

Олимпиадная физика. 7 класс

Задачник 7.2023

Данное пособие содержит задачи для семиклассников, которые предлагались в последние годы на следующих олимпиадах:

1. [Всероссийская олимпиада школьников](#), ШЭ и МЭ в Москве (2020–2023)
2. [Олимпиада Максвелла](#), РЭ и ЗЭ (2020–2023)
3. [Московская олимпиада школьников по физике](#) (2020–2023)
4. [Росатом](#) (2021–2023)
5. [Курчатов](#) (2020–2023)
6. [Всесибирская олимпиада](#) (2015–2023)
7. [Будущие исследователи — будущее науки](#) (2015–2023)
8. [Надежда энергетики](#) (2015–2023)

Годы, являющиеся левой границей промежутка дат для каждой олимпиады, выбраны из следующих соображений.

- Более ранние задачи олимпиад, имеющих номера 1–5 в приведённом списке, можно найти в [олимпиадных листках](#). Кстати, пункты оглавления задачника дублируют названия данных листков, и каждый раздел задачника начинается со ссылки на соответствующий листок.
- В остальных случаях нижняя граница определялась либо наличием соответствующих материалов на сайтах олимпиад, либо моими личными возможностями :–)

Распределение задач по темам зачастую сделано «на глаз»; в дальнейшем (по мере моего осмысления) некоторые задачи могут переместиться в другие темы. Актуальная версия задачника находится по адресу: <http://mathus.ru/phys/7phys2023.pdf>.

Оглавление

1 Величины и процессы	4
1.1 Длина, площадь, объём	4
1.2 Измерения. Цена деления шкалы	9
1.3 Единицы измерения. Переводы единиц	15
1.4 Подобие и размерность	19
1.5 Процессы	20
1.6 Линейная зависимость	27
1.7 Неравенства	27
2 Движение тел	29
2.1 Путь, скорость, время	29
2.2 Средняя скорость	39
2.3 Графики движения	44
2.4 Сложение скоростей	50
2.5 Движение по реке	53
2.6 Круговое движение	56
3 Масса и плотность	61
3.1 Плотность	61
3.2 Смеси и сплавы	64
3.3 Средняя плотность	66
3.4 Поверхностная и линейная плотность	69
3.5 Скорость заполнения	70
3.6 Метеорология и пробки	71
4 Взаимодействие тел	73
4.1 Силы	73
4.2 Вес тела	74
4.3 Давление	75
4.4 Равновесие рычага	75
4.5 Блоки	76
4.6 Соединения пружин	78
4.7 Равновесие тел	79
4.8 Работа, мощность энергия	82
5 Гидростатика	83
5.1 Эврика!	83
5.2 Давление жидкости	84
5.3 Гидравлический пресс	86
5.4 Сообщающиеся сосуды	88
5.5 Сила Архимеда	89

5.6 Плавание тел	93
5.7 Движение в вязкой среде	96

Глава 1

Величины и процессы

1.1 Длина, площадь, объём

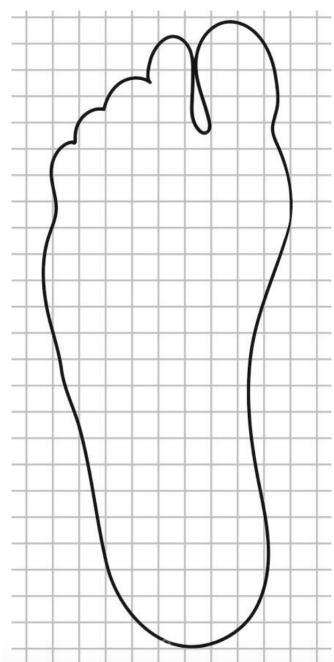
Дополнительные задачи — в листке [Длина, площадь, объём](#).

1.1.1. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 7*) Чтобы купить ботиночки для малыша, мама измерила длину его стопы. Для этого она обвела стопу на листе клетчатой бумаги (см. рис.). Считая, что сторона каждой клетки равна 5 мм, определите, какой минимальный размер ботиночек нужно заказать маме, чтобы они подошли малышу.

Примечание: в таблице размеров указана максимальная длина стопы, на которую ещё подходит ботиночки.

Таблица размеров

Российский размер	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
Длина стопы, см	10,5	11	11,6	12,3	13	13,7	14,3	14,9	15,5	16,2	16,8
Российский размер	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
Длина стопы, см	17,4	18,1	18,7	19,4	20,1	20,7	21,4	22,1	22,7	23,4	24,7



1. 19;
2. 20;
3. 24;
4. 38.

2

1.1.2. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 7*) Поле представляет собой участок в форме квадрата периметром 6000 саженей. Известно, что 1 сажень = 3 аршина, а 1 аршин = 71,12 см.

1. Выразите площадь участка в квадратных километрах. Ответ округлите до десятых долей.
2. Сколько времени потребуется, чтобы обойти участок по периметру со скоростью 4 км/ч? Ответ дайте в минутах, округлив до целого числа.

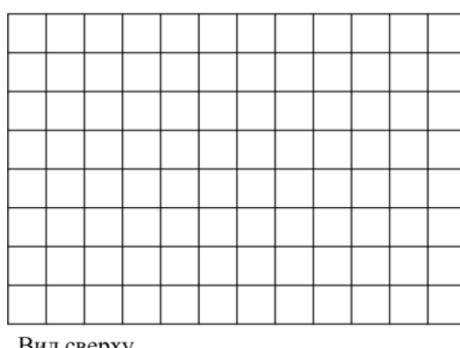
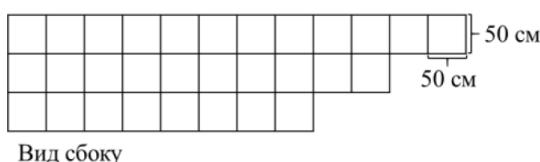
1) 10,2; 2) 192

1.1.3. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 7*) Японская система мер и весов называется Сякканхё. Она возникла при китайской династии Шан в XIII веке до н. э. и впоследствии получила своё развитие в Японии. В Сякканхё 1 Бу равен 3 мм. В 1 Тё содержится 60 Кэн и это равно 109 метрам. 1 Щубо приблизительно равен 1 квадратному Кэн (Кэн^2).

1. Чему равен 1 Щубо в системе СИ? Ответ округлите до десятых долей.
2. Сколько Щубо содержится в 1 квадратном Тё (Tё^2)? Ответ округлите до целого числа.
3. Сколько квадратных Бу (Бу^2) содержится в 1 квадратном Тё (Tё^2). Ответ поделите на миллион и округлите до целого числа.

1) 3,3; 2) 3600; 3) 1320

1.1.4. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 7*) На приусадебном участке дачник решил выкопать бассейн, план которого показан на рисунке.



1. Сколько кубометров грунта ему придётся выкопать, если сторона квадратика на схеме 50 см? Ответ округлите до целого числа.

2. Какое минимальное количество полных коробок плитки придётся закупить, чтобы выложить всю внутреннюю поверхность такого бассейна, если в одной упаковке 8 плиток, а размеры одной плитки $50 \times 50 \text{ см}^2$?
3. За сколько часов удастся наполнить такой бассейн, если из трубы в него втекает 20 литров воды в минуту? Ответ выразите в часах и минутах и округлите до целых минут. В качестве ответа приведите два числа — количество полных часов и количество минут.

1) 30; 2) 26; 3) 25 рабочих минут

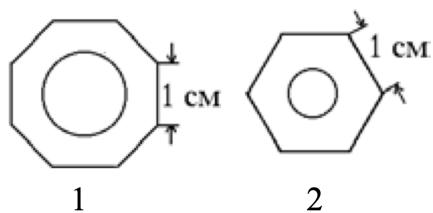
- 1.1.5.** (Всеросс., 2020, МЭ, 7) Воспользовавшись фотографией, оцените, в какой диапазон значений попадает объём спичечного коробка.



- A) 3 – 5 миллилитров
- Б) 10 – 30 миллилитров
- В) 50 – 100 миллилитров
- Г) 150 – 250 миллилитров
- Д) больше 500 миллилитров

B

- 1.1.6.** (Всеросс., 2020, МЭ, 7) У школьника есть два карандаша, торцы которых изображены на рисунке. На первый карандаш он намотал виток к витку тонкую нитку — получилось 48 витков. Сколько витков получится, если намотать виток к витку эту же нитку на второй карандаш? Длины второго карандаша хватает, чтобы вся нитка могла быть на него намотана.

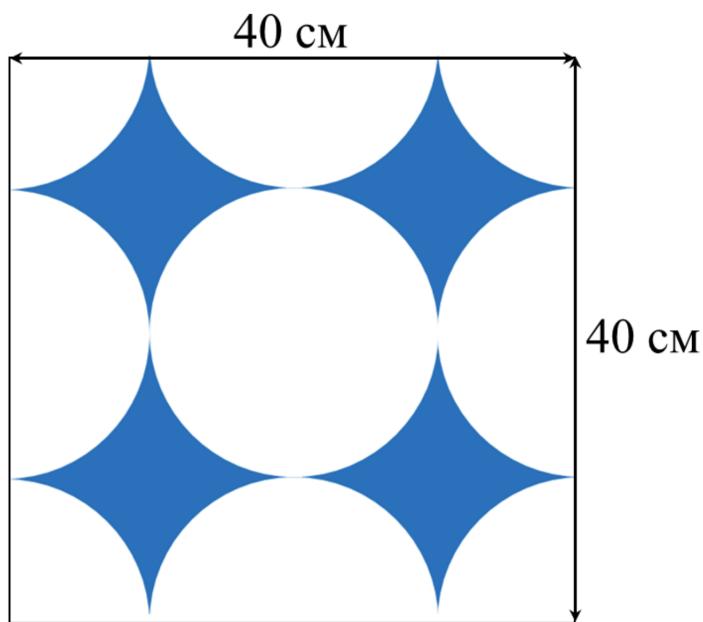


- A) 54

- Б) 64
 В) 132
 Г) 24

Б

1.1.7. (*Всеросс., 2022, МЭ, 7*) Иван Петрович решил нарисовать на белом полу прямоугольной террасы размером $4 \text{ м} \times 8 \text{ м}$ причудливый узор. На рисунке приведён повторяющийся мотив узора. Примечание: площадь круга радиусом R равна $S = \pi R^2$, где $\pi = 3,14$.



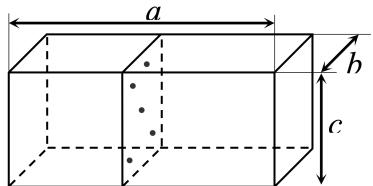
- Помогите Ивану Петровичу рассчитать объём краски, который придётся потратить, если средняя толщина слоя 1 мм. Ответ приведите в литрах, округлив до десятых долей.
- Оценив масштаб работы, Иван Петрович решил увеличить все линейные размеры узора в 4 раза. Во сколько раз изменится требуемое количество краски? Средняя толщина слоя краски остаётся прежней.

(1) 6,9; (2) 1

1.1.8. (*Всеросс., 2018, 7*) Для того чтобы вспахать прямоугольное поле, тракторист решил сначала проехать по внешнему краю поля, затем — по внешнему краю оставшегося участка и т. д., до тех пор, пока все не будет вспахано. Сколько, как минимум, времени для этого потребуется, если после трактора остается вспаханная полоса шириной $b = 3 \text{ м}$, размеры поля примерно равны $L \times H = 0,6 \text{ км} \times 0,7 \text{ км}$, а скорость трактора — $V = 18 \text{ км/час}$?

28000cek

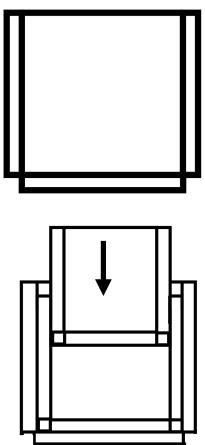
1.1.9. («Росатом», 2023, 7) В пекарне изготовили белый хлеб с изюмом. Батон имеет форму прямоугольного параллелепипеда («кирпичика») с размерами сторон (длина-ширина-высота) $a = 20$ см, $b = 8$ см и $c = 12$ см. Известно, что на разрезе, перпендикулярном длинному ребру, в среднем оказываются разрезанными $n = 5$ изюминок (см. рис., на котором показана схема батона и разреза). Найти среднее число изюминок в каждом батоне. Считать, что все изюминки имеют форму шариков с радиусом $r = 0,4$ см и равномерно распределены по объему батона.



$$\frac{2\pi}{a} n = 125$$

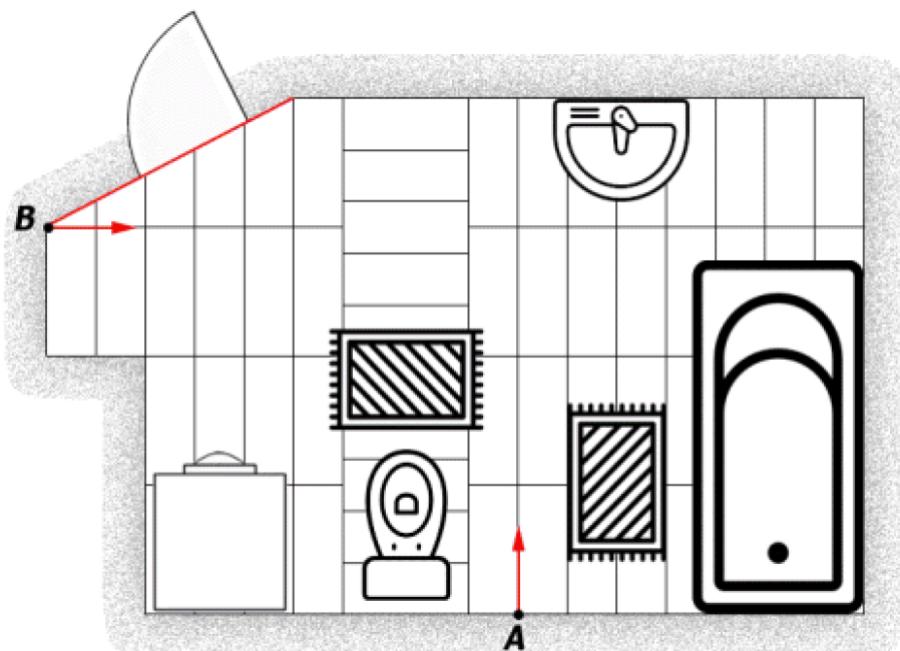
1.1.10. (Всерос., 2021, 7) Школьник нашел большое количество разных квадратных пластин, сделанных из материала толщиной, равной $d = 1/6$ см. Подбирая пластины одинакового размера, он сделал много разных коробок в виде куба без крышки (для примера см. рис. сверху). Затем школьник стал подбирать и вставлять коробки друг в друга так, чтобы между соседними коробками практически не было зазоров (условно показано на рис. снизу).

Чему примерно равна суммарная площадь внутренних поверхностей всех составленных вместе коробок, если у самой большой из них эта площадь была равна $S_1 = 2000$ см², а у самой маленькой — в 4 раза меньше? Влиянием мест сочленения пластин на форму коробки можно пренебречь.



$$36370 \text{ см}^2$$

1.1.11. (Олимпиада Максвелла, 2023, РЭ, 7) **В ванной.** Ванная в квартире экспериментатора Глюка имеет сложную форму (смотрите рисунок).



Пол ванной выложен керамической плиткой одного размера. Причём, при укладке плитки на пол, её пришлось резать только для того, чтобы уложить вдоль стены с дверным проёмом (верхний левый угол рисунка). Глюк проводит свои эксперименты везде. Ванная не является

исключением. Однажды он запускал улиток из точек A и B в указанных на рисунке направлениях, пытаясь подобрать разность во времени старта так, чтобы улитки непременно встретились, не доползая до противоположной стены. В результате эксперимента Глюк выяснил, что улитку из B надо отправить в путь на $\Delta t = 200$ с раньше, чем улитку из A .

Найдите площадь ванной комнаты экспериментатора, если известно, что улитки всегда движутся прямолинейно с одинаковой скоростью $u = 12$ см/мин, плитки в ванной плотно прилегают краями друг к другу, а коврики одинаковые.

$$e^{M \cdot 56,5} = S$$

1.2 Измерения. Цена деления шкалы

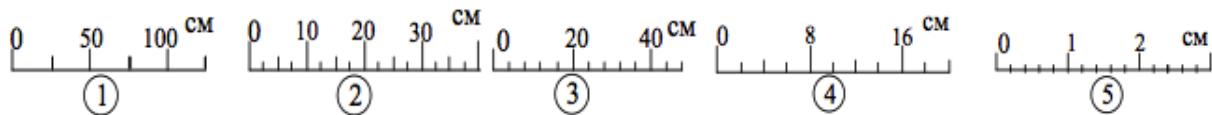
Дополнительные задачи — в листке [Измерения](#).

1.2.1. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 7*) Для определения скорости детской радиоуправляемой машинки достаточно иметь 1) весы; 2) мензурку; 3) линейку; 4) часы; 5) микрометр; 6) ареометр.

- А) 1 и 2
- Б) 2 и 3
- В) 3 и 4
- Г) 4 и 5
- Д) 5 и 6

Б

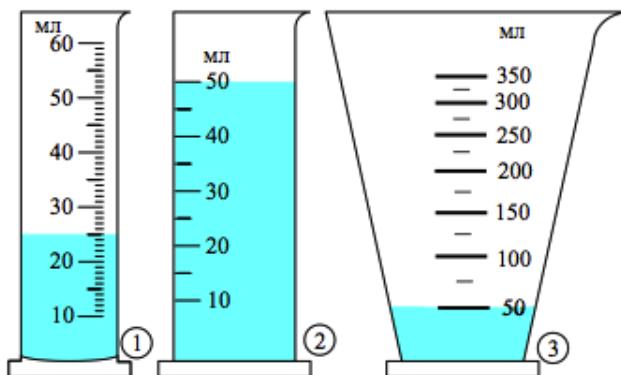
1.2.2. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 7*) На рисунке изображены шкалы пяти линеек. Укажите сначала номер шкалы, которая имеет наибольшую цену деления, а затем номер шкалы, которая имеет наименьшую цену деления.



- А) 1 и 5
- Б) 5 и 1
- В) 1 и 4
- Г) 2 и 3
- Д) 4 и 5

В

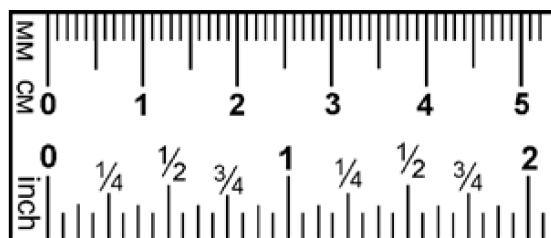
1.2.3. (Всеросс., 2020, ШЭ, 7) В мензурках находится вода. Какой объём воды будет в третьей мензурке, если в неё перелить воду из первой и второй мензурок?



- A) 130 мл
- Б) 170 мл
- В) 120 мл
- Г) 125 мл

Л

1.2.4. (Всеросс., 2021, ШЭ, 7) На рисунке изображена линейка с двумя шкалами. Какова цена деления верхней сантиметровой шкалы (обозначена «см») и нижней дюймовой шкалы (обозначена «inch»)?



- А) 1 см, 1 дюйм
- Б) 1 мм, 1/2 дюйма
- В) 1 см, 1/2 дюйма
- Г) 1 мм, 1/4 дюйма
- Д) 1 см, 1/4 дюйма
- Е) 1 мм, 1/16 дюйма
- Ж) 1 см, 1/8 дюйма

Е

1.2.5. (Всеросс., 2022, ШЭ, 7) На рисунке изображён спидометр с двумя шкалами: одна про- градуирована в километрах в час (км/ч), а другая — в милях в час (MPH). Определите цену деления каждой шкалы.

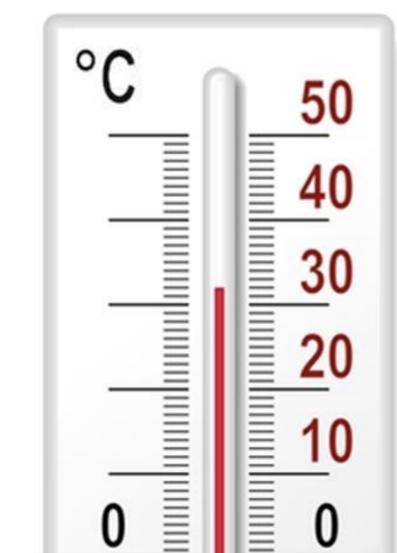


1. 10 миль/ч; 10 км/ч;
2. 10 миль/ч; 20 км/ч;
3. 20 миль/ч; 20 км/ч;
4. 5 миль/ч; 10 км/ч.

4

1.2.6. (Всеросс., 2022, ШЭ, 7) В 9 ч 15 мин температура воздуха на улице была $+17^{\circ}\text{C}$. На рисунке изображён термометр, который показывает температуру воздуха на улице в 10 ч 45 мин. Определите среднюю скорость роста температуры за указанный интервал времени.

1. $0,25^{\circ}\text{C}/\text{мин}$;
2. $11,5^{\circ}\text{C}/\text{ч}$;
3. $10^{\circ}\text{C}/\text{ч}$;
4. $0,36^{\circ}\text{C}/\text{мин}$.



ε

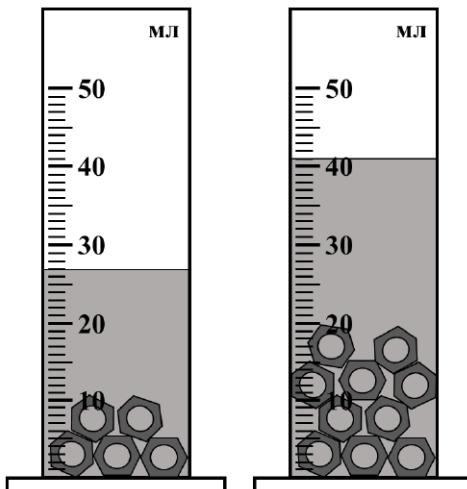
1.2.7. (Всеросс., 2023, ШЭ, 7) Определите цену деления и показания термометра, изображённого на рисунке.



1. 1 °C; 21 °C;
2. 2 °C; 21 °C;
3. 1 °C; 22 °C;
4. 2 °C; 22 °C.

4

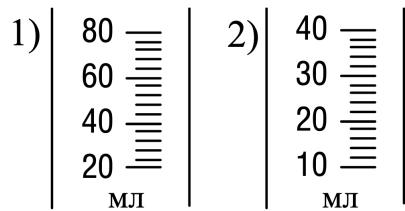
1.2.8. (Всеросс., 2023, ШЭ, 7) В частично заполненную водой мензурку Вася опустил вначале 5 гаек, а затем ещё пять (см. рисунок). По результатам данного эксперимента определите объём одной гайки, если все они одинаковые.



1. $5,4 \text{ cm}^3$;
2. $4,1 \text{ cm}^3$;
3. $2,8 \text{ cm}^3$;
4. $1,4 \text{ cm}^3$.

5

1.2.9. (Всеросс., 2020, МЭ, 7) Определите цену деления мензурок, шкалы которых изображены на рисунке.

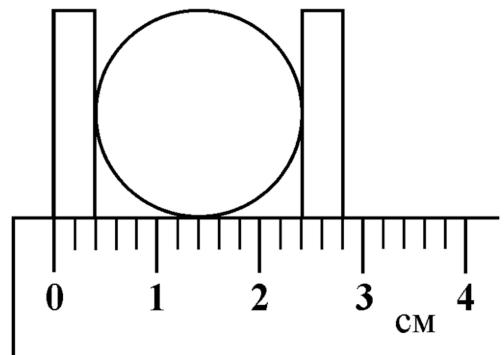


- A) 1 — 20 мл, 2 — 50 мл
- Б) 1 — 20 мл, 2 — 5 мл
- В) 1 — 4 мл, 2 — 50 мл
- Г) 1 — 4 мл, 2 — 2 мл
- Д) 1 — 80 мл, 2 — 150 мл

[J]

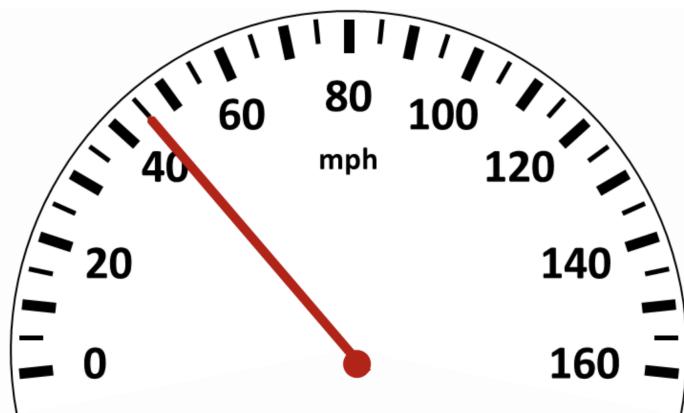
1.2.10. (Всеросс., 2021, МЭ, 7) С помощью линейки измеряют размеры цилиндра. Чему равен диаметр этого цилиндра, если погрешность считываия результата измерения равна половине цены деления линейки? Считайте, что при проведении нескольких измерений погрешности считываия складываются.

1. (12 ± 1) мм;
2. (16 ± 2) мм;
3. (20 ± 2) мм;
4. (24 ± 2) мм;
5. (28 ± 1) мм.



[E]

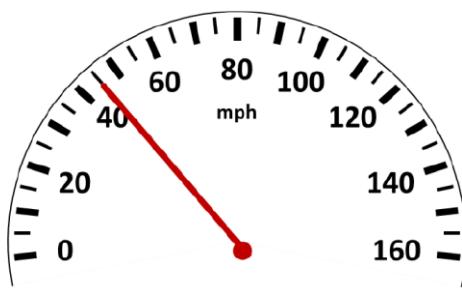
1.2.11. (*Всеросс., 2022, МЭ, 7*) На рисунке изображён спидометр, показывающий скорость автомобиля в милях в час. Определите цену деления спидометра автомобиля. Переведите в СИ скорость, с которой едет автомобиль, если 1 миля равна 1,6 км.



1. 10 миль/ч; 20 м/с;
2. 5 миль/ч; 12,5 м/с;
3. 5 миль/ч; 20 м/с;
4. 10 миль/ч; 101 м/с;
5. 20 миль/ч; 22 м/с.

8

1.2.12. (*Всеросс., 2023, МЭ, 7*) На рисунке изображён спидометр, показывающий скорость автомобиля в милях в час. Какое расстояние проходит этот автомобиль за 10 минут, если 1 миля равна 1,6 км?



1. 10 км;
2. 12 км;
3. 14 км;
4. 16 км;
5. 18 км.

2

1.2.13. («Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 7) Для измерения малых масс к весам приложен набор большого числа металлических пластинок одинаковой толщины двух видов — в форме кружков радиусами 0,5 см и 1 см и колец с внутренним радиусом 0,5 см и внешним радиусом 1 см. На одну чашку весов положили два кольца. Какие пластинки следует положить на другую чашку, чтобы добиться равновесия? Укажите все возможные варианты.

1.3 Единицы измерения. Переводы единиц

Дополнительные задачи — в листке [Измерения](#).

1.3.1. (Всеросс., 2020, ШЭ, 7) Со старта Крош побежал к финишу со скоростью 10,8 км/час, а Лосяш, стартовавший одновременно с Крошем, бежал к финишу со скоростью 2,5 м/с. Кто прибежал к финишу первым?

- A) Лосяш
- Б) Крош
- В) одновременно

Б

1.3.2. (Всеросс., 2020, ШЭ, 7) Переведите в СИ: 5000000 мг (миллиграмм).

- A) 5000 г
- Б) 500 г
- В) 5 кг
- Г) 0,5 кг

Б

1.3.3. (Всеросс., 2021, ШЭ, 7) Переведите в СИ: 36 км/ч, 15 дм.

1. 129,6 м/с, 150 см.
2. 1000 см/с, 150 см.
3. 129,6 м/с, 0,15 м.
4. 10 м/с, 0,15 м.
5. 10 м/с, 1,5 м.

Ц

1.3.4. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 7*) Какова длина железнодорожного моста, если весь пассажирский поезд, двигаясь со скоростью 54 км/ч, проезжает его за 2 минуты? Длина поезда 240 м.

1. 108 м;
2. 132 м;
3. 1560 м;
4. 6240 м.

[ε]

1.3.5. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 7*) Бамбук в среднем вырастает на 15 мм за час. За какое время верхушка растения сравняется с крышей девятиэтажного дома, если высота одного этажа 3 метра?

1. 75 суток;
2. 0,5 года;
3. 9600 минут;
4. 180 часов.

[I]

1.3.6. (*Всеросс., 2020, МЭ, 7*) Переведите в СИ: 180 см/мин; 500 см².

- А) 0,03 м/с, 0,5 м²
- Б) 0,3 м/с, 0,05 м²
- В) 0,003 м/с, 0,5 м²
- Г) 0,03 м/с, 0,05 м²
- Д) 0,03 м/с, 0,5 м²

[J]

1.3.7. (*Всеросс., 2021, МЭ, 7*) Переведите в СИ 300 г/л.

1. 3 кг/м³;
2. 30 кг/м³;
3. 300 кг/м³;
4. 3000 кг/м³.

[ε]

1.3.8. (*Всеросс., 2022, МЭ, 7*) Вася, Маша, Петя и Катя выполняют домашнее задание по физике. Вася потратил на выполнение 45 минут, Маша — две трети часа, Петя — одну двадцатую суток, а Катя — 2500 секунд. Кто быстрее всех справился с заданием?

1. Вася;
2. Маша;
3. Петя;
4. Катя.

[2]

1.3.9. (*Всеросс., 2023, МЭ, 7*) За сколько часов пешеход со скоростью 1,2 м/с преодолеет расстояние, которое равно 3 старорусским милям? 1 старорусская миля равна 7,5 км. Укажите значение, наиболее близкое к найденному вами.

1. 4,9 ч;
2. 5,0 ч;
3. 5,1 ч;
4. 5,2 ч;
5. 5,3 ч.

[4]

1.3.10. (*Всеросс., 2023, МЭ, 7*) Переведите в СИ: 45 тонн, 1,5 суток.

1. 4500 кг; 12960 с;
2. 45000000 г; 12960 с;
3. 45000 кг; 129600 с;
4. 45000000 г; 1296000 с;
5. 4500 кг; 129600 с.

[8]

1.3.11. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 7*) В Охотском море, у берегов Западной Камчатки, обитают «королевские» крабы. Согласно оценкам специалистов, стадо крабов кочует в пределах участка дна площадью примерно 100 квадратных миль (этот участок называют ареалом обитания крабов). При этом средняя скорость миграции камчатского краба равна 0,03 мили/мин. Зная, что 1 миля = 1,852 км (такая миля называется морской), выразите в СИ площадь ареала обитания крабов и скорость миграции крабов.

1. $343 \text{ км}^2; 0,97 \text{ км}/\text{ч};$
2. $342990400 \text{ м}^2; 0,926 \text{ м}/\text{с};$

3. 29 км^2 ; $0,97 \text{ км}/\text{ч}$;
 4. 185200 м^2 ; $3,3 \text{ км}/\text{ч}$.

2

1.3.12. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 7*)

«— Дай ей пять кнатов, — сонно произнёс Хагрид.
 — Кнатов?
 — Маленьких бронзовых монеток.

Гарри отсчитал пять бронзовых монеток, и сова вытянула лапу, к которой был привязан кожаный мешочек. А затем вылетела в открытое окно.»

Дж. К. Роулинг

Приблизительная стоимость галлеона составляет 5 английских фунтов стерлингов. Один фунт стерлингов в день обращения Гарри в банк стоил 69,1 российских рублей. 1 сикль = 29 кнатов; 1 галлеон = 17 сиклей.

1. Сколько денег в пересчёте на российские рубли отдал Гарри сове? Ответ округлите до копеек. В качестве ответа приведите два числа — количество полных рублей и количество копеек.
2. Сколько российских рублей стоит волшебная палочка Гарри, если он её купил за 7 галлеонов? Ответ округлите до копеек. В качестве ответа приведите два числа — количество полных рублей и количество копеек.

1) 3 пфеннига 50 копеек; 2) 2118 пфеннигов 50 копеек

1.3.13. (*Всеросс., 2020, МЭ, 7*) Буквами d , h и L обозначены некоторые физические величины, которые измеряются в метрах. Школьники предложили несколько выражений, которые связывают между собой эти величины:

$$1) d = \frac{1}{2L + h} \quad 2) d = h + 3L \quad 3) d = \frac{2hL}{L + h} \quad 4) d = h^2 + 2L^2 \quad 5) d = \frac{h + L}{3L + h}$$

Какие выражения, предложенные школьниками, однозначно неправильные?

