

# Олимпиадная физика. 9 класс

## Задачник 9.2023

Данное пособие содержит задачи для девятиклассников, которые предлагались в последние годы на следующих олимпиадах:

1. [Всероссийская олимпиада школьников](#), ШЭ и МЭ в Москве (2020–2023)
2. [Физтех](#) (2022–2023)
3. [Росатом](#) (2021–2023)
4. [Курчатов](#) (2020–2023)
5. [Инженерная олимпиада](#) (2021–2023)
6. [Шаг в будущее](#) (2021–2023)
7. [Всесибирская олимпиада](#) (2015–2023)
8. [Формула Единства / Третье тысячелетие](#) (2019–2023)
9. [Будущие исследователи — будущее науки](#) (2015–2023)
10. [Олимпиада КФУ](#) (2019–2023)
11. [Надежда энергетики](#) (2015–2023)

Годы, являющиеся левой границей промежутка дат для каждой олимпиады, выбраны из следующих соображений.

- Более ранние задачи олимпиад, имеющих номера 1–4 в приведённом списке, можно найти в [олимпиадных листках](#). Кстати, пункты оглавления задачника дублируют названия данных листков, и каждый раздел задачника начинается со ссылки на соответствующий листок.
- В остальных случаях нижняя граница определялась либо наличием соответствующих материалов на сайтах олимпиад, либо моими личными возможностями :-)

Данный задачник, разумеется, не охватывает все те олимпиады, в которых может участвовать девятиклассник. Например, сюда не включены задачи [Всероссия \(РЭ, ЗЭ\)](#), [МОШ](#), [Выспей пробы](#) и [ПВГ](#). Заинтересованный читатель может найти их в соответствующих таблицах по указанным ссылкам.

Распределение задач по темам зачастую сделано «на глаз»; в дальнейшем (по мере моего осмысления) некоторые задачи могут переместиться в другие темы. Актуальная версия задачника находится по адресу: <http://mathus.ru/phys/9phys2023.pdf>.

# Оглавление

<b>1 Механика</b>	<b>4</b>
1.1 Равномерное движение . . . . .	4
1.2 Средняя скорость . . . . .	7
1.3 Равноускоренное движение . . . . .	8
1.4 Вертикальное движение . . . . .	9
1.5 Относительность движения . . . . .	10
1.6 Упругое отражение . . . . .	13
1.7 Неравномерное движение . . . . .	14
1.8 Графики движения . . . . .	14
1.9 Баллистика. Координаты . . . . .	17
1.10 Баллистика. Отражения . . . . .	21
1.11 Движение по окружности . . . . .	21
1.12 Кривизна траектории . . . . .	23
1.13 Масса, плотность, давление . . . . .	23
1.14 Законы Ньютона . . . . .	26
1.15 Гравитация . . . . .	27
1.16 Сила упругости . . . . .	28
1.17 Сила трения . . . . .	32
1.18 Связанные тела . . . . .	33
1.19 Наклонная плоскость . . . . .	34
1.20 Движение со связями . . . . .	35
1.21 Импульс . . . . .	37
1.22 Движение с переменной массой . . . . .	39
1.23 Работа и энергия . . . . .	39
1.24 Консервативные системы . . . . .	40
1.25 Упругие взаимодействия . . . . .	41
1.26 Неконсервативные системы . . . . .	42
1.27 Неупругие взаимодействия . . . . .	42
1.28 Статика . . . . .	43
1.29 Гидростатика . . . . .	51
1.30 Трубка с жидкостью . . . . .	63
1.31 Движение жидкости . . . . .	64
1.32 Подобие и размерность . . . . .	66
1.33 Сопротивление среды . . . . .	67
1.34 Процессы и измерения . . . . .	68
1.35 Механические колебания и волны . . . . .	69

<b>2 Термодинамика</b>	<b>72</b>
2.1 Количество теплоты . . . . .	72
2.2 Теплообмен . . . . .	75
2.3 Фазовые переходы . . . . .	80
2.4 Теплопроводность . . . . .	86
<b>3 Электричество</b>	<b>88</b>
3.1 Электрические цепи . . . . .	88
3.2 Вычисление сопротивлений . . . . .	97
3.3 Эквивалентный источник . . . . .	101
3.4 Мощность тока . . . . .	102
3.5 Электронагреватель . . . . .	106
3.6 Диоды и резисторы . . . . .	108
<b>4 Оптика</b>	<b>109</b>
4.1 Световые лучи . . . . .	109
4.2 Отражение света. Плоское зеркало . . . . .	110
4.3 Преломление света . . . . .	114
4.4 Тонкие линзы . . . . .	115

# Глава 1

## Механика

### 1.1 Равномерное движение

Дополнительные задачи — в листке [Равномерное движение](#).

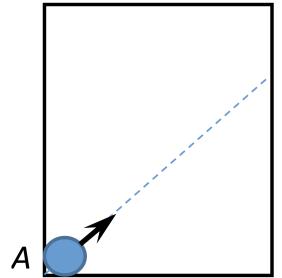
**1.1.1.** («Надежда энергетики», 2017, 9) Однажды ранним утром друзья Петя, Катя и Вася пришли на станцию метро, имевшую три одинаковых эскалатора. Первый эскалатор работал на подъём, второй — на спуск, а третий стоял. Ребята спустились на платформу бегом, каждый по своему эскалатору: Петя — по первому, Катя — по второму, Вася — по третьему. Спускаясь, ребята считали пройденные ступеньки. Петя насчитал  $N_1 = 80$  ступенек, а Катя —  $N_2 = 48$ . Сколько ступенек насчитал Вася, если скорости бега Пети и Кати (относительно их эскалаторов) относились как 5 : 3?

$$64 \text{ ступеней} = \frac{\frac{3}{5}N_1 + N_2}{\frac{3}{5}N_1} \cdot \frac{3}{8} = N$$

**1.1.2.** (Всесиб., 2015, 9) Велосипедисты движутся один за другим со скоростью  $v = 30$  км/час. Они проезжают мимо фонарного столба с интервалом времени  $T_0 = 1$  минута, а мимо идущего вдоль дороги пешехода с интервалом времени  $T = 50$  секунд. В какую сторону идёт пешеход и с какой скоростью?

$$\text{зас} = T / (T_0 - T) = v / (v - u)$$

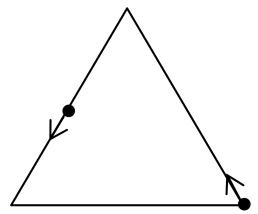
**1.1.3.** («Надежда энергетики», 2022, 9) Горизонтальный стол с идеально гладкой поверхностью имеет размеры  $182 \times 387$  см. Стол со всех сторон огорожен вертикальными идеально упругими бортиками. По столу могут прямолинейно и равномерно двигаться шайбы диаметром 2 см. Первая шайба в начальный момент времени располагается в положении  $A$  (касаясь двух бортиков стола одновременно) и начинает движение со скоростью 5 м/с под углом  $45^\circ$  к бортику (см. рис). Вторая шайба стартирует из того же положения  $A$  через 1 с в том же направлении. Определите минимальную скорость второй шайбы, при которой она успеет догнать первую шайбу до того момента, когда первая шайба коснется двух бортиков одновременно. Считать, что столкновения шайб с бортиками происходят по принципу «угол падения равен углу отражения», а модуль скорости при этом не изменяется.



$$v_{min} = \frac{v_0 t_a - S}{t_a} = \varepsilon a$$

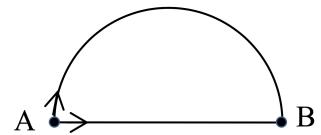
**1.1.4.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 9) Два жучка одновременно начинают движение с равными скоростями по сторонам правильного треугольника: один из вершины, другой с середины стороны (см. рис.). Каким будет минимальное расстояние между жучками, если сторона треугольника равна  $a$ ?

