Di Ma, Shengzhong Feng & Jianping Fan: **MR-DBSCAN: An Efficient Parallel Density-Based Clustering Algorithm Using MapReduce.** ICPADS'2011, pp. 473-480. DOI 10.1109/ICPADS.2011.83
- Benjamin Welton, Evan Samanas, and Barton P. Miller. 2013. **Mr. Scan: extreme scale density-based clustering using a tree-based network of GPGPU nodes.** SC'2013, article 84. DOI 10.1145/2503210.2503262
- Mostofa Ali Patwary, Nadathur Satish, Narayanan Sundaram, Fredrik Manne, Salman Habib & Pradeep Dubey. **Pardicle: parallel approximate density-based clustering.** SC'2014, pages 560-571. DOI 10.1109/SC.2014.51
- Younghoon Kim, Kyuseok Shim, Min-Soeng Kim & June Sup Lee: **DBCURE-MR: An efficient density-based clustering algorithm for large data using MapReduce.** Information Systems 42:15-35, June 2014. DOI 10.1016/j.is.2013.11.002



# Apéndice: Notación O



El impacto de la eficiencia de un algoritmo...

<b>n</b>	10	100	1000	10000	100000
----------	----	-----	------	-------	--------

<b>O(n)</b>	10ms	0.1s	1s	10s	100s
-------------	------	------	----	-----	------

<b>O(n · log<sub>2</sub> n)</b>	33ms	0.7s	10s	2 min	28 min
---------------------------------	------	------	-----	-------	--------

<b>O(n<sup>2</sup>)</b>	100ms	10s	17 min	28 horas	115 días
-------------------------	-------	-----	--------	----------	----------

<b>O(n<sup>3</sup>)</b>	1s	17min	12 días	31 años	32 milenios
-------------------------	----	-------	---------	---------	-------------