- А) 3, 4, 5
- Б) 1, 4, 5
- В) 1, 2, 5
- Г) 1, 3, 4
- Д) 2, 3, 5

B

1.3.14. (*Всеросс., 2022, МЭ, 7*) Старший брат семиклассника Пети решил проверить его физическую смекалку. Он показал ему формулу $\lambda = \frac{1}{1,41 \cdot \pi n d^2}$, в которой d измеряется в метрах, n — в $1/\text{м}^3$, а π — безразмерная величина. В каких единицах измеряется λ ?

1. м^3 ;
2. м^2 ;
3. м ;
4. $1/\text{м}$;
5. $1/\text{м}^2$.

8

1.3.15. (*Всеросс., 2022, МЭ, 7*) В Древней Руси для измерения роста человека использовали такие единицы измерения, как локоть, пядь, аршин, вершок. В одном аршине 16 вершков, в одном локте 10 вершков, одна пядь — четверть аршина. Три богатыря решили измерить свой рост. Оказалось, что рост Ильи Муромца составляет 2 аршина и 1 локоть, а Добрыни Никитича — 4 локтя и 1 пядь. Рост Алёши Поповича составляет 2 аршина, 2 пяди и 3 вершка. Расположите богатырей по росту — от самого низкого к самому высокому.

1. Илья Муромец;
2. Добрыня Никитич;
3. Алёша Попович.

132

1.4 Подобие и размерность

Дополнительные задачи — в листке [Подобие](#).

1.4.1. (*«Надежда энергетики», 2015, 7*) Девочки из 7-го «а» сделали снежную бабу, а их одноклассники мальчики — снеговика. Снежная баба представляет собой три поставленных друг на друга снежных шара («ноги», «туловище», «голова»), диаметры которых относятся как 6 : 4 : 2. Снеговик представляет собой точную копию снежной бабы, но в два раза большей высоты. Во сколько раз «ноги» снеговика тяжелее «головы» снежной бабы?

$$\frac{2^3}{3^3 \cdot 3^3 \cdot 2^3} = 216$$

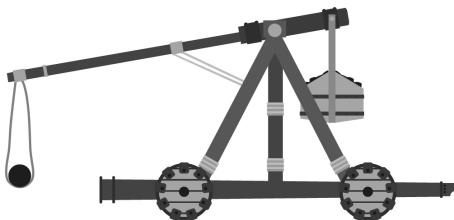
1.4.2. (*Всесиб., 2015, 7*) В маленьком аквариуме, имеющем вид куба с ребром 20 см, плавают две рыбки одного вида. Они различаются тем, что все геометрические размеры одной из рыбок в два раза больше, чем у другой. Когда большую рыбку вытащили сачком, уровень воды в аквариуме уменьшился на 2 мм. Определите по этим данным массу маленькой рыбки.

10 л

1.4.3. («Надежда энергетики», 2022, 7) Школьники, изучающие термодинамику и тепловые явления, решили провести любопытный эксперимент. Они заморозили воду в виде ледяного куба с ребром 10 см и 1000 кубиков с длиной ребра 1 см. В распоряжении школьников было два одинаковых идеальных термостата, в которых постоянно поддерживалась температура 0°C . Школьники поместили куб в один термостат, а все кубики аккуратно разложили в один слой во втором так, что они не касались друг друга. Время таяния льда в каждом термостате измерялось секундомером, который включался, когда в термостате появлялись первые капли воды, и выключался, когда лед полностью превращался в воду. Сравните показания секундомера по окончании опыта. Объясните свои выводы.

100 пас

1.4.4. (МОШ, 2023, 7) **Модель требушета.** Требушет — это метательное орудие, использовавшееся в средние века для осады городов. Тяжёлый груз, закреплённый на коротком конце рычага, разгоняет пращу со снарядом, закреплённую на другом конце рычага до большой скорости, после чего снаряд отделяется от пращи и летит в цель. Ниже вы видите схематичный рисунок. Рассмотрим требушет, все детали, снаряд и противовес которого сделаны из одного материала плотностью ρ . Дальнобойность требушета (в предположении, что сила сопротивления воздуха пренебрежимо мала) может зависеть от следующих размерных параметров: от линейных размеров орудия (например, от высоты H), от плотности материала ρ , из которого сделаны детали орудия, и от ускорения свободного падения g , равного 10 м/с^2 .



На основе соображений размерности определите, во сколько раз отличается дальность требушета от дальности его точной копии, все размеры которой в 10 раз меньше. Во сколько раз при таком изменении размеров изменяется максимальная (в процессе выстрела) сила натяжения верёвок, соединяющих рычаг и пращу?

Лицо сопротивления в 10 раз: $m_{\text{противовес}} = 1000 \text{ пас}$

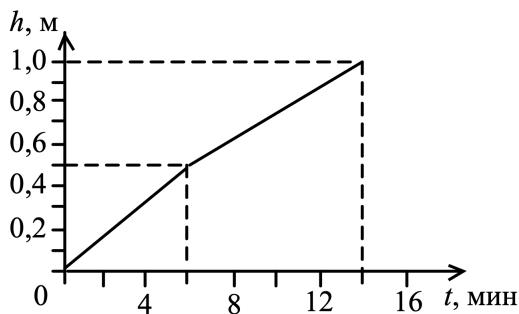
1.5 Процессы

Дополнительные задачи — в листке [Процессы](#).

1.5.1. (Всеросс., 2021, МЭ, 7) Два космических корабля (большой и маленький) движутся навстречу друг другу вдоль одной прямой. Скорость сближения кораблей 8000 км/ч . С большого корабля через каждые 10 минут посылают в направлении маленького корабля почтовый контейнер, который движется со скоростью 12000 км/ч относительно большого корабля. Сколько контейнеров получит маленький корабль в течение 1 часа, если отсчёт времени начинается с момента приёма первого контейнера?

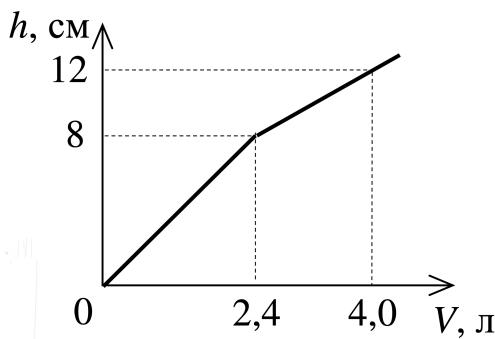
11

1.5.2. («Будущие исследователи — будущее науки», 2019, 7) При равномерном заполнении доверху водой кубического аквариума, на дне которого лежит камень в виде прямоугольного параллелепипеда, высота уровня воды зависит от времени так, как показано на графике (см. рис.). Найти объем параллелепипеда.



вн 8/1

1.5.3. («Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 7) В цилиндрический сосуд, на дне которого лежит куб, начинают наливать воду. График зависимости высоты h от уровня воды в сосуде от объема V налитой воды приведен на рисунке. Найти длину ребра куба.



длина ребра куба 10 см

1.5.4. (Всерос., 2019, 7) Группа из 22 туристов придумала развлечение на целый день. Туристы по очереди прыгают с обрыва в горную реку в спасжилетах, и их сносит на 400 м вниз по течению. Затем каждый турист сразу выходит по тропе к месту прыжка и снова прыгает. При этом средняя скорость движения туриста по тропе в 4 раза меньше скорости течения реки. Сколько туристов в среднем одновременно находится в реке, если длина тропы равна 1 км? Считать, что туристы распределены по реке и тропе равномерно.

$N_1 = N_0/11 = 2$ человека

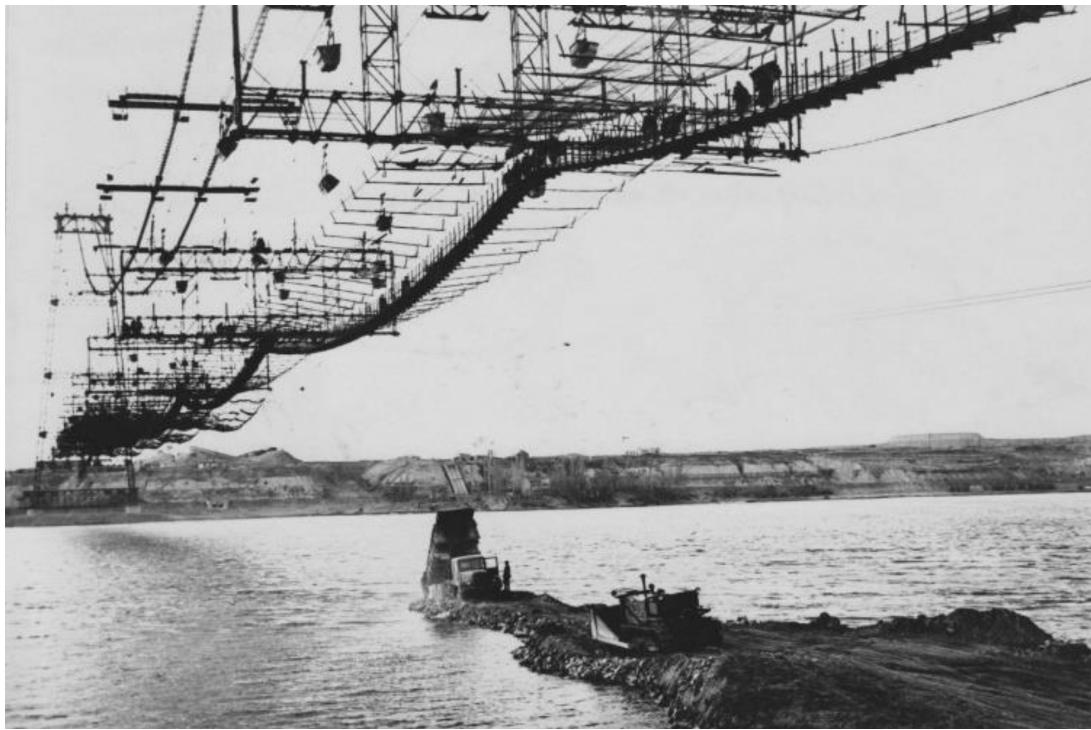
1.5.5. (*Всесиб., 2022, 7*) Из карьера на фабрику на грузовиках непрерывно возят руду по длинной дороге. После разгрузки пустая машина сразу едет обратно в карьер. Чуть меньше трети всего пути проходит по длинному мосту, который может выдержать вес не более 6 машин с рудой, либо 19 пустых машин. Какое максимальное число грузовиков надо одновременно направить на такие перевозки, чтобы машины не простоявали и на всем пути ехали с постоянной скоростью? Известно, что разрешенная скорость пустого грузовика равна $V_{\text{п}} = 60 \text{ км/ч}$, а груженого — $V_{\text{г}} = 36 \text{ км/ч}$. Считать, что на всём пути встречные машины легко разъезжаются, временем погрузки и разгрузки можно пренебречь, и что в одну сторону всегда едет одно и то же количество машин.

24

1.5.6. (*«Надежда энергетики», 2019, 7*) Самосвалы возят грунт для строительства дамбы. В строительстве дамбы участвует $N = 10$ самосвалов. Грузоподъемность каждого самосвала $m = 50 \text{ т}$. В результате за 8-часовую смену было отсыпано $L = 50 \text{ м}$ дамбы. Усадкой грунта в дамбе можно пренебречь. Расстояние между местом погрузки грунта на самосвалы и строящейся дамбой равно $l = 2,5 \text{ км}$. Самосвалы движутся равномерно. Площадь сечения дамбы равна $S = 200 \text{ м}^2$, плотность грунта $\rho = 2500 \text{ кг/м}^3$. Погрузка-разгрузка самосвалов занимает 10% от общего времени работы. Все самосвалы за смену делают одинаковое количество рейсов. Определите среднюю скорость движения каждого самосвала.

$$\frac{0,9t \cdot N \cdot m}{2l \rho S} \approx 35 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

1.5.7. (*«Надежда энергетики», 2021, 7*) В начале строительства Волжской ГЭС в 1950 году для доставки камня и щебня с восточного берега Волги была построена канатная дорога. Канатная дорога состояла из двух закольцованных тросов с подвешенными на них вагонетками. Таким образом, по канатной дороге двигались два ряда вагонеток в одну сторону и два в другую: заполненные щебнем вагонетки двигались с восточного берега на западный, а пустые в это же время возвращались обратно. Расстояние между вагонетками на каждом тросе составляло $L = 50 \text{ м}$. Вагонетки двигались со скоростью $u_1 = 3 \text{ м/с}$, объем каждой был равен $V_1 = 1,5 \text{ м}^3$. Карьер, в котором добывали щебень, располагался на расстоянии $l = 2 \text{ км}$ от погрузочной станции канатной дороги. Грузовики из карьера курсировали со средней скоростью $u_2 = 27 \text{ км/ч}$. Определите, какое минимальное количество грузовиков с вместимостью кузова $V_2 = 5 \text{ м}^3$ одновременно должно работать, чтобы канатная дорога не простоявала. Временем погрузки и разгрузки грузовиков и вагонеток пренебречь.



Мы можем заранее определить, сколько времени потребуется для выполнения задачи.

1.5.8. («Надежда энергетики», 2022, 7) В плотине Угличской ГЭС на Волге для прохода кораблей устроен шлюз длиной 290 м и шириной 30 м. При пропускании кораблей уровень воды в шлюзе опускается на 12 м. В один из дней через шлюз прошли 12 кораблей вниз по течению и 16 — вверх по течению. При этом проход осуществляется попеременно так, что первыми начинают шлюзование корабли, идущие вниз по течению. В шлюз каждый раз заходят по 2 корабля. Определите, во сколько раз средний суточный расход воды через шлюз меньше расхода через гидротурбины Угличской ГЭС, который в этот день составлял 800 м³/с. Водоизмещением кораблей пренебречь. Ответ округлить до целых.

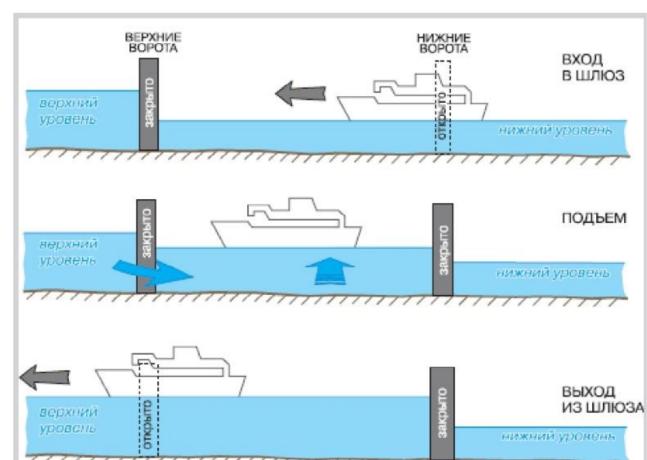
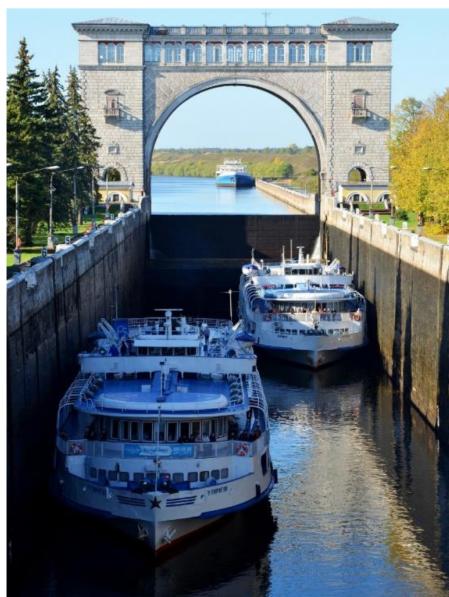


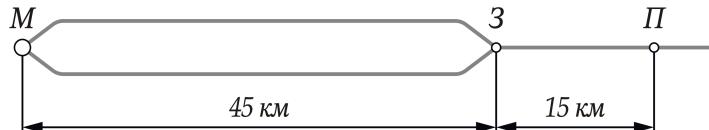
Рис. 1 Схема шлюзования при проходе корабля вверх по течению.

95 Page

1.5.9. («Надежда энергетики», 2015, 7) На кондитерской фабрике работает автомат по укладке шоколадных конфет. Он представляет собой механический манипулятор, способный перемещаться вдоль одной прямой перпендикулярно ленте транспортера, на которой лежат пустые коробки с ячейками для конфет. Конфета моментально попадает в ячейку, как только манипулятор окажется над ней. Рассмотрим движение автомата и коробок на плоскости XOY . Координаты ячеек (x, y) — это натуральные числа, причем в исходном положении $8 \leq x \leq 26$, $2 \leq y \leq 15$ (все значения координат заданы в дюймах). Лента транспортера начинает двигаться в направлении, противоположном оси OX , со скоростью $v = 1$ дюйм/с. Одновременно из начала координат вдоль оси OY с постоянной скоростью без остановок начинает двигаться манипулятор. Какое максимальное количество конфет сможет уложить манипулятор за время однократного пересечения транспортера и с какой скоростью он должен двигаться?

$$n = 10 \text{ конф.} / \text{с}, v = 0,5 \text{ м/с}$$

1.5.10. (МОШ, 2021, 7) **Обычные и Ласточки.** На железнодорожной ветке, связывающей город M с областным центром T , есть (кроме прочих) остановки в городке Z и посёлке P . От M до Z проложены два пути для движения поездов в направлении T , а от Z до P один путь (см. рисунок). Расстояние от M до Z равно 45 км, а от Z до P 15 км. Начиная с 17:00 и до 21:00 от M в направлении T каждые пятнадцать минут отправляются скоростные электропоезда «Ласточка», которые останавливаются в Z , но не останавливаются в P , а также хотя бы раз в час отправляются обычные электрички, останавливающиеся в Z , и в P . Ласточки движутся со средней скоростью 120 км/ч, а обычные электрички со средней скоростью 45 км/ч. На путях от M до Z Ласточки и обычные электрички движутся по разным путям, не мешая друг другу. Электричка не отправляется из Z , если на пути до P её может догнать Ласточка, выжидая в Z удобного момента для отправления (так, чтобы можно было доехать до P , не мешая Ласточкам). Можно считать, что посадка, высадка и пересадка пассажиров с одного электропоезда на другой на остановках происходит за пренебрежимо малое время.



A. За какое минимальное время можно доехать до посёлка P по железной дороге, отправившись из M в интервале времени от 18:00 до 19:00 включительно, в случае наиболее удобного для этого расписания электричек?

B. В какое время (часов, минут) в интервале от 18:00 до 18:30 включительно следует назначить отправление электричек от M , чтобы они приходили в P , не задерживаясь в Z ? Укажите все возможные значения.

$$\text{A)} 42,5 \text{ мин; B)} 18:07 - 18:10, 18:22 - 18:25$$

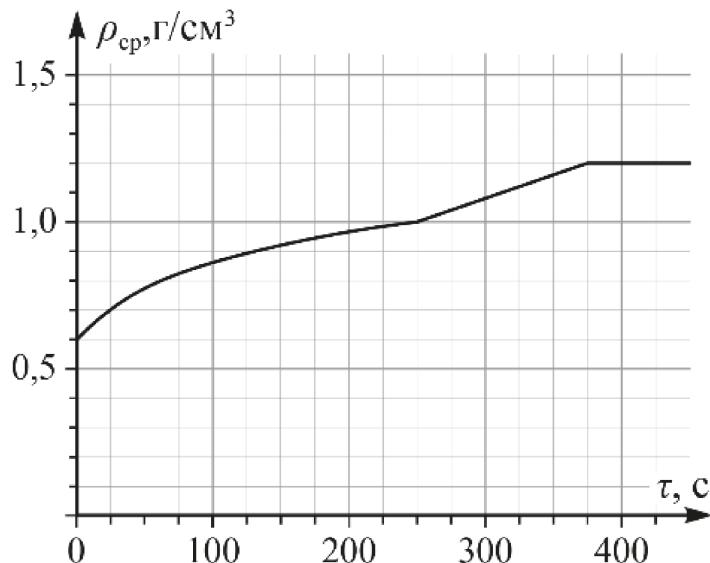
1.5.11. (*Олимпиада Максвела, 2022, РЭ, 7*) **Конвейер.** На ленте конвейера, движущейся с некоторой скоростью v , находятся цилиндрические емкости. Над лентой через каждые L метров установлены краны, из которых в те промежутки времени, когда под ними проходят емкости, с постоянным объемным расходом выливается готовый продукт. За некоторое время t_0 емкость заполняется на половину своего объема V .

1. Какая часть объема V будет заполняться за то же время t_0 , если расстояние между кранами увеличить в 2 раза, а скорость движения ленты в 3 раза?
2. Представьте, что все размеры емкости увеличили в 2 раза, расстояние между кранами — в 3 раза, а скорость движения ленты установили $2v$. Какая часть объема V_1 новой емкости заполнится за время $4,5t_0$?

При решении задачи считайте, что $t_0 \gg L/v$.

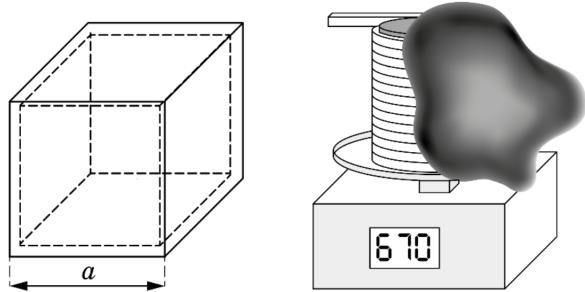
1) $V/4$; 2) $\frac{1}{3}V_1$

1.5.12. (*Олимпиада Максвела, 2022, РЭ, 7*) **Стратифицированные жидкости.** В цилиндрическом сосуде находится $V_1 = 100$ мл жидкости плотностью ρ_1 . В него начинают наливать с постоянным массовым расходом μ жидкость с плотностью ρ_2 . График зависимости средней плотности содеримого сосуда от времени представлен на рисунке. Определите плотности ρ_1 и ρ_2 , объем V_0 сосуда и массовый расход μ . Жидкости не смешиваются.



$\rho_1 = 0,6 \text{ г/см}^3$; $\rho_2 = 1,2 \text{ г/см}^3$, $\mu = 0,96 \text{ г/с}$, $V_0 = 300 \text{ мл}$

1.5.13. (*Олимпиада Максвела, 2021, РЭ, 7*) На 3D принтере идет печать полого кубика с внешней стороной $a = 10$ см. Катушка с пластиковым прутком квадратного сечения стоит на весах. Показания t весов с начала и до окончания печати вместе с длиной L прутка, оставшегося на катушке, заносятся в таблицу.



$m, \text{ г}$	670	600	575	490	455	380	310
$L, \text{ м}$	125	110	98	80	68	55	35

Определите:

1. массу m_0 пустой катушки;
2. линейную плотность λ прутка (массу одного метра);
3. плотность ρ материала прутка;
4. объем полости V получившемся кубике.

Примечание: На рисунке ТОЛЬКО пруток изображён в масштабе 1 : 1, а размер кубика и весов даны условно. Для измерения необходимых размеров прутка можно использовать свою линейку миллиметровую бумагу.

$$m_0 = 170 \text{ г}, \lambda = 4,0 \text{ г/м}, \rho = 1,78 \text{ г/см}^3, V = 797 \text{ см}^3$$

1.5.14. (*Олимпиада Максвела, 2021, РЭ, 7*) Экспериментатор Глюк во время поездки на экспрессе из Долгопрудного в Дубну записал показания T термометра за окном в зависимости от пройденного расстояния s . В пути поезд двигался почти с постоянной скоростью и сделал только одну остановку в Дмитрове. Узнав позже на сайте гидрометцентра, как в этот день в течение времени t изменялась температура, Глюк рассчитал:

1. время отправления экспресса из Долгопрудного;
2. скорость экспресса;
3. расстояние от Дмитрова до Дубны;
4. примерную длительность остановки в Дмитрове.

Постройте графики зависимостей, приведенных в таблицах, и с их помощью получите зависимость пройденного экспрессом расстояния от времени. Постройте её график и определите то, что смог рассчитать экспериментатор.

Примечание: в одно и то же время на всем маршруте следования экспресса температура воздуха одинаковая.

<i>s</i> , км	0	8	12	24	32	41	48	55	60
<i>T</i> , °C	10,0	10,1	10,2	10,4	10,4	10,6	10,7	11,3	11,6

<i>s</i> , км	69	73	90	96	100	101	105	108	110
<i>T</i> , °C	12,2	12,4	13,4	13,7	14,0	14,1	14,3	14,4	14,6

<i>t</i> , ч:мин	10:05	10:12	10:18	10:22	10:30	10:42	10:48	10:53	10:59
<i>T</i> , °C	9,7	9,8	9,9	10,1	10,2	10,5	10,7	10,8	10,9

<i>t</i> , ч:мин	11:05	11:11	11:19	11:25	11:38	11:45	11:55	12:02	12:18
<i>T</i> , °C	11,5	12,0	13,0	13,5	14,8	15,5	15,8	16,3	16,4

1) 10 : 20; 2) 100 км/ч; 3) 60 км; 4) 10 мин

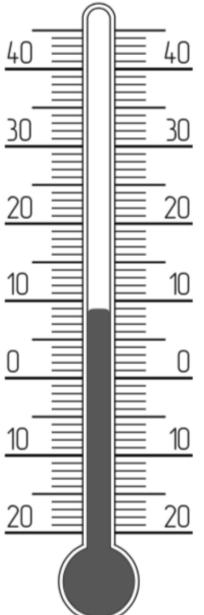
1.6 Линейная зависимость

Дополнительные задачи — в листке [Линейная зависимость](#).

1.6.1. (МОШ, 2022, 7) Бракованный термометр. Колбочка в нижней части спиртового термометра, изображенного на рисунке, соединена с трубочкой. Колбочка и часть трубочки заполнены подкрашенным спиртом. Работа термометра основана на явлении теплового расширения тел при нагревании. Если при некоторой температуре t объём спирта равен V , то при другой температуре t объём спирта даётся формулой $V = V_0(1 + k(t - t_0))$, где k — коэффициент, который в условиях задачи можно считать постоянным и равным 0,001 обратных градусов Цельсия. Однажды на заводе был изготовлен бракованный термометр, в котором масса спирта составляла 98% от той массы, которая должна быть в исправном термометре. Из-за этого бракованный термометр показывает заниженную температуру.

Какова истинная температура в комнате, если бракованный термометр показывает 0 °C? Какими будут показания бракованного термометра, если температура в комнате опустится до 0 °C?

$$t_1 = 20,2^\circ\text{C} \pm 0,2^\circ\text{C}, t_2 = -20,2^\circ\text{C} \pm 0,2^\circ\text{C}$$



1.7 Неравенства

Дополнительные задачи — в листке [Неравенства](#).

1.7.1. (МОШ, 2020, 7) Геша измерял плотность маленького стеклянного зайчика. Он налил воду в мензурку с ценой деления 2 мл, при этом столб воды доходил до отметки 170 мл. После того как Геша полностью погрузил зайчика на ниточке в воду, уровень воды поднялся до 180 мл. Далее Геша решил взвесить зайчика на школьных рычажных весах для лабораторных работ. Но гири у него были только массой 2 г. Получилось, что 12 гиры мало, чтобы уравновесить зайчика, а 13 — много. Не долго думая, Геша вычислил плотность зайчика:

$$\rho = \frac{25 \text{ г}}{180 \text{ мл} - 170 \text{ мл}} = 2500 \text{ кг}/\text{м}^3.$$

Пришёл Лёлик, назвал Гешу неумным человеком и сказал, что на самом деле значение плотности зайчика может сильно отличаться от значения, вычисленного Гешей. Известно, что Лёлик оценивает погрешность измерения объёма мензуркой в половину цены деления. Чему может быть равна плотность зайчика?

$$2000 \text{ кг/m}^3 < \rho < 3250 \text{ кг/m}^3$$

1.7.2. (МОШ, 2021, 7) Погрешность плотности. В распоряжении школьника имеются рычажные весы, предназначенные для измерения массы с точностью до 10 мг, три гири массой: 100 г, 20 г и 5 г, пластиковый кубик и линейка. Длины сторон кубика измерили линейкой и определили его объём, получилось значение $V = (100 \pm 5) \text{ см}^3$. Считается, что чашечные весы, измеряющие массу с точностью 10 мг, уравновешены, если разность масс тел, находящихся на чашах, меньше 10 мг. Предполагается, что массы гирь определены с очень высокой точностью.

С помощью данного оборудования школьник определил среднюю плотность кубика с максимально возможной точностью, а после рассчитал относительную погрешность полученного результата. Какое наименьшее и наибольшее значение относительной погрешности он мог получить, если известно, что масса кубика точно больше 100 г, но меньше 125 г?

Указание. Если в результате измерений удалось определить, что измеряемая величина лежит в пределах диапазона: $x_{\min} < x < x_{\max}$, то относительная погрешность измерения может быть оценена по формуле

$$\delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{x_{\max} + x_{\min}}.$$

$$\% \text{ и } 9,5\%$$

Глава 2

Движение тел

2.1 Путь, скорость, время

Дополнительные задачи — в листке [Путь, скорость, время](#).

2.1.1. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 7*) Во время грозы наблюдатель сначала увидел молнию и только через 6 секунд услышал гром. На каком расстоянии от наблюдателя находится эпицентр грозы, если скорость звука в воздухе 330 м/с, а скорость света 300000 км/с?

1. ≈ 200 м;
2. ≈ 2 км;
3. ≈ 20 км;
4. ≈ 2000 км.

[6]

2.1.2. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 7*) С какой примерно скоростью Земля движется по орбите вокруг Солнца? Расстояние от Земли до Солнца 150 000 000 км, орбиту для оценки считайте круговой. Длина окружности радиусом R равна $2\pi R$, где $\pi = 3,14$.

1. 10 м/с.
2. 100 м/с.
3. 1 км/с.
4. 30 км/с.
5. 50 км/с.

[J]

2.1.3. (*Всеросс., 2021, МЭ, 7*) Вася и Коля движутся навстречу друг другу со скоростями 2 м/с и 4 м/с по прямой дороге. С какой по величине скоростью должен идти Андрей по этой же дороге, чтобы он всё время находился на равных расстояниях от Васи и Коли?

1. 1,0 м/с;
2. 1,8 м/с;
3. 2,4 м/с;
4. 2,7 м/с;
5. 3,0 м/с.

[1]

2.1.4. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 7*) Вася хочет во время пятнадцатиминутной перемены в школе успеть сбегать в киоск за шоколадкой. Расстояние от школы до киоска равно 810 м. На дорогу из киоска в школу Вася тратит в 1,5 раза меньше времени, чем на дорогу из школы в киоск. При этом в школу он бежит на 1,5 м/с быстрее, чем из школы. В киоске бывают и другие клиенты — каждый человек (в том числе и Вася) покупает товар за 2 минуты.

1. С какой скоростью Вася бежит в киоск? Ответ выразите в м/с, округлите до десятых долей.
2. Какое максимальное количество людей может быть в очереди перед Васей, чтобы он успел вернуться к уроку вовремя?
3. Вася прибежал в киоск и увидел, что в очереди стоит 1 человек. Но, к сожалению, он совершил покупки целых 6 минут, после чего Вася купил свою шоколадку и побежал обратно. С какой минимальной скоростью Вася нужно бежать обратно, чтобы сейчас успеть на урок? Ответ выразите в м/с, округлите до десятых долей.

[1) 3; 2) 3; 3) 5,4

2.1.5. (*Всеросс., 2023, МЭ, 7*) Максим выехал в 6:00 из деревни в город, который находится на расстоянии 80 км от деревни. При этом он движется со средней скоростью 50 км/ч, так как везёт прицеп с тяжёлым грузом. Аня (любимая жена Максима) замечает через 10 минут после его отъезда, что он забыл дома свой мобильный телефон, и тут же отправляется вслед за ним на своей машине со средней скоростью 75 км/ч.

1. В котором часу Аня отдаст Максиму телефон? В качестве ответа запишите отдельно два числа — число часов (от 0 до 23) и целое число минут (от 0 до 59).
2. На каком расстоянии от деревни это произойдёт? Ответ выразите в км, округлите до целого числа.

После передачи мобильного телефона, которая занимает 5 минут, Максим продолжает свой путь со средней скоростью 60 км/ч, а Аня возвращается домой в деревню со скоростью 50 км/ч.

3. Во сколько Максим приедет в город? В качестве ответа запишите отдельно два числа — число часов (от 0 до 23) и целое число минут (от 0 до 59).

4. Во сколько Аня вернётся домой? В качестве ответа запишите отдельно два числа — число часов (от 0 до 23) и целое число минут (от 0 до 59).

