

## Misure con un solido, scopo dell'esperienza, relazioni funzionali, ipotesi di validità

Lo scopo dell'esperienza è quello di misurare la densità media assoluta e la densità relativa di due solidi attraverso l'utilizzo di una bilancia di precisione, combinato con il metodo geometrico e con il metodo del picnometro.

I due solidi in esame sono un cilindro di alluminio e un cuboide di ottone parzialmente cavo al suo interno per effetto di una foratura cilindrica che decorre lungo un suo asse passante per il centro di massa.

Attraverso la bilancia possiamo misurare la massa  $M$  del solido, mentre attraverso un palmer e un calibro ventesimale misuriamo le dimensioni dello stesso nello spazio, al fine di determinarne il volume  $V$ . La densità media assoluta  $\delta$  è pari a  $\delta = \frac{M}{V}$  mentre la densità relativa è definita come il rapporto tra  $\delta$  e la densità media assoluta  $\delta_A$  di un equivalente volume di acqua distillata alla temperatura di  $T = 3.98^\circ C$ ,  $\delta_r = \frac{\delta}{\delta_A}$ .

Il picnometro è invece uno strumento attraverso il quale sono state definite due procedure per poter misurare indirettamente la densità relativa di un corpo solido, attraverso misure ripetute di masse. Qualunque misura riportata in seguito ha un significato fisico solo se questa è stata presa nello stesso luogo delle altre, senza spostare mai la bilancia rispetto al luogo in cui questa è tarata.

### Metodo Geometrico

Solido 1 (Cilindro)

$$M = (5.14 \pm 0.04)g$$

$$h = (35.00 \pm 0.05)mm$$

$$d = (8.24 \pm 0.01)mm$$

$$V = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h = \pi \left(\frac{8.24 \text{ mm}}{2}\right)^2 35.00 \text{ mm} = 1866.43 \text{ mm}^3$$

$$\Delta V = \left|\frac{\partial V}{\partial d}\Delta d\right| + \left|\frac{\partial V}{\partial h}\Delta h\right| = \frac{\pi d h}{2}\Delta d + \frac{\pi d^2}{4}\Delta h = \frac{\pi(8.24 \text{ mm})(35.00 \text{ mm})}{2}0.01 \text{ mm} + \frac{\pi(67.8976 \text{ mm}^2)}{4}0.05 \text{ mm} = 7.19650912343 \text{ mm}^3 \cong 7.20 \text{ mm}^3$$

$$\delta_m = \frac{M}{V} = \frac{5.14 \text{ g}}{1866.43 \text{ mm}^3} = 0.00275392058636 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} = 2.75392058636 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cong 2.75 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ Densità media assoluta misurata}$$

$$\Delta \delta_m = \left|\frac{\partial \delta_m}{\partial M}\Delta M\right| + \left|\frac{\partial \delta_m}{\partial V}\Delta V\right| = \frac{1}{V}\Delta M + \frac{M}{V^2}\Delta V = \frac{0.04}{1866.43} \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} + \frac{5.14 \cdot 7.20}{3483560.9449} \frac{\text{g mm}^3}{\text{mm}^6} = 0.0000320497498566 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} = 0.0320497498566 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cong 0.03 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$f_{Arch} = 0.999565217931$$

$$\delta = \delta_m f_{Arch} = 2.75 \cdot 0.999565217931 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 2.7488043493075 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cong 2.75 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ Densità media assoluta}$$

$$\Delta \delta = \Delta \delta_m f_{Arch} = 0.03 \cdot 0.999565217931 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 0.02998695653793 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cong 0.03 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

**Vedere pagina 7 dispense Esperienza bilancia.pdf**

Solido 2 (Parallelepipedo)

$$M = (10.21 \pm 0.04)g$$

$$h = (5.58 \pm 0.01)mm$$

$$p = (7.94 \pm 0.01)mm$$

$$l = (34.17 \pm 0.05)mm$$

$$d = (3.04 \pm 0.05)mm$$

$$V = lph - \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 l = 34.17 \cdot 7.94 \cdot 5.58 \text{ mm}^3 - \pi \left(\frac{3.04 \text{ mm}}{2}\right)^2 34.17 \text{ mm} = 1265.89135426 \text{ mm}^3 \cong 1265.89 \text{ mm}^3$$

$$\Delta V = \left|\frac{\partial V}{\partial l}\Delta l\right| + \left|\frac{\partial V}{\partial p}\Delta p\right| + \left|\frac{\partial V}{\partial h}\Delta h\right| + \left|\frac{\partial V}{\partial d}\Delta d\right| = \left|hp - \frac{\pi d^2}{4}\Delta l\right| + h\Delta p + l\Delta h + \left|-\frac{\pi d l}{2}\Delta d\right| = 12.9562620106 \text{ mm}^3 \cong 12.96 \text{ mm}^3$$

$$\delta_m = \frac{M}{V} = \frac{10.21 \text{ g}}{1265.89 \text{ mm}^3} = 0.00806547172345 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} = 8.06547172345 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cong 8.07 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ Densità media assoluta misurata}$$

$$\Delta \delta_m = \left|\frac{\partial \delta_m}{\partial M}\Delta M\right| + \left|\frac{\partial \delta_m}{\partial V}\Delta V\right| = \frac{1}{V}\Delta M + \frac{M}{V^2}\Delta V = \frac{0.04}{1265.89} \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} + \frac{10.21 \cdot 12.96}{1602477.4921} \frac{\text{g mm}^3}{\text{mm}^6} = 0.000114171463189 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} =$$

$$0.114171463189 \frac{g}{cm^3} \approx 0.11 \frac{g}{cm^3}$$

$$f_{Arch} = 0.999857142857$$

$$\delta = \delta_m f_{Arch} = 8.07 \cdot 0.999857142857 \frac{g}{cm^3} = 8.06884714285599 \frac{g}{cm^3} \approx 8.07 \frac{g}{cm^3} \quad \text{Densità media assoluta}$$

$$\Delta\delta = \Delta\delta_m f_{Arch} = 0.11 \cdot 0.999857142857 \frac{g}{cm^3} = 0.10998428571427 \frac{g}{cm^3} \approx 0.11 \frac{g}{cm^3}$$