$$\boxed{3/a}$$



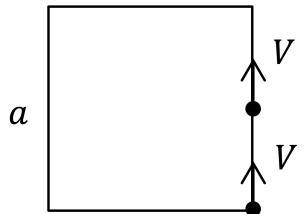
**1.1.5.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 9) Два жучка одновременно начинают бежать с равными скоростями из точки  $A$  в точку  $B$ : один по прямой, другой по полуокружности радиуса  $R$  (см. рис.). Каким будет максимальное расстояние между жучками?

$$\boxed{R\sqrt{1 + \left(\frac{R}{x}\right)^2} \approx 1,15R}$$



**1.1.6.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 9) Два жучка одновременно начинают движение со скоростью  $V$  по сторонам квадрата: один из вершины, другой с середины стороны (см. рис.). Через какое время расстояние между жучками достигнет минимального значения? Чему равно это значение? Длина стороны квадрата равна  $a$ .

$$\boxed{\frac{aV}{\sqrt{2}} : \frac{\sqrt{2}}{2}}$$



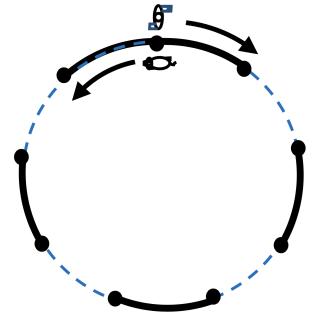
**1.1.7.** (Всерос., 2020, 9) Два поезда движутся в одном направлении по одним рельсам, с одинаковой и постоянной скоростью. Между ними находится дрезина. В некоторый момент времени оказалось, что поезд сзади приблизился к дрезине на опасно короткую дистанцию, и она увеличила скорость до  $v_1$ . Затем, через время  $t_1$ , обнаружилось, что дрезина опасно сблизилась с поездом впереди, и она уменьшила скорость до  $v_2$ . После этого через время  $t_2$  дрезина снова сблизилась с поездом, идущим сзади. С какой скоростью двигались поезда? Дистанцией между дрезиной и поездом при их максимальном сближении пренебречь.

$$\boxed{\frac{v_1 + v_2}{v_1 + v_2 + v_2 t_2}}$$

**1.1.8.** («Шаг в будущее», 2021, 9) На прямолинейной дороге расположены два небольших поселка. Расстояние между поселками  $L = 12$  км. Дорога прямолинейно же продолжается в обе стороны от поселков. Из поселков в противоположные стороны выехали два автомобиля, которые двигались равномерно. Второй автомобиль выехал на  $\tau_1 = 30$  минут позже первого. Скорость первого из них  $V_1 = 70$  км/час. Определите скорость второго автомобиля, если через  $\tau_2 = 30$  минут от начала его движения расстояние между автомобилями было  $S = 112$  км.

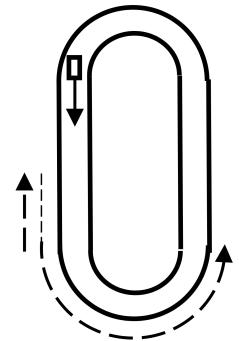
$$\boxed{\text{скорость второго автомобиля парна } 60 \text{ км/час или } 108 \text{ км/час}}$$

**1.1.9.** (Всесиб., 2022, 9) Круглый участок с периметром длиной  $L = 90$  м окружен забором, который состоял из 9 одинаковых секций. Каждую четную секцию удалили. Однажды хозяин стал выгуливать собаку вдоль забора. У столба, находящегося между первой и последней секциями забора, он спустил собаку с поводка. Она пролезла через небольшую дыру в секции и побежала вдоль забора (с внутренней стороны) против часовой стрелки со скоростью  $u = 4,8$  км/ч. Хозяин пошел (с внешней стороны забора) по часовой стрелке со скоростью  $v = 4,2$  км/ч. Через какое время после старта хозяин впервые повстречается со своей собакой и возьмет ее на поводок? Разницей длины замкнутого пути внутри и вне забора пренебречь. Ответ привести в минутах.



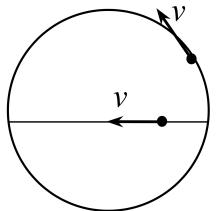
$$0,03 \text{ км} = 1,8 \text{ мин}$$

**1.1.10.** (Всесиб., 2023, 9) Когда на кольцевой транспортер выгрузили чемодан прибывшего с самолета пассажира, пассажир направился вдоль транспортера против его движения. Пройдя таким образом некоторый путь за время  $t_1$ , он поравнялся со своим чемоданом, но не успел его ухватить, и с прежней скоростью направился в противоположную сторону, пытаясь догнать чемодан. Через время  $t_2$  чемодан второй раз оказался напротив пассажира, и он его взял. Какой путь проделал пассажир и его чемодан? Длина транспортера  $L$ , время его полного обращения  $T$ . Пассажир двигался вперед и назад с одинаковой постоянной скоростью. Отличием траектории пассажира и чемодана пренебречь.



$$\frac{L}{T(t_2-T)(t_1+t_2)} = {}^hS, \quad \frac{L}{T(t_2-t_1)} = {}^uS$$

**1.1.11.** («Росатом», 2023, 9) Два тела одновременно начинают двигаться из одной точки с постоянными (и одинаковыми) скоростями  $v$ : одно — по окружности радиуса  $R$ , проходящей через эту точку, второе — по диаметру этой окружности (см. рис.). Через какое время после начала движения расстояние между телами будет максимальным? Чему равно максимальное расстояние между телами? Ограничиться рассмотрением промежутка времени, в течение которого второе тело прошло вдоль диаметра.



$$\frac{\pi R}{v} = S; \quad \frac{\pi R}{2v} = t$$

**1.1.12.** («Надежда энергетики», 2019, 9) Основной объект любой железнодорожной сортировочной станции — «сортировочная горка». Для формирования различных поездов локомотив толкает на горку состав из требуемых вагонов. Вагоны на вершине горки отцепляются по одному и затем скатываются с горки самостоятельно, распределяясь по разным путям с помощью стрелочных переводов. На свой сортировочный путь вагон попадает, двигаясь по инерции. Каждый такой путь закачивается тупиковой призмой с расположенным на ней пружинным упором. Пусть по одному сортировочному пути в какой-то момент едут в направлении тупика  $N = 5$  одинаковых вагонов. Расстояние от тупика до ближайшего вагона 200 м, до второго 500 м, до следующих 800 м, 900 м и 1500 м соответственно. Скорости вагонов в этот момент равны 9 км/ч; 21,6 км/ч; 28,8 км/ч; 32,4 км/ч; 54 км/ч соответственно. Определите, на каком расстоянии от тупика будут находиться вагоны и какие у них будут скорости, когда самый дальний от тупика вагон будет на том же месте, что и в начальный момент (1500 м от тупика),

но будет удаляться от тупика. Считать столкновения вагонов с тупиковым упором и между собой абсолютно упругими, сопротивлением движению и размерами вагонов пренебречь. При абсолютно упругом лобовом соударении тел одинаковой массы они обмениваются своими скоростями, причем и по модулю, и по направлению. При взаимодействии с пружинным упором вагон меняет направление своего движения на противоположное, сохраняя модуль скорости.

Параметры: 300, 700, 800, 900, 1500 метров; скорость: 9 км/ч; 21,6 км/ч; 28,8 км/ч; 32,4 км/ч; 54 км/ч

## 1.2 Средняя скорость

Дополнительные задачи — в листке [Средняя скорость](#).