(1) 6 часов 30 минут; (2) 25; (3) 7 часов 30 минут; (4) 7 часов 05 минут

2.1.6. (*Всеросс., 2022, МЭ, 7*) Собака вытащила связку сосисок из сумки зазевавшегося гражданина и побежала по направлению к перекрёстку оживлённой автомагистрали и трамвайных путей. Перекрёсток со светофором находился на расстоянии 350 м от места кражи, а зелёный свет на светофоре включался редко и на достаточно короткое время — чтобы пропустить через автомагистраль трамвай и пешеходов. Собака очень удачно подбежала к перекрёстку — как раз в момент переключения светофора на зелёный сигнал. Гражданин заметил пропажу и убегающую собаку через 20 с после кражи и бросился в погоню, двигаясь с постоянной скоростью, но подбежал к светофору ровно в тот момент, когда загорелся красный свет, и поэтому не смог догнать собаку и вернуть обратно свои сосиски. Скорость бега собаки равна 12,6 км/ч.

1. С какой скоростью бежал гражданин, если зелёный свет горел 10 секунд? Ответ приведите в км/ч, округлив до целого числа.
2. С какой минимальной постоянной скоростью должен был бежать гражданин, чтобы успеть полностью перебежать автомагистраль, пока горит зеленый свет, и получить шанс догнать собаку? Ширина автомагистрали 30 м, находится на ней при горящем красном сигнале светофора запрещается. Ответ приведите в км/ч, округлив до десятых долей.

(1) 14; (2) 15,2

2.1.7. (*«Надежда энергетики», 2015, 7*) Куда можно попасть, если двигаться всё время на северо-восток? Почему? Сделайте рисунок.

2.1.8. (*«Надежда энергетики», 2015, 7*) Из городов А и Б навстречу друг другу одновременно выехали автобус и грузовик. Спустя время $t_1 = 40$ мин после встречи автобус прибыл в город А, а спустя $t_2 = 1,5$ часа после встречи грузовик прибыл в город Б. Определите время t движения автобуса до встречи с грузовиком. Скорости автобуса и грузовика считайте постоянными.

$t = \sqrt{t_1 t_2}$

2.1.9. (*«Надежда энергетики», 2016, 7*) Исследователь-энтомолог наблюдает за пауком *Saropinia abyssinica*, который плетёт паутину. Паук сначала натягивает в одной плоскости радиальные нити, которые расходятся из центра в разные стороны, соседние нити составляют друг с другом угол $\alpha = 30^\circ$. Затем паук закрепляет на радиальных нитях клейкую нить, которую по спирали тянет в центр паутины. Чтобы описать этот сложный процесс, энтомолог придумал следующую модель. Допустим, что паук закрепил клейкую нить на радиальной нити на каком-то расстоянии от центра паутины. Пусть на следующей радиальной нити на том же расстоянии от центра находится «воображаемый» паук. Оба паука одновременно начинают движение в центр, но скорость движения «воображаемого» паука в 8 раз меньше. Паук, плетущий паутину, добирается до центра и переходит на следующую радиальную нить. Клейкую нить паутины он натягивает и закрепляет там, где встречается с «воображаемым» пауком. Затем процесс с участием «воображаемого» паука повторяется много раз, причём создатель паутины последовательно обходит все нити до тех пор, пока клейкая нить не закрепится в центре. Определите путь, пройденный пауком в процессе создания паутины, если первая точка крепления клейкой нити расположена на расстоянии 0,5 м от центра.

4

2.1.10. («Надежда энергетики», 2017, 7) Одноклассники Петя и Катя обычно ездят в школу на автобусе вместе. Однажды, не дождавшись автобуса на своей остановке, они пошли пешком на следующую, чтобы подождать автобуса там. Когда они прошли всего четверть пути, Катя обернулась и увидела автобус, приближающийся к покинутой ими остановке. Школьники одновременно побежали: Катя — назад, а Петя — вперед, причём оба прибежали на остановки одновременно с приходом к ним автобуса. Петя бежал в полтора раза быстрее Кати. Во сколько раз скорость автобуса больше скорости бега Кати? Скорость автобуса между остановками считайте постоянной, временем разгона и торможения автобуса, а также временем стоянки автобуса на остановке можно пренебречь.

$$\ddot{y} = x$$

2.1.11. («Надежда энергетики», 2018, 7) Одноклассники Катя, Петя и Вася живут далеко от школы в доме на конечной остановке автобуса. Петя поехал в школу на автобусе в 7.45 и через некоторое время он увидел в окно свою одноклассницу Катю, едущую на велосипеде по той же дороге в том же направлении. Он сразу же сообщил эту новость по мобильному телефону Васе, который ехал на следующем автобусе. Вася увидел в окно Катю через 15 минут после звонка. Определите время отправления автобуса, на котором ехал Вася, от конечной остановки, если скорость обоих автобусов одинакова и равна $V = 60$ км/час, а Катя едет на велосипеде со скоростью $v = 20$ км/час.

$$t = 10 \text{ мин}$$

2.1.12. («Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 7) Из пунктов A и B одновременно вышли навстречу друг другу два туриста. Один турист весь путь от A до B идет со скоростью 4 км/час, а другой — первую половину пути от B до A идет со скоростью 6 км/час, вторую — со скоростью 4 км/час. Через 2 часа туристы встретились и продолжили движение. Сколько времени двигался каждый из туристов от места встречи до своего пункта назначения?

$$t_{B/A} = 48 \text{ минут}, t_{A/B} = 48 \text{ минут}$$

2.1.13. («Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 7) Два туриста выходят из исходного пункта с интервалом в полчаса и идут по прямому маршруту в другой пункт, находящийся в 20 км. Режим движения каждого туриста состоит из чередующихся 50-минутных интервалов ходьбы и 10-минутных привалов. Вышедший позднее турист шел быстрее и прибыл в пункт назначения на полчаса раньше другого, затратив на дорогу 3 час 50 мин. Каким было максимальное расстояние между туристами на маршруте? Чему равнялась максимальная относительная скорость туристов?

$$V_{\max} = 6 \text{ км/ч}, S_{\max} = 2,4 \text{ км}$$

2.1.14. («Надежда энергетики», 2019, 7) Основной объект любой железнодорожной сортировочной станции — «сортировочная горка». Для формирования различных поездов локомотив толкает на горку состав из требуемых вагонов. Вагоны на вершине горки отцепляются по одному и затем скатываются с горки самостоятельно, распределяясь по разным путям с помощью стрелочных переводов. На свой сортировочный путь вагон попадает, двигаясь по инерции. Каждый такой путь закачивается тупиковой призмой с расположенным на ней пружинным упором. Пусть по одному сортировочному пути в какой-то момент едут в направлении тупика $N = 4$ одинаковых вагона. Расстояние от тупика до ближайшего вагона 200 м, до второго 500 м, до третьего 900 м и до четвертого 1500 м соответственно. Скорости вагонов в этот момент равны 9 км/ч; 21,6 км/ч; 32,4 км/ч; 54 км/ч соответственно. Определите, на каком расстоянии от тупика будут находиться вагоны и какие у них будут скорости, когда самый дальний от

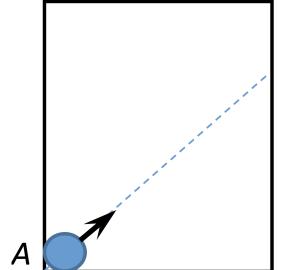
тутика вагон будет на том же месте, что и в начальный момент (1500 м от тутика), но будет удаляться от тутика. Считать столкновения вагонов с туниковым упором и между собой абсолютно упругими, сопротивлением движению и размерами вагонов пренебречь. При абсолютно упругом лобовом соударении тел одинаковой массы они обмениваются своими скоростями, причем и по модулю, и по направлению. При взаимодействии с пружинным упором вагон меняет направление своего движения на противоположное, сохраняя модуль скорости.

$$\text{Расстояния от туннеля: } 300, 700, 900, 1500 \text{ метров; скорости: } 9 \text{ км/ч; } 21,6 \text{ км/ч; } 32,4 \text{ км/ч; } 54 \text{ км/ч}$$

2.1.15. («Надежда энергетики», 2022, 7) Катя и Серёжа учатся в МЭИ. Обычно они встречаются на станции метро «Авиамоторная» и идут пешком на занятия в Главный учебный корпус, но по средам, когда первой парой у них физкультура, они едут до станции «Лефортово», потому что от неё до стадиона «Энергия» идти всего три минуты. В среду Серёжа сел в поезд метро на станции «Первомайская» и проехал $N_C = 5$ остановок, одна из которых была с пересадкой, но после одной из станций поезд ненадолго останавливался в туннеле. Катя села в свой поезд на станции «Улица Дмитриевского» одновременно с Серёжей и проехала без пересадок $N_K = 7$ остановок. На станцию «Лефортово» они приехали одновременно. Какое время t поезд Серёжи стоял в туннеле? Средняя скорость поездов метро между остановками $v = 50 \text{ км/час}$, среднее расстояние между остановками $S_0 = 2 \text{ км}$, среднее время остановки $t_0 = 2 \text{ мин}$, время пересадки $t_{\text{пп}} = 5 \text{ мин}$.

$$\text{нини } t \approx t_0 + \left(\frac{t_0}{S_0} \right) (N_C - N_K) = t$$

2.1.16. («Надежда энергетики», 2022, 7) Горизонтальный стол с идеально гладкой поверхностью имеет размеры $182 \times 387 \text{ см}$. Стол со всех сторон огорожен вертикальными идеально упругими бортиками. По столу могут прямолинейно и равномерно двигаться шайбы диаметром 2 см. Первая шайба в начальный момент времени располагается в положении A (касаясь двух бортиков стола одновременно) и начинает движение со скоростью 5 м/с под углом 45° к бортику (см. рис). Вторая шайба стартаует из того же положения A через 1 с в том же направлении. Определите минимальную скорость второй шайбы, при которой она успеет догнать первую шайбу до того момента, когда первая шайба коснется двух бортиков одновременно. Считать, что столкновения шайб с бортиками происходят по принципу «угол падения равен углу отражения», а модуль скорости при этом не изменяется.



$$v = \frac{0.7a - S}{1.1a} = 2.13 \text{ м/с}$$

2.1.17. («Надежда энергетики», 2023, 7) Для организации обороны крепости гарнизон вырыл систему окопов. От центрального «штабного» блиндажа по радиальным направлениям расходятся траншеи, пронумерованные подряд по часовой стрелке, причем угол между соседними траншеями составляет 30° . Каждую траншую обороняет отделение солдат (номер отделения соответствует номеру траншеи). Командир гарнизона направляет из штабного блиндажа посыльного с секретными пакетами для командиров каждого отделения. Посыльный, двигаясь по первой траншее, встречает командира первого отделения на расстоянии 500 м от центра. Передав пакет, он сообщает по радио командиру второго отделения, чтобы тот встречал следующий пакет. При этом оказывается, что командир второго отделения находится на том же расстоянии (500 м) от центра и, чтобы быстрее получить пакет, он начинает идти в центр. Посыльный тоже возвращается к центру, чтобы попасть в траншую номер 2, затем двигается по ней от центра, встречает командира второго отделения и передает ему пакет. Теперь посыльный

сообщает по радио командиру третьего отделения о начале своего движения к нему. Командир третьего отделения в этот момент в своей траншее удален от центра на то же расстояние, что и посыльный в траншее №2. Оба начинают одновременно двигаться к центру. Процесс передачи остальных пакетов происходит аналогично: посыльный в момент передачи пакета и командир следующего отделения находятся на одинаковых расстояниях от центра. Скорости передвижения всех командиров по траншеям одинаковы и в 8 раз меньше скорости бега посыльного. Какой путь пробежал посыльный, если встреча с последним командиром произошла в центре?

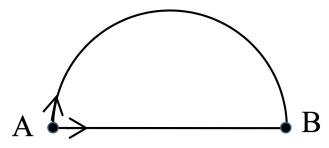
4594

2.1.18. (*Всесиб., 2015, 7*) Две машины одновременно выехали из пункта А в пункт Б. У одной машины скорость была на 20% больше, и через полчаса от момента старта этой машине до пункта Б оставалось в 1,5 раза меньше, чем другой. На сколько минут позже, чем первая, в пункт Б приехала вторая машина? Скорости машин считать постоянными.

$$\text{ЛЯНИН} 8 = \frac{\text{ЛОС}}{8} = \frac{\tau_A}{T} - \frac{\varepsilon_A}{T}$$

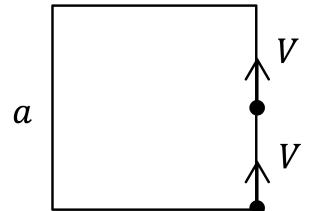
2.1.19. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 7*) Два жучка одновременно начинают бежать со скоростью V из точки A в точку B : один по прямой, другой по полуокружности радиуса R (см. рис.). Через какое время расстояние между жучками примет максимальное значение?

$$\text{РЕПЕС ВРЕМЯ } \frac{\pi R}{2V}$$



2.1.20. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 7*) Два жучка одновременно начинают движение со скоростью V по сторонам квадрата: один из вершины, другой с середины стороны (см. рис.). Через какое время расстояние между жучками достигнет минимального значения? Чему равно это значение? Длина стороны квадрата равна a .

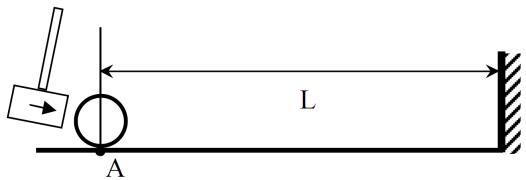
$$\text{МИНИМАЛЬНОЕ РАССТОЯНИЕ ПРИ } \frac{2\sqrt{2}}{a} \text{ И МОДИФИЦИРОВАННОЕ ВРЕМЯ } \frac{4a}{3V}$$



2.1.21. (*Всесиб., 2017, 7*) На вершине горы и у её подножия стоят два замка. Из этих замков одновременно выбежали два гонца с посланиями соседям. К моменту встречи гонец сверху пробежал вдвое больше, чем гонец из нижнего замка. При встрече гонцы обменялись письмами и побежали обратно, каждый в свой замок. В каждом замке по полчаса сочиняли ответ и снова отправили гонцов с посланиями по той же дороге. Какую часть дороги вниз пробежит гонец из верхнего замка к моменту новой встречи? Считать, что гонцы обладают одинаковыми физическими возможностями, и при движении по склону горы в одну сторону их скорость не изменяется.

Петр Михаилович

2.1.22. (Всесиб., 2016, 7) Школьник проводит опыты с шарами на горизонтальной плоскости. Он ставит шар в точку A , которая находится на расстоянии $L = 1$ м от стенки (см. рисунок). Затем он ударяет по шару молоточком и измеряет время, через которое шар возвращается назад в т. A после удара. В первом опыте школьник взял шар радиуса $R = 5$ см, а время возврата составило $T_1 = 10$ сек. Когда он взял шарик вдвое большего радиуса, и провел аналогичный опыт, то время возвращения в точку A оказалось равным $T_2 = 12$ сек. Насколько различались скорости шаров в этих двух опытах? Удары шаров об стенку считать абсолютно упругими и мгновенными, трением пренебречь.



4 см/сек

2.1.23. (Всесиб., 2016, 7) Человек и собака идут рядом по дороге с постоянной скоростью. Иногда человек бросает вперед палку на некоторое расстояние. Собака бежит вперед, поднимает палку с земли и приносит её обратно. Когда собака начинает бежать за палкой сразу в момент бросания, то она возвращается к идущему человеку через 6 секунд. Если она начинает бежать тогда, когда палка упадет на землю, то она возвращается через 5 секунд. Во сколько раз скорость полета палки вдоль дороги превышает скорость движения человека? Считать, что собака бегает с одинаковой скоростью и, схватив палку, сразу бежит обратно.

B 6 па3

2.1.24. (Всесиб., 2019, 7) Между поселками А и Б есть грунтовая дорога длиной 280 км. Дорогу по всей длине размыли сильные дожди. Дорожная машина, которая выравнивает поверхность дороги от края до края за один проход, выезжает в 6-00 утра из гаража в п. А. В 24-00 машина должна заехать обратно в гараж на техобслуживание. Успеет ли эта машина за 2 рабочих дня выровнять всю дорогу до п. Б, если по ровной дороге машина едет со скоростью 40 км/ч, а по размывкой — со скоростью, втрое меньшей?

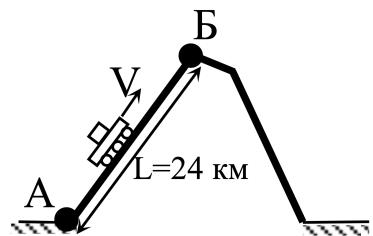
Нет

2.1.25. (Всесиб., 2022, 7) Если школьнику по дороге из школы домой никто не позвонит, то он приходит домой в 14:00. Но в один из дней ему начали звонить друзья и каждый раз, когда школьник доставал телефон, у него из кармана выпадал носовой платок и падал на асфальт. Школьник замечал это тогда, когда заканчивался разговор по телефону, разворачивался и шел за платком. Подняв платок, школьник убирал его в тот же карман и продолжал путь домой. И так повторилось несколько раз. Сколько всего минут продолжались телефонные разговоры, если из-за них в этот день школьник пришел домой только в 14:16? Известно, что школьник во время телефонного разговора уменьшает скорость своего движения втрое, а все разговоры были короче, чем промежутки между ними.

12 мин

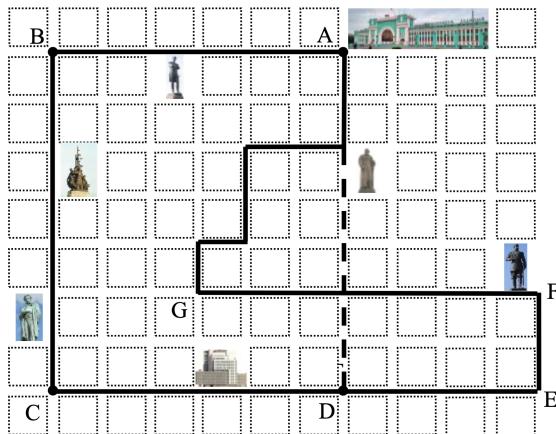
2.1.26. (Всесиб., 2020, 7) На заводе изготавливают беспилотные вездеходы и для испытаний запускают их по горному склону из т. А до вершины в т. Б и обратно (см. поясняющий рисунок не в масштабе). Вверх по склону вездеход едет с постоянной скоростью $V_b = 6$ км/ч, а вниз — со скоростью $V_h = 15$ км/ч.

В $T_0 = 9:00$ запустили первый вездеход, через час — второй и т. д. К обеду поднялся ураган и ровно в $T_x = 13:20$ всем вездеходам дали команду возвращаться в т. А. В какой момент времени в исходную точку уже прибудут все вездеходы? Считать, что длина склона равна 24 км.



14:40

2.1.27. (Всесиб., 2021, 7) В городе N все кварталы имеют вид одинаковых квадратов, а улицы — перпендикулярны друг другу. Турист в 9:00 вышел прогуляться по городу и наметил маршрут в виде прямоугольника $ABCD$, рассчитывая прийти ровно через 4 часа в начальную точку. Но, прогуливаясь, он пропустил нужный поворот и вместо точки D повернулся в точке E . В точке F он понял свою ошибку, повернулся обратно. В точке G он понял, что заблудился, и решил взять такси. Через 10 минут приехало такси и довезло его до т. A в 14:10, при этом во время движения такси все время приближалось к т. A . Определите по этим данным, во сколько раз средняя скорость движения такси больше скорости туриста во время прогулки. Ширина улиц по сравнению с размерами квартала пренебречь.



16

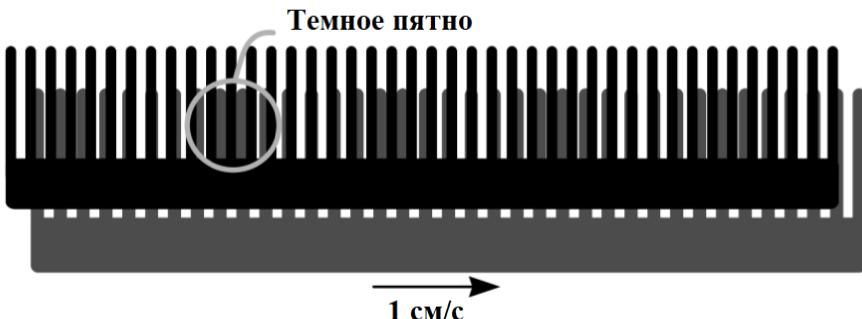
2.1.28. («Курчатов», 2020, 7) Красная Шапочка опоздала на электричку к бабушке и теперь должна ждать следующую, которая прибудет через полчаса. Чтобы скоротить время, она решила прогуляться: в течение $t_1 = 15$ минут она шла строго на юг с постоянной скоростью, затем повернула на восток и шла ещё $t_2 = 8$ минут с этой же скоростью. Вспомнив о времени прибытия электрички, она побежала к станции по кратчайшему пути со скоростью в два раза большей, чем шла до этого момента. Успеет ли Красная Шапочка на электричку?

Нет

2.1.29. («Росатом», 2021, 7) По прямому шоссе с постоянными скоростями в противоположных направлениях едут два велосипедиста. Известно, что в $t_1 = 14$ часов расстояние между велосипедистами составляло l , а в $t_2 = 14$ часов 30 минут расстояние между ними составило $l/4$. В какой момент времени велосипедисты встретились?

14 часов 24 минуты

2.1.30. («Курчатов», 2021, 7) Муаровый узор возникает при наложении двух периодических структур с близким периодами так, что повторяющиеся элементы то накладываются друг на друга, то образуют промежутки. Рассмотрим в качестве периодических структур две расчески, изображенные на рисунке. Расчески имеют слегка отличающиеся расстояния между зубцами, нижняя расческа движется со скоростью $v = 1$ см/с вправо относительно верхней. С какой скоростью и в каком направлении двигаются темные пятна, изображенные на рисунке?



$$7 \text{ см/с}$$

2.1.31. («Курчатов», 2021, 7) Локомотив приближается к вокзалу с постоянной скоростью, двигаясь по линейному участку пути. Машинист дает свисток в течение фиксированного промежутка времени $t_0 = 10$ с, но диспетчер вокзала, ожидающий поезд, измеряет время доносящегося до него свиста как $t_1 = 9$ с. Найдите скорость поезда v . Скорость звука в воздухе $c = 340$ м/с.

$$t_1 = \tau + (N - 1)\Delta t = 34 \text{ мин}$$

2.1.32. («Росатом», 2021, 7) $N = 30$ лыжников бежали индивидуальную гонку с раздельным стартом: каждый последующий участник стартовал на $\Delta t = 30$ с позже предыдущего. При этом продолжительность финиша (т. е. промежуток времени между первым и последним пересечениями финишной черты) составила $\tau = 5$ минут. Первым к финишу пришел спортсмен, стартовавший последним, а последним пришел спортсмен, стартовавший первым. Какой была бы продолжительность финиша, если бы лыжники стартовали в обратном порядке с теми же интервалами и пробежали бы дистанцию с теми же результатами?

$$\tau_1 = \tau + (N - 1)\Delta t = 34 \text{ мин}$$

2.1.33. («Росатом», 2022, 7) Самолет вылетел из города A в город B в момент времени $t_1 = 12$ часов, а приземлился в городе B в момент времени $t_2 = 14$ часов местного времени. В момент времени $t_3 = 22$ часа по времени города B он вылетел обратно и прилетел в город A в момент времени $t_4 = 6$ часов утра местного времени. Найти, сколько времени длился перелет при условии, что и туда и обратно самолет летел одинаковое время.

$$3 \text{ часа}$$

2.1.34. («Росатом», 2023, 7) Незнайка и Пончик одновременно выехали из Цветочного и Солнечного городов навстречу друг другу со скоростями $1,03v$ и v соответственно. Встретившись, они, не останавливаясь, продолжили движение. Доехав до пунктов назначения (Солнечного и Цветочного городов соответственно), они развернулись и снова поехали навстречу друг другу. Затем они снова встретились, продолжили движение, доехали до пунктов назначения, развернулись и снова поехали навстречу друг другу. И так далее. В момент какой по счету встречи коротышек впервые окажется, что они движутся в одном направлении? Считать, что Незнайка и Пончик движутся с постоянными по величине скоростями, а разворачиваются мгновенно.

$$z_3 = u \cdot \frac{z_a - t_a}{t_a} \leq u$$

2.1.35. (МОШ, 2020, 7) Дядя Вова живёт в области, а работает в Москве, до которой едет на электричке. Путь от железнодорожной платформы до места работы составляет 400 метров. На этом пути дядя Вова преодолевает два пешеходных перехода длиной 20 метров, которые разделяет сорокаметровая маленькая площадь. Светофор на каждом переходе включает зелёный сигнал на 25 секунд, а красный — на две минуты. Дядя Вова ходит не спеша, со скоростью не более 1 м/с. Обозначим t_1 — минимальное время, за которое дядя Вова может дойти от вокзала до работы, а t_2 — минимальное время на обратную дорогу. Интервал времени между включением зелёного сигнала на первом светофоре на пути от вокзала и включением зелёного сигнала на втором обозначим T . Дядя Вова соблюдает правила, поэтому он выходит на «зебру» перехода только в том случае, если до окончания зелёного сигнала светофора остаётся 20 секунд и более. В противном случае он дорогу не переходит.

- 1) Пусть время T равно 60 секунд. Найдите время t_1 и время t_2 .
- 2) Чему равно время T , если $t_1 = t_2$?

$$1) t_1 = 400 \text{ с и } t_2 = 420 \text{ с; } 2) T = 0, T = 72,5 \text{ с}$$

2.1.36. (Олимпиада Максвелла, 2022, РЭ, 7) **Неудачное испытание.** Во время испытаний дрона, созданного для наблюдения за движением транспортных средств по загородному шоссе, что-то пошло не так. Дрон выдал таблицу, в которой вперемешку приведены координаты трёх находящихся на трассе автомобилей в разные моменты времени. Считая, что автомобили двигались с постоянными скоростями вдоль оси x , не разворачиваясь, определите:

1. величины скоростей автомобилей;
2. координаты и моменты времени, когда автомобили поравнялись (встречались или обгоняли друг друга).

$$x = 32,6 \text{ км при } t = 12 \text{ ч } 46 \text{ мин } 30 \text{ с}, x = 33,4 \text{ км при } t = 12 \text{ ч } 47 \text{ мин } 10 \text{ с}$$

$$1) 24 \text{ км/ч, } 72 \text{ км/ч, } 72 \text{ км/ч; } 2) x = 33 \text{ км при } t = 12 \text{ ч } 46 \text{ мин } 10 \text{ с,}$$

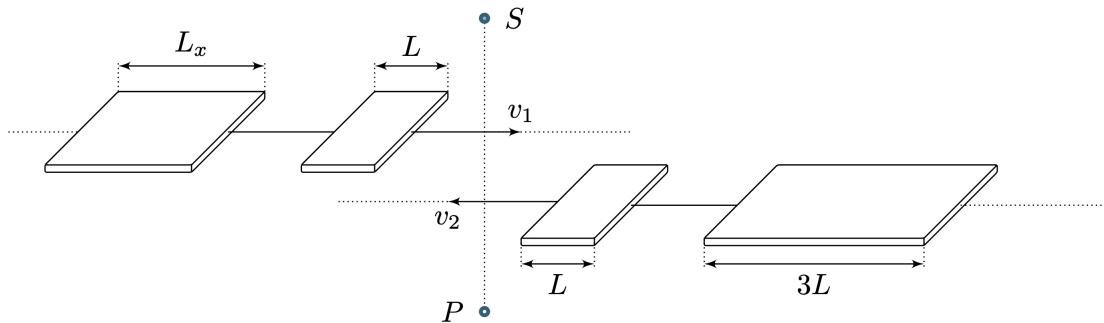
Время, ч:мин:с	x , км
12:45:00	34,4
12:45:10	32,6
12:45:30	31,4
12:45:40	33,6
12:46:00	32,0
12:46:40	32,4
12:46:40	33,2
12:46:50	33,0
12:47:00	32,0
12:47:20	33,6
12:47:40	31,2
12:47:40	33,6
12:47:50	34,2
12:48:10	33,8

2.1.37. (Олимпиада Максвелла, 2022, ЗЭ, 7) **Связанные препятствия.** Между источником сигнала S и приёмником P перпендикулярно прямой, соединяющей их, движутся навстречу друг другу с постоянными скоростями две пары связанных тонкой нитью пластин. Если сигнал по пути от источника к приёмнику проходит через одну из пластин, приёмник зажигает на

дисплее жёлтую лампочку, если через обе — красную. В момент прохождения пластин мимо источника сначала на $t_1 = 1$ с на дисплее зажглась красная лампочка, затем $t_2 = 2$ с горела жёлтая, а потом в течение $t_3 = 6$ с — опять красная. Ни до, ни после этого лампочки не загорались. Известно, что первые пластины и справа и слева имеют длину $L = 30$ см, вторая пластина справа — длину $3L$. Считайте, что сигнал от источника к приёмнику передаётся мгновенно.

1. Определите длину L_x второй пластины слева, а также длины соединяющих пластины нитей (l_1 — левой и l_2 — правой).
2. Найдите скорости движения левых (v_1) и правых (v_2) пластин.

Обратите внимание! На рисунке приведено схематичное изображение, которое может не соответствовать пропорциям из условия.



$$1) L_x = 7L = 210 \text{ cm}, l_1 = L = 30 \text{ cm}, l_2 = L/2 = 15 \text{ cm}; 2) v_1 = \frac{L}{t_1} = 30 \text{ cm/c}, v_2 = \frac{3L}{t_3} = 15 \text{ cm/c}$$

2.2 Средняя скорость

Дополнительные задачи — в листке [Средняя скорость](#).

2.2.1. (Всеросс., 2020, ШЭ, 7) На дорогу от станции Одинцово до станции Тестовская электричка тратит 25 минут. Средняя скорость электрички на перегонах между станциями 72 км/ч. Путь, который проходит электричка от Одинцово до Тестовской, равен 24 км.

1. Сколько времени электричка стоит на остановках между Одинцово и Тестовской? Ответ укажите в секундах, округлив до целого числа.
2. Сколько станций проезжает электричка от Одинцово до Тестовской (не считая эти две), если в среднем она тратит на каждую остановку 1 мин?
3. За какое время электричка доехала бы от Одинцово до Тестовской, если бы увеличила среднюю скорость движения на перегонах до 25 м/с, а количество остановок и время, затрачиваемое на них, не изменились? Ответ укажите в секундах, округлив до целого числа.

$$1) 300; 2) 5; 3) 1260$$

2.2.2. (*Всеросс., 2021, МЭ, 7*) Автомобиль в течение времени t_1 ехал равномерно со скоростью 80 км/ч, а потом в течение времени $t_2 < t_1$ — равномерно со скоростью 60 км/ч. Средняя скорость движения автомобиля за время $t_1 + t_2$:

1. равна 70 км/ч;
2. больше 70 км/ч;
3. меньше 70 км/ч.

2

2.2.3. (*Всеросс., 2021, МЭ, 7*) Во сколько раз средняя путевая скорость движения конца минутной стрелки больше, чем конца часовой стрелки? Длина минутной стрелки 20 см, длина часовой — 10 см. Длина окружности пропорциональна её радиусу.

1. В 12 раз;
2. в 24 раза;
3. в 48 раз;
4. в 96 раз.

2

2.2.4. (*Всеросс., 2021, МЭ, 7*) Красная Шапочка в очередной раз пошла к бабушке. Она вышла из своего дома и третью часть пути шла со скоростью 6 км/ч. Потом она устала и остальные две трети пути прошла со скоростью 4 км/ч. Возвращаясь Красная Шапочка на велосипеде, который взяла в сарае у бабушки. В течение часа она ехала со скоростью 8 км/ч. Затем на колесе лопнула камера, и поэтому последние 20 минут девочке пришлось идти пешком вместе с велосипедом со скоростью 3 км/ч.

1. Найдите путь, пройденный Красной Шапочкой от её дома до дома бабушки. Ответ выразите в км, округлите до целого числа.
2. Сколько времени шла Красная Шапочка из дома к бабушке? Ответ выразите в часах, округлите до целого числа.
3. Найдите среднюю путевую скорость движения Красной Шапочки за время всего путешествия (из её дома к бабушке и обратно). Время, проведённое у бабушки, не учитывайте. Ответ выразите в км/ч, округлите до десятых долей.

1) 9; 2) 2; 3) 5,4

2.2.5. (Всеросс., 2022, МЭ, 7) Для того чтобы добраться от дома до школы, Маша сначала ехала 15,3 км на автобусе со средней скоростью 61,2 км/ч, а затем от остановки шла пешком со скоростью 1,3 м/с ещё 10 минут. Какова средняя скорость Маши по дороге от дома до школы?

