

Freie Theoreme

Thomas Rossow
Datum

Überblick

- Freie Theoreme
 - Ein Beispiel
 - Ein bisschen Theorie
 - Typkonstruktorvariablen
 - Typklassen
- Die Bibliothek *free-theorems*
 - ...und ihre Erweiterung

Theorems for free!

Freie Theoreme

Gib mir eine Signatur...

$$f :: [a] \rightarrow [a]$$

...und ich schenke dir ein Theorem

$$f :: [a] \rightarrow [a]$$

$$f (\text{map } g \, l) = \text{map } g \, (f \, l)$$

Für alle Listen $l :: [a]$ und alle Funktionen $f :: a \rightarrow a$.

Weitere Beispiele

Assume $a : A \rightarrow A'$ and $b : B \rightarrow B'$.

$$\begin{aligned} \text{head} &: \forall X. X^* \rightarrow X \\ a \circ \text{head}_A &= \text{head}_{A'} \circ a^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{tail} &: \forall X. X^* \rightarrow X^* \\ a^* \circ \text{tail}_A &= \text{tail}_{A'} \circ a^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\#) &: \forall X. X^* \rightarrow X^* \rightarrow X^* \\ a^* (xs \#_A ys) &= (a^* xs) \#_{A'} (a^* ys) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{concat} &: \forall X. X^{**} \rightarrow X^* \\ a^* \circ \text{concat}_A &= \text{concat}_{A'} \circ a^{**} \end{aligned}$$

Platzhalter

Die Theorie dahinter

Relationale Parametrisität

Theorie

- Grundgedanke: Typen als Relationen
- Basistypen \rightarrow Identitätsrelation
- Komplexe Typen \rightarrow Relationale Aktionen

Theorie

Basistyp $T \rightarrow$ Identitätsrelation auf T

$$\mathcal{R} = \{(x, x) | x \in T\}$$

Beispiel: $T = \text{Bool}$

$$R = \{ (\text{true}, \text{true}), \\ (\text{false}, \text{false}) \}$$

Theorie

- Funktionen