**1.2.1.** (*Всеросс., 2022, ШЭ, 9*) Материальная точка двигалась вдоль прямой в одном направлении. Точка прошла  $\frac{1}{3}$  пути со скоростью 10 м/с, а оставшийся путь — со скоростью 5 м/с. Найдите среднюю скорость точки на всём пути.

1. 4 м/с;
2. 6 м/с;
3. 6,7 м/с;
4. 7,5 м/с;
5. 12 м/с.

2

**1.2.2.** (*Всеросс., 2023, ШЭ, 9*) Тело двигалось  $\frac{2}{5}$  времени с постоянной скоростью 7 м/с, а остальное время с другой постоянной скоростью  $V$ . Средняя скорость тела за всё время движения составила 10 м/с. Определите значение скорости  $V$ .

1. 5 м/с;
2. 8,5 м/с;
3. 12 м/с;
4. 13 м/с;
5. 15,2 м/с.

3

**1.2.3.** (*Всеросс., 2020, ШЭ, 9*) Автомобиль двигался в одну сторону по прямой дороге и первую половину времени ехал со скоростью 80 км/ч, затем четверть всего времени движения — со скоростью 50 км/ч и оставшееся время — со скоростью 70 км/ч.

1. Найдите среднюю скорость автомобиля на первой половине пути. Ответ укажите в км/ч, округлив до целого числа.
2. Найдите среднюю скорость всего движения. Ответ укажите в км/ч, округлив до целого числа.

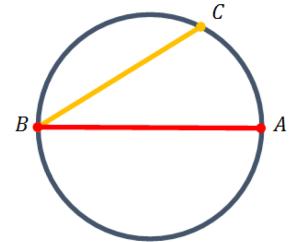
3. Определите пройденный автомобилем путь, если со скоростью 80 км/ч он двигался в течение 45 мин. Ответ укажите в км, округлив до целого числа.

(1) 80; (2) 70; (3) 105

- 1.2.4.** (*Всеросс., 2022, МЭ, 9*) Первую четверть пути тело прошло со скоростью в 1000 раз меньшей, чем оставшиеся  $\frac{3}{4}$  пути. Во сколько раз больше средняя скорость на всём пути, чем скорость на первой четверти пути? Ответ округлите до целого числа.

4

- 1.2.5.** (*«Шаг в будущее», 2023, 9*) Водитель находится в точке  $A$  шоссейного кольца вокруг города (КАД). Ему надо попасть в противоположную точку диаметра КАД. Но так как диаметр закрыт на ремонт, навигатор предложил ехать по кольцу (в любую сторону). Также в точке  $C$  можно свернуть на хорду, длина которой составляет  $\frac{2}{3}$  диаметра, однако время в пути, при этом, окажется тем же. Во сколько раз средняя скорость движения по кольцу выше средней скорости движения по хорде? Движение по кольцу можно считать равномерным.



$$\frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{4} \cdot \left( 1 - \frac{\arccos \frac{2}{3}}{\frac{180^\circ}{\pi}} \right) \approx 1,09$$

### 1.3 Равноускоренное движение

Дополнительные задачи — в листке [Равноускоренное движение](#).

- 1.3.1.** (*Всеросс., 2020, МЭ, 9*) Автомобиль, едущий по шоссе с постоянной скоростью 54 км/ч, проезжает мимо второго автомобиля, стоящего на соседней полосе. В этот момент второй автомобиль трогается с места и начинает догонять первый, двигаясь с постоянным ускорением 5 м/с<sup>2</sup>. Автомобили можно считать материальными точками.

- За какое время второй автомобиль догонит первый? Ответ выразите в секундах и округлите до целого числа.
- Какую скорость будет иметь второй автомобиль в тот момент, когда он догонит первый автомобиль? Ответ выразите в км/ч и округлите до целого числа.

(1) 6; (2) 108

- 1.3.2.** (*«Шаг в будущее», 2021, 9*) Самолет Ан-2, производя равноускоренный разбег от нулевой начальной скорости до взлетной, прошел расстояние  $s = 180$  м за время  $t = 4,5$  с. Определите время одного оборота колеса основного шасси, когда самолет прошел четверть пути разбега. Диаметр колеса равен  $D = 0,86$  м.

$$\frac{s}{\frac{\pi D t}{2}} \approx 0,135 \text{ с} = \frac{\Delta}{D} = L$$

**1.3.3.** (*Всесиб., 2018, 9*) Перед входом в длинный тоннель стоит электропоезд, длина которого меньше длины тоннеля. На светофоре загорелся зеленый свет, и электропоезд начал равнousкоренно двигаться в течение всего времени наблюдения. Через время  $t_1$  он полностью вошел в тоннель. Определите время  $\tau$ , в течение которого электропоезд полностью находился в тоннеле, если из тоннеля он выходил в течение времени  $t_2$ .

$$\tau = \frac{2t_2}{t_2 - t_1 - 2t_1}$$

**1.3.4.** (*Всесиб., 2022, 9*) Автомобиль вначале разгонялся из неподвижного состояния с постоянным ускорением, а затем двигался с достигнутой максимальной скоростью  $V$ . Средняя скорость при этом равна  $u$ . Какую часть времени автомобиль двигался равноускоренно?

$$2(u/V - 1)$$

**1.3.5.** (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 9*) Три гоночные машины начинают движение по параллельным дорогам с одинаковым ускорением и перестают ускоряться по достижении одинаковой скорости.

При этом вторая машина трогается, когда первая пройдёт некоторое расстояние  $l$  от старта, а третья — когда первая пройдёт расстояние  $2l$  от старта.

Во сколько раз дистанция между третьей и второй машиной будет отличаться от дистанции между первой и второй машиной, когда все они достигнут своих максимальных скоростей?

$$3\sqrt{2} : 2\sqrt{2} = 3 : 2$$

## 1.4 Вертикальное движение

Дополнительные задачи — в листке [Вертикальное движение](#).

**1.4.1.** (*Всеросс., 2021, МЭ, 9*) Камень начинает падать с некоторой высоты без начальной скорости. За последние две секунды полёта средняя скорость камня составила  $20 \text{ м/с}$ . Ускорение свободного падения равно  $10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

- Чему была равна средняя скорость камня за всё время его падения? Ответ дайте в  $\text{м/с}$ , округлив до целого числа.
- С какой высоты падал камень? Ответ дайте в метрах, округлив до целого числа.
- Чему была равна средняя скорость камня к середине пройденного им пути? Ответ дайте в  $\text{м/с}$ , округлив до целого числа.

$$1) 15; 2) 45; 3) 11$$

**1.4.2.** (*Всесиб., 2016, 9*) Шарики, находящиеся на одной вертикали, одновременно отпустили с высоты  $h$  и  $10h$ . Нижний после упругих столкновений с полом столкнулся с верхним шариком. Через какое время от момента, когда шарики отпустили, это произошло? Ускорение свободного падения  $g$ .

$$T = (25/8)\sqrt{2h/g}$$

**1.4.3.** (*Всесиб., 2020, 9*) Мяч радиуса  $R$  бросают с некоторой скоростью вертикально вверх. Затем из той же точки с той же скоростью вертикально вверх бросают второй такой же мяч, и мячи, двигаясь в противоположных направлениях, сталкиваются с относительной скоростью  $v$ . Определите разницу модулей скоростей второго и первого мяча непосредственно перед столкновением. Ускорение свободного падения  $g$ .

a  
Б67

**1.4.4.** (*«Физтех», 2022, 9*) Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 12$  м/с.

1. Через какое время  $t$  после старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/3$ ?
2. На какой высоте  $h$ , отсчитанной от точки старта, скорость камня будет равна по величине  $V_0/3$ ?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

1)  $t_1 = \frac{V_0}{g} = 1,2$  с;  $t_2 = \frac{V_0}{2g} = 0,6$  с; 2)  $h = \frac{V_0^2}{2g} = 36$  м

**1.4.5.** (*«Физтех», 2022, 9*) С высокой башни экспериментатор бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 10$  м/с. После достижения максимальной высоты камень пролетает рядом с экспериментатором и падает вниз на землю.