**Vedere pagina 7 dispense Esperienza bilancia.pdf**

## Metodo del picnometro

Solido 1 (Cilindro)

Procedura 1:

$$M_1 = (5.14 \pm 0.04) g$$

$$M_2 = (45.10 \pm 0.04) g$$

$$M_3 = (43.24 \pm 0.04) g$$

$$\delta_{rm} = \frac{M_1}{M_2 - M_3} = \frac{5.14}{45.10 - 43.24} \frac{g}{g} \approx 2.76 \quad \text{Densità relativa misurata}$$

$$\Delta\delta_{rm} = \frac{1}{M_2 - M_3} \Delta M_1 + \frac{M_1}{(M_2 - M_3)^2} \Delta M_2 + \frac{M_1}{(M_2 - M_3)^2} \Delta M_3 = 0.140363047751 \approx 0.14$$

$$\delta_{H_2O}(T) = \delta_A(21.4^\circ C) \approx \delta_A(20.0^\circ C) = 0.99821 \frac{g}{cm^3}$$

$$f(T) = \frac{\delta_A(T)}{\delta_A(3.98^\circ C)} = \frac{\delta_A(21.4^\circ C)}{\delta_A(3.98^\circ C)} \approx \frac{\delta_A(20.0^\circ C)}{\delta_A(3.98^\circ C)} = \frac{0.99821 \frac{g}{cm^3}}{0.99997 \frac{g}{cm^3}}$$

$$f_{Arch} = \left(1 + \frac{\delta_a}{\delta_m} - \frac{\delta_a}{\delta_A}\right) = \left(1 + \frac{0.001204 \frac{g}{cm^3}}{2.75 \frac{g}{cm^3}} - \frac{0.001204 \frac{g}{cm^3}}{0.99821 \frac{g}{cm^3}}\right) = 0.999231659157$$

$$\delta_r = \delta_{rm} f(T) f_{Arch} = 2.76 \frac{0.99821}{0.99997} \cdot 0.999231659157 = 2.75302536595 \approx 2.75 \quad \text{Densità relativa del solido}$$

$$\Delta\delta_r = 0.1398924329130358 \approx 0.14$$

$$\delta = \delta_r \sigma_A = 2.75 \cdot 0.99821 \frac{g}{cm^3} = 2.7450775 \frac{g}{cm^3} \approx 2.75 \frac{g}{cm^3} \quad \text{Densità media assoluta}$$

$$\Delta\delta = 0.14 \frac{g}{cm^3}$$

## Giustificazione della scelta della procedura utilizzata:

Abbiamo utilizzato la procedura 1 in quanto occorre effettuare una misura in meno rispetto alla procedura 2, fatto che comporta una minore propagazione degli errori sul risultato finale.

## Confronto col metodo geometrico:

Il metodo del picnometro ha fornito un valore medio di densità media assoluta equivalente al valore ottenuto attraverso il metodo geometrico.

Si osserva una differenza piuttosto significativa circa le incertezze, tuttavia è noto dalla letteratura che la densità media assoluta dell'alluminio vale  $2.7 \frac{g}{cm^3}$ , valore che rientra nel range individuato attraverso il metodo del picnometro, ma non in quello individuato dal metodo geometrico.

Come valore finale di  $\delta \pm \Delta\delta$  utilizziamo formalmente il valore ottenuto considerando il fattore correttivo e la spinta di archimede, poichè quest'ultimo è significativo rispetto all'errore con cui abbiamo determinato  $\delta_{rm}$  (in particolare questi sono uguali).

## Misure con un liquido, scopo dell'esperienza, relazioni funzionali, ipotesi di validità

Lo scopo dell'esperienza è quello di misurare la densità media assoluta e la densità relativa di un liquido attraverso l'uso di una bilancia di precisione e del metodo del picnometro. Poste  $M_1$  = massa del picnometro,  $M_2$  = massa del picnometro riempito con acqua distillata,  $M_3$  = massa del picnometro riempito col liquido del quale vogliamo conoscere le densità, la densità relativa è data da  $\delta_{rm} = \frac{M_3 - M_1}{M_2 - M_1}$ . Per ottenere misure valide occorre non spostare la bilancia dal luogo in cui è stata tarata.

$$M_1 = 35.40 \pm 0.04 g$$

$$M_2 = 141.24 \pm 0.04 g$$

$$M_3 = 124.34 \pm 0.04 g$$

$$\delta_{rm} = \frac{M_3 - M_1}{M_2 - M_1} = \frac{124.34 - 35.40}{141.24 - 35.40} \frac{g}{g} = 0.840325018896 \approx 0.84$$

$$\Delta\delta_{rm} = 0.000755857898715 \approx 0.0008 \Rightarrow 0.04$$

$$\delta_{H_2O}(T) = \delta_A(21.4^\circ C) \approx \delta_A(20.0^\circ C) = 0.99821 \frac{g}{cm^3}$$