1. 9,15 м/с;
2. 32,94 км/ч;
3. 15,7 м/с;
4. 643,2 м/мин;
5. 549 м/мин.

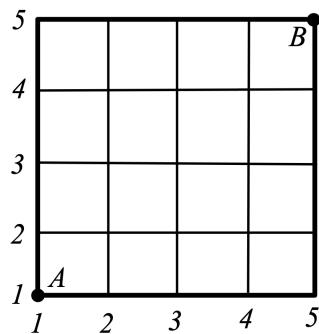
4

2.2.6. (Всеросс., 2023, МЭ, 7) Первую треть пути автомобиль ехал со скоростью в 1,5 раза меньшей, чем оставшиеся две трети пути. Направление движения автомобиля не менялось. Средняя скорость автомобиля на всём пути оказалась равной 63 км/ч.

1. С какой скоростью ехал автомобиль на первом участке пути? Ответ выразите в км/ч, округлите до целого числа.
2. Найдите среднюю скорость автомобиля за первую половину времени движения. Ответ выразите в км/ч, округлите до десятых долей.

1) 49; 2) 52,5

2.2.7. (Всеросс., 2020, МЭ, 7) Между пунктами A и B существует пересекающаяся сеть дорог в виде «квадратной» сетки. У каждой дороги есть свой номер (см. рисунок). Разрешённая скорость на дороге определена её номером. Например, скорость на дороге №3 («вертикальной» или «горизонтальной») равна 3 км/ч. Минимальное расстояние между соседними перекрёстками дорог равно 1 км.



1. Найдите время движения тела, если оно из пункта A в пункт B перемещается сначала по горизонтальной дороге №1, а потом по вертикальной дороге №5. Ответ выразите в минутах и округлите до целого числа.
2. Найдите минимальное время движения тела из пункта A в пункт B . Ответ выразите в минутах и округлите до целого числа.
3. Определите максимальную среднюю скорость тела при прохождении им пути из пункта A в пункт B . Ответ выразите в км/ч и округлите до десятых долей.

2.2.8. («Надежда энергетики», 2015, 7) Друзья Катя, Петя и Ваня живут в одном доме и учатся в одной школе. На день рождения родители купили Пете двухместный скутер, и Петя решил прокатить друзей от дома до школы. Ребята вышли из дома одновременно. Сначала Петя посадил Катю на скутер и повёз к школе, а Ваня пошёл пешком. Не доехав до школы некоторое расстояние, Петя высадил Катю, которая далее пошла пешком, а сам поехал навстречу Ване. В результате, Катя — пешком, а Петя и Ваня — на скутере, прибыли в школу одновременно. С какой средней скоростью ребята добрались до школы, если и Катя, и Ваня шли со скоростью $v = 5$ км/час, а Петя ехал на скутере со скоростью $V = 15$ км/час? Напоминание: средней скоростью называют отношение пройденного пути ко времени, затраченному на этот путь.

$$\text{в/мк 6} = \frac{a+\Delta\varepsilon}{(a\varepsilon+\Delta\varepsilon)\Delta} = \frac{d\alpha}{n}$$

2.2.9. («Надежда энергетики», 2019, 7) Друзья Катя, Петя и Ваня живут в одном доме и учатся в одной школе. На день рождения родители купили Пете двухместный скутер, и Петя решил прокатить друзей от дома до школы. Ребята вышли из дома одновременно. Сначала Петя посадил Катю на скутер и повёз к школе, а Ваня пошёл пешком. Не доехав до школы некоторое расстояние, Петя высадил Катю, которая далее пошла пешком, а сам поехал навстречу Ване. В результате все друзья (Катя пешком, а Петя и Ваня на скутере) прибыли в школу одновременно, причём их средняя скорость преодоления пути от дома к школе равнялась $v_{cp} = 9$ км/час. Какова была скорость ходьбы ребят, если Катя и Ваня шли с одной и той же скоростью, а Петя ехал на скутере со скоростью $V = 15$ км/час? Напоминание: средней скоростью называют отношение пройденного пути ко времени, затраченному на этот путь.

$$\text{в/мк 5} = \frac{d\alpha - \Delta\varepsilon}{(\Delta - d\alpha)\Delta} = n$$

2.2.10. («Надежда энергетики», 2020, 7) Одноклассники Петя и Катя направились из посёлка А в город Б на двухместном скутере. Первую часть пути длиной S_1 они двигались со скоростью v_1 , вторую часть пути длиной S_2 они двигались со скоростью v_2 , а оставшуюся часть пути длиной S_3 они двигались со скоростью v_3 . Найдите скорость v_3 , если известно, что $\frac{S_1}{S_2} = \frac{S_2}{S_3} = \frac{v_3}{v_2} = \frac{v_2}{v_1} = k = 1,5$, а средняя скорость их движения из А в Б была $v = 35$ км/час.

$$\text{в/мк 09} = \frac{1 + \frac{1}{k} + \frac{1}{k^2}}{1 + \frac{1}{k} + \frac{1}{k^2}} \alpha = \frac{\varepsilon\alpha}{n}$$

2.2.11. («Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 7) Муравей бежит со скоростью 3 см/с по прямой, то приближаясь на некоторое расстояние к муравейнику, то возвращаясь назад на половину этого расстояния. Считая, что такое движение повторяется многократно и пренебрегая временем на развороты, найти скорость приближения муравья к муравейнику.

$$1 \text{ см/с}$$

2.2.12. («Будущие исследователи — будущее науки», 2016, 7) Средняя скорость автомобиля на второй половине пути в 1,5 раза больше средней скорости на первой половине. Во сколько раз средняя скорость автомобиля на всем пути превышает среднюю скорость на первой половине пути.

$$B 1,2 \text{ раза}$$

2.2.13. (*Всесиб., 2023, 7*) Тренер следит за средней скоростью горнолыжника на скоростном спуске. По его измерениям на первой трети дистанции средняя скорость была равна $V_1 = 30$ км/час, а на следующей, второй трети дистанции $V_2 = 120$ км/час. Какая средняя скорость V_3 была у лыжника на *заключительной* трети дистанции, если средняя скорость на всей дистанции была равна $V_{\text{cp}} = 60$ км/час?

$$\frac{\frac{1}{3}V_1 + \frac{1}{3}V_2 + \frac{1}{3}V_3}{3} = V_{\text{cp}}$$

2.2.14. (*«Курчатов», 2023, 7*) Юный зоолог Вероника проводит серию экспериментов с кузнечиком. Она помещает его на дорожку с нанесёнными на неё делениями разметки и измеряет среднюю скорость его движения за определённый промежуток времени, одинаковый для всех экспериментов. Кузнечик умеет делать длинные прыжки, перемещаясь на два деления за один прыжок, и короткие прыжки, перемещаясь за один прыжок всего на одно деление. В любом случае кузнечик тратит на прыжок одну секунду.

В первом эксперименте кузнечик совершил некоторое количество длинных и коротких прыжков, при этом средняя скорость его движения оказывается равной $\frac{5}{4}$ делений в секунду. Во втором эксперименте кузнечик совершил столько длинных прыжков, сколько коротких прыжков он совершил в первом эксперименте, при этом средняя скорость его продвижения оказывается равной $\frac{7}{4}$ делений в секунду. Какой окажется его средняя скорость в третьем эксперименте, если в нём он совершил в два раза меньше коротких прыжков, чем в первом эксперименте? Ответ округлите до тысячных.

$$v = 1,625 \text{ м/с}$$

2.2.15. (*«Росатом», 2021, 7*) На пути из города A в город B есть три деревни X , Y и Z . Известно, что расстояния между населенными пунктами относятся как

$$AX : XY : YZ : ZB = 1 : 2 : 3 : 4.$$

Автомобиль проехал из A в B так, что его скорости на участках AX , XY , YZ и ZB были постоянными, а времена прохождения участков относились как

$$t_{AX} : t_{XY} : t_{YZ} : t_{ZB} = 4 : 3 : 2 : 1.$$

Найти среднюю скорость на первой половине пути, если его скорость на участке ZB равнялась v .

$$v = 40 \text{ км/ч}$$

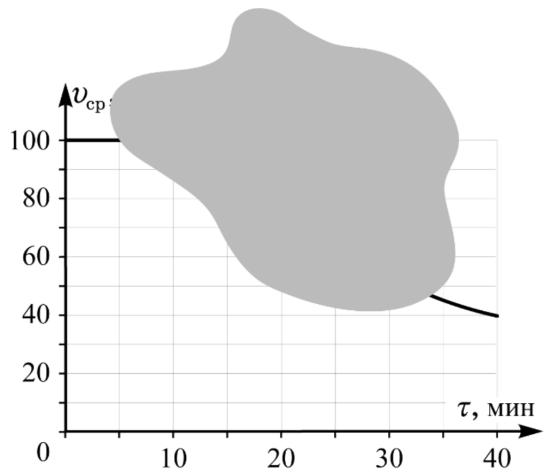
2.2.16. (*МОШ, 2022, 7*) **Триатлон.** Команда из двух спортсменов участвует в мультиспортивной гонке, состоящей из трёх этапов: бега, велогонки и плавания. По условиям соревнований требуется сначала преодолеть 43 км (суммарно) бегом и на велосипеде, а в конце проплыть 1 км, при этом на старте команде выдаётся один велосипед, а зачётное время команды фиксируется по времени участника, пришедшего к финишу вторым. Первый спортсмен в среднем пробегает 24 км за 2 часа, проезжает на велосипеде 27 км за час и проплывает 1200 м за 30 мин. Средняя скорость бега второго спортсмена равна 9 км/ч, езды на велосипеде — 24 км/ч, а плавает он со скоростью 3 км/ч. Чему равно минимальное зачётное время, которое может показать эта команда при наилучшей тактике прохождения дистанции?

$$T_{\min} = 3,25 \text{ ч} = 195 \text{ мин}$$

2.2.17. (Олимпиада Максвела, 2020, РЭ, 7) В выходной день Алиса с подружками пошла в кафе «Шоколадница». Шли они с постоянной скоростью. Придя в кафе, Алиса построила график зависимости своей средней скорости от времени, включая время, когда она пила кофе. Перед уходом Алиса решила порадовать своих подписчиков в Instagram новой публикацией. Потянувшись за телефоном, девочка случайно пролила остатки кофе на график.

Определите:

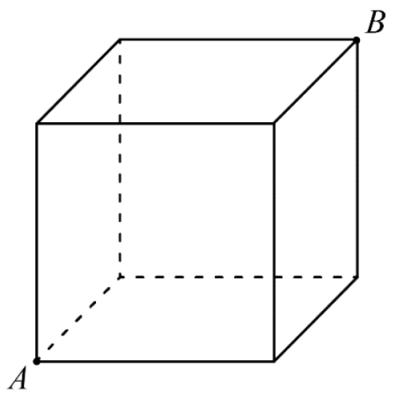
1. Сколько времени Алиса пила кофе в кафе?
2. В каких единицах измерения изображена скорость на графике, если путь до кофейни $S = 1,6$ км?



1) 24 мин; 2) 1 я.е. = 1 м/мин

2.2.18. (Олимпиада Максвела, 2021, РЭ, 7) Муравей направился из вершины A куба, стоящего на горизонтальной поверхности, к вершине B (см. рис.), перемещаясь только по рёбрам этого куба, причем движение по горизонтальным и вертикальным рёбрам обязательно чередовались, и он не побывал ни в какой вершине дважды. Скорость перемещения муравья по вертикальным ребрам вверх была равна v , вниз — $3v$, а по горизонтальным — он двигался с одинаковой скоростью.

Определите скорость муравья по горизонтальным рёбрам, если средняя скорость его движения от A к B не зависела от маршрута.



2a

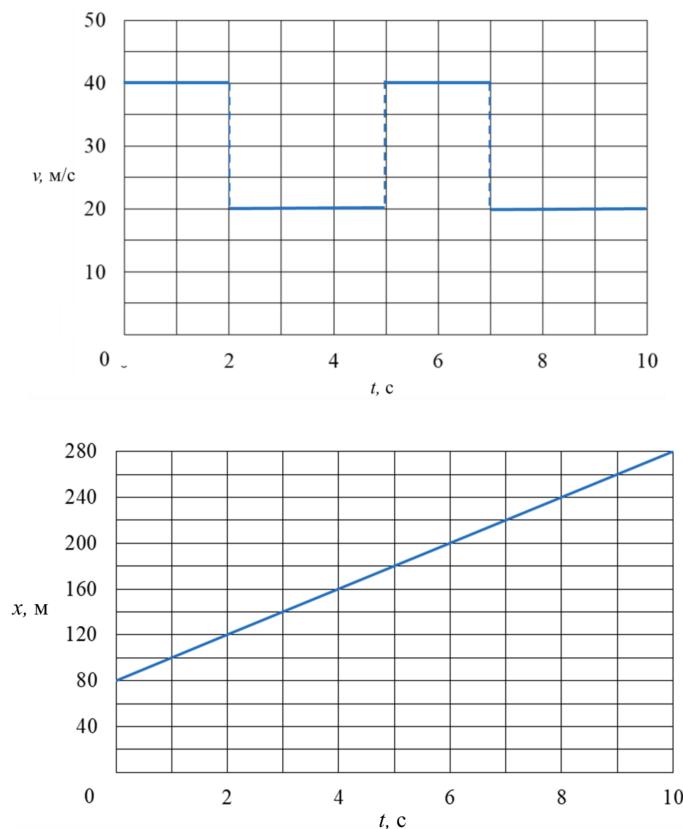
2.2.19. (Олимпиада Максвела, 2021, ЗЭ, 7) Экспериментатор Глюк выехал на автомобиле на вокзал, расстояние до которого $S = 10$ км. Первую часть пути он ехал со скоростью v_1 , а затем со скоростью v_2 . Бортовой навигатор показывал не только маршрут, но и предполагаемое расчётное время до приезда на вокзал. Что любопытно, надпись «Осталось $\tau_0 = 12$ мин 00 с» появлялась трижды в моменты времени $\tau_1 = 0$ мин 30 с, $\tau_2 = 3$ мин 00 с, $\tau_3 = 12$ мин 00 с. Определите по этим данным v_1 , v_2 , а также время всего движения τ . Показания навигатора Глюка рассчитывались как отношение оставшегося пути к средней скорости автомобиля на пройдённом к этому моменту времени расстоянии.

$v_1 = 48 \text{ км/ч}; v_2 = 20 \text{ км/ч}; \tau = 27 \text{ мин}$

2.3 Графики движения

Дополнительные задачи — в листке [Графики движения](#).

2.3.1. (Всеросс., 2022, МЭ, 7) Первое тело начинает движение из начала координат, при этом его скорость периодически изменяется в соответствии с графиком, представленным на рисунке 1. Одновременно с первым телом начинает движение второе тело, зависимость координаты от времени для которого представлена на рисунке 2.

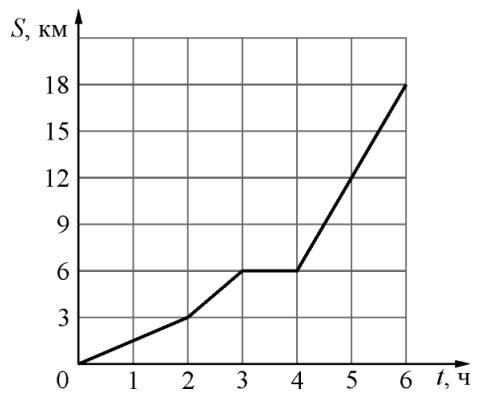


1. Определите среднюю скорость первого тела за первые 10 секунд его движения. Ответ приведите в м/с, округлив до целого числа.
2. Через какое время после начала движения встретятся эти тела? Ответ приведите в секундах, округлив до целого числа.
3. Какой путь пройдёт второе тело до момента встречи с первым телом? Ответ выразите в м, округлите до целого числа.

1) 28; 2) 7; 3) 140

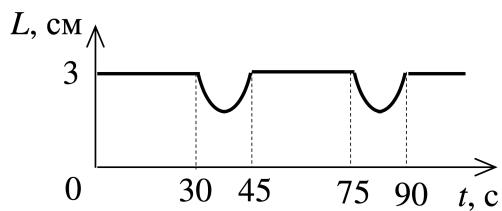
2.3.2. (Всеросс., 2023, МЭ, 7) На графике изображена зависимость пройденного телом S от времени t .

1. С какой скоростью тело двигалось в течение второго часа? Ответ укажите в км/ч и округлите до десятых долей.
 2. Чему равна средняя путевая скорость тела за первые 6 часов движения? Ответ укажите в км/ч и округлите до десятых долей.
 3. В какой из моментов времени (в течение первых 6-ти часов движения) у тела была наибольшая средняя путевая скорость?
- A) в момент времени 2 ч;
 - Б) в момент времени 3 ч;
 - В) в момент времени 4 ч;
 - Г) в момент времени 5 ч;
 - Д) в момент времени 6 ч.



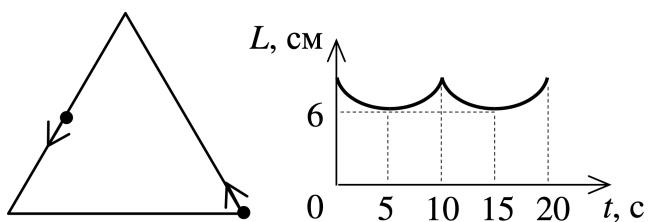
1) 1,5; 2) 3,0; 3)

2.3.3. («Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 7) Два жучка одновременно начинают равномерное движение по сторонам квадрата. График зависимости расстояния L между жучками от времени t приведен на рисунке. Найти скорости жучков и длину стороны квадрата.



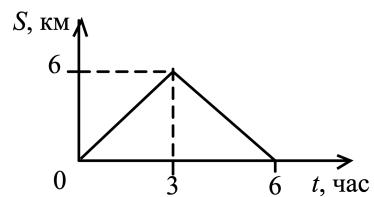
скорость каждого жучка 2 м/с; длина стороны квадрата 9 см

2.3.4. («Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 7) Два жучка одновременно начинают движение с равными скоростями по сторонам правильного треугольника: один из вершины, другой с середины стороны (см. рис.). Зависимость от времени расстояния между жучками приведена на графике. Чему равна сторона треугольника? Чему равна скорость жучков?



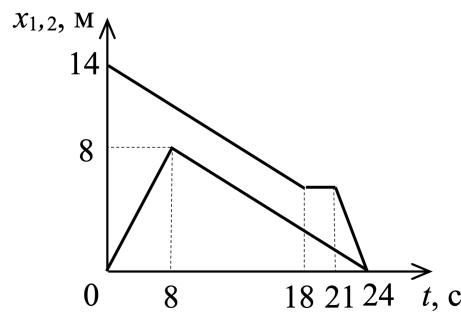
8 см; 4 м/с

2.3.5. («Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 7) Два туриста одновременно выходят из одного пункта и через 6 часов приходят в другой, расположенный в 24 км. Туристы не могли двигаться быстрее 7 км/час и им разрешалось изменить свою скорость только один раз — через 3 часа после начала движения. Зависимость разности S пройденных туристами путей от времени t приведена на рисунке. Какие наименьшие значения скорости мог иметь идущий впереди турист в первые 3 часа и вторые 3 часа движения? Какой путь прошел за первые 3 часа идущий позади турист, если у идущего впереди скорость была наименьшей на второй половине времени движения?



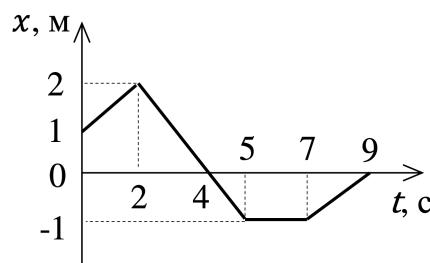
3 км/ч и 1 км/ч. Наименьший путь изображён на рисунке.

2.3.6. («Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 7) График зависимости от времени координат x_1 и x_2 двух тел, совершающих движение вдоль оси x , приведен на рисунке. Нарисовать график зависимости расстояния между телами от времени. Найти максимальную скорость сближения тел.

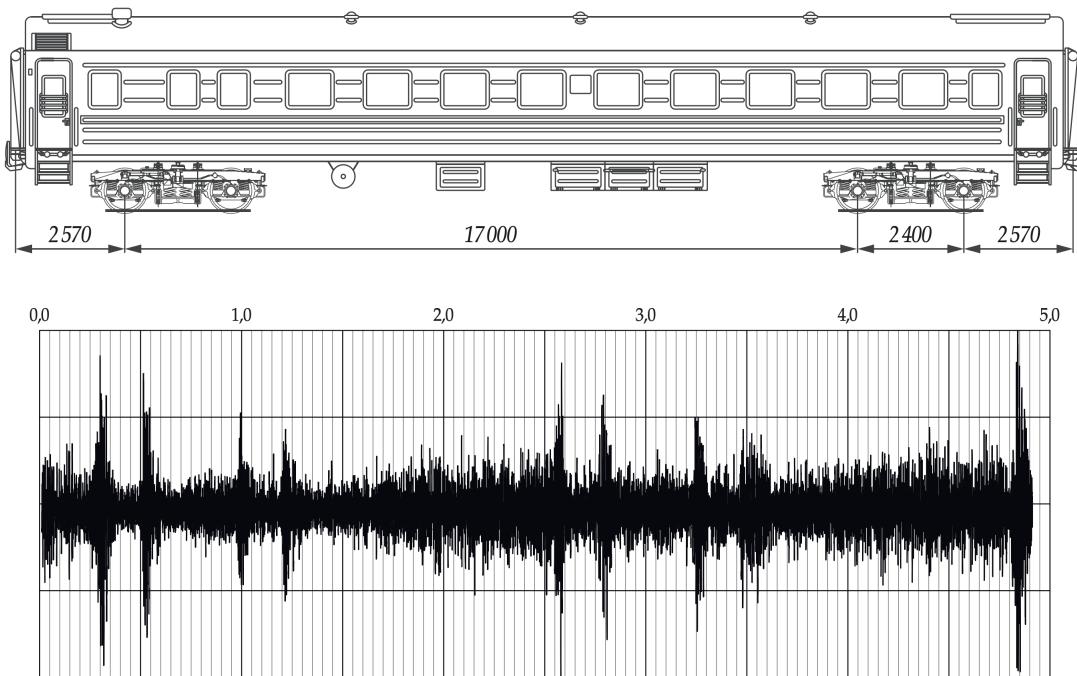


1,5 м/с

2.3.7. («Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 7) График зависимости от времени координаты x частицы, совершающей движение вдоль оси x , приведен на рисунке. Нарисовать график зависимости пройденного частицей пути от времени.



2.3.8. (МОШ, 2021, 7) Ты-дым, ты-дым. Путешествуя на поезде, можно обратить внимание на характерный периодически повторяющийся звук стука колёс, который в письменном виде можно передать примерно так: Ты-дым, тыдым. Ниже вы видите схематичный рисунок вагона поезда с указанием некоторых размеров (в мм), а также визуализацию короткого фрагмента записи этого звука (по горизонтальной шкале — время в секундах), сделанной в вагоне поезда (мы не знаем, кто записал, поскольку позаимствовали этот звук на YouTube в видео под названием «8 часов сна под стук колёс» от автора Faktor Zet). Когда мы говорим визуализация то имеем в виду зависимость амплитуды звуковых волн (проще говоря, громкости звука) от времени. Абсолютной тишине на графике соответствует линия, проведённая вдоль горизонтальной оси симметрии рисунка. Точки, лежащие на большом расстоянии по вертикали от этой линии, соответствуют громким звукам, а лежащие вблизи этой линии тихим. На графике на фоне шума можно различить периодически повторяющиеся двойные пики громкости это и есть описанные выше ты-дым, тыдым. Проанализируйте представленный график и определите как можно точнее скорость поезда и длину рельса.



(40 ± 5) км/ч; (25 ± 3) м

2.3.9. (Олимпиада Максвелла, 2020, РЭ, 7) Две балконные двери шириной a_1 и a_2 начинают передвигаться к противоположным стенам со скоростями v_1 и v_2 соответственно (рис. 1). На рис. 3 изображён качественный график зависимости величины области пересечения дверей l (рис. 2) от времени t . С помощью графика найдите численные значения величин a_1 , a_2 , v_1 и v_2 .

Примечание: касаясь противоположной стены, дверь останавливается. График построен без соблюдения масштаба. $l_0 = 1,8$ м, $t_1 = 6$ с, $t_2 = 15$ с, $t_0 = 30$ с.

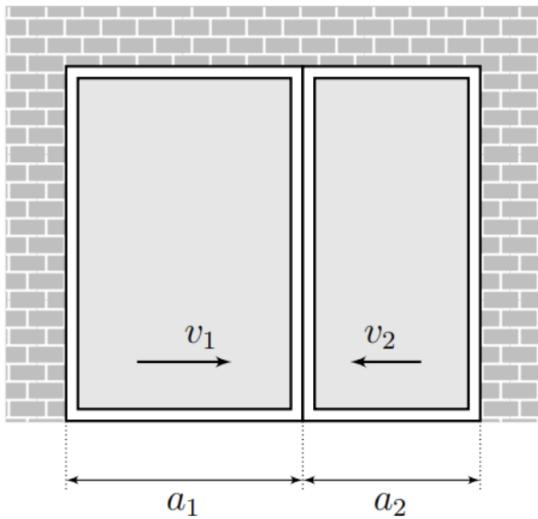


рис.1

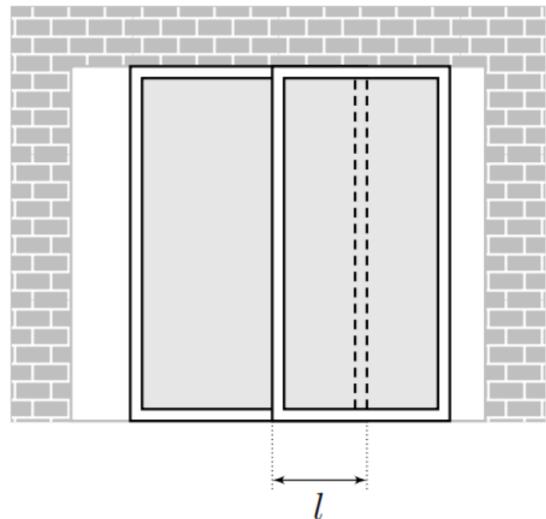


рис.2

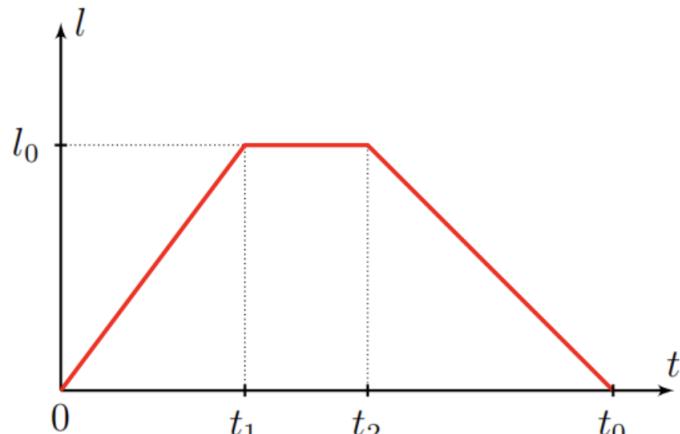


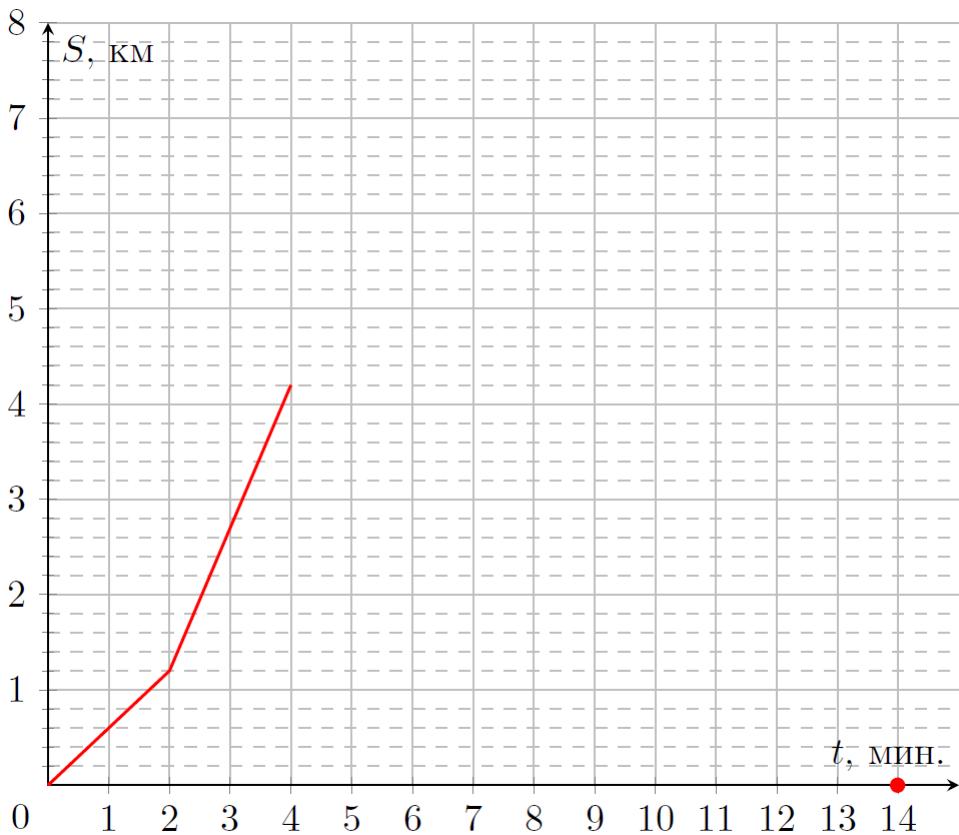
рис.3

$$a_1 = 3,6 \text{ м}; a_2 = 1,8 \text{ м}; v_1 = 0,18 \text{ м/с}; v_2 = 0,12 \text{ м/с}$$

2.3.10. (Олимпиада Максвелла, 2023, РЭ, 7) Догонялки. Два автомобиля одновременно начинают движение из пункта A в пункт B по прямолинейной дороге. Известно, что первый автомобиль едет с постоянной скоростью v_1 не останавливаясь до пункта B . В пункте B он останавливается и ждёт прибытия второго автомобиля. Второй автомобиль движется с постоянной скоростью v_2 , меньшей чем v_1 . Через некоторое время он останавливается, и, когда первый автомобиль достигает пункта B , вновь продолжает движение с той же скоростью v_2 .

На рисунке приведен график зависимости расстояния между автомобилями от времени вплоть до момента $t_1 = 4$ мин. В момент времени $t_2 = 14$ мин. автомобили встретились.

1. Определите скорости автомобилей v_1 и v_2 .
2. В течение какого времени Δt второй автомобиль покоялся?
3. Найдите расстояние L между пунктами A и B .

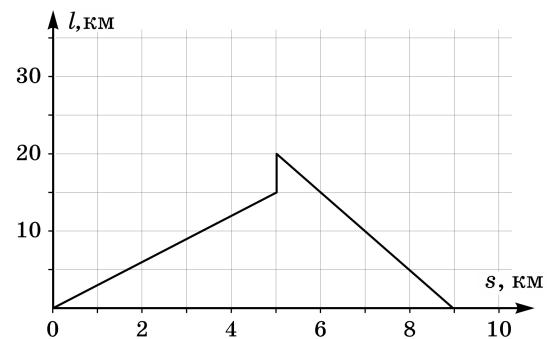


$$1) v_1 = 1,5 \text{ km/min}; 2) v_2 = 0,9 \text{ km/min}; 3) \Delta t = 4 \text{ min}; \Delta S = 4 \text{ km}$$

2.3.11. (Олимпиада Максвела, 2021, РЭ, 7) Глеб и Вова после кружка по физике отправились вдоль берега длинного прямого канала на прогулку. Вова поехал на велосипеде, а Глеб пошел в ту же сторону пешком. График зависимости расстояния l между ними от перемещения s Глеба приведен на рисунке.

Все время мальчики двигались с постоянными скоростями, но устав, Глеб сделал привал, в конце которого позвонил Вове и попросил его подъехать к нему, после чего продолжил движение в прежнем направлении. В результате ребята встретились через 2 часа после того как расстались. Определите:

1. какой путь проехал Вова за всю прогулку до встречи с Глебом;
2. сколько времени Глеб отдыхал на привале;
3. чему равны скорости мальчиков.