1. Через какое время  $t$  после броска величина скорости камня будет равна  $2V_0$ ?
2. Найдите путь  $S$ , пройденный камнем от момента броска до момента достижения камнем скорости  $2V_0$ .

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

1)  $t = \frac{2V_0}{g} = 2$  с; 2)  $S = \frac{V_0^2}{g} = 50$  м

## 1.5 Относительность движения

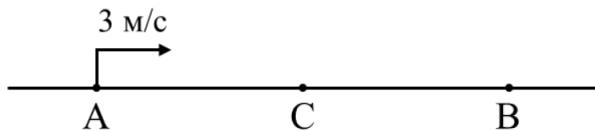
Дополнительные задачи — в листке [Относительность движения](#).

**1.5.1.** (*Всеросс., 2020, ШЭ, 9*) Эскалатор метро движется вверх со скоростью 0,75 м/с. Параллельно ему движется вниз с такой же скоростью другой эскалатор. С какой скоростью относительно эскалатора, едущего вверх, должен идти человек, чтобы быть неподвижным относительно пассажиров, стоящих на эскалаторе, который движется вниз?

- А) 0 м/с
- Б) 0,375 м/с
- В) 0,75 м/с
- Г) 1,5 м/с
- Д) 2,25 м/с

J

**1.5.2.** (Всеросс., 2023, ШЭ, 9) Три тела  $A$ ,  $B$  и  $C$  в некоторый момент времени располагаются на одной прямой дороге и двигаются вдоль неё. Скорость тела  $A$  относительно дороги равна 3 м/с и направлена вправо (см. рисунок). Модуль скорости тела  $B$  относительно тела  $A$  равен 2 м/с. Тело  $C$  движется влево относительно тела  $A$  и в процессе движения всегда находится в середине отрезка  $AB$ .



1. В какую сторону относительно дороги движется тело  $B$ ? Если влево — укажите в качестве ответа цифру «1». Если вправо — укажите в качестве ответа цифру «2». Если поконится — укажите в качестве ответа цифру «0».
2. Каков модуль скорости тела  $B$  относительно дороги? Ответ дайте в м/с, округлив до целого числа.
3. Куда движется тело  $C$  относительно дороги? Если влево — укажите в качестве ответа цифру «1». Если вправо — укажите в качестве ответа цифру «2». Если поконится — укажите в качестве ответа цифру «0».
4. Каков модуль скорости тела  $C$  относительно дороги? Ответ дайте в м/с, округлив до целого числа.

1) 2; 2) 1; 3) 2; 4) 2

**1.5.3.** (Всеросс., 2021, МЭ, 9) Два плота свободно сплавляются по прямой реке, двигаясь друг за другом вдоль оси её русла с постоянной скоростью течения. Расстояние между плотами 100 м. Мальчик прыгает с первого плота, плывущего ниже по течению реки, плывёт ко второму плоту, который находится выше по течению реки, касается его и возвращается к своему первому плоту. Известно, что мальчик доплыл обратно от второго плота к первому за 4 минуты. Скорость мальчика в неподвижной воде в два раза больше скорости течения реки.

1. Какое расстояние прошли плоты за эти 4 минуты? Ответ дайте в метрах, округлив до целого числа.
2. Сколько времени затратил бы мальчик на весь аналогичный заплыв (туда и обратно), если бы расстояние между плотами было в два раза меньше? Ответ дайте в минутах, округлив до целого числа.

1) 50; 2) 4

**1.5.4.** (Всеросс., 2022, МЭ, 9) Вася и Маша, находясь в аэропорту, становятся на траволатор (горизонтальная «дорожка»-транспортёр), который движется со скоростью 0,8 м/с. Поскольку Вася скучно, он сразу же начинает бежать вперёд, в направлении к концу траволатора и, достигнув его за 40 с, тут же разворачивается и бежит обратно к Маше.

1. В течение какого времени Вася приближался к Маше? Ответ выразите в секундах, округлите до целого числа.
2. На каком расстоянии от начала траволатора встретятся школьники? Ответ выразите в

метрах, округлите до целого числа.

1) 40; 2) 64

**1.5.5.** («Надежда энергетики», 2016, 9) Во время летних каникул девятиклассники Петя и Катя пришли на речку и решили переплыть на другой берег к дереву, которое росло прямо напротив того места, где они стояли. Петя, борясь с течением, поплыл прямо на дерево, и доплыл до него за время  $t_{\Pi} = 50$  с. Катя же гребла перпендикулярно течению, и доплыла до противоположного берега всего за  $t_K = 30$  с, но её снесло вниз по течению. Известно, что Петя и Катя плыли (относительно воды) с одной и той же скоростью. На какое расстояние от дерева снесло Катю, если ширина реки  $h = 30$  м?

$$S = h \sqrt{1 - \left(\frac{t_{\Pi}}{t_K}\right)^2} = 24 \text{ м}$$

**1.5.6.** («Надежда энергетики», 2023, 9) Студенческий летний лагерь НИУ «МЭИ» расположен в Крыму недалеко от города Алушта. Однажды студенты отправились на морскую экскурсию на теплоходе. Теплоход двигался с постоянной скоростью  $v_1 = 15$  узлов прямолинейным курсом. Студенты увидели в трех милях к югу от теплохода катер, идущий постоянным курсом со скоростью  $v_2 = 26$  узлов. Через некоторое время студенты заметили этот катер точно за кормой теплохода, причем в этот момент расстояние между судами стало наименьшим (всего 1,5 мили). Определите курс теплохода.

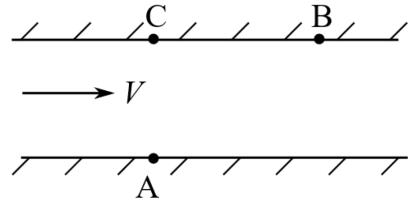
*Замечания.* 1) 1 узел = 1 миля/час. 2) Курсом судна называется угол между плоскостью меридiana и направлением движения судна.

(направление отсчета 300°)

**1.5.7.** («Физтех», 2023, 9) Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А — точка старта, В — точка финиша (см. рис.,  $V$  — неизвестная скорость течения реки). Ширина реки  $AC = d = 70$  м, снос, т. е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега,  $CB = L = 240$  м.

Продолжительность первого заплыва  $T_1 = 192$  с, продолжительность второго заплыва  $T_2 = 417$  с.



1. Найдите скорости  $V_1$  и  $V_2$  пловца в лабораторной системе отсчета в первом и втором заплывах.

2. Найдите скорость  $U$  пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой.

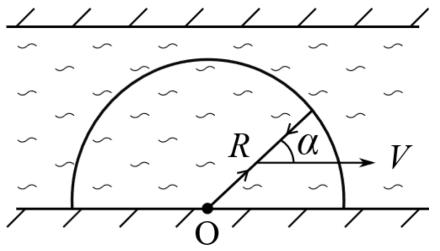
В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос минимальный.

