

Задание 10 / Task 10

https://math.wtf/course/se_intro2016/task/10

Задание №1

Дано:

Определим пару (двухэлементный кортеж) как $pair = \lambda xy.f\ x\ y$. Реализовать проекции fst и snd , возвращающие первый и второй элементы пары:

- $fst\ (pair\ a\ b) = a$
- $snd\ (pair\ a\ b) = b$

Решение:

$$pair\ a\ b \rightarrow \lambda f.f\ a\ b$$

Для получения первого числа (a) необходимо применить к f комбинатор $K = \lambda xy.x$

$$fst = \lambda f.f\ K \rightarrow \lambda f.f\ (\lambda xy.x)$$

Для получения второго числа (b) необходимо применить к f комбинатор $K^* = \lambda xy.y$

$$snd = \lambda f.f\ K^* \rightarrow \lambda f.f\ (\lambda xy.y)$$

Ответ:

- $fst = \lambda f.f\ (\lambda xy.x)$
- $snd = \lambda f.f\ (\lambda xy.y)$

Задание №2

Дано:

Выполнить подстановку и β -преобразование:

- $\lambda yz.xyw(zx)\ [x := \lambda y.yw]$
- $\lambda xy.xy(\lambda x.xy)x\ [x := \lambda z.z]$
- $xy(\lambda xz.xyz)y\ [y := xz]$

Решение:

$$\lambda yz.xyw(zx)\ [x := \lambda y.yw] \rightarrow \lambda yz.(\lambda y.yw)yw(z(\lambda y.yw)) \rightarrow \lambda yz.yww(z(\lambda y.yw))$$

$$xy(\lambda xz.xyz)y\ [y := xz] \rightarrow x(xz)(\lambda x'z'.x'(xz)z')(xz)$$

Ответ:

- $\lambda yz.yww(z(\lambda y.yw))$
- $\lambda xy.xy(\lambda x.xy)x$ (Без изменений)
- $x(xz)(\lambda x'z'.x'(xz)z')(xz)$

Задание №3

Дано:

Показать, что:

- $SKK = I$
- $B = S(KS)K$

Решение:

$$S = \lambda f g x. f x (g x)$$

$$K = \lambda x y. x$$

$$\begin{aligned} SKK &= (\lambda x. \lambda y. \lambda z. x z (y z)) (\lambda x. \lambda y. x) (\lambda x. \lambda y. x) \rightarrow (\lambda y. \lambda z. (\lambda x. \lambda y. x z) (y z)) (\lambda x. \lambda y. x) \rightarrow \\ &\rightarrow \lambda z. (\lambda x. \lambda y. x z) (\lambda x. \lambda y. x z) \rightarrow \lambda z. (\lambda y. z) (\lambda y. z) \rightarrow \lambda z. z = I \end{aligned}$$

$$SKK = I$$

$$B = \lambda f g x. f (g x)$$

$$\begin{aligned} B &= \lambda f g x. f (g x) f g x \rightarrow (\lambda x y. x) f x (g x) \rightarrow (\lambda f g x. f x (g x)) ((\lambda x y. x) f) g x \rightarrow \\ &\rightarrow (\lambda x y. x) (\lambda f g x. f x (g x)) f (\lambda x y. x) f g x \rightarrow \\ &\rightarrow (\lambda f g x. f x (g x)) ((\lambda x y. x) (\lambda f g x. f x (g x))) (\lambda x y. x) f g x = S(KS)K \end{aligned}$$

$$B = S(KS)K$$

Ответ:

- $SKK = I$
- $B = S(KS)K$