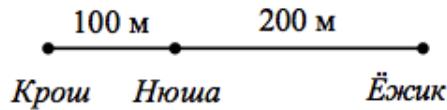


$$1) 41 \text{ km}; 2) t = 14,6 \text{ min}; 3) v_{\text{Вова}} = 20,5 \text{ km/h}, v_{\text{Глеба}} = 5,1 \text{ km/h}$$

2.4 Сложение скоростей

Дополнительные задачи — в листке [Сложение скоростей](#).

2.4.1. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 7*) Крош, Нюша и Ёжик расположились на прямой дороге, как показано на рисунке. Крош и Ёжик побежали одновременно навстречу друг другу со скоростями 5 м/с и 7 м/с соответственно.



1. Через какое время встретятся Крош и Ёжик? Ответ укажите в метрах, округлив до целого числа.
2. Какой путь пройдёт Крош к моменту их встречи? Ответ укажите в метрах, округлив до целого числа.
3. С какой скоростью должна бежать Нюша, чтобы все смешарики встретились в одной точке одновременно? Бегуны свои скорости не меняют. Ответ укажите в м/с, округлив до целого числа.

1) 25; 2) 125; 3) 1

2.4.2. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 7*) Доктор Ватсон и Шерлок Холмс спешат навстречу друг другу со скоростями 18 км/ч и 7 м/с соответственно. Через какое время встретятся друзья, если первоначально расстояние между ними составляло 240 м?

1. 5 с.
2. 10 с.
3. 15 с.
4. 20 с.
5. 25 с.

1

2.4.3. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 7*) Алиса и Боб стояли рядом на длинном мосту через реку. Расстояние от них до одного из концов моста было в 2,6 раза больше, чем до другого конца. Затем они одновременно пошли с одинаковыми скоростями к противоположным концам моста. Велосипедист, ехавший через мост, на одном конце моста встретил Алису, а на другом конце догнал Боба.

1. В сколько раз скорость велосипедиста больше скорости Алисы и Боба? Ответ округлите до сотых долей.
2. На каком расстоянии от моста находился велосипедист в момент начала движения Алисы и Боба, если длина моста равна 144 м? Ответ выразите в метрах, округлите до целого числа.

1) 2,25; 2) 90

2.4.4. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 7*) Джейк и Бимо начинают одновременно идти навстречу друг другу со скоростями 2 м/с и 1 м/с соответственно. Фин сначала находится посередине между ними.

1. С какой скоростью должен бежать Фин, чтобы скорость его сближения с Бимо была в 2 раза больше скорости удаления друг от друга Фина и Джейка? Ответ выразите в м/с, округлите до целого числа.
2. Бимо встретился с Фином через 95 секунд после начала своего движения, а с Джейком — через 3 минуты. Насколько позже стартовал Фин? Ответ выразите в минутах, округлите до целого числа.
3. На каком расстоянии друг от друга первоначально находились Бимо и Джейк? Ответ выразите в метрах, округлите до целого числа.

(1) 5; (2) 1; (3) 540

2.4.5. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 7*) Саше нужно успеть на поезд метро, который стоит на станции 1,5 минуты. Он заходит на эскалатор в момент приезда поезда. Если Саша будет стоять на эскалаторе, он опоздает на поезд на 2 минуты. Если же он пойдёт пешком вниз по эскалатору, то успеет на поезд в последний момент. Расстояние от конца эскалатора до дверей поезда мальчик проходит по платформе за 30 секунд.

1. Во сколько раз скорость Саши больше скорости эскалатора? Ответ округлите до десятых долей.
2. Если Саша увеличит свою скорость в 2 раза (и на эскалаторе, и на платформе), то за сколько секунд до отправления поезда он войдёт в него? Ответ округлите до целого числа.

(1) 2; (2) 39

2.4.6. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 7*) По двухполосной дороге едет легковой автомобиль длиной 4,4 м со скоростью 100,8 км/ч. Его догоняет мотоцикл длиной 2 м, двигающийся со скоростью 32 м/с. Когда между мотоциклом и автомобилем остаётся 2 м, мотоцикл начинает обгон. После обгона расстояние между задним крылом мотоцикла и передним бампером автомобиля 4 м.

1. Считая движение автомобиля и мотоцикла равномерным, найдите время обгона. Ответ выразите в секундах, округлите до десятых долей.
2. Какое расстояние проедет автомобиль за время обгона? Ответ выразите в метрах, округлите до десятых долей.
3. Какое расстояние проедет мотоцикл за время обгона? Ответ выразите в метрах, округлите до десятых долей.

(1) 3,1; (2) 86,8; (3) 99,2

2.4.7. (*Всеросс., 2022, МЭ, 7*) По двум параллельным железнодорожным путям равномерно движутся два поезда: грузовой длиной 700 м со скоростью 54 км/ч и пассажирский длиной 350 м со скоростью 72 км/ч. В течение какого времени пассажирский поезд проходит мимо машиниста грузового поезда, если оба поезда движутся:

1. в одном направлении? Ответ приведите в секундах, округлив до целого числа.
2. в противоположных направлениях? Ответ приведите в секундах, округлив до целого числа.

(1) 70; (2) 10

2.4.8. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 7*) Два пассажира одновременно вступили на ленту движущегося вниз эскалатора. Один остался стоять на ленте, другой — побежал по ней вниз. Добежав до середины эскалатора, пассажир побежал наверх и встретился со стоящим на ленте пассажиром на расстоянии $1/3$ длины эскалатора от его начала. Считая, что пассажир бежал с одинаковой скоростью относительно ленты вниз и вверх, найти отношение этой скорости к скорости движения ленты.

2

2.4.9. (*«Росатом», 2023, 7*) Два поезда длиной $l = 200$ м и $1,6l = 320$ м движутся со скоростями $3v = 60$ м/с и $v = 20$ м/с соответственно по параллельным путям навстречу друг другу. В течение какого времени машинист первого поезда видел напротив себя второй поезд? В течение какого времени машинист второго поезда видел напротив себя первый поезд? В течение какого времени все пассажиры первого поезда видели напротив себя второй поезд?

$$t_1 = \frac{a}{0,4l} = 4 \text{ с}; t_2 = \frac{4a}{l} = 2,5 \text{ с}; t_3 = \frac{a}{0,15l} = 1,5 \text{ с}$$

2.4.10. (*«Курчатов», 2023, 7*) Алексей, стоя неподвижно на эскалаторе, поднимается на перрон. Проехав таким образом половину пути, он понял, что перепутал номер платформы. Он решил пойти в направлении, обратном движению эскалатора, чтобы сэкономить время. Если бы эскалатор не двигался, то Алексей спустился бы за 1 минуту. Принимая во внимание, что эскалатор на вокзале поднимает неподвижно стоящего человека на платформу за 3 минуты, рассчитайте, сколько времени потерял Алексей, воспользовавшись неподходящим эскалатором?

4,5 мин

2.5 Движение по реке

Дополнительные задачи — в листке [Движение по реке](#).

2.5.1. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 7*) Определите скорость движения плота по реке, если теплоход проходит по течению реки 560 км за сутки, а против течения — 440 км за сутки. Скорость движения теплохода относительно воды в обоих случаях постоянная и одинаковая.

1. 60 км/ч;
2. 2,5 км/ч;
3. 5 км/ч;
4. 0,7 км/ч.

2.5.2. (Всеросс., 2023, МЭ, 7) С плота, движущегося по течению реки, запускают два одинаковых кораблика с моторчиками: один по течению реки, второй — против. Выберите все правильные утверждения.

1. Относительно берега скорость кораблика, движущегося по течению реки, больше, чем у кораблика, который движется против течения реки.
2. Относительно берега скорость кораблика, движущегося по течению реки, меньше, чем у кораблика, который движется против течения реки.
3. Относительно берега скорость кораблика, движущегося по течению реки, равна скорости кораблика, который движется против течения реки.
4. Относительно плота скорость кораблика, движущегося по течению реки, больше, чем у кораблика, который движется против течения реки.
5. Относительно плота скорость кораблика, движущегося по течению реки, меньше, чем у кораблика, который движется против течения реки.
6. Относительно плота скорость кораблика, движущегося по течению реки, равна скорости кораблика, который движется против течения реки.

1; 6

2.5.3. (Всеросс., 2020, МЭ, 7) Скорость моторной лодки в стоячей воде 8 км/ч.

1. Какое время потребуется моторной лодке, чтобы проплыть 1,5 км туда и обратно по озеру со стоячей водой? Ответ выразите в минутах, округлите до десятых долей.
2. Какое время потребуется моторной лодке, чтобы проплыть 1,5 км туда и обратно по реке со скоростью течения 2 км/ч? Ответ выразите в минутах, округлите до целых.
3. В каком случае средняя скорость лодки при прохождении всего пути больше? 1 — по озеру, 2 — по реке.

1) 22,5; 2) 24; 3) 1

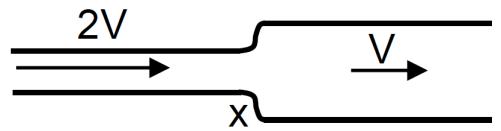
2.5.4. («Надежда энергетики», 2016, 7) От пристани «Школьная» до пристани «Студенческая», расположенной ниже по течению реки, ходит речной трамвайчик. При отправлении семиклассница Таня уронила в речку мячик. Во сколько раз дольше, чем трамвайчик, будет плыть мячик от «Школьной» до «Студенческой»? (Таня знает, что если тем же маршрутом следует буксир с тяжёлой баржей, скорость которого (относительно воды) в n раз меньше скорости трамвайчика, то он затрачивает на свой путь в k раз больше времени, чем трамвайчик).

энергия $\frac{m}{n} \cdot k$

2.5.5. (Всесиб., 2021, 7) Мимо деревни А в сторону деревни Б течет река. В 9:00 из А в Б отправилась лодка «Ветерок», и одновременно с этим, из Б в А, отправилась лодка «Вихрь». Они встретились ровно посередине пути из А в Б. В 18:00 эти же лодки отправились в обратных направлениях. Теперь они встретились в момент, когда лодка «Ветерок» проплыла всего 30% пути до А. Чему равна скорость течения реки, если ее можно считать постоянной на всей реке, а лодка «Вихрь» имеет скорость 24 км/ч относительно воды?

4 км/ч

2.5.6. (Всесиб., 2018, 7) На реке есть место, где русло резко расширяется. Выше этого места скорость течения реки равна $2V$, а ниже места расширения течение имеет постоянную скорость V . Два друга одновременно отправились от места расширения на катерах, один вверх, а другой вниз по течению. Через час оба одновременно вспомнили об очень важном деле, развернулись и поплыли навстречу друг другу без остановок. Через какое время после разворота они встретятся, если скорости катеров относительно воды равны $4V$?



также $\frac{2}{L} + \frac{1}{L} = \frac{3}{L}$

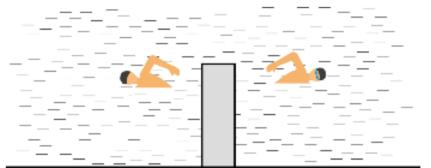
2.5.7. (Всесиб., 2023, 7) Деревни А и Б стоят на реке. Из А в Б отправилась моторная лодка, которая через $T_1 = 3$ часа хода встретила плот. Еще через $T_2 = 1$ час лодка добралась до Б и сразу отправилась обратно. Она поравнялась с тем же самым плотом, когда до А оставалась $1/5$ всего расстояния между деревнями. Сколько времени затратила лодка на обратный путь от Б до А, если скорость течения реки и скорость лодки относительно воды всегда постоянны?

также $\frac{1}{L} + \frac{1}{L} = \frac{2}{L}$

2.5.8. («Росатом», 2022, 7) По реке, скорость течения которой равна u , навстречу друг другу плывут два корабля. В некоторый момент времени, когда расстояние между кораблями равнялось S , от корабля, который плыл по течению, отплывает быстроходный катер. Когда катер доплывает до второго корабля, он разворачивается, плывет к первому кораблю, разворачивается и далее курсирует между кораблями. Какой путь проходит катер до момента встречи кораблей? Скорость кораблей в стоячей воде v , скорость катера в стоячей воде w . Корабли и катер считать точечными. Катер разворачивается мгновенно.

$\frac{w}{(vn+u)}S$

2.5.9. (Олимпиада Максвелла, 2021, РЭ, 7) Петя и Вася решили выяснить, кто быстрее плавает. Для этого они одновременно прыгнули с мостка в речку и поплыли вдоль берега в разные стороны. Через некоторое время t по сигналу с берега они развернулись и поплыли обратно. В результате Вася вернулся к месту старта через время $t/2$ после разворота, а Петя потратил на обратный путь время $2t$. Кто из мальчиков плавает быстрее? Во сколько раз отличаются скорости мальчиков от скорости течения реки?



Маршруткин Ильятор оутентификованою ходити, ни хідопочини є паса бути не можуть

2.6 Круговое движение

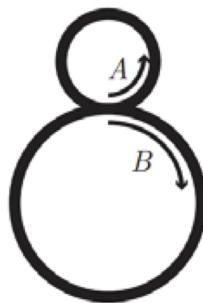
Дополнительные задачи — в листке [Круговое движение](#).

2.6.1. (Всеросс., 2023, ШЭ, 7) Вася и Петя, стартовав одновременно, бегут дистанцию, состоящую из трёх одинаковых кругов. Первый круг Петя пробежал на 1 минуту быстрее, чем Вася. Второй круг Вася пробежал со скоростью на 20% большей, чем Петя, но финишировали они второй круг одновременно. Третий круг Вася пробежал за такое же время, как и первый. Оказалось, что третий круг он бежал со скоростью в 1,4 раза большей, чем Петя. В пределах каждого круга скорость каждого из мальчиков не изменялась.

1. Кто выиграл соревнование? В качестве ответа укажите цифру 1, если выиграл Вася, или цифру 2, если выиграл Петя.
2. Какое время длился забег Пети, если он пробежал третий круг за 7 минут? Ответ приведите в минутах, округлите до целого числа.
3. Какое время длился забег Васи? Ответ приведите в минутах, округлите до целого числа.

(1) 1; (2) 17; (3) 15

2.6.2. (Всеросс., 2020, МЭ, 7) Две машины A и B одновременно начинают заезд по единому гоночному треку в точке касания кругов, как показано на рисунке. Оба автомобиля движутся по траектории, которая представляет собой «восьмерку»: на верхней части «восьмёрки» против часовой стрелки, а на нижней — по часовой. Длина окружности верхней части «восьмёрки» 600 м, а длина окружности нижней части — 2000 м. Машина A движется с постоянной скоростью 10 м/с, а машина B — с постоянной скоростью 8 м/с.



1. Найдите время, спустя которое произойдёт первая встреча. Ответ выразите в секундах и округлите до целого числа.
2. Какое расстояние проедет машина A к этому моменту? Ответ выразите в километрах и округлите до целого числа.

(1) 300; (2) 3

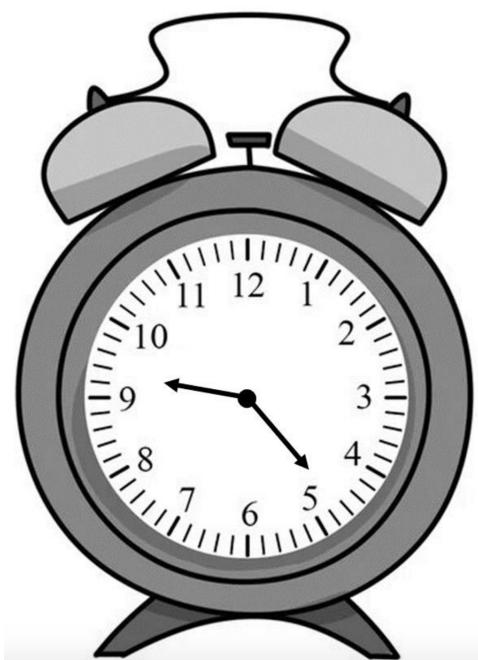
2.6.3. (Всеросс., 2023, МЭ, 7) Два пешехода тренируются на кольцевой беговой дорожке небольшого стадиона. Оба делают одинаковое количество шагов за одно и то же время. Первый пешеход делает шаги длиной 0,7 м, а второй — всего 0,5 м. Пешеходы начинают движение из одной точки дорожки одновременно в одном направлении. К моменту их первой встречи второй пешеход прошёл 1 км.

1. Какова длина беговой дорожки стадиона? Ответ выразите в м, округлите до целого числа.

- Какие расстояния пройдут пешеходы от места старта до места их первой встречи, если они будут идти в противоположных направлениях? Ответы выразите в м, округлите до целых чисел.
- На сколько километров первый пешеход опередит второго в спортивной ходьбе на 20 км, если оба будут поддерживать один и тот же темп на протяжении всей дистанции? Ответ округлите до десятых долей.
- Сколько шагов в секунду должен делать первый пешеход, если он хочет достичь мирового рекорда японца Юсукэ Судзуки — 20 км за 1 час 16 минут 36 секунд? Ответ округлите до целого числа.

1) 400; 2) 167 м; 3) 5,7; 4) 6

2.6.4. (*Всеросс., 2022, МЭ, 7*) Механические часы показывают 9 часов 24 минуты.



- Какой угол в этот момент составляют между собой часовая стрелка и минутная стрелка? Ответ приведите в градусах, округлив до целого числа.
- Через сколько минут после этого момента минутная стрелка догонит часовую? Ответ округлите до целого числа.

1) 138; 2) 25

2.6.5. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2019, 7*) Два конькобежца соревновались в беге на 10 км на стадионе с длиной круговой дорожки 400 м. Победитель забега на каждом круге выигрывал у соперника 2 с и пробежал дистанцию за 16 мин 40 сек. Сколько метров дистанции оставалось пробежать проигравшему спортсмену после того, как финишировал победитель?

10000/21 ≈ 476 м

2.6.6. («Курчатов», 2020, 7) Два бегуна стартуют из одной точки круговой трассы в разных направлениях. Скорость первого бегуна равна 15 км/ч, второго — на 1 км/ч больше. Через определённый момент времени они одновременно оказались в точке старта, причём первый бегун на этот момент пробежал на 2 круга меньше второго. Сколько именно кругов пробежал первый бегун?

08

2.6.7. (Всесиб., 2020, 7) На тренировке тренер распределил $N = 12$ бегунов равномерно по круговой беговой дорожке, и все они одновременно начали движение с одинаковыми и постоянными по величине скоростями. Тренер бежит рядом с одним из бегунов четверть длины дорожки, затем уменьшает свою скорость вдвое. Когда его нагоняет следующий бегун, тренер его сопровождает еще четверть круга и т. д. Тренировка заканчивается, когда тренера нагоняет бегун, рядом с которым тренер начал свое движение. Сколько кругов пробегает каждый бегун за время тренировки?

5 критерий

2.6.8. (Олимпиада Максвелла, 2021, РЭ, 7) С линии старта одновременно в одну сторону по круговой дорожке стадиона побежали два спортсмена A и B . Бегун A первую половину каждого круга бежал со скоростью $2v$, а вторую — со скоростью v . Бегун B первую половину времени, затраченного на прохождение круга, бежал со скоростью v , а вторую — со скоростью $2v$. Известно, что бегун A пробегал полный круг за $T_A = 90$ с.

1. Через какое время t один спортсмен догнал другого первый раз после старта?
2. Через какое время T один из бегунов обогнал другого ровно на один круг?

$$1) t = 70 \text{ с}; 2) T = 8T_A = 720 \text{ с}$$

2.6.9. (МОШ, 2023, 7) **Гонки Мёбиуса.** На рисунке, представленном ниже, изображена лента Мёбиуса. В нулевой момент времени по ленте одновременно из одной точки начинают двигаться в одном направлении вдоль линии, равноудалённой от краёв, два небольших тела с постоянными скоростями, равными v и αv , где α — безразмерный коэффициент ($\alpha > 1$). Если мысленно разрезать ленту по линии, перпендикулярной линии движения точек, то лента развернётся в полосу длиной L . Параметры v , α , L считаются известными.

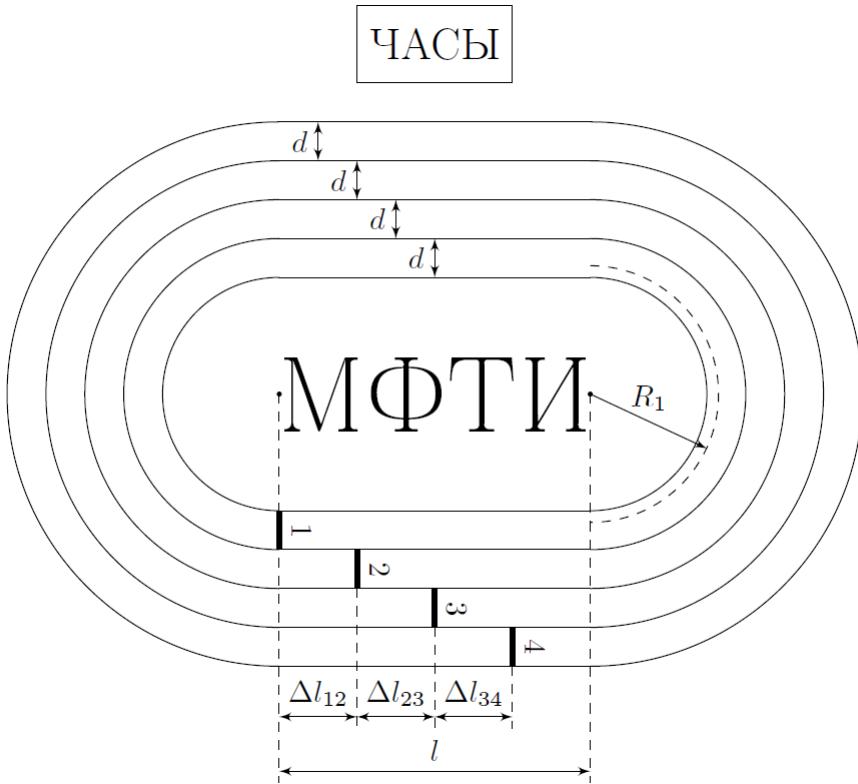


A. В какой момент времени t_1 тела впервые встретятся?

B. В какой момент времени t_2 тела впервые встретятся в точке старта, если $\alpha = \frac{5}{3}$?

$$A) t_1 = \frac{(\alpha - 1)v}{2L}; B) t_2 = \frac{\alpha}{6L}$$

2.6.10. (*Олимпиада Максвелла, 2023, РЭ, 7*) **Стадион МФТИ.** Беговые дорожки стадиона МФТИ — это 4 дорожки шириной $d = 1,22$ м каждая. Дорожки состоят из двух прямолинейных участков длины $l = 84,39$ м и двух участков в виде полуокружностей радиуса R . Радиус траектории атлета или эффективный радиус на первой дорожке $R_1 = 36,80$ м.



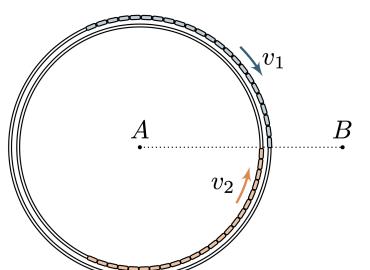
- Найдите эффективную длину одного круга первой дорожки L_1 .
- Определите на каких расстояниях Δl_{12} , Δl_{23} , Δl_{34} должны располагаться линии старта на различных дорожках на прямолинейных участках, чтобы длины дистанций в 3 круга совпадали при условии финиша на линии старта первой дорожки.
- Какие значения может иметь средняя скорость атлета, пробежавшего 6 кругов по первой дорожке, если он определял время своего забега по стадионным часам (с точностью до минуты)? Стартовал атлет в 13:00, а финишировал в 13:13. Выразите максимальную и минимальную средние скорости и в км/ч, и в м/с.

Примечание: длина окружности радиуса R равна $2\pi R$, где $\pi = 3,1416$.

$$1) L_1 \approx 400 \text{ м}; 2) \Delta l_{12} = \Delta l_{23} = \Delta l_{34} \approx 23 \text{ м}; 3) v_{\min} \approx 2,86 \text{ м/с} \approx 10,3 \text{ км/ч}, v_{\max} \approx 3,33 \text{ м/с} \approx 12 \text{ км/ч}$$

2.6.11. (*Олимпиада Максвелла, 2023, ЗЭ, 7*) **Теория.** Периодическое движение — это движение, которое повторяется через равные интервалы времени. Минимальный интервал времени, в течение которого движение повторяется, называется периодом. Например, период секундной стрелки часов равен одной минуте, период минутной стрелки — это один час, период часовой стрелки — двенадцать часов.

Задача. По кольцевой двухпутной железной дороге ездят без остановок два поезда. Оба пути имеют длину $L = 1$ км (отличиями в их длине можно пренебречь) и находятся на одном уровне. Первый поезд длиной $l_1 = 300$ м движется со скоростью $v_1 = 10$ м/с по часовой стрелке, второй поезд длиной $l_2 = 320$ м



движется со скоростью $v_2 = 8$ м/с против часовой стрелки. В центре кольца стоит наблюдатель A . Наблюдатель B стоит за кругом, ограниченным железной дорогой так, что передние края обоих поездов пересекают отрезок AB одновременно (см. рис.). Наблюдатели не видят друг друга, только когда между ними находится хотя бы один поезд.

1. За какое время τ поезда проезжают мимо друг друга?
2. Чему равны периоды движения T_1 и T_2 первого и второго поезда соответственно?
3. Найдите период движения системы T , то есть минимальное время, через которое повторится ситуация, изображённая на рисунке.
4. В течение какой части α периода движения T наблюдатели видят друг друга?

$$1) \tau = \frac{a_1 + a_2}{l_1 + l_2} \approx 34 \text{ с}; 2) T_1 = \frac{a_1}{l_1} = 100 \text{ с}, T_2 = \frac{a_2}{l_2} = 125 \text{ с}; 3) T = 5T_1 = 5T_2 = 500 \text{ с}; 4) \alpha = 0,48 \text{ (н. параметры неизменны)}$$

Глава 3

Масса и плотность

3.1 Плотность

Дополнительные задачи — в листке [Плотность](#).

3.1.1. («Надежда энергетики», 2020, 7) От гидроэлектростанции к потребителю электрическая энергия передаётся по воздушной линии электропередачи (ЛЭП). Электрический кабель ЛЭП свит из множества стальных и алюминиевых проволок. При этом стальные проволоки помещаются в центре кабеля и служат для повышения его механической прочности, а электрический ток идёт в основном по алюминиевым жилам. Как правило, количество стальных проволок в центре кабеля равно 7. Определите количество алюминиевых проволок в кабеле, если площадь поперечного сечения каждой проволоки равна 8 mm^2 , масса одного километра кабеля составляет 1085 кг, плотность алюминия $\rho_{\text{ал}} = 2700 \text{ кг}/\text{м}^3$, плотность стали $\rho_{\text{ст}} = 7800 \text{ кг}/\text{м}^3$. Проволоки в кабеле расположены параллельно друг другу и оси кабеля.

$$08 = \frac{\pi r^2}{4} N$$

3.1.2. («Надежда энергетики», 2017, 7) Объем плоской металлической пластины постоянной толщины равен V . Если в пластине просверлить некоторое количество отверстий, то масса пластины будет равна M_1 . Если в пластине дополнительно просверлить ещё некоторое количество отверстий так, что их общее количество увеличится в k раз, то масса пластины станет равна M_2 . Все отверстия сквозные, одинакового диаметра и сверлятся перпендикулярно плоскости пластины; $k > 1$. Определите плотность материала пластины.

$$\frac{(1-k)V}{kV - V} = d$$

3.1.3. («Надежда энергетики», 2020, 7) В плоской металлической пластине постоянной толщины, объем которой $V = 10^3 \text{ см}^3$, просверлили некоторое количество отверстий, после чего масса пластины составила $M_1 = 8 \text{ кг}$. Затем в пластине дополнительно просверлили ещё несколько отверстий, причем общее их количество увеличилось в $k = 2$ раза. Теперь масса пластины стала равна $M_2 = 7 \text{ кг}$. Определите плотность материала пластины. Все отверстия сквозные, одинакового диаметра и сверлились перпендикулярно плоской поверхности пластины.

$$\frac{(1-k)V}{kV - V} = d$$

3.1.4. («Надежда энергетики», 2023, 7) Оцените размер молекулы NaCl, если плотность кристалла поваренной соли составляет $2,17 \text{ г}/\text{см}^3$. Справка: $6 \cdot 10^{23}$ молекул натрия имеют массу 23 г, а такое же количество молекул хлора имеют массу 35 г.

$$a \sim 3,5 \cdot 10^{-8} \text{ см} \approx 0,4 \text{ нм}$$

3.1.5. («Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 7) Из двух сплавов с плотностями $5000 \text{ кг}/\text{м}^3$ и $10000 \text{ кг}/\text{м}^3$ сделали два шара радиусом 3 см каждый. У одного шара внутренняя часть радиусом 2 см сделана из легкого сплава, а внешняя часть (слой толщиной в 1 см) — из тяжелого. У другого шара внутренняя часть сделана из тяжелого сплава, а внешняя — из легкого. Во сколько раз отличаются массы шаров?

46/35

3.1.6. («Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 7) Стоящий на столе куб с длиной ребра a сделан из материала, плотность которого меняется линейно с высотой от r_0 до $2r_0$. Чему равна масса куба? Во сколько раз масса верхней половины куба больше массы нижней?

$M_{\text{куба}} = 1,5\rho_0a^3; \rho_0 = 1,4 \text{ г/см}^3$

3.1.7. («Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 7) Два елочных шара с радиусами 3 см и 6 см сделаны из стекла одинаковой толщины. Считая стекло тонким, найти отношение масс шаров.

отношение масс шаров равно 4

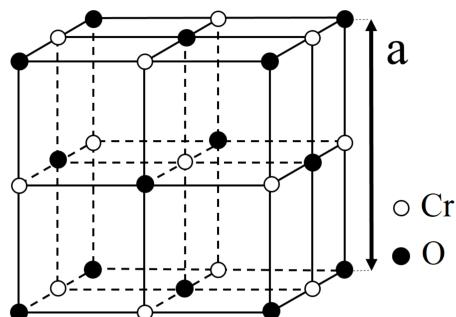
3.1.8. («Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 7) Два шара одинакового радиуса из одного материала имеют внутри полости, отличающиеся по объему в 2 раза. При заполнении полостей жидкостью с плотностью ρ_0 масса каждого шара становится равной 1 кг. При заполнении полостей жидкостью с плотностью $0,8\rho_0$ масса шара с большей полостью становится равной 0,9 кг. Чему при этом равна масса другого шара? Чему равна плотность материала, из которого сделаны шары?

масса шаров $0,95 \text{ кг};$ плотность материала шаров ρ_0

3.1.9. («Росатом», 2021, 7) На заводе изготовили большие детали из одного металла, и малые детали — из другого. Известно, что масса большой детали на 20% больше массы малой, а объем малой детали на 20% меньше объема большой. Найти отношение масс двух одинаковых ящиков, полностью заполненных большими и малыми деталями.

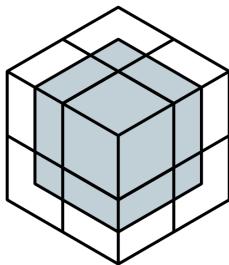
$$96:0 = \frac{m_D}{\rho_D} = \frac{m_M}{\rho_M}$$

3.1.10. («Курчатов», 2023, 7) Элементарная ячейка оксида хрома (II) (CrO) представляет собой куб с длиной ребра $a = 4,45 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, изображённый на рисунке. Чёрные кружки на рисунке обозначают положение атомов кислорода, а белые — атомов хрома. Весь кристалл оксида хрома (II) является повторением таких элементарных ячеек. Относительная атомная масса кислорода $m_{r,O} = 16$ а. е. м., хрома $m_{r,Cr} = 24$ а. е. м., где а. е. м. — атомная единица массы. Найдите плотность оксида хрома (II), если масса атома водорода $m_H = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$, а относительную массу атома водорода принято считать равной 1 а. е. м.



$$\frac{g^p}{(O_{mm} + m^p)} \approx 3032 \text{ кг/м}^3 = d$$

3.1.11. (*Олимпиада Максвелла, 2023, ЗЭ, 7*) У теоретика Бага было восемь одинаковых кубиков с длиной ребра $2a$: семь сделаны из материала плотностью ρ_x , и один — из материала плотностью ρ_y ($\rho_y < \rho_x$). Баг склеил из них большой куб с ребром $4a$ и задал своему ученику задачу определить плотности всех кубиков с ребром $3a$, которые можно вырезать из склеенного куба так, чтобы они имели с ним одну общую вершину (пример вырезания такого кубика показан на рисунке серым цветом). Ученик, решая задачу, получил несколько ответов, которые записал в виде таблицы:



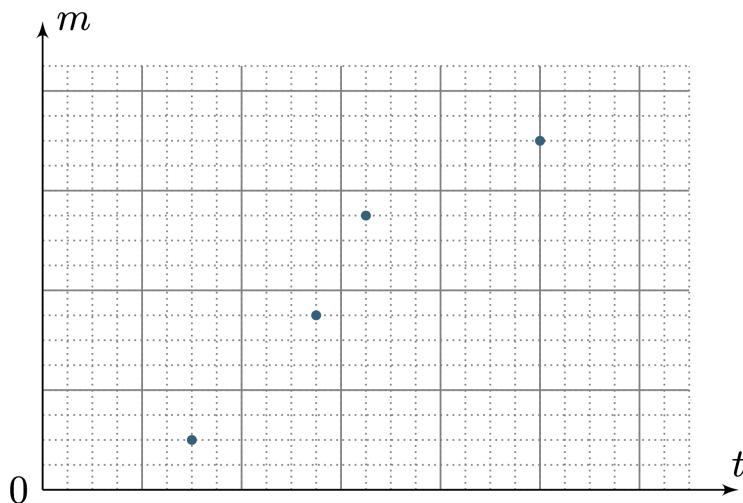
$\rho_1, \text{ г/см}^3$	$\rho_2, \text{ г/см}^3$	$\rho_3, \text{ г/см}^3$	$\rho_4, \text{ г/см}^3$
2,40	2,50	2,65	2,60
$\rho_5, \text{ г/см}^3$	$\rho_6, \text{ г/см}^3$	$\rho_7, \text{ г/см}^3$	$\rho_8, \text{ г/см}^3$
2,50	2,60	2,50	2,60

Проверив таблицу, Баг сказал, что все значения в ней, кроме одного, вычислены верно.