3. Найдите продолжительность  $T$  третьего заплыва.

$$1) V_1 \approx 1,3 \text{ м/с}, V_2 \approx 0,6 \text{ м/с}; 2) U = \sqrt{\left(\frac{V_1 - V_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{V_1 + V_2} \cdot \frac{L}{2}\right)^2} \approx 0,45 \text{ м/с}; 3) T = \frac{d}{U} \approx 175 \text{ с}$$

**1.5.8.** («Физтех», 2023, 9) На реке отведена зона для безопасного плавания. Граница зоны — половина окружности радиуса  $R = 100$  м, центр в точке  $O$  (см. рис.). В ходе заплызов по реке пловец каждый раз стартует в точке  $O$ , плывет по прямой до границы зоны, а затем по той же прямой возвращается в точку старта. В системе отсчета, связанной с водой, скорость  $\vec{U}$  пловца одинакова по модулю  $U = 1,5$  м/с при движении в любом направлении.

В первом заплыве пловец проплывает 100 м вниз по течению ( $\vec{U} \uparrow\uparrow \vec{V}$ ) и возвращается ( $-\vec{U} \uparrow\downarrow \vec{V}$ ) в точку старта. Время движения на второй половине дистанции в 5 раз больше, чем на первой.



1. Найдите скорость  $V$  течения реки.

2. Найдите продолжительность  $T$  заплыва, в котором вектор  $\vec{V}$  скорости реки образует угол  $\alpha = 45^\circ$  с прямой, по которой движется пловец (см. рис.).
3. За какое наименьшее время  $T_{\min}$  пловец после старта в точке  $O$  может доплыть до границы зоны и вернуться в точку старта?

$$1) V = \frac{3}{2} U = 1 \text{ м/с}; 2) T = 2R \sqrt{\frac{U^2 - V^2}{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}} \approx 212 \text{ с}; 3) T_{\min} = \frac{\sqrt{U^2 - V^2}}{2R} = 80 \sqrt{\frac{U^2 - V^2}{U^2}} \approx 179 \text{ с}$$

**1.5.9.** («Надежда энергетики», 2015, 9) На кондитерской фабрике работает автомат по укладке шоколадных конфет. Он представляет собой механический манипулятор, способный перемещаться вдоль одной прямой перпендикулярно ленте транспортера, на которой лежат пустые коробки с ячейками для конфет. Конфета моментально попадает в ячейку, как только манипулятор окажется над ней. Рассмотрим движение автомата и коробок на плоскости  $XOY$ . Координаты ячеек  $(x, y)$  — это натуральные числа, причем в исходном положении  $8 \leq x \leq 26$ ,  $2 \leq y \leq 15$  (все значения координат заданы в дюймах). Лента транспортера начинает двигаться в направлении, противоположном оси  $OX$ , со скоростью  $v = 1$  дюйм/с. Одновременно из начала координат вдоль оси  $OY$  с постоянной скоростью без остановок начинает двигаться манипулятор. Какое максимальное количество конфет сможет уложить манипулятор за время однократного пересечения транспортера и с какой скоростью он должен двигаться?

$$\text{зарядка } n = 10 \text{ м/с}$$

## 1.6 Упругое отражение

Дополнительные задачи — в листке [Упругое отражение](#).

**1.6.1.** («Надежда энергетики», 2021, 9) На стадионе НИУ «МЭИ» «Энергия» есть площадки для игры в бадминтон. Одноклассники Петя и Катя ходят по вечерам в безветренную погоду заниматься любимым видом спорта. Обычно игру начинает Катя. После её подачи волан приближается к Петя со скоростью  $v = 10$  м/с. Петя бьёт по волану ракеткой, расположенной перпендикулярно его движению, со скоростью  $u = 30$  м/с. Найдите скорость волана сразу после удара Пети.

$$v + 2u = 70 \text{ м/с}$$

## 1.7 Неравномерное движение

Дополнительные задачи — в листке [Неравномерное движение](#).

**1.7.1.** («Надежда энергетики», 2018, 9) Каждый год в НИУ МЭИ проходит «Ночь техники», на которую приезжают старшеклассники. В этом году в учебной лаборатории кафедры физики они наблюдали траекторию движения электронного пучка в электровакуумном приборе под действием электрического и магнитного полей. Школьники поняли, что действие электрического поля приводит к изменению скорости заряженной частицы. После опытов преподаватель предложил им решить следующую задачу: «Тонкое закреплённое металлическое кольцо радиусом  $R$  заряжено положительным зарядом. На оси кольца на одинаковых расстояниях  $R$  от плоскости кольца располагаются точки А и В. Из точки А в точку В начинает двигаться со скоростью  $v_A$  отрицательно заряженная частица. Как изменится время движения частицы из точки А в точку В, если заряд частицы изменить на противоположный?» Ответьте на вопрос задачи и объясните ответ.

$$\text{если } \frac{q_1}{q_2} > 0, \text{ то } t_1 < t_2$$

**1.7.2.** (Всесиб., 2021, 9) Два автомобиля одновременно отправились по одному маршруту протяженностью  $L$  и одновременно прибыли в его конечный пункт. Первый автомобиль первую треть времени двигался со скоростью в 2 раза больше, чем в остальное время. Второй автомобиль последнюю треть времени двигался в 2 раза быстрее, чем начальные две трети. Определите наибольшее расстояние между автомобилями.

$$L/4$$

**1.7.3.** («Курчатов», 2020, 9) Красная Шапочка опоздала на электричку к бабушке и теперь должна ждать следующую, которая прибудет через полчаса. Чтобы скратить время, она решила прогуляться: в течение  $t_1 = 15$  минут она шла строго на юг с постоянной скоростью, затем повернула на восток и шла еще  $t_2 = 8$  минут с этой же скоростью. Вспомнив о времени прибытия электрички, она побежала к станции по кратчайшему пути, причём на каждый шаг, начиная со второго, она тратит на 0,1% времени меньше, чем на предыдущий. Успеет ли Красная Шапочка на электричку, если скорость красной шапочки 1 шаг/с?

$$t \approx 10,6 \text{ мин; не успеет}$$

**1.7.4.** («Шаг в будущее», 2022, 9) Илья Муромец верхом на Бурке по ровной прямой дороге отправился из Алёшино в Добрынино. Расстояние между деревнями 50 км. Скорость движения Ильи 10 км/ч. Как только они тронулись в путь, Бурка стряхнул с себя муху-цокотуху. Муха полетела прямо в Добрынино и, долетев туда, сразу полетела обратно к Бурке, тот снова стряхнул цокотуху, она опять полетела прямо в Добрынино и т. д. пока Илья не прибыл в пункт назначения. Определить полный путь цокотухи, если во время путешествия Илье постоянно дул попутный ветер со скоростью 5 км/ч, а собственная скорость мухи 15 км/ч.

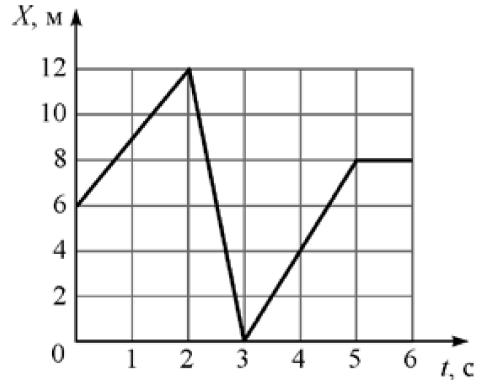
$$\text{и } 08 = \text{и } (\varepsilon)^{\frac{0,1,1}{0,1,1 + \varepsilon^n - \varepsilon^a}} T = S$$

## 1.8 Графики движения

Дополнительные задачи — в листке [Графики движения](#).

**1.8.1.** (Всеросс., 2021, ШЭ, 9) Точечное тело движется вдоль оси  $X$ . На рисунке представлен график зависимости координаты  $X$  этого тела от времени  $t$ . Какой путь прошло тело за 6 с движения?

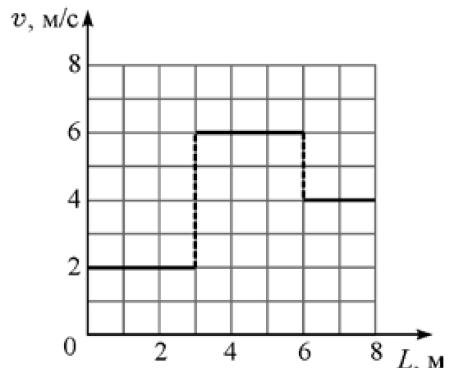
1. 2 м;
2. 8 м;
3. 16 м;
4. 26 м;
5. 30 м.



[J]

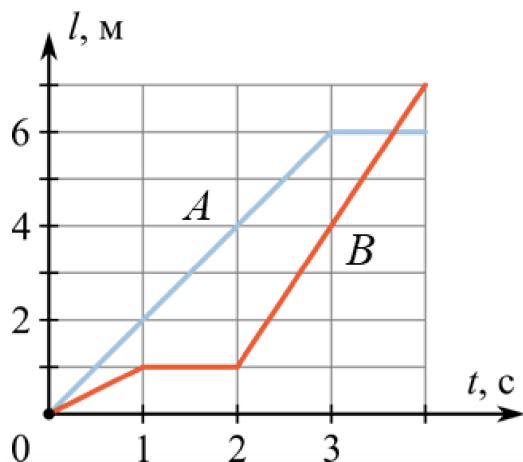
**1.8.2.** (Всеросс., 2021, ШЭ, 9) Тело движется вдоль прямой, не изменяя направления своего движения. На рисунке приведён график зависимости модуля скорости тела от пройденного им пути.

1. За какое время тело прошло путь 8 м? Ответ выразите в секундах, округлите до десятых долей.
2. Чему равна средняя скорость тела за первые 2 с его движения? Ответ выразите в м/с, округлите до целого числа.
3. Чему равна средняя скорость тела на первой половине пройденного им пути? Ответ выразите в м/с, округлите до десятых долей.



1) 2,5; 2) 3; 3) 2,4

**1.8.3.** (Всеросс., 2022, ШЭ, 9) Два точечных тела  $A$  и  $B$  находятся на расстоянии 10 м друг от друга. Затем они одновременно начинают двигаться навстречу друг другу вдоль соединяющей их прямой. Зависимости путей, пройденных этими телами, от времени приведены на рисунке (синий график соответствует телу  $A$ , красный — телу  $B$ ).



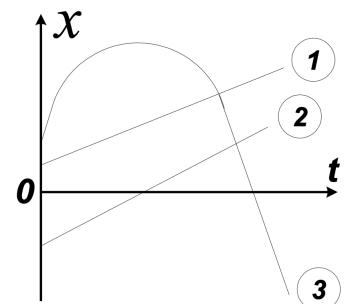
- Каким было расстояние между телами через одну секунду после старта? Ответ дайте в метрах, округлив до целого числа.
- В какой момент времени эти тела встретились? Ответ дайте в секундах, округлив до целого числа.
- Каким было расстояние между телами за одну секунду до их встречи? Ответ дайте в метрах, округлив до целого числа.
- На каком расстоянии от начального положения тела  $A$  произошла встреча? Ответ дайте в метрах, округлив до целого числа.

1) 7; 2) 3; 3) 5; 4) 6

**1.8.4.** (*Всеросс., 2020, МЭ, 9*) На рисунке схематично изображены графики зависимостей координат для трёх тел, движущихся вдоль оси  $OX$ , от времени. Какое из тел в процессе движения:

а) — останавливалось; б) — меняло направление движения?

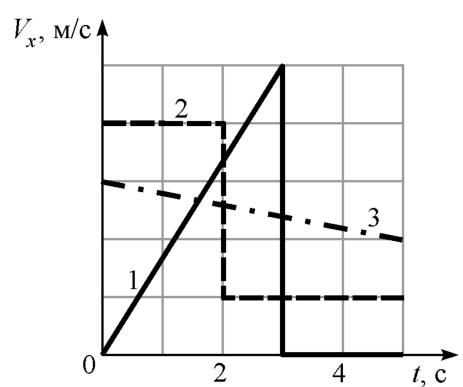
- A) а — 1, б — 2, 3
- Б) а — 1, 2, б — 3
- В) а — 2, 3, б — 3
- Г) а — 3, б — 3



1

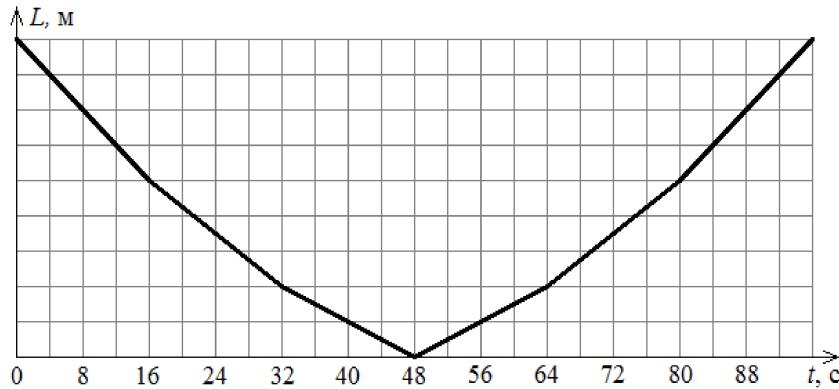
**1.8.5.** (*Всеросс., 2021, МЭ, 9*) Три точечных тела движутся вдоль оси  $X$ . На рисунке показаны графики зависимостей проекции скорости  $V_x$  этих тел от времени  $t$ , прошедшего с момента начала движения. Расположите номера тел в порядке возрастания пути, пройденного ими за первые 5 с движения (начиная с того тела, которое прошло наименьший путь).

1. 1, 2, 3;
2. 3, 1, 2;
3. 3, 2, 1;
4. 2, 1, 3;
5. 2, 3, 1.



1

**1.8.6.** (*Всеросс., 2022, МЭ, 9*) Две машины едут по прямой дороге навстречу друг другу с одинаковыми скоростями. Дорога проходит через мост длиной 600 м, и каждая машина въезжает на мост со своей стороны. На мосту скорости машин тоже одинаковы, но меньше, чем вне моста. На графике показана зависимость расстояния  $L$  между машинами от времени  $t$ . К сожалению, график был обрезан слева, и числа на вертикальной оси не сохранились.



- Найдите скорость машин на мосту. Ответ выразите в км/ч, округлите до целого числа.
- Чему равна скорость машин вне моста? Ответ выразите в км/ч, округлите до целого числа.
- Найдите расстояние между машинами в начальный момент времени. Ответ выразите в м, округлите до целого числа.

1) 45; 2) 90; 3) 1800

## 1.9 Баллистика. Координаты

Дополнительные задачи — в листке [Баллистика. Координаты](#).

**1.9.1.** (*Всеросс., 2022, МЭ, 9*) Камешек бросили с балкона дома. Может ли он за последовательные равные промежутки времени пройти пути, равные 1 м, 1 м, 3 м, 5 м? Сопротивление воздуха отсутствует.

- Может, если его бросили вертикально вверх.
- Может, если его бросили вертикально вниз.
- Может, если его бросили в горизонтальном направлении.
- Нет, такое невозможно.

1

**1.9.2.** (*Олимпиада КФУ, 2019, 9*) С самолета, летящего на высоте  $h_0$  со скоростью  $v_0$ , выпал предмет. На какой высоте его скорость будет направлена под углом  $\alpha$  к горизонту? Трение не учитывать.

$$\frac{v_0 \cos \alpha}{v_0 \sin \alpha + g} - g t = \gamma$$

**1.9.3.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 9) Горизонтальная дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту, вдвое больше максимальной высоты подъема тела. Под каким углом было брошено тело? Какую часть времени полета скорость тела была меньше половины начальной скорости?

$$\alpha = \arctg 2 \approx 63^\circ; 1/4$$

**1.9.4.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 9) Под каким углом к горизонту было брошено тело, если бросок произошел в момент  $t = 0$  и в моменты  $t_1$  и  $t_2$  скорость тела равнялась половине начальной?

$$\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{3} + t_1 + t_2}$$

**1.9.5.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 9) При взрыве гранаты на поверхности земли осколки полетели во все стороны с одинаковой скоростью  $V_0$ . Граница области поражения осколками движется по поверхности земли вначале от точки взрыва, затем в обратном направлении. Во сколько раз средняя скорость границы на этапе ее удаления от точки взрыва меньше средней скорости границы на этапе приближения к этой точке?

$$\frac{\sqrt{2}-1}{1} \approx 2,5$$

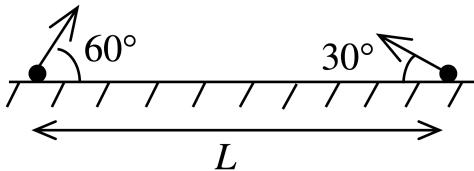
**1.9.6.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2019, 9) Тело, брошенное под углом к горизонту в момент  $t = 0$  с начальной скоростью  $V_0$ , находилось на одинаковом удалении от точки броска в моменты  $t_1$  и  $t_2$ . Найти время полета тела. При каком условии на угол между начальной скоростью и горизонтом одинаковое удаление от точки броска достигается в ходе полета не один раз? Ускорение свободного падения равно  $g$ .

$$\frac{t_1 + t_2}{t_1 t_2} < \left( \frac{g}{2V_0^2} + \frac{2}{t_1 + t_2} \right)^{\frac{1}{2}} : \sin \alpha$$

**1.9.7.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 9) При разрыве снаряда на поверхности земли осколки полетели во все стороны с одинаковой скоростью. В точку, находящуюся на расстоянии 250 м от места разрыва, упали два осколка с интервалом 10 с. Под какими углами к горизонту вылетели эти осколки? Чему равен радиус круга всех упавших осколков? Ускорение свободного падения считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

$$\alpha_1 = 15^\circ \text{ и } \alpha_2 = 75^\circ; R = 500 \text{ м}$$

**1.9.8.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 9) Два тела бросили одновременно из точек на поверхности земли, удаленных друг от друга на расстояние  $L$ . Векторы начальных скоростей тел лежат в одной вертикальной плоскости и составляют с горизонтом углы  $30^\circ$  и  $60^\circ$  (см. рис.). Какого минимального значения достигает расстояние между находящимися в полете телами, если дальности полета тел равны  $L$ ?



$$L \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2} L \approx 0,26L$$

**1.9.9.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 9) Тело бросили под углом к горизонту в момент  $t = 0$  так, что вектор скорости составил с горизонтом угол  $45^\circ$  в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ . Найти дальность полета тела. Ускорение свободного падения равно  $g$ .

$$\frac{g}{(\frac{t_1}{\sqrt{2}} - \frac{t_2}{\sqrt{2}})^2}$$

**1.9.10.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 9) Тело бросили с начальной скоростью  $V_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Через время  $\tau$  бросили второе тело так, что оно полетело по той же траектории. Каким будет минимальное расстояние между телами во время их полета? Через какое время расстояние станет минимальным? Ускорение свободного падения равно  $g$ .

$$V_0 \tau \cos \alpha : \frac{g}{V_0 \sin \alpha} +$$

**1.9.11.** (Олимпиада КФУ, 2020, 9) В особо охраняемой комнате, вдоль прямой линии, по полу двигается источник лазерного излучения, направленный вверх. Под потолком синхронно с лазером двигается анализатор, который фиксирует прерывания луча. Луч равномерно сдвигается вперед на расстояние  $a$ , затем возвращается в исходную точку также с постоянной скоростью. Период его движения равен  $T$ . Из этой исходной точки кто-то бросил мячик под углом  $\alpha$ . В этот момент лазер находился на другой стороне (на расстоянии  $a$  от точки бросания). Найдите максимальную скорость, при которой анализатор зафиксирует ровно 3 прерывания луча. Отскок от стены не рассматривать. Размерами мячика пренебречь.

$$\frac{T \cos \alpha}{a}$$

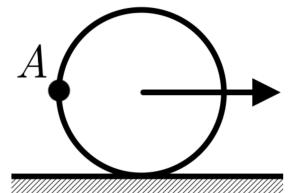
**1.9.12.** (Олимпиада КФУ, 2021, 9) Тело брошено под углом к горизонту и движется в плоскости  $xy$ . Вектор ускорения свободного падения направлен против оси  $y$ . В таблице приведены координаты тела в различные моменты времени. Трением о воздух можно пренебречь. Определить начальную скорость и угол между начальной скоростью и горизонталью. Ускорение свободного падения принять равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

$x, \text{ м}$	0	0,30	0,60	0,90	1,20	1,50
$y, \text{ м}$	0	0,35	0,60	0,75	0,80	0,75

$$5 \text{ м/c; } \arccos \left( \frac{3}{5} \right) = \arcsin \left( \frac{4}{5} \right) = \arctg \left( \frac{3}{4} \right)$$

**1.9.13.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 9) Колесо радиуса 20 см, двигаясь по прямой дороге равномерно со скоростью 9 км/ч, из-за наличия проскальзывания, переместилось всего на 2 метра, сделав при этом целых 5 оборотов.

На какой максимальной высоте от земли сможет побывать капелька, оторвавшаяся от колеса в точке  $A$ ?

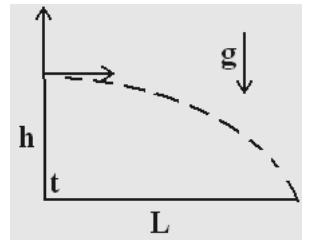


**Примечание.** Сопротивлением воздуха пренебрегите.

$$3,325 \text{ м}$$

**1.9.14.** (Всесиб., 2017, 9) Мяч, брошенный вертикально вверх с высоты  $h$ , упал на пол через время  $t$ . На каком расстоянии  $L$  по горизонтали он ударится об пол, если его бросить с той же высоты и с той же начальной скоростью, но направленной горизонтально? Ускорение свободного падения  $g$ . Влиянием воздуха пренебречь.

$$\frac{g}{2}t^2 \wedge (t/\sqrt{2} - t^2/g) = L$$



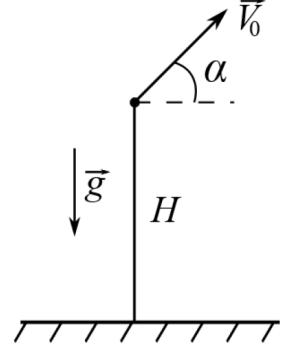
**1.9.15.** (Всесиб., 2021, 9) Из окна многоэтажки бросили небольшой мячик, сообщив ему горизонтальную начальную скорость. Из окна этажом ниже через время  $\tau$  произвели в том же направлении горизонтальный бросок другим небольшим мячиком. Мячики столкнулись в воздухе. Определите сумму времен нахождения мячиков в полете до столкновения, если окна находятся на одной вертикали на расстоянии  $h$  друг от друга. Ускорение свободного падения  $g$ . Влиянием воздуха пренебречь.

$$\frac{\pm b}{\pm c}$$

**1.9.16.** («Росатом», 2022, 9) Скорость тела, брошенного с земли под некоторым углом к горизонту, оказалась направленной под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ , отсчитанные от момента броска. Найти дальность полета тела и максимальную высоту подъема. Ускорение свободного падения равно  $g$ . Сопротивлением воздуха пренебречь.

$$\frac{8}{c} = u : \left( \frac{1}{c} t_1 - \frac{1}{c} t_2 \right) \wedge g \frac{1}{2} = S$$

**1.9.17.** («Физтех», 2023, 9) Камень брошен с башни высотой  $H = 25,6$  м под углом  $\alpha$  к горизонту,  $\tan \alpha = 1,6$  (см. рис.). Последние по вертикали  $h = 16$  м камень пролетел за время  $\tau = 0,8$  с.



1. Через какое время  $t_1$  после старта камень находился на максимальной высоте?
2. Найдите горизонтальное перемещение  $S$  камня за время полета.

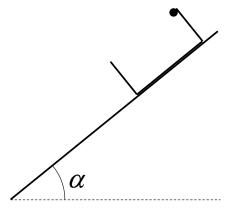
Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Все высоты отсчитываются от горизонтальной поверхности.

$$16 = L \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = S \quad (2) \quad 8 = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g \left( \frac{L}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{L}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 = t^2$$

**1.9.18.** («Курчатов», 2022, 9) Вова участвует в соревнованиях по стрельбе из лука, где ему нужно поразить цель на расстоянии  $L = 200$  м. Под каким углом  $\alpha$  к горизонту Вова должен стрелять из лука, чтобы попасть точно в середину мишени? При натяжении лука работа Вовы равна  $A = 500$  Дж, КПД лука  $\eta = 0,17$ . Масса стрелы  $m = 54$  г. В момент выстрела стрела находится на  $h = 70$  см выше центра мишени. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .

$$\cos \alpha_1 \approx 0,3; \cos \alpha_2 \approx 0,9$$

**1.9.19.** («Росатом», 2023, 9) На очень длинной гладкой наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$  удерживают прямоугольную коробку высотой  $h$ . В некоторый момент времени коробку отпускают, и она начинает скользить по плоскости. В этот же момент от верхнего края коробки начинает падать маленький упругий шарик (см. рис.). Какой путь пройдет коробка по плоскости к моменту б-го удара шарика о ее дно? Столкновения шарика с дном коробки упругие.



$$S = 121h \operatorname{tg} \alpha$$

## 1.10 Баллистика. Отражения

Дополнительные задачи — в листке [Баллистика. Отражения](#).

**1.10.1.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 9) Тяжёлая вертикальная стенка движется горизонтально со скоростью 2 м/с. В сторону стенки в том же направлении брошен упругий мяч со скоростью 10 м/с, начальной высотой 5 м и начальным расстоянием от стенки 4 м. Определите, на каком расстоянии от точки бросания упадёт мяч после отскока от стенки. Ответ дайте с точностью до 1 см.

**Примечание.** Ускорение свободного падения считайте равным 10 м/с<sup>2</sup>.

$$\sqrt{2g} m$$

**1.10.2.** («Физтех», 2023, 9) Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке, и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой мяч падает на площадку. Наибольшая высота, на которой мяч находится в полете,  $H = 16,2$  м. Расстояние от точки старта до стенки в 5 раз больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

1. На какой высоте  $h$  происходит соударение мяча со стенкой?
2. Найдите продолжительность  $t_1$  полета мяча от старта до соударения со стенкой.

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на той же высоте  $h$ , стенка движется навстречу мячу со скоростью  $U = 2$  м/с.

3. Найдите расстояние  $d$  между точками падения мяча на площадку в случаях: стенка покоятся, стенка движется.

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

$$(1) h = \frac{9}{5} H = 9 \text{ м}; (2) t_1 = \frac{3}{5} \sqrt{\frac{g}{2H}} = 3 \text{ с}; (3) d = 2U \frac{t_1}{4} = 2,4 \text{ м}$$

## 1.11 Движение по окружности

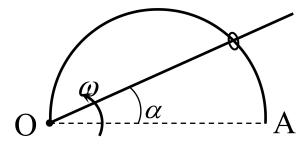
Дополнительные задачи — в листке [Движение по окружности](#).

**1.11.1.** (*Олимпиада КФУ, 2021, 9*) Машина едет по плоской круговой траектории с постоянной скоростью таким образом, что внутреннее колесо движется по окружности радиусом  $R = 10$  м. Расстояние между левым и правым колесом  $d = 1,75$  м. Найдите отношение угловых скоростей внутреннего и внешнего передних колес. Колеса не проскальзывают.

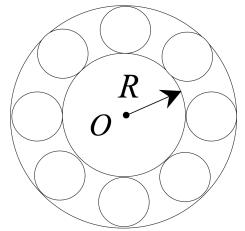
$$\frac{R+d}{R} \approx 0,851$$

**1.11.2.** (*Инженерная олимпиада, 2023, 9*) Стержень вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси, проходящей через крайнюю точку сделанного из проволоки полукольца (точка  $O$  на рисунке). Стержень соединен с полукольцом колечком, которое может без трения скользить по стержню и полукольцу. Найти мгновенную угловую скорость колечка в тот момент времени, когда угол  $\alpha$  между стержнем и диаметром, замыкающим полукольцо, равен  $30^\circ$  (см. рисунок; диаметр, замыкающий полукольцо обозначен  $OA$ ). При каких углах  $\alpha$  больше угловая скорость колечка: при  $\alpha \rightarrow 0$  или при  $\alpha \rightarrow 90^\circ$  и почему?

$$2\omega, \text{ при } \alpha > 0$$



**1.11.3.** (*«Надежда энергетики», 2020, 9*) Внутреннее кольцо шарикоподшипника радиусом  $R = 4$  см закреплено на оси  $O$  токарного станка. Внешнее кольцо подшипника закреплено неподвижно на корпусе станка. Шарики подшипника имеют радиус  $r = 1$  см и катятся по внутреннему и внешнему кольцам без проскальзывания. Сколько оборотов вокруг оси  $O$  сделают шарики за время одного оборота внутреннего кольца?



$$0,4 \text{ оборота}$$

**1.11.4.** (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 9*) В результате измерений про-межутка времени между двумя последовательными затмениями Европы, спутника Юпитера, определено, что в течение года он изменяется от 84 часов 56 минут 42 секунд до 84 часов 57 минут 42 секунд. Оцените по этим данным скорость света.

$$3,04 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

**1.11.5.** (*«Шаг в будущее», 2021, 9*) При резке металлического проката (листы, прутки, рельсы и т. п.) может использоваться два типа дисковых режущих инструментов: абразивные диски и металлические с твердосплавными зубцами. Оба диска имеют диаметр 300 мм, при этом абразивный диск постепенно стачивается. Частота вращения обоих дисков постоянна и равна 3600 об/мин.

Производительность  $k$  дисков определяется отношением скорости реза (площади распиливаемого поперечного сечения в секунду,  $\text{м}^2/\text{с}$ ) к скорости резания (скорости движения края диска по заготовке,  $\text{м/с}$ ) и равна  $10^{-6}$  м.

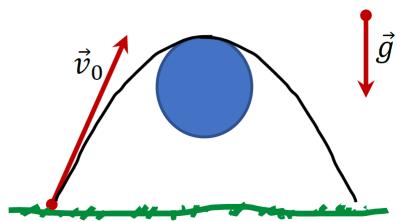
Определить проценты износа металлического диска с твердосплавными зубцами и абразивного диска при разрезании каждым из них 40 металлических стержней круглого сечения диаметром 5 см, если одним абразивным диском можно перепилить  $0,133 \text{ м}^2$  металла, а ресурс стального диска равен 60 минутам.

$$\text{Абразивный диск