1. Определите какое из значений вычислено неверно и найдите это значение.
2. Определите плотности ρ_x и ρ_y .

$$1) \rho_1 \text{ наст}\overline{\text{я}}\text{хн} \text{ не} \rho_1, \rho_1 = 2,30 \text{ г/см}^3; 2) \rho_x = 2,70 \text{ г/см}^3, \rho_y = 1,35 \text{ г/см}^3$$

3.1.12. (*Олимпиада Максвелла, 2022, ЗЭ, 7*) **Секретный продукт.** При производстве суперсекретного продукта в заводских условиях в тару заливают три различных ингредиента: сначала «красный», затем «зелёный» и, наконец, «синий» (настоящие названия засекречены). Все ингредиенты заливаются с одинаковым постоянным объёмным расходом. Сотрудники предприятия построили график зависимости массы продукта от времени в процессе производства. Но в целях соблюдения секретности график был стёрт сотрудниками службы безопасности вместе с единицами измерений по осям. В то же время на нём всё ещё можно увидеть 4 точки, одна из которых соответствует моменту полной готовности продукта. Из сведений, полученных по различным каналам, также известно, что плотности каких-то двух ингредиентов равны ρ и 2ρ .



1. Определите плотности «красного», «зелёного» и «синего» ингредиентов.

2. Восстановите утраченный график.
3. Найдите плотность готового продукта.
4. Какую долю от общего объёма составляют объёмы каждого из ингредиентов?

Примечание: объёмным расходом называется величина $\mu = \frac{\Delta V}{\Delta t}$, где ΔV — объём ингредиента, заливаемого в тару за время Δt .

$$1) \rho_a = 2\rho, \rho_c = \rho, \rho_s = 12\rho; 2) \text{cm. пнс.; } 3) \rho_{tar} = 4,2\rho; 4) \frac{\rho_a}{\rho_s} = \frac{20}{9}, \frac{\rho_c}{\rho_s} = \frac{10}{3}$$

3.2 Смеси и сплавы

Дополнительные задачи — в листке [Плотность](#).

3.2.1. (*Всеросс., 2020, МЭ, 7*) Две жидкости A и B смешали между собой так, что объём получившегося раствора оказался равным 1 л, а массовая доля жидкости B в смеси при этом была равна 44%. Суммарный объём раствора составил 94% от суммарного объёма жидкостей A и B до смещивания. Плотность жидкости A равна 1000 кг/м³, плотность жидкости B равна 800 кг/м³.

1. Найдите отношение масс $\frac{m_B}{m_A}$. Ответ округлите до тысячных долей.
2. Найдите массу жидкости A . Ответ выразите в граммах и округлите до целого числа.
3. Найдите среднюю плотность смеси. Ответ выразите в кг/м³ и округлите до целого числа.

$$1) \text{ротора } 0,780 - 0,790; 2) \text{ротора } 535 - 540; 3) \text{ротора } 955 - 960$$

3.2.2. (*Всеросс., 2021, МЭ, 7*) Есть два кольца одинаковой массы: одно из розового золота (сплав золота и меди) 585 пробы, второе из зелёного золота (сплав золота и серебра) 585 пробы. Проба благородного металла показывает, какое количество миллиграммов основного благородного металла (золота) содержится в 1 грамме пробирируемого сплава. Плотность золота 19,3 г/см³, плотность серебра 10,5 г/см³, плотность меди 8,9 г/см³. Считайте, что объём сплава равен сумме объёмов компонентов.

1. Какое из колец больше по объёму (из розового/из зелёного золота)?
2. Найдите отношение объёма кольца, сделанного из розового золота, к объёму кольца, сделанного из зелёного золота. Ответ округлите до десятых долей.

$$1) \text{не подходит золото; } 2) 1,1$$

3.2.3. (*Всеросс., 2023, МЭ, 7*) Октановое число бензина — это показатель, который характеризует детонационную стойкость топлива для двигателей внутреннего сгорания. Октановое число измеряется в процентах и является отношением объёма изооктана, находящегося в смеси, к общему объёму топливной смеси. Например, так называемый «95-й» бензин имеет октановое число 95. При смещивании сортов бензина с разными октановыми числами общий объём смеси равен сумме объёмов её исходных компонентов, никаких химических реакций между смешиаемыми веществами не происходит. Экспериментатор Глюк залил в бак своего автомобиля 10 литров топлива с октановым числом 80.

1. Сколько литров «95-го» бензина нужно долить в бак, чтобы получить в нём топливную смесь с октановым числом 92? Ответ округлите до целого числа.

2. В каком отношении нужно заливать в бак «100-й» и «92-й» бензины, чтобы получить топливо с октановым числом 95? В качестве ответа приведите правильную дробь.

1) 40; 2) 3/5

3.2.4. («Надежда энергетики», 2021, 7) Имеются две бочки: в одной находится мёд, а в другой — такое же по объёму количество дёгтя. Из бочки с дёгтем зачерпнули полную ложку, добавили в бочку с мёдом и тщательно перемешали. Затем той же ложкой зачерпнули смесь и добавили в бочку с дёгтем. Определите, объем чего больше: мёда в бочке с дёгтем или дёгтя в бочке с мёдом?

неправ

3.2.5. («Надежда энергетики», 2023, 7) Плотина Красноярской ГЭС выполнена из железобетона и имеет массу 20 млн тонн. Бетон для постройки плотины замешивали из цемента, песка, щебня и воды в объемных отношениях 1 : 2 : 4 : 1. На каждый кубометр железобетона было использовано 300 кг железной арматуры. Определите, какая масса цемента пошла на сооружение плотины. Насыпные плотности цемента, песка и щебня принять равными 1200, 1300 и 1300 кг/м³ соответственно, плотность железа равна 7800 кг/м³. Считать, что цементный раствор полностью заполняет пустоты в насыпанном щебне так, что итоговый объем бетона определяется насыпным объемом щебня.

2,8 млн. тонн

3.2.6. («Курчатов», 2020, 7) В рамках химического эксперимента по изучению смешиваемости жидкостей Михаил смешал 10 литров воды и 20 литров этилового спирта. При смешении оказалось, что суммарный объём уменьшился на 10 процентов. Какова плотность полученного раствора, если плотность воды составляет 1 г/см³, а плотность спирта составляет 0,8 г/см³.

0,96 г/см³

3.2.7. («Курчатов», 2022, 7) V_1 литров воды и V_2 литров этанола смешивают друг с другом так, что объем их раствора равен $V = 1$ дм³ и что массовая доля этанола в растворе равна $p = 0,441$. Из-за протекания химических реакций при смешивании этих жидкостей происходит сжатие $\gamma = 6\%$, то есть объем полученного раствора на 6% меньше, чем суммарный объем воды и этанола $V_1 + V_2$. Найдите объемы V_1 и V_2 . Плотность воды $\rho_1 = 1000$ кг/м³, этанола $\rho_2 = 790$ кг/м³.

$V_1 = 532 \text{ см}^3, V_2 = 532 \text{ см}^3$

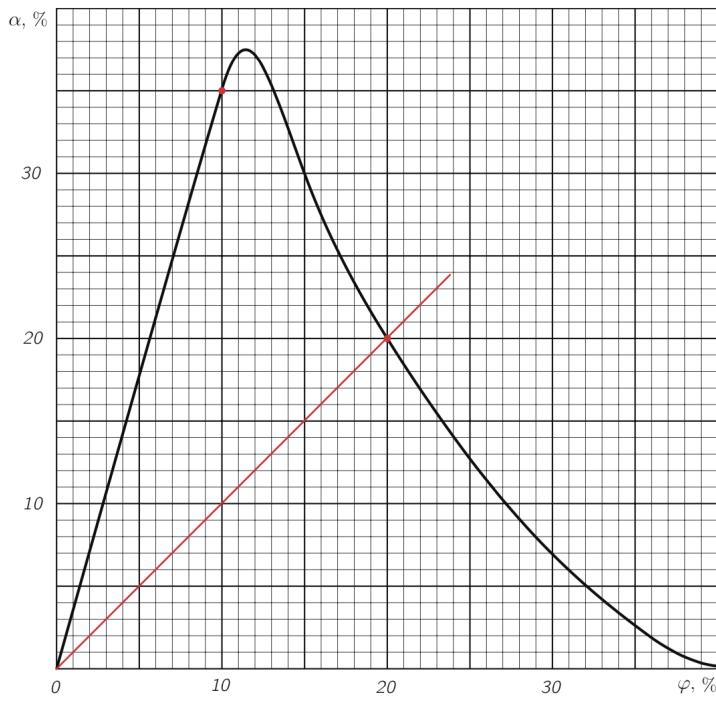
3.2.8. (МОШ, 2020, 7) Строительный песок часто добывается со дна рек или карьеров. Такой песок содержит воду, что количественно характеризует *влажность* песка, равная

$$\varphi = \frac{m_{\text{вод}}}{m_{\text{п}}}.$$

$m_{\text{вод}}$ — масса воды (в мокром песке), $m_{\text{п}}$ — масса песка без воды. Объем влажного песка $V_{\text{вл}}$ сильно зависит от его влажности. Обозначим

$$\alpha = \frac{V_{\text{вл}} - V_{\text{сух}}}{V_{\text{сух}}}$$

относительное изменение объема песка при его увлажнении. Приближённый график зависимости $\alpha(\varphi)$ приведён на рисунке. Значения влажности песка и относительного изменения объема выражены в процентах.



1. Определите значение влажности, при которой плотность влажного песка равна плотности сухого.
2. Объём порции влажного песка складывается из объёма песчинок, объёма воды и объёма воздушных полостей: $V_{\text{вл}} = V_{\text{п}} + V_{\text{вод}} + V_{\text{возд}}$. Когда небольшое количество воды попадает в песок, вода обволакивает песчинки за счёт капиллярных сил и отдаляет их друг от друга. Предположим, что объём воды в песке и объём воздушных полостей связаны соотношением $V_{\text{возд}} = k \cdot V_{\text{вод}} + V_{\text{возд}}^{(0)}$, $V_{\text{возд}}^{(0)}$ — объём воздушных полостей при нулевой влажности. Можно ли считать коэффициент пропорциональности k постоянным на всём возрастающем прямолинейном участке графика? Найдите значение коэффициента k в середине этого участка графика. Плотность сухого песка $\rho_{\text{сух}}$ в 1,6 раз больше плотности воды $\rho_{\text{вод}}$.

$$1) \varphi = 20\%; 2) k \approx 1,19 - \text{нестабильный}$$

3.3 Средняя плотность

Дополнительные задачи — в листке [Средняя плотность](#).

3.3.1. (Всеросс., 2020, МЭ, 7) Из пластилина слепили кубик с длиной ребра 5 см, в центре которого имеется полость кубической формы. Толщина стенок получившейся коробочки составила 1 см.

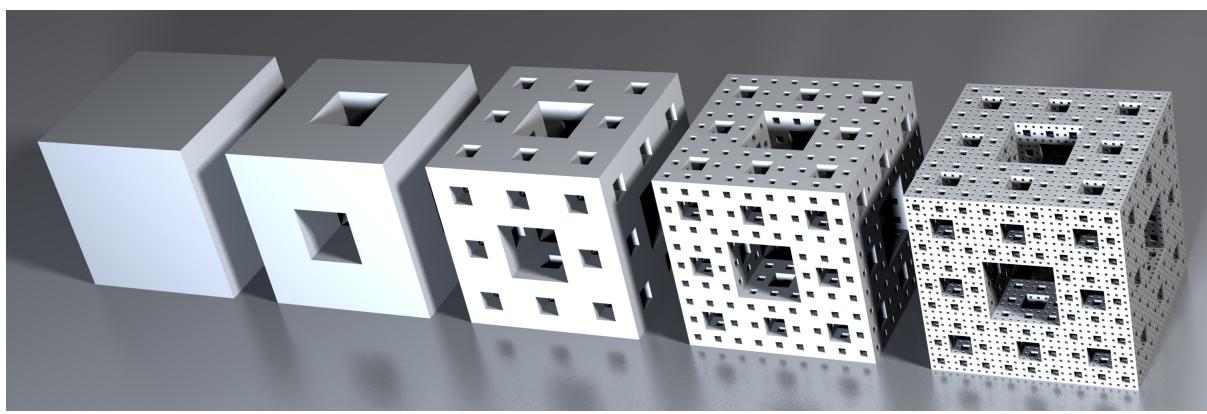
1. Чему равен объём полости? Ответ выразите в см^3 , округлите до целого числа.
2. Чему равен объём пластилина? Ответ выразите в см^3 , округлите до целого числа.
3. Чему равна средняя плотность кубика с полостью, если плотность пластилина равна 1,20 г/ см^3 ? Ответ выразите в г/ см^3 , округлите до сотых долей.

$$1) 27; 2) 98; 3) 0,94$$

3.3.2. (МОШ, 2023, 7) Про деталь. Согласно паспорту детали, изготовленной из сплава меди и свинца, её масса равна $m = 1000 \pm 1$ г. Измерив объём детали, рассчитали среднее значение плотности, которое оказалось равным $\rho = 10,0$ г/см³. Сколько грамм меди может содержать в себе деталь, если объём был измерен с погрешностью $\Delta V = 1$ см³? Плотности меди и свинца равны $\rho_m = 8,9$ г/см³ и $\rho_c = 11,3$ г/см³.

$$m_{\min} = 436 \text{ г}, m_{\max} = 528 \text{ г} (m_{\bar{m}} = 482 \pm 46 \text{ г})$$

3.3.3. (МОШ, 2021, 7) Губка Менгера. Ниже вы видите компьютерный рисунок из «Википедии» (автор: Niabot), на котором изображены первые итерации построения фрактала под названием Губка Менгера. На первой итерации в кубе делают три сквозных отверстия квадратного сечения. Оси отверстий взаимно перпендикулярны, перпендикулярны граням куба и проходят через середины граней. Длина стороны квадрата, лежащего в сечении отверстия, равна $\frac{1}{3}$ длины стороны грани куба.



На второй итерации подобные отверстия проделывают в маленьких кубиках, образовавшихся на гранях большого куба и так далее.

Пусть имеется заготовка в виде куба с длиной стороны 1 м, изготовленная из пластика плотностью 1000 кг/м³, а также устройство, при помощи которого можно делать в этой заготовке отверстия квадратного сечения сколь угодно малого размера. Из куба решили изготовить n -ую итерацию губки Менгера.

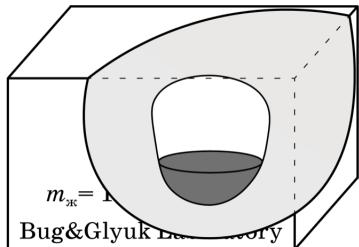
A. Чему равна средняя плотность куба на четвёртой итерации (последний кубик на рисунке)?

B. Представим себе, что образующиеся на n -ой итерации полости заполняют пластиком плотностью 2000 кг/м³. Чему может быть равна средняя плотность куба на n -ой ($n \geq 0$) итерации? В ответе укажите границы диапазона возможных значений плотности.

C. Нам не нравится, что губка белая. Решили покрасить все грани губки на второй итерации (в том числе все внутренние) синей краской, расход которой составляет 100 г/м². Хватит ли одной банки, содержащей 1 кг краски, для этого? А двух банок?

$$A) (300 \pm 1) \text{ кг/м}^3; B) 1000 \text{ кг/м}^3 \leq p_n \leq 2000 \text{ кг/м}^3; C) \text{одна банка хватит, а две хватят}$$

3.3.4. (Олимпиада Максвела, 2020, РЭ, 7) Дионисий нашёл в лаборатории своего дедушки 5 внешне одинаковых тел. Мальчик вычислил среднюю плотность каждого из них. Оказалось, что они разные. В прилагаемой к телам записке упоминалось, что они содержат одинаковые полости, частично заполненные жидкостью. Масса m жидкости была написана на каждом теле.



Также из записи следовало, что одно из тел отличается размером полости (бракованное). Результаты измерения средней плотности и массы налитой жидкости приведены в таблице.

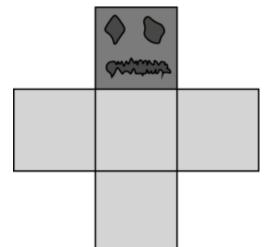
№ тела	1	2	3	4	5
$m, \text{ г}$	10	30	60	70	100
$\rho_{\text{ср}} \text{ г/см}^3$	0,9	1,3	1,9	2,5	2,7

Определите:

1. номер бракованного тела;
2. объём тела V_k ;
3. массу m_k небракованного тела без налитой жидкости.

$$1) \text{ №}4; 2) V_k = 50 \text{ см}^3; 3) m_k = 35 \text{ г}$$

3.3.5. (Олимпиада Максвела, 2020, РЭ, 7) Пока внук хозяиничал в лаборатории, экспериментатор Глюк решил поиграть в его компьютерную игру. В ней он из 5 кубических блоков собрал фигуру, причём 4 блока были изготовлены из одного материала (см. рис.). Предположив, что плотности материалов ему известны, Глюк высчитал, что средняя плотность этой фигуры $\rho_1 = 6,5 \text{ г/см}^3$. Внезапно в игре неизвестное существо подбежало и украло один из блоков. Глюк пересчитал среднюю плотность, и у него получилось $\rho_2 = 6,125 \text{ г/см}^3$. Но тут неизвестное существо опять похитило блок. Средняя плотность опять изменилась. Глюку надоело наблюдать за воровством блоков, и он выключил игру.

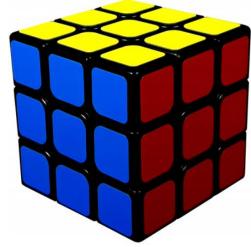


Определите:

1. плотность (по мнению Глюка) ρ_A верхнего кубика;
2. плотность (по мнению Глюка) ρ_B нижних кубиков;
3. среднюю плотность фигуры после второго похищения.

$$1) \rho_A = 0,5 \text{ г/см}^3; 2) \rho_B = 8,0 \text{ г/см}^3; 3) \text{ если нижние ячейки горючие: } \rho = 8,0 \text{ г/см}^3, \text{ если нижние ячейки горючие: } \rho = 5,5 \text{ г/см}^3$$

3.3.6. (*Олимпиада Максвела, 2021, РЭ, 7*) Кубик Рубика с ребром a не имеет пустот и сложен из одинаковых кубиков плотностью ρ_1 с ребром $a/3$. Если все мелкие кубики, не видимые на рисунке, заменить на другие, такие же по размеру, но с плотностью ρ_2 , то средняя плотность кубика Рубика увеличится в $n = 3$ раза. Чему равно отношение плотностей ρ_2/ρ_1 ?



$$6L^3 = \frac{1}{\rho}$$

3.3.7. (*Олимпиада Максвела, 2022, РЭ, 7*) **Маша и медведи.** В комнате у Маши стоит аквариум, частично заполненный водой плотностью ρ_0 и объёмом V_0 . Также у Маши есть два одинаковых плюшевых медведя. Когда Маша погрузила одного медведя в аквариум, он намок и опустился на дно; при этом средняя плотность содержимого аквариума оказалась равной ρ_1 , а когда она погрузила и второго медведя, средняя плотность стала равной ρ_2 . Определите массу m одного медведя. Вода из аквариума не вытекала.

$$m = \rho_0 V_0 + \rho_1 (V_0 - \frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_0 + \rho_1} V_0)$$

3.3.8. (*Олимпиада Максвела, 2023, РЭ, 7*) **Шоколад и карамель.** При производстве конфет в сосуд объёмом $V = 16,0$ л заливают горячий белый шоколад плотностью $\rho_1 = 1,20$ г/см³. Когда сосуд заполняется на 60%, в него вместо шоколада сразу начинают заливать карамель плотностью $\rho_2 = 1,52$ г/см³ со скоростью $\mu = 0,60$ л/мин. Автоматика настроена на определение средней плотности содержимого сосуда, и, когда средняя плотность превышает ρ_1 на 10%, подача карамели в сосуд прекращается. Изменением объёма жидкостей при их смешивании можно пренебречь.

Сколько минут происходила подача карамели?

$$\text{нужно } 9,6 = \frac{(1,2 \cdot 1,1 - 1,52) \cdot 16}{1,2 \cdot 1,1 + 1,52 \cdot 16} = 7$$

3.4 Поверхностная и линейная плотность

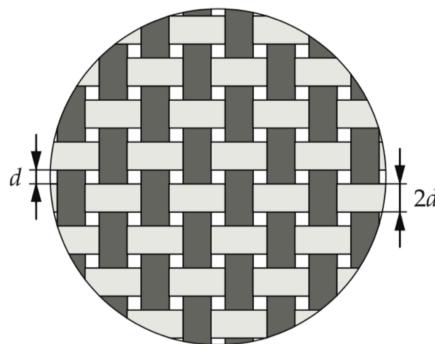
Дополнительные задачи — в листке [Поверхностная и линейная плотность](#).

3.4.1. (*Всеросс., 2021, МЭ, 7*) Для плоских однородных тел постоянной толщины удобной характеристикой является поверхностная плотность, то есть масса одного квадратного метра такого тела. Поверхностная плотность измеряется в кг/м². Тонкая шахматная доска (8×8 клеток) сделана из двух видов древесины. Поверхностная плотность чёрных клеток равна 2,4 кг/м², а белых — 3,2 кг/м².

- Чему равна средняя поверхностная плотность всей доски? Ответ выразите в кг/м², округлите до десятых долей.
- Стопка из 75 таких шахматных досок представляет собой куб с длиной ребра 30 см. Какова средняя *объёмная* плотность стопки? Ответ выразите в кг/м³, округлите до целого числа.
- Доску разрезали на две части. Каждая часть содержит не менее четырёх клеток. Какая минимальная поверхностная плотность может получиться у отрезанной части доски? Разрез производится по линиям сетки доски. Ответ выразите в кг/м², округлите до десятых долей.

$$1) 2,8; 2) 700; 3) 2,6$$

3.4.2. (МОШ, 2022, 7) Пластиковое полотно. Большое количество полосок из пластика шириной $2d$ и толщиной $0,02d$ переплели между собой так, что получилось пластиковое полотно, небольшой фрагмент которого показан на рисунке. Ширина промежутка между любыми двумя параллельными полосками равна d .



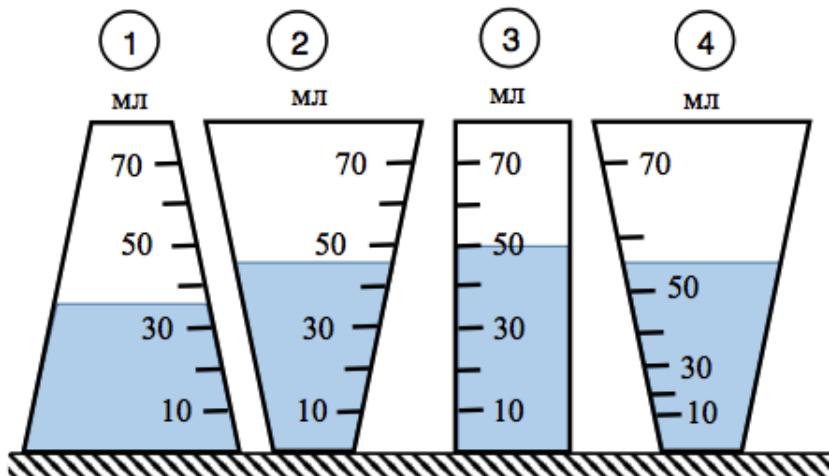
- A) Как изменится поверхностная плотность полотна, если все линейные размеры (полосок и промежутков) станут в два раза меньше?
- B) Во сколько раз изменится поверхностная плотность полотна, если ширина промежутков между полосками станет равна $0,5d$?

A) Уменьшится в 4 раза; B) уменьшится в 1,2 раза

3.5 Скорость заполнения

Дополнительные задачи — в листке [Скорость заполнения](#).

3.5.1. (Всеросс., 2020, ШЭ, 7) На рисунке изображены четыре вертикальных сосуда с круглым горизонтальным сечением. Их поставили на стол рядом друг с другом и сфотографировали сбоку (см. рисунок). На стенки этих сосудов нанесены шкалы. При этом правильное значение объёма жидкости можно определить только с помощью одного из этих сосудов. В сосуды одновременно начали добавлять жидкость, которая течёт в каждый сосуд тонкой струйкой с одинаковой скоростью 10 миллилитров (мл) в секунду.



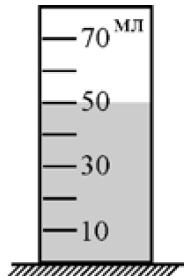
1. Сколько времени наливалась жидкость в сосуды? Ответ укажите в секундах, округлив до целого числа?

2. Какова цена деления у сосуда с правильной шкалой? Ответ укажите в миллилитрах, округлив до целого числа.
3. Выльется ли вода из второго сосуда, если в него перелить всю жидкость из третьего сосуда? Укажите в ответе «1», если да, или «2», если нет.

1) 5; 2) 10; 3) 2

3.5.2. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 7*) В частично заполненную водой мензурку (см. рис.) начали тонкой струйкой доливать жидкость со скоростью 120 миллилитров (мл) в минуту. Через какое время мензурка наполнится до края?

1. 0,6 минуты.
2. 50 секунд.
3. 15 секунд.
4. 35 секунд.



B

3.5.3. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 7*) У Маши на кухне начал подтекать кран с холодной водой. Маша обнаружила, что кружка объёмом 300 мл заполняется водой за 5 минут.

1. Сколько двенадцатилитровых вёдер потребуется, чтобы вместить воду, вылившуюся из крана за сутки?
2. Сколько придётся дополнительно заплатить за напрасно потерянную воду, если папа не починит кран в течение недели, а стоимость одного кубометра воды составляет 42 рубля? Ответ округлите до копеек. В качестве ответа приведите два числа — количество полных рублей и количество копеек.

1) 8; 2) 25, 40

3.6 Метеорология и пробки

Дополнительные задачи — в листке [Метеорология и пробки](#).

3.6.1. (*Всеросс., 2021, МЭ, 7*) Идёт дождь. Капли дождя движутся вертикально с постоянной скоростью $v = 10 \text{ м/с}$ (из-за сопротивления воздуха). В одном кубометре воздуха находятся в среднем $n = 200$ капель, а масса одной капли равна $m_0 = 150 \text{ мг}$. На улице стоит цилиндрическая бочка с вертикальными стенками. С какой скоростью поднимается уровень воды в бочке в результате дождя? Ответ дайте в мм/с и округлите до десятых долей. Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$.

8,0

3.6.2. (*Олимпиада Максвелла, 2021, РЭ, 7*) Две цилиндрические кастрюли стояли под дождём. Первая заполнилась за время $T_1 = 4$ ч, а вторая — за $T_2 = 2$ ч. Если бы вода из второй кастрюли перетекала в первую с постоянным объемным расходом, то они заполнились бы одновременно за $T = 2,5$ ч.

Определите отношение высот h_1/h_2 , площадей S_1/S_2 и объёмов V_1/V_2 кастрюль. Интенсивность дождя считайте постоянной.

Примечание: под интенсивностью дождя понимается объём осадков, выпадающих за единицу времени на единичную площадку.

$$\frac{h_1}{T_1} = \frac{L_1}{T_1} = 2; \quad \frac{h_2}{T_2} = \frac{L_2}{T_2} = \frac{3}{1}; \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{h_1 S_1}{h_2 S_2} = \frac{L_1 - L_2}{L_2} = \frac{S_1 - S_2}{S_2}$$

Глава 4

Взаимодействие тел

4.1 Силы

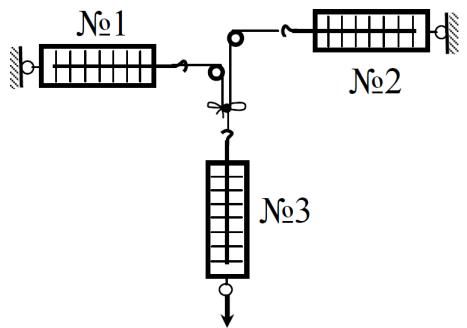
Дополнительные задачи — в листке [Сила](#).

4.1.1. («Будущие исследователи — будущее науки», 2016, 7) Переднеприводный автомобиль, у которого двигатель вращает передние колеса, трогается с места и набирает скорость. В какую сторону по отношению к вектору скорости автомобиля направлены силы трения, действующие на передние и задние колеса? Какая сила трения больше?

4.1.2. («Надежда энергетики», 2016, 7) В НИУ «МЭИ» проводятся «университетские субботы» — научно-познавательные лекции и занятия со школьниками. Одна из таких встреч состоялась на кафедре физики и была посвящена законам механики. При обсуждении закона всемирного тяготения школьникам задали вопрос: «Как известно, на все тела на Земле существует сила притяжения со стороны Солнца. Днём эта сила вычитается из силы притяжения тел к Земле, а ночью складывается с ней. Означает ли это, что ночью все тела на Земле весят больше, чем днём?» Сможете ли вы повторить правильный ответ, который дали будущие студенты МЭИ?

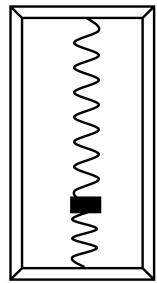
4.1.3. («Надежда энергетики», 2021, 7) Наверняка вы знаете, почему в морях и океанах возникают приливы и отливы. Причина их возникновения заключается в действии силы притяжения со стороны Луны и Солнца. Почему же тогда не бывает приливов и отливов в реках и озерах? Почему Луна, притягивая огромные массы воды, не притягивает песок в Сахаре или пыль в атмосфере?

4.1.4. (Всерсб., 2016, 7) Имеются три динамометра с одинаковыми длинами шкал. Динамометр №1 рассчитан на максимальную силу 5 Н, а динамометры №2 и №3 рассчитаны на 10 Н каждый. Динамометры №1 и №2 закреплены, к их концам привязаны нити, которые перекинуты через блоки (см. рис.). Концы нитей связаны, а к узлу прикреплен динамометр №3, который медленно перемещают, натягивая нити. В некоторый момент показания динамометров, в порядке нумерации, составляют 1 Н, 3 Н и 4 Н. Что будут показывать динамометры №1 и №2, когда третий динамометр станет показывать 10 Н? Считать, что нити нерастяжимы, трением можно пренебречь.



Динамометр №1 = 3 Н, динамометр №2 = 7 Н

4.1.5. («Росатом», 2021, 7) Две пружины с коэффициентами жесткости k и $2k$ и длиной в недеформированном состоянии l прикрепили к торцам неподвижной вертикальной рамки высотой l (более жесткая пружина сверху). Затем между пружинами закрепили тело массой m . На какой высоте от нижнего торца рамки будет находиться положение равновесия тела? Размеры тела малы. Пружины вертикальны. Считать, что при любых деформациях пружин справедлив закон Гука: $F_{\text{упр}} = k\Delta x$, где Δx — деформация пружины.

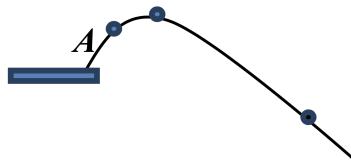


$$\frac{mg}{2m - \frac{l^2}{4}} = x$$

4.2 Вес тела

Дополнительные задачи — в листке [Вес тела](#).

4.2.1. («Надежда энергетики», 2015, 7) Вы взяли в руки груз массой 3 кг, встали на стул и прыгнули вместе с грузом на пол. Чему равен вес груза в точке A траектории прыжка?



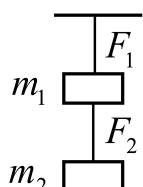
4.2.2. («Надежда энергетики», 2017, 7) К приходу гостей Карабас-Барабас решил повесить на стенку портрет своего дедушки в тяжёлой бронзовой раме. Он забил в стену специальное крепление, в инструкции к которому было написано: «...рассчитано на груз не более 5 кг». Карабасу кажется, что масса картины больше. Как ему заранее узнать, выдержит ли крепление, если у него есть верёвка и динамометр с пределом измерения 30 Н?

4.2.3. («Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 7) Подвешенная к потолку за один конец пружина растягивается под действием собственного веса на 1 см. На сколько изменится растяжение пружины, если к ней подвесить груз, масса которого вдвое больше массы пружины?

$$\text{Поскольку вес пружины на } 4 \text{ см и сила тяжести } 5 \text{ см}$$

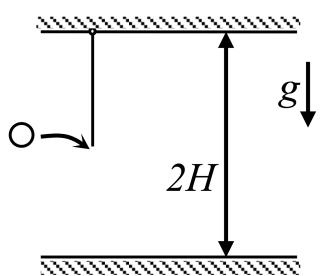
4.2.4. («Росатом», 2023, 7) На двух невесомых нитях подвешены два тела так, как это показано на рисунке. Отношение сил натяжения верхней и нижней веревки известно: $F_1 : F_2 = 7 : 3$. Найти отношение масс верхнего и нижнего тел $m_1 : m_2$.

$$\frac{\xi}{\nu} = 1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_{mm}}$$



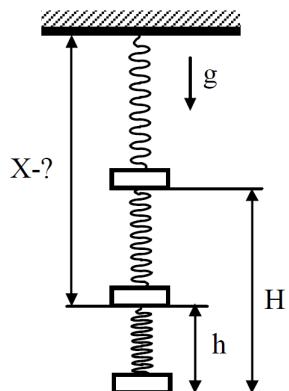
4.2.5. (Всесиб., 2023, 7) Комната имеет высоту $2H$. С потолка комнаты свисает резинка, конец которой находится на высоте H над полом. К концу резинки прикрепляют небольшой груз с неизвестной массой, который опускается до самого пола и давит на пол с силой F_1 . Затем к середине растянутой резинки прикрепляют еще один такой же груз. После установления нового равновесия нижний груз давит на пол с силой F_2 . Чему равна жесткость всей этой резинки? Считать, что любая часть резинки всегда остается растянутой.

$$\frac{H}{2F_2 - 3F_1}$$



4.2.6. (Всесиб., 2017, 7) У Пети было много одинаковых пружин и грузов. Он соорудил «гирлянду» из трех пружин и трех грузов (см. рис.). Самый нижний груз был на h ниже среднего, и на расстояние H ниже самого верхнего. На каком расстоянии X от потолка висит средний груз? Размерами грузов пренебречь.

$$4h - H = X$$

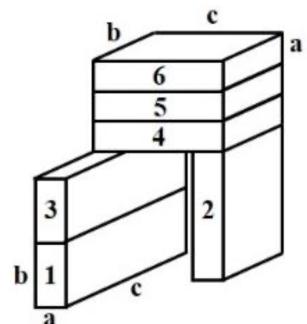


4.3 Давление

Дополнительные задачи — в листке [Давление](#).

4.3.1. («Надежда энергетики», 2018, 7) Фигура, которая изображена на рисунке, составлена из шести одинаковых деревянных брусков. Длины трех различных ребер бруска a , b и c относятся как $1 : 2 : 4$. Найдите отношение давлений бруска 5 на бруск 4 к давлению бруска 1 на землю.

$$\frac{1}{2}$$



4.4 Равновесие рычага

Дополнительные задачи — в листке [Равновесие рычага](#).

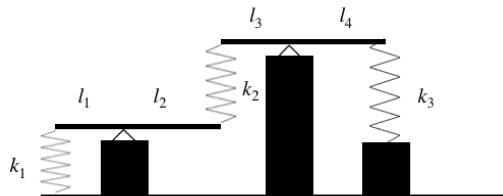
4.4.1. («Надежда энергетики», 2021, 7) Хитрый Продавец обманывал покупателей с помощью особых равноплечих рычажных весов. Коромысло весов с немного заржавевшей осью легко вращалось в одну сторону и с трудом в другую, но так, что это не бросалось в глаза. Однажды Умный Покупатель решил купить конфет по рублю за фунт. Продавец взвесил 5 фунтов конфет, но Покупатель, заподозрив неладное, попросил взвесить эти же конфеты на другой чашке весов — вышло 4,5 фунта. Определите, на какую сумму Продавец пытался обмануть Умного Покупателя.

на 26 копеек

4.4.2. («Курчатов», 2022, 7) На детской площадке стоят несимметричные качели-балансир. Про качели известно, что они представляют из себя рычаг, у которого точка опоры не обязательно находится посередине и у которого на одном плече установлены два сидения, а на другом — одно. Вася, Маша и Таня пришли на них кататься. Известно, что Таня и Маша весят одинаково, а Вася в полтора раза тяжелее Маши. Дети заметили, что если девочки займут сидения с одной стороны качелей относительно точки опоры, а Вася — с другой, то наступит равновесие. Пусть Таня сидит ближе к точке опоры качелей, чем Маша. Тогда Вася сидит в три раза дальше от точки опоры, чем Таня. Найдите отношение расстояния от Тани до Маши к расстоянию от Тани до точки опоры.

2,5

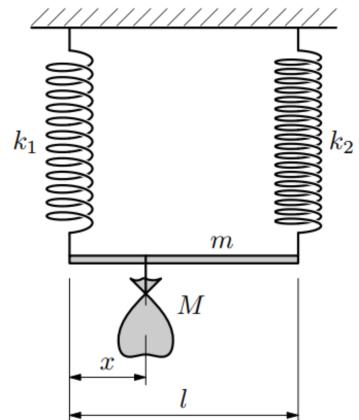
4.4.3. («Курчатов», 2022, 7) К двум очень легким рычагам с точками опоры, расположенными на разной высоте, прикреплены пружины, как показано на рисунке. Жесткости пружин равны: $k_1 = k_2 = k_3$. Система находится в равновесии, рычаги расположены горизонтально, а деформации пружин имеют только вертикальные составляющие. Найдите модуль отношения деформации пружины k_3 к деформации пружины k_1 , если плечи рычагов соотносятся следующим образом: $l_1 : l_2 : l_3 : l_4 = 1 : 2 : 3 : 4$. Ответ округлите до третьей значащей цифры.



8
8

4.4.4. («Курчатов», 2023, 7) Две пружины пренебрежимо малого веса с жёсткостями $k_1 = 16 \text{ Н/м}$ и $k_2 = 32 \text{ Н/м}$ прикреплены к потолку. Концы пружин соединены однородным стержнем постоянного сечения длиной $l = 20 \text{ см}$ и массой $m = 100 \text{ г}$. К стержню подвешен мешок массой $M = 500 \text{ г}$. Определите расстояние от левого края стержня до точки $x \in [0; l]$, в которой закреплён мешок, если известно, что стержень удерживается в горизонтальном положении. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ Н/кг}$.

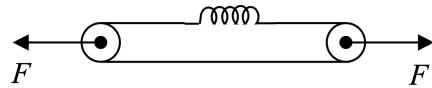
$$x = \frac{k_2(2M + m) - k_1 m}{k_2(2M + m) - k_1 m} l = 14 \text{ см}$$



4.5 Блоки

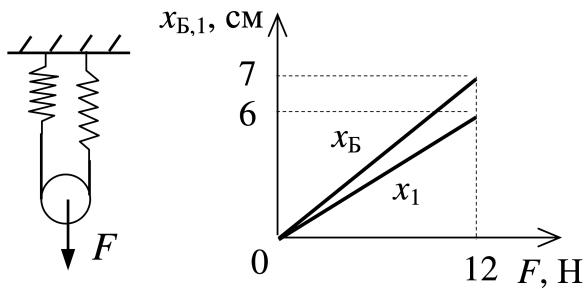
Дополнительные задачи — в листке [Блоки](#).

4.5.1. («Будущие исследователи — будущее науки», 2019, 7) Концы пружины жесткости k соединены нитью, переброшенной через два блока, которые лежат на гладком горизонтальном столе (см. вид сверху на рис.). В начальном положении пружина недеформирована, нить не провисает. На сколько увеличится расстояние между блоками, если к их центрам приложить противоположно направленные силы величины F ?



$$\text{на } F/(4k)$$

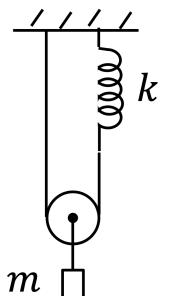
4.5.2. («Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 7) В системе, показанной на рисунке, концы подвешенных пружин соединены нитью, на которой висит блок. Блок начинают тянуть вниз с силой F , величину которой постепенно увеличивают. Используя график зависимости смещения блока x_B и конца одной из пружин x_1 от величины F (см. рис.), найти коэффициенты жесткости пружин.



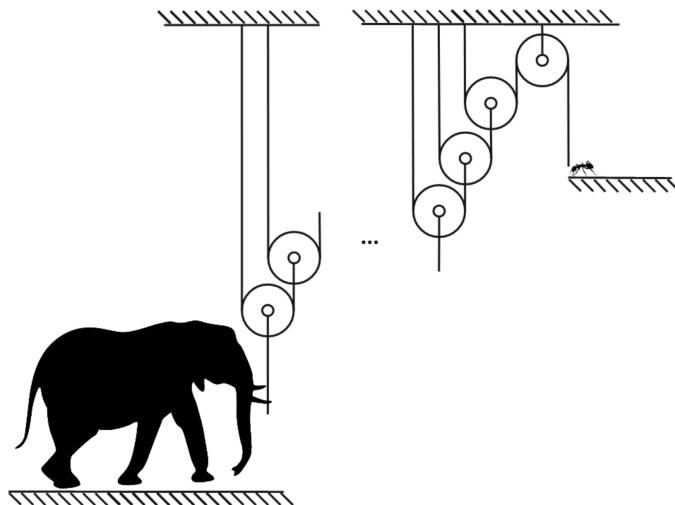
$$k_1 = 1 \text{ H/cm}; k_2 = 0,75 \text{ H/cm}$$

4.5.3. («Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 7) В системе, состоящей из блока пренебрежимо малой массы, нити и пружины жесткости k , к оси блока подвесили груз массы m (см. рис.) На сколько при этом сместился блок? Ускорение свободного падения равно g .

$$\frac{\sqrt{4}}{9} \text{ м}$$



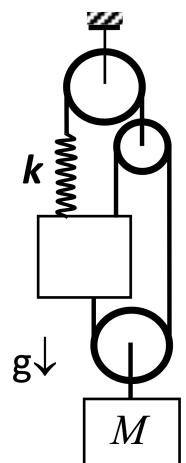
4.5.4. («Курчатов», 2022, 7) Маленький муравей вертикально тянет веревку с силой 1 Н. Веревка перекинута через неподвижный блок, прикрепленный к потолку, и через подвижный блок соединена с потолком. К центру этого подвижного блока также прикреплена веревка, которая соединена с потолком через другой подвижный блок. Так цепочка подвижных блоков продолжается несколько раз, а к последнему блоку привязана веревка, за которую схватился слон. Слон тянет конец веревки с силой 5000 Н, также вертикально. Найдите наименьшее необходимое количество подвижных блоков для того, чтобы муравей смог перетянуть веревку на свою сторону. Блоки считать невесомыми, а веревку — нерастяжимой.



$$13 = n$$

4.5.5. (Всесиб., 2020, 7) Имеется три блока, пружина с жесткостью k , груз с массой M и еще один груз с неизвестной массой. С помощью нитей собрали систему, показанную на рисунке справа, и подвесили ее к потолку. Чему равна деформация ΔL пружины, прикрепленной к грузу неизвестной массы, если известно, что вся система тел находится в равновесии? Считать, что массы всех тел, кроме грузов, пренебрежимо малы.

$$\frac{g}{6}M = T \nabla$$



4.6 Соединения пружин

Дополнительные задачи — в листке [Соединения пружин](#).

4.6.1. («Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 7) При подвешивании тела на двух одинаковых легких параллельно соединённых пружинах растяжение каждой из них составило 1 см. Затем одну из пружин прикрепили к телу снизу и, потянув за свободный конец, растянули ее опять на 1 см. Каким при этом стало растяжение верхней пружины?

$$3 \text{ cm}$$

4.6.2. (*Всесиб., 2015, 7*) Имеется три разные пружины с коэффициентами жесткости k , $3k$ и $6k$. Их в некотором порядке скрепили концами одну за другой. Свободные концы этой «составной» пружины сместили вправо: один конец — на 12 см, а другой — на 3 см. Насколько изменилась длина пружины со значением коэффициента жесткости $3k$?

$$\Delta L_1 = 2 \cdot \Delta L / 9 = 2 \text{ см}$$

4.6.3. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 7*) При подвешивании гирьки к резинке длиной 120 см она удлиняется на 12 см. Две третих длины резинки сложили вдвое и закрепили так, как показано на рисунке. На сколько теперь растянет резинку та же гирька?

на 6 см



4.6.4. (*Всесиб., 2019, 7*) Четверо жителей Цветочного города нашли длинную пружину и стали ставить с ней разные опыты. Когда они взялись за пружину в точках A , B , C и D (A и D — концы, B и C делят нерастянутую пружину на три равные части) и стали действовать на пружину с одинаковыми силами в направлении от середины, то между точками A и D расстояние увеличилось на L по сравнению с длиной нерастянутой пружины. Каково станет удлинение пружины, если жители возьмутся парами за ее концы и будут тянуть за них с прежними силами? Считать, что пружина однородна по длине и подчиняется закону Гука.

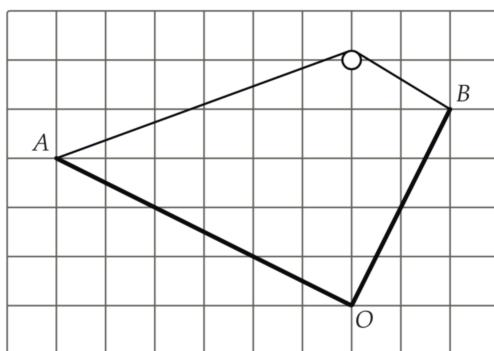


$$3L/2$$

4.7 Равновесие тел

Дополнительные задачи — в листке [Равновесие тел](#).

4.7.1. (*МОШ, 2022, 7*) Уголок состоит из двух однородных прямых стержней AO и BO одинакового сечения, жёстко соединённых в точке O (см. рисунок). Уголок подвешивают за нитку, привязанную к его концам, на гладком гвозде, вбитом в стену. В положении равновесия уголок располагается так, как показано на рисунке. Масса уголка равна 440 г. Нить можно считать невесомой.

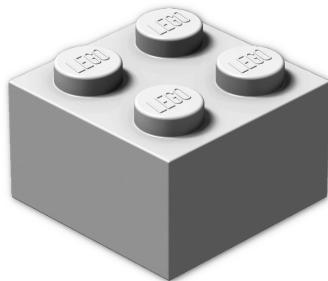


А) Найдите массы стержней.

В) Чему равна средняя плотность уголка, если плотность стержня AO равна $2700 \text{ кг}/\text{м}^3$?

$$1) m_1 = 110 \text{ г}, m_2 = 330 \text{ г}; 2) 6480 \text{ кг}/\text{м}^3$$

4.7.2. (МОШ, 2023, 7) LEGO. Ребёнок хочет собрать устойчивую башню, использовав минимальное количество LEGO кирпичиков размером 2×2 (см. рисунок ниже). Детали он ставит либо строго одну на другую, чтобы все штырьки нижнего кирпичика вошли в соответствующие отверстия верхнего кирпичика, либо сдвигает из этого положения вправо или влево на расстояние, равное половине длины детали. На каждом ярусе башни содержится не более одной детали конструктора. Если линия действия результирующей силы тяжести попадает на границу основания башни, то она опрокидывается. Детали хорошо крепятся друг к другу.

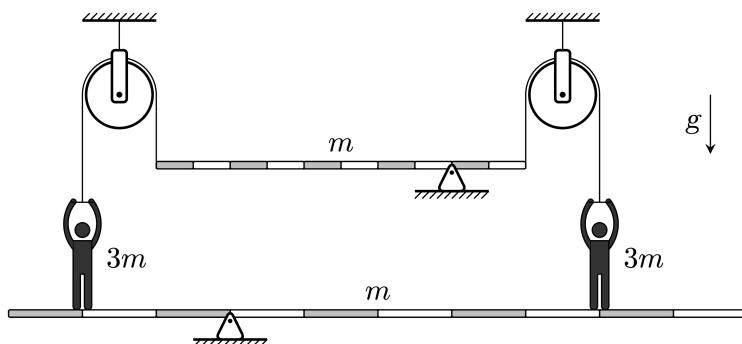


- A. Какое количество LEGO кирпичиков использовал ребёнок, если он построил устойчивую башню, при этом оказалось, что верхняя и нижняя детали сдвинуты друг относительно друга по горизонтали на расстояние, равное удвоенной длине кирпичика?
- B. На каком максимально возможном расстоянии друг от друга по горизонтали могут находиться верхняя и нижняя детали, если ребёнок использовал 11 кирпичиков?

В качестве ответов на вопросы приведите схематичные рисунки башен с краткими пояснениями.

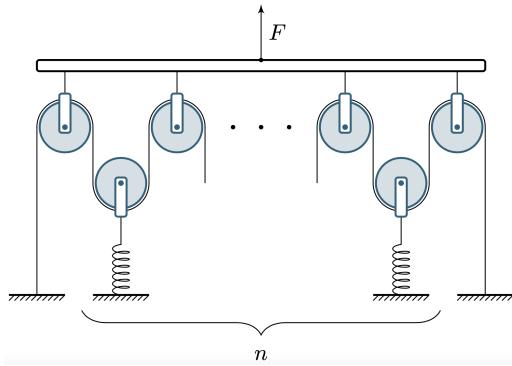
$$A) 9 \text{ кирпичиков}; B) 2,5a, где } a - \text{ширина детали}$$

4.7.3. (Олимпиада Максвелла, 2021, ЗЭ, 7) На рисунке представлена система, состоящая из двух однородных стержней массой m , шарнирно закреплённых на опорах, лёгких нитей, перекинутых через блоки. На нижнем стержне стоят два человека массой $3m$ каждый, с помощью нитейдерживающие систему в равновесии. Определите силы давления людей на нижний стержень и силы натяжения нитей. Участки нитей, не касающиеся блоков, вертикальны. Стержни горизонтальны, и каждый из них разделён на равные отрезки. Трение в шарнирах и осях блоков отсутствует.



$$\text{Небольшое: } N_1 = \frac{36}{7}mg, T_1 = \frac{36}{7}mg; \text{ большое: } N_2 = \frac{36}{7}mg, T_2 = \frac{36}{7}mg$$

4.7.4. (Олимпиада Максвелла, 2022, ЗЭ, 7) **Неодинаковые пружины.** Длинную лёгкую пружину жёсткостью k разрезали на n частей (не обязательно одинаковых). Из получившихся пружин, лёгких нерастяжимых нитей, лёгких гладких блоков и лёгкой планки собрали конструкцию, изображённую на рисунке.



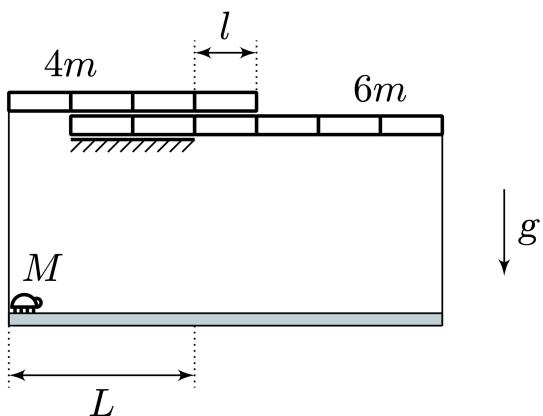
- Найдите силу натяжения нити T , перекинутой через блоки, если к планке приложена сила F .
- Определите, в каком диапазоне может меняться значение эффективной жёсткости $k_{\text{эфф}}$ полученной конструкции на растяжение при заданном n .

При движении планка не вращается.

Примечание: эффективной жёсткостью называется величина $k_{\text{эфф}} = \frac{F}{\Delta x}$, где F — сила, приложенная к планке, Δx — смещение планки относительного начального положения.

$$1) T = \frac{F(n+1)}{2}; 2) k_{\text{эфф}} = (n+1)k$$

4.7.5. (Олимпиада Максвелла, 2023, ЗЭ, 7) На рисунке изображена система, состоящая из двух однородных балок с массами $4m$ и $6m$, разделённых штрихами на равные части, лёгкого стержня длиной $7l$, подвешенного к балкам на лёгких нитях, и небольшого жука, находящегося у левого края стержня. Система расположена на неподвижной горизонтальной опоре длиной $2l$. Нити вертикальны, балки и стержень горизонтальны.



- При каких значениях массы M жук такое равновесие возможно?
- Жук массой $M = M_1$ начинает медленно переползать в направлении правого края стержня. На какое расстояние L жук удалится от левого края стержня в момент, когда система выйдет из положения равновесия? Определите максимально возможное значение этого расстояния L_{\max} . При каком отношении масс $\alpha = M_1/m$ оно достигается?

$$1) \frac{3}{2}m \geq M \geq 4m; 2) \alpha = 4$$

4.8 Работа, мощность энергия

Дополнительные задачи — в листке [Работа и энергия](#).

4.8.1. (*Олимпиада Максвелла, 2021, ЗЭ, 7*) Теоретик Баг с помощью неподвижного блока поднял на высоту $h = 10$ м оборудование общей массой $m_1 = 1000$ кг. Для компенсации потерь энергии, затраченной на подъём груза, ему потребовалось употребить с едой на 500 килокалорий больше, чем в обычный рабочий день, проведённый на стуле за компьютером. На следующий день Баг заметил несколько ящиков общей массой $m_2 = 240$ кг, которые он вчера забыл поднять. Проявив сообразительность, он, используя тот же блок, для движения верёвки применил электродвигатель с КПД $\eta_{\text{эд}} = 70\%$. Баг определил, что для подъёма груза m_2 электродвигатель потребил 10 Вт · ч электроэнергии. Чему равны КПД η_b блока и самого Бага? Коэффициент $g = 10$ Н/кг, 1 калория равна 4,2 Дж.

Примечание: КПД человека равен отношению совершённой им работы к потреблённой им для этого энергии.

$$\eta_b = \frac{\eta_b}{\eta_{\text{Баг}}} = \frac{0,7}{0,952} \approx 0,73\%$$

Глава 5

Гидростатика

5.1 Эврика!

Дополнительные задачи — в листке [Эврика!](#).

5.1.1. (*Всесиб., 2017, 7*) У школьника Пети были два одинаковых ведра — первое с водой, а второе — с картошкой. Петя взвесил ведра вместе с содержимым и получил значения масс 9 кг для первого и 5,8 кг для второго, соответственно. Затем из ведра с водой он аккуратно перелил половину воды в ведро с картошкой. При этом оказалось, что картошка полностью покрыта водой, а уровень воды в этом ведре стал таким же, как раньше был в ведре с водой. Теперь он опять взвесил второе ведро и получил значение его массы 9,8 кг. Определите по этим данным собственную плотность картофеля. Считать, что плотность воды равна $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$.

$1000 \text{ кг}/\text{м}^3$

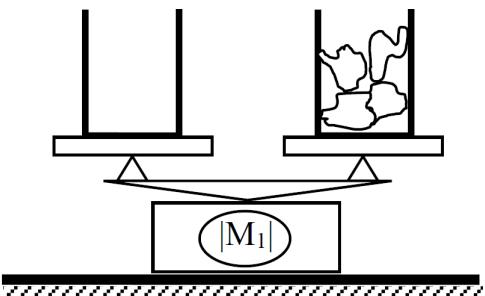
5.1.2. (*«Росатом», 2022, 7*) В цилиндрический сосуд налила вода плотности $\rho_{\text{в}} = 1 \text{ г}/\text{см}^3$, а поверх нее слой масла с плотностью $\rho_{\text{м}} = 0,8 \text{ г}/\text{см}^3$. Когда в сосуд опустили кусок водяного льда, уровень воды поднялся на $\Delta h = 5 \text{ см}$, а уровень масла поднялся на $2\Delta h$, и лед был полностью погружен в жидкость. На сколько изменятся уровни воды и масла, когда лед растает? Плотность льда $\rho_{\text{л}} = 0,9 \text{ г}/\text{см}^3$. Вода и масло не перемешиваются.

Является ли объем масла в 4 раза больше объема воды?

5.1.3. (*«Росатом», 2023, 7*) В открытый сосуд налили (не до верха) воду объемом $V = 200 \text{ мл}$. Когда в сосуд аккуратно опустили металлическую гирьку, которая полностью в него поместилась, из сосуда вылилась вода объемом $V/5$. Когда в тот же сосуд налили вдвое меньшее количество воды и положили вдвое более тяжелую гирьку из того же металла, которая полностью в него поместилась, из сосуда вылился объем воды $V/10$. Найти объем сосуда.

$\frac{9}{10}$

5.1.4. (Всесиб., 2018, 7) Имеются весы, которые показывают **величину** разницы масс грузов, находящихся на разных чашках. Школьник установил на разные чаши весы по одинаковому стакану и положил в один из них бесформенные камешки. Показания весов после этого составили $M_1 = 0,52$ кг. Затем школьник в оба стакана налил доверху воду. После этого прибор стал показывать значение $M_2 = 0,32$ кг. Чему равняется собственная плотность камней, если вода полностью их покрывает? Считать, что плотность воды 1000 кг/м^3 .



$$\rho_a = \rho_a \cdot \frac{M_1 - M_2}{M_1} = 2600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

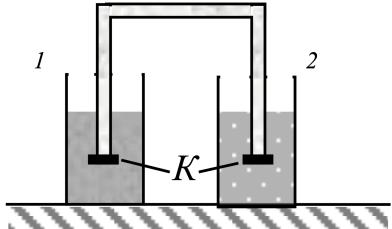
5.2 Давление жидкости

Дополнительные задачи — в листке [Давление жидкости](#).

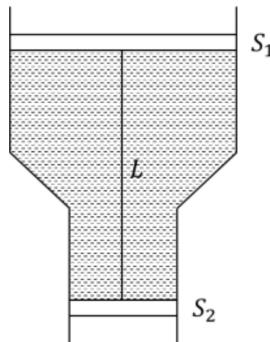
5.2.1. («Надежда энергетики», 2019, 7, 8) В своей научной работе «Opera geometrica» в 1644 г. итальянский математик и физик Эванджелиста Торричелли изложил устройство ртутного барометра. Величина атмосферного давления измерялась таким барометром по высоте столба ртути, находившейся в стеклянной трубке, нижний конец которой был опущен в сосуд с ртутью, а верхний запаян. Если трубку ртутного барометра подвесить на нити к динамометру так, что её нижний конец по-прежнему будет опущен в сосуд с ртутью (не касаясь при этом дна сосуда), то можно ли определить значение атмосферного давления по показаниям динамометра? Поясните ваш ответ.

Любое использование материалов сайта допускается только с письменного разрешения администрации

5.2.2. («Надежда энергетики», 2020, 7) Изогнутая в виде буквы П широкая трубка заполнена жидкостью плотностью ρ_1 и одним концом опущена в открытый сосуд с такой же жидкостью, а другим концом — в открытый сосуд с жидкостью плотностью $\rho_2 = 0,5\rho_1$. Концы трубки закрыты специальными клапанами K . Уровни жидкостей в сосудах одинаковы. В некоторый момент времени клапаны одновременно открываются. Что произойдет с жидкостью в трубке и с уровнями жидкостей в сосудах? Объясните ваш ответ.

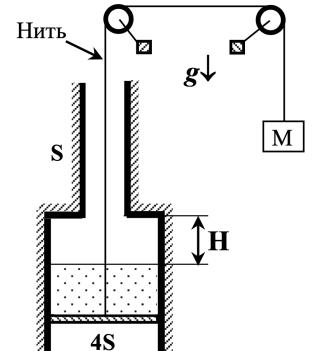


5.2.3. («Надежда энергетики», 2023, 7, 8) Невесомые поршни вставлены в сосуд переменного сечения и связаны идеальной нитью. Площади поршней S_1 и S_2 , длина нити L . Между поршнями находится вода плотностью ρ . Определите силу натяжения нити. Трением поршней о стенки сосуда пренебречь.



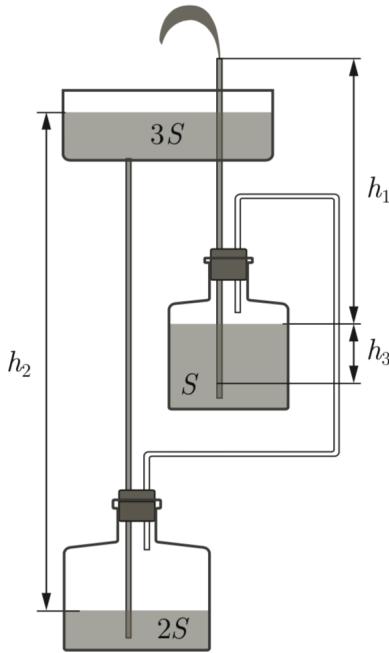
$$\frac{\tau_{S_1} - \tau_{S_2}}{\tau_{S_1} + \tau_{S_2} b d} = L$$

5.2.4. (Всесиб., 2023, 7) Цилиндрическая труба, составленная из двух частей, с площадью сечения S (сверху) и $4S$ (снизу), закреплена вертикально. Нижняя часть трубы перекрыта подвижным невесомым поршнем, к которому с помощью нити и блоков прикреплен груз с массой M (см. рис. справа). В трубе над поршнем находится жидкость, уровень которой *ниже* места соединения частей на H . Массу груза *удваивают*, и в новом положении равновесия уровень жидкости становится *выше* места соединения частей на $H/2$. Чему равна плотность ρ жидкости, налитой в трубу? Считать, что поршень до места сужения трубы не доходит, внешним давлением пренебречь.



$$\frac{H S^3}{M g} = \sigma$$

5.2.5. (МОШ, 2020, 7) На рисунке ниже изображена схема «Фонтана Герона». Три сосуда с вертикальными стенками, площади оснований которых указаны на рисунке ($S = 100 \text{ см}^2$), соединены системой трубок с площадью сечения $S_1 = 10 \text{ мм}^2$. Суммарный объём воздуха в нижних сосудах остаётся при работе фонтана постоянным.



Вся вода, выходящая из верхней трубки и образующая фонтан, в итоге оказывается в верхнем сосуде. Квадрат скорости воды v на выходе из трубы определяется выражением

$$v^2 = \alpha (h_2 - h_1),$$

где α — неизвестный коэффициент пропорциональности, расстояния h_1 и h_2 показаны на рисунке. В процессе работы фонтана расстояния h_1 , h_2 и h_3 меняются.

1) Как изменяется уровень воды в верхнем сосуде в процессе работы фонтана?

В некоторый момент времени указанные на рисунке расстояния равны: $h_1 = 35$ см, $h_2 = 60$ см, а скорость воды, бьющей из трубочки, равна $v = 2,0$ м/с.

- 2) Найдите скорости изменения уровней воды в нижних сосудах в этот момент времени.
- 3) По истечении некоторого времени уровень воды в среднем сосуде опустится на величину $h_3 = 6$ см, при этом нижний сосуд ещё не заполнится. Чему равна в этот момент скорость воды на выходе из трубы?

1) $\gamma_{\text{воды}} = 10^3 \text{ Н/м}^2$; 2) 2 м/с ; 3) $1,6 \text{ м/с}$

5.3 Гидравлический пресс

Дополнительные задачи — в листке [Давление жидкости](#).

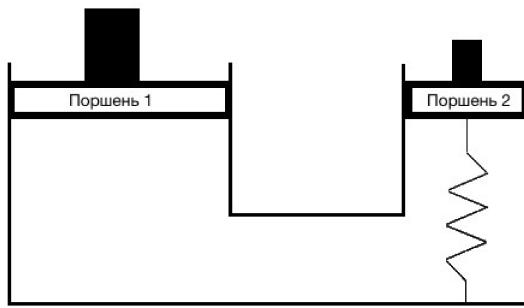
5.3.1. («Надежда энергетики», 2015, 7, 8) Имеются два гидравлических пресса. Радиус большого поршня второго пресса на $x = 20\%$ больше, чем радиус большого поршня первого пресса, а площадь малого поршня второго пресса на те же $x = 20\%$ меньше, чем площадь малого поршня первого пресса. Когда к малому поршню первого пресса прилагают силу $F_1 = 10$ Н, то на большой поршень действует сила $F_2 = 120$ Н. Какая сила будет действовать на большой поршень второго пресса, если к его малому поршню приложить силу F_2 ?

$$F_2^3 = \frac{F_1(1-x)}{F_2 \cdot (1+x)^2} = 2592 \text{ Н}$$

5.3.2. («Надежда энергетики», 2018, 7) Имеются два гидравлических пресса. Радиус большого поршня второго пресса на $x = 20\%$ больше, чем радиус большого поршня первого пресса, а площадь малого поршня второго пресса на те же $x = 20\%$ меньше, чем площадь малого поршня первого пресса. Когда к малому поршню первого пресса прилагают силу $F_1 = 10$ Н, то на большой поршень действует некоторая сила F_2 . Когда к малому поршню второго пресса прикладывают силу F_2 , то на большой поршень действует сила $F_3 = 1800$ Н. Определите силу F_2 .

$$F_2 = \frac{x+1}{F_1 S_1 (1-x)} H_001$$

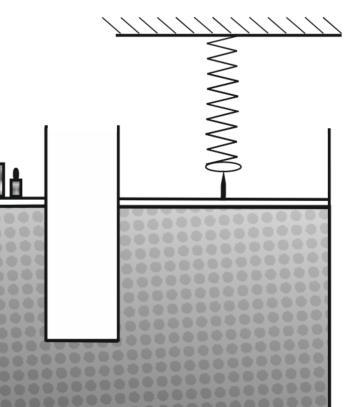
5.3.3. («Курчатов», 2021, 7) Два сообщающихся сосуда, заполненных жидкостью, закрыты подвижными невесомыми поршнями, к одному из которых прикреплена невесомая пружина с коэффициентом жесткости $k = 100$ Н/м. В начальный момент времени на поршнях помещены гирьки, причем масса гирьки 1 в четыре раза больше массы гирьки 2. Площадь поршня 1 равна $S_1 = 100$ см². Пружина при этом не растянута, а поршни находятся на одном уровне. Плотность жидкости равна $\rho = 0,5$ г/см³. На рисунке изображено начальное состояние системы.



Затем на поршень 1 дополнительно ставят гирьку массы $m = 500$ г. Найдите возникающее при этом удлинение пружины. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с².

$$\Delta x_1 \approx \frac{\frac{m}{\rho g} + S_1 p_0 g - S_2 p_0 g}{k}$$

5.3.4. («Курчатов», 2022, 7) К потолку прикреплена пружина, нижняя часть которой представляет собой горизонтальное проволочное кольцо с натянутой на него тонкой нерастяжимой пленкой. Снизу в пленку упирается игла — острый вертикальный стержень, нижний конец которого закреплен на большем поршне гидравлического пресса. Площадь поперечного сечения иглы $S_{\text{иглы}} = 4$ мм², площади меньшего и большего поршней пресса $S_1 = 100$ см² и $S_2 = 400$ см². В начальный момент пружина не деформирована. Ученик начинает класть на меньший поршень маленькие грузики. Когда суммарная масса грузиков стала равна $m = 100$ г, пленка лопнула. Найдите следующие величины:

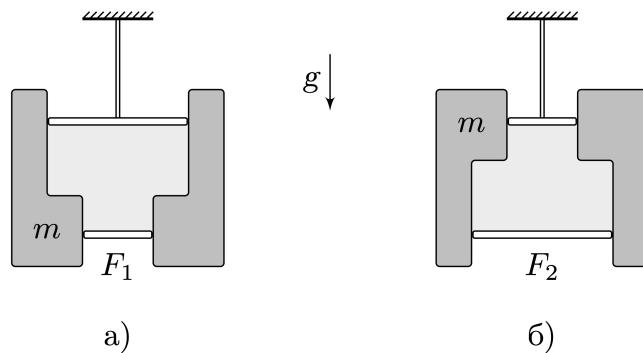


1. Сдвиг Δx_1 меньшего поршня пресса от своего первоначального положения. Ответ выразите в сантиметрах.
2. Давление P , необходимое для разрушения пленки. Числовой ответ выразите в мегапаскалях.

Жесткость пружины равна 9 Н/см. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

$$\Delta x = 2 \text{ cm}, P = \frac{F}{S} = \frac{F_1}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4 F_1}{\pi d^2} = 1 \text{ МПа}$$

5.3.5. (*Олимпиада Максвелла, 2021, ЗЭ, 7*) Для того, чтобы подвешенный за верхний поршень гидравлический пресс оставался в покое, к его нижнему поршню необходимо прикладывать вертикальную силу $F_1 = 50 \text{ Н}$ (см. рис. а). Если пресс перевернуть и подвесить за другой поршень, то для его равновесия к нижнему поршню нужно будет приложить вертикальную силу $F_2 = 200 \text{ Н}$ (см. рис. б). Определите, в какую сторону направлены силы F_1 и F_2 . Найдите, во сколько раз отличаются площади поршней и чему равна масса m пресса. Массой поршней и жидкости внутри пресса можно пренебречь. Трения в системе нет, $g = 10 \text{ Н/кг}$.



$$\text{если } F_1 \text{ направлена вниз, то } F_2 \text{ направлена вверх; } \frac{F_2}{F_1} = 4; m = 15 \text{ кг}$$

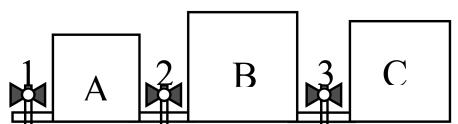
5.4 Сообщающиеся сосуды

Дополнительные задачи — в листке [Сообщающиеся сосуды](#).

5.4.1. (*«Надежда энергетики», 2017, 7*) На горизонтальном столе стоят два цилиндрических сосуда, радиусы которых отличаются в 2 раза, соединённые горизонтальной трубкой вблизи дна. В сосуды наливают воду и в один из них кладут металлический кубик объёмом $V = 1 \text{ см}^3$ и массой $m = 10 \text{ г}$, после чего силы давления сосудов на стол становятся одинаковыми. Найдите объём воды в сосудах, если плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$. Массой соединительной трубы и объёмом воды в ней можно пренебречь.

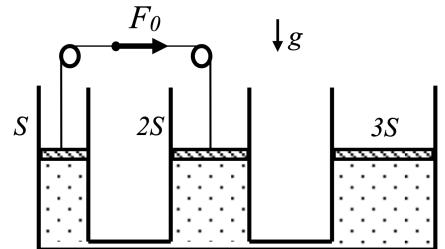
$$16,4 \text{ см}^3$$

5.4.2. (*«Росатом», 2022, 7*) Три сосуда A , B и C соединены двумя трубками с кранами 2 и 3. Сосуд A сообщается с атмосферой через трубку с краном 1. Первоначально все краны закрыты, из сосудов откачен воздух. Если открыть кран 1, в сосуде A окажется масса воздуха m . Если теперь закрыть кран 1 и открыть кран 2 в сосуде B окажется масса воздуха $7m/9$. Если теперь открыть кран 3 (не меня положения других кранов), в сосуде C окажется масса воздуха $m/4$. Какая масса воздуха будет в сосуде C , если открыть все три крана? Воздух равномерно заполняет весь доступный ему объем.



$$m \frac{7}{8}$$

5.4.3. (Всесиб., 2022, 7) Имеется три сообщающихся сосуда, в которые налита жидкость с плотностью ρ . Сосуды перекрыты подвижными тяжелыми поршнями с площадью сечения S , $2S$ и $3S$ (см. рис.). Два меньших поршня соединены нитью, перекинутой через блоки. Все поршни удерживаются в равновесии на одном и том же уровне, когда к этой нити дополнительно приложена внешняя сила, равная F_0 , как показано на рисунке. Величину этой внешней силы медленно увеличивают вдвое. На какое расстояние из-за этого сместится *самый* большой поршень? Внешним давлением пренебречь, массы поршней можно считать одинаковыми, нить невесома, нерастяжима и всегда остается натянутой.

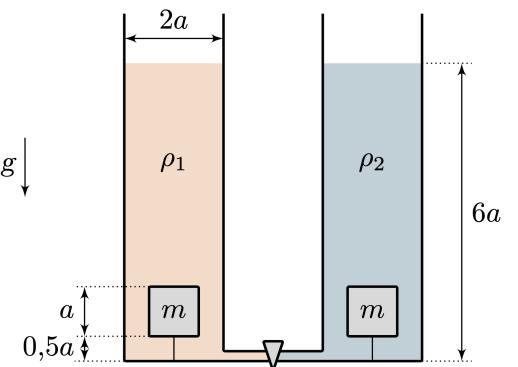


10
F₀

5.4.4. (Олимпиада Максвелла, 2023, ЗЭ, 7) Два одинаковых открытых сосуда квадратного сечения со стороной $2a$ с вертикальными стенками соединены в нижней части тонкой горизонтальной трубкой. На трубке установлен кран. Вначале кран закрыт, левый сосуд заполнен до уровня a жидкостью неизвестной плотности ρ_1 , а правый — до такого же уровня жидкостью неизвестной плотности ρ_2 . Ко дну каждого из сосудов прикреплены на лёгких нитях длины $0,5a$ одинаковые кубики с длиной ребра a , причём сила натяжения левой нити равна $3T$, а правой — T .

Кран открывают, и система приходит в равновесие. При этом жидкости не смешиваются и из сосудов не вытекают. В состоянии равновесия сила натяжения правой нити становится равной $2T$.

Определите плотности жидкостей ρ_1 , ρ_2 , а также массу кубика m , выражив их через известные величины: g , T и a .



$$\rho_1 = \frac{6g}{47T}, \rho_2 = \frac{6g}{33T}, m = \frac{6ga^2}{26T}$$

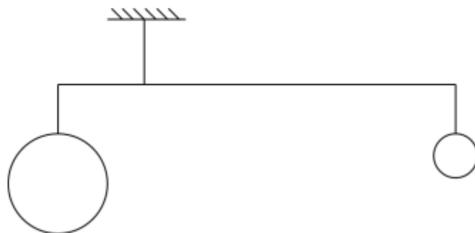
5.5 Сила Архимеда

Дополнительные задачи — в листке [Сила Архимеда](#).

5.5.1. («Надежда энергетики», 2018, 7) Каждый год в НИУ МЭИ проходит «Ночь техники», на которую приезжают школьники. Они посещают научные и учебные лаборатории и смотрят различные опыты. Один из опытов в лаборатории кафедры физики проводили следующим образом. Сначала на электронных весах взвесили оболочку воздушного шарика, а затем его надули и взвесили снова. Что произошло с показаниями весов? Объясните ответ.

ноказанинн бексер ненаменитога, ежин магнитик нахъзъюм

5.5.2. («Надежда энергетики», 2023, 7) На невесомом рычаге уравновешены стальные шары, имеющие различный объём. Нарушится ли равновесие, если шары опустить в воду? Объясните свои выводы.



Задачи из раздела «Механика» — опубликованы

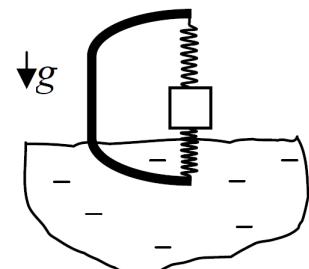
5.5.3. («Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 7) Металлическая цепочка, подвешенная к динамометру, растягивала его пружину так, что динамометр показывал силу 150 Н. После того, как снизу подставили сосуд с водой, $\frac{1}{3}$ цепочки осталась в воздухе, $\frac{1}{3}$ — стала находиться в воде в вертикальном положении и $\frac{1}{3}$ — оказалась на дне. При этом показания динамометра уменьшились до 95 Н. Найти плотность металла, из которого сделана цепочка. Плотность воды $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$.

10000 $\text{кг}/\text{м}^3$

5.5.4. («Курчатов», 2020, 7) Вова хочет найти плотность сорванной им неспелой груши, но под рукой у него имеются лишь таз с водой и динамометр. Взвесив грушу при помощи динамометра в воздухе, Вова установил растяжение пружины — 1,2 сантиметра. При погружении груши целиком в таз с водой, растяжение пружины динамометра оказалось в 4 раза меньше. Найдите плотность груши. Ускорение свободного падения можно считать равным $10 \text{ Н}/\text{кг}$, плотность воды $1 \text{ г}/\text{см}^3$.

При этом $= 1,33 \text{ г}/\text{см}^3$

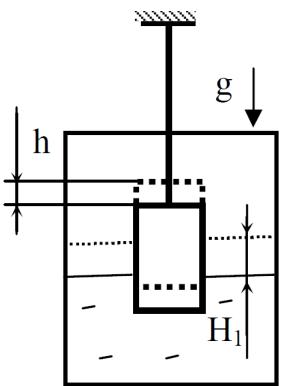
5.5.5. (Всерос., 2015, 7) С помощью С-образной скобы между двумя одинаковыми вертикальными пружинами зажат кубик с длиной ребра $a = 10 \text{ см}$ (см. рис.). Сохраняя вертикальность пружин, скобу опускают в широкий сосуд с водой. Оказалось, что, считая от момента касания кубиком воды до его полного погружения в воду, сама скоба переместилась на $h = 15 \text{ см}$ по вертикали. Найдите коэффициент k жесткости одной пружины. Считать вес 1 кг равным 10 Н, собственным объемом пружин пренебречь.



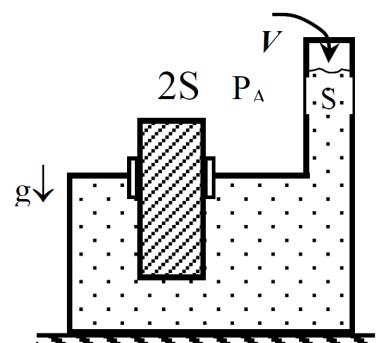
$m/H = F/(2(h - a)) = k$

5.5.6. (Всесиб., 2017, 7) На длинном резиновом жгуте висит однородный брускок, погруженный в жидкость на $b = 5$ см, что составляет треть длины его вертикального ребра (см. рисунок). В сосуд доливают жидкость так, что её уровень поднимается на $H_1 = 3$ см. Брускок при этом поднимается на $h = 2$ см. Найдите, насколько еще поднимется брускок, если уровень воды дополнитель но поднимется на $H_2 = 7$ см. Плотность жидкости вдвое больше плотности бруска. Жгут считать невесомым, ориентацию бруска — неизменной.

$$5,5 \text{ см}$$

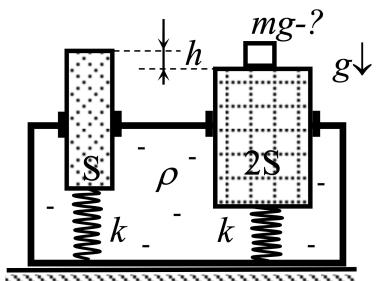


5.5.7. (Всесиб., 2019, 7) Сосуд с жидкостью сверху имеет крышку, в которой есть два отверстия, с площадями сечения S и $2S$. Из более узкого отверстия выходит вертикальная трубка такого же сечения. В широкое отверстие вставлен гладкий цилиндр, который может свободно двигаться по вертикали (жидкость при этом не вытекает и воздух не проходит). Известно, что в начальной ситуации (см. рисунок) система находится в равновесии. Насколько сдвинется цилиндр, если в вертикальную трубку дополнительно долить объем V той же жидкости, которая находится в сосуде?



$$\frac{S\epsilon}{A} = \kappa$$

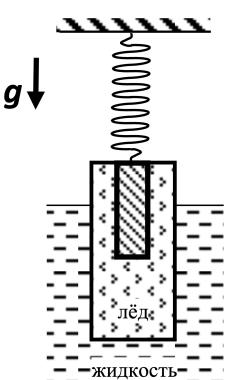
5.5.8. (Всесиб., 2020, 7) На конкурсе на самую затейливую конструкцию весов третье место заняли «гидравлическо-пружинные весы», изображенные на рисунке справа. Внутрь коробки залита несжимаемая жидкость и вставлены два гладких и одинаковых по высоте цилиндра площадями сечения S и $2S$. Цилиндры прикреплены к дну пружинами жесткости k . Взвешиваемый груз кладут на широкий цилиндр и измеряют установившуюся разность высот цилиндров. Определите вес груза, если такая разность высот равна h . Трения и пузырей в жидкости нет, жидкость из коробки не вытекает, в отсутствие груза высоты одинаковы, пружины не деформированы. Наличие атмосферного давления не учитывать.



$$(y \frac{\rho}{g} + \theta p_0) (2S) - y \frac{\rho}{g} S = mg$$

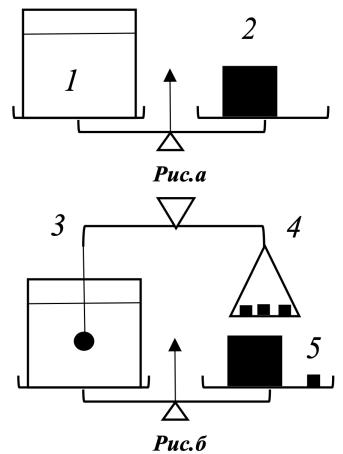
5.5.9. (Всесиб., 2021, 7) Металлический брускок размерами $2 \text{ см} \times 2 \text{ см} \times 6 \text{ см}$ вморожен в кусок льда с внешними размерами $4 \text{ см} \times 4 \text{ см} \times 12 \text{ см}$ так, что центр верхней стороны (2×2) бруска совпадает с центром верхней стороны (4×4) куска льда. Брускок вместе с куском льда подвешен на пружине и опущен в неизвестную жидкость, как показано на рисунке. Когда лед растаял, то образовавшаяся вода растеклась по поверхности жидкости очень тонким слоем, брускок оказался погруженным наполовину, а деформация пружины не изменилась. Во сколько раз плотность неизвестной жидкости больше, чем плотность льда?

$$14/11$$



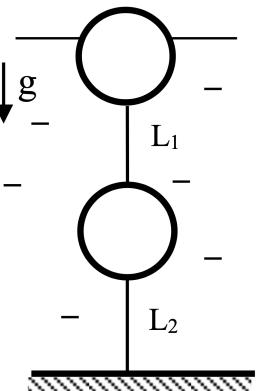
5.5.10. («Надежда энергетики», 2022, 7) Кастрюля с водой 1 уравновешена на рычажных весах с помощью гири 2 (см. рис. а). В воду опускают металлический шарик 4, подвешенный на легкой нити (см. рис. б) так, что он не касается дна и стенок кастрюли. Нить привязана к коромыслу 3 вторых весов, равновесие которых достигается при помещении на правую чашку трех одинаковых гирек 5. Определите плотность материала шарика, если для уравновешивания весов с кастрюлей к гире 2 необходимо добавить одну гирьку 5. Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$.

$$4000 \text{ кг}/\text{м}^3$$



5.5.11. (Всерос., 2022, 7) Между двумя одинаковыми поплавками вставляют резинку. Еще одну точно такую же резинку прикрепляют к одному из поплавков с другой стороны и погружают всю конструкцию в жидкость (см. рис.). При этом верхний поплавок погружен на 75% своего объема. Длина верхней резинки в растянутом состоянии равна L_1 , длина растянутой нижней резинки — L_2 . Из-за маленькой дырочки нижний поплавок полностью заполнился жидкостью, после чего верхний поплавок погрузился в жидкость целиком. Какова стала теперь длина нижней резинки? Считать, что у поплавков стенки очень тонкие, а внутри — пустота.

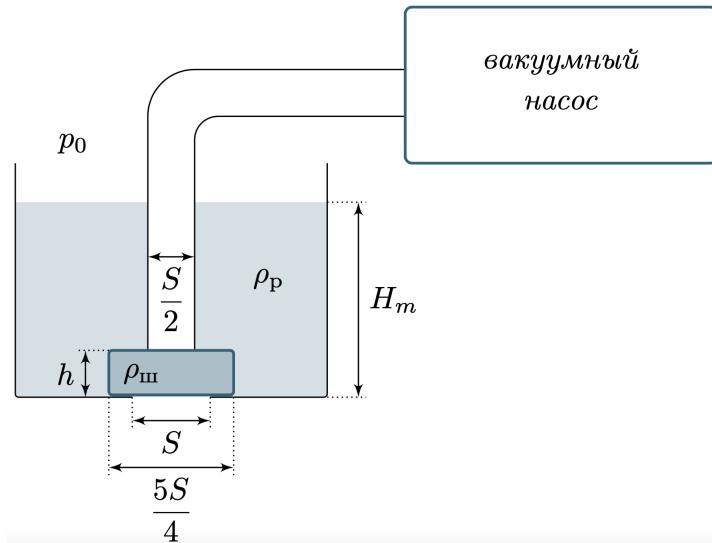
$$\frac{\rho}{\rho_I + \rho_E}$$



5.5.12. (Олимпиада Максвелла, 2022, ЗЭ, 7) **Пневматическая заглушка.** Отверстие площадью S в дне стакана плотно закрыто цилиндрической шайбой (см. рис.). Площадь шайбы $5S/4$, толщина h , плотность $\rho_{ш}$. В месте соприкосновения шайбы с дном воздух под неё не проникает. Сверху к шайбе прикреплён тонкостенный легкий шланг с площадью сечения $S/2$, соединённый с вакуумным насосом. Атмосферное давление p_0 .

1. При какой максимальной толщине шайбы она сможет оторваться от дна стакана при полном удалении воздуха из шланга?

В стакан с закрытым отверстием наливают ртуть плотностью ρ_p . Обозначим H_m максимальный уровень ртути, при котором её ещё можно слить из сосуда, полностью откачивав воздух из шланга.



2. Нарисуйте качественный график зависимости H_n от h , обозначив на нём характерные значения физических величин.

$$\frac{\rho_m d_G}{\rho d} > \eta \quad (1)$$

5.6 Плавание тел

Дополнительные задачи — в листке [Плавание тел](#).

5.6.1. («Надежда энергетики», 2017, 7) Полый шар плавает в воде, полностью погрузившись в неё. Шар медленно погружают ещё глубже и отпускают. Объясните дальнейшее поведение шара.

5.6.2. («Надежда энергетики», 2018, 7) Семиклассник Петя сделал модель корабля и стал испытывать её в цилиндрической бочке. К Петя подошла его младшая сестра Лена, посадила на корабль в качестве «пассажира» своего резинового ёжика и стала играть. Петя заметил, что при плавании корабля с ёжиком уровень воды в бочке выше на 1 см того уровня воды, который был в бочке изначально (без корабля и без ёжика). В результате неосторожности при игре корабль перевернулся и пошёл ко дну, при этом ёжик остался на плаву. Петя заметил, что уровень воды в бочке при этом понизился на 3 мм. Попробуйте рассчитать отношение средней плотности материала модели корабля к плотности воды, если масса корабля в $n = 3/2$ раза больше массы ёжика.

2

5.6.3. («Надежда энергетики», 2019, 7) Кубик, ребро которого равно a , плавает в воде, погрузившись в неё наполовину. Другой кубик такого же размера плавает в воде, погрузившись на две трети. Кубики ставят друг на друга, соединив грани. Получившийся параллелепипед плавает в воде так, что его длинное ребро вертикально. Определите глубину погружения в воду нижней грани параллелепипеда, если первый кубик находится внизу. Найдите ответ, если внизу будет второй кубик.

$$\eta = \frac{a}{7} \quad (\text{ответ не единственен, есть и другие возможные методы})$$

5.6.4. («Курчатов», 2020, 7) Масса металлического ведра, до краёв заполненного водой, равна 14 килограммам. В ведро поместили такой шар, что он плавает на поверхности воды, погрузившись в него ровно наполовину. Найдите массу ведра с водой и погруженным в него шаром.

14 кг

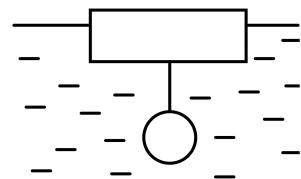
5.6.5. («Надежда энергетики», 2020, 7) Чашка массой $m = 400$ г вмещает $V = 600$ мл воды. В начале опыта пустая чашка плавает на поверхности воды. В чашку тонкой струйкой наливают воду. Чашка тонет, когда её заполняют на $2/3$ объема. Определите плотность материала, из которого изготовлена чашка. Плотность воды равна $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$. В ответе приведите формулу для определения плотности материала чашки в общем виде.

$$\rho_{\text{ч}} = \frac{m - \rho_{\text{в}}(V_0 - V)}{m\rho_{\text{в}}} = 2000 \text{ кг}/\text{м}^3$$

5.6.6. («Надежда энергетики», 2021, 7) Пустой тонкостенный сферический сосуд плавает на границе раздела воды (плотность $\rho_1 = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$) и керосина ($\rho_2 = 800 \text{ кг}/\text{м}^3$) так, что в воду погружено 20% объёма сосуда. После того как в сосуд налили жидкость плотностью $\rho_3 = 720 \text{ кг}/\text{м}^3$, граница раздела воды и керосина прошла через центр сосуда. Определите, какая часть объема сосуда была заполнена налитой в него жидкостью.

1/12

5.6.7. («Будущие исследователи – будущее науки», 2016, 7) К плавающей в воде льдинке с помощью вмороженной в нее нити прикреплен снизу тяжелый шарик (см. рис.). Льдинка погружена в воду на 0,95 своего объема. После того, как льдинку перевернули и положили шарик на нее сверху, льдинка полностью погрузилась в воду, а шарик остался над поверхностью воды. Найти плотность материала, из которого сделан шарик. Плотность воды $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$, плотность льда $900 \text{ кг}/\text{м}^3$.



2000 $\text{кг}/\text{м}^3$

5.6.8. (Всесиб., 2018, 7) На планете Нептун тамошние школьники из одного и того же материала сделали два прямоугольных бруска размерами $0,3\text{Y} \times 1\text{Y} \times 2\text{Y}$ и $0,1\text{Y} \times 1\text{Y} \times 2\text{Y}$ (Y – обозначение нептунианской единицы измерения длины). Они соединены четырьмя одинаковыми пружинами по углам так, что большие грани обращены друг к другу. Всю конструкцию положили в жидкость, как показано на рисунке. После установления равновесия оказалось, что верхний бруск погружен в жидкость наполовину.

Всю конструкцию переворачивают «вверх ногами» и снова опускают плавать в ту же жидкость. Во сколько раз изменилась величина деформации пружин после установления нового равновесия, если пружины подчиняются закону Гука?

Считать, что плотность атмосферы в месте проведения экспериментов много меньше плотности жидкости. Массой и объемом пружин пренебречь.



$\frac{\Delta g}{g} \approx 1,67 \text{ Па}\text{за}$

5.6.9. («Курчатов», 2021, 7) В высоком цилиндрическом сосуде с площадью дна $S = 120 \text{ см}^2$ находятся две несмешивающиеся жидкости с плотностями $\rho_1 = 1360 \text{ кг}/\text{м}^3$ и $\rho_2 = 880 \text{ кг}/\text{м}^3$. Внутрь сосуда помещают кубический блок объемом $V = 400 \text{ см}^3$ и плотностью $\rho_k = 1100 \text{ кг}/\text{м}^3$. Блок полностью находится внутри жидкости и не касается дна сосуда. На сколько изменится высота разделяющей поверхности двух жидкостей после помещения блока внутрь емкости?

$$\Delta h = \frac{S(p_1 - p_2)}{V(p_k - p_2)} = 1,5 \text{ cm}$$

5.6.10. («Курчатов», 2021, 7) В тазу с водой плавает свеча, имеющая форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием. Высота свечи $l_0 = 10$ см, длина стороны основания $a = 2$ см. Плотность материала свечи равна $\rho_c = 0,45$ г/см³. К центру нижнего основания свечи прикреплена невесомая упругая резинка с коэффициентом упругости $k = 100$ Н/м. В начальный момент времени резинка не растянута и имеет длину $L = 16$ см. Плотность воды равна $\rho_b = 1$ г/см³, высота уровня воды равна $H = 20$ см. Свечу поджигают, и она начинает равномерно и медленно гореть, так что высота свечи уменьшается на 1 см в 1 минуту. Ускорение свободного падения считать равным $g = 10$ м/с². Найдите момент времени, когда резинка начнет натягиваться. Найдите момент времени, когда прекратится горение свечи.

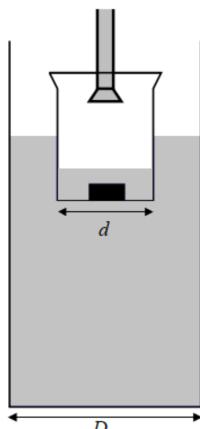
$$t_1 = \left(\frac{d}{d\beta} L + H \right) \frac{c_p}{\beta^p} = 10/9 \text{ min, where } c - \text{капацитет захранващи;$$

5.6.11. («Росатом», 2022, 7) Чебурашка и Крокодил Гена, работая в секретной лаборатории, синтезировали новый материал с плотностью $\rho = 200 \text{ кг}/\text{м}^3$. В воде тело из этого материала увеличивается в объеме в 2 раза, впитывая в себя объем воды, в 1,9 раза больший первоначального объема тела. Тонут ли тела из этого материала в воде? Плотность воды $\rho_0 = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$. Ответ обосновать.

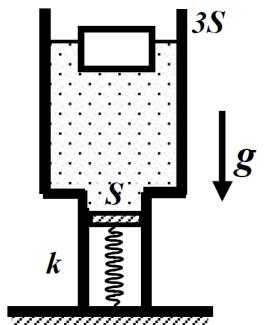
TOHYT

5.6.12. («Курчатов», 2023, 7) В сосуд цилиндрической формы с диаметром $D = 10$ см налита вода до высоты $h = 20$ см. Утяжелённый небольшим грузом стакан с диаметром $d = 6$ см и общей массой с грузом $m = 150$ г помещают в сосуд с водой, как показано на рисунке. Каждую секунду в стакан с помощью распылителя добавляют $\Delta m = 10$ г воды с пренебрежимо малой высоты. С какой скоростью v будет двигаться стакан относительно дна сосуда? За какое время t стакан полностью погрузится в воду, если его высота $H = 10$ см? Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1$ г/см³. Объем цилиндра высоты L и радиуса R можно вычислить по формуле $V_{\text{n}} = \pi R^2 L$.

$$a = \frac{D_2 - D_2}{4\Delta m} \approx 2,3 \text{ M}/c, t = \frac{\pi d}{4H^{p_a} - 4m} \approx 13 \text{ c}$$



5.6.13. (Всесиб., 2016, 7) В дне цилиндрического стакана площадью сечения $3S$ проделано отверстие, в которое вертикально вмонтирована трубка площадью сечения S . Трубка перекрыта подвижным поршнем, который снизу подпирается пружиной жесткости k (см. рисунок). В исходной ситуации в стакан налита вода и всё находится в равновесии. Затем в воду аккуратно кладут ещё и деревянный бруск массы M , который плавает в широкой части стакана. Насколько возрастает деформация пружины после опускания бруска? Ответ дать в виде буквенного выражения. Плотность воды ρ , трения нет.



$$\frac{S \delta d \zeta - M}{\rho g} = x$$

5.7 Движение в вязкой среде

Дополнительные задачи — в листке [Сопротивление среды](#).

5.7.1. («Надежда энергетики», 2016, 7) Винни Пух решил слетать к пчёлам за мёдом на воздушном шаре. Поднявшись до дупла, в котором жили «неправильные» пчелы, он привязал корзину воздушного шара к дереву и стал заполнять мёдом пустые банки. Когда он заполнил 8 банок и отвязал корзину от дерева, то стал опускаться на землю с постоянной скоростью. Сколько банок с мёдом Пух должен вынуть на земле, чтобы воздушный шар стал равномерно подниматься с той же скоростью? Масса воздушного шара и Пуха равна массе четырёх банок с мёдом. На воздушный шар действует постоянная подъёмная сила, равная весу девяти банок с мёдом. Массой пустой банки пренебречь.

6 баллов

5.7.2. («Надежда энергетики», 2016, 7) Два шарика одинаковых размеров закреплены на концах длинной, невесомой и нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок. Блок неподвижно закреплён над бассейном с водой, при этом длина нити такова, что оба шарика не могут одновременно находиться в воде. Массы шариков равны m и $2m$, при этом плотность шарика массой $2m$ в три раза больше плотности воды. Определите отношение скорости установившегося движения системы, в случае, когда первый из шариков движется в воде, а второй в воздухе, к скорости установившегося движения в случае, когда второй шарик движется в воде, а первый в воздухе. Сила вязкого трения шарика о воду пропорциональна скорости движения шарика в воде, прочими потерями пренебречь.

$\frac{\zeta_2}{\zeta_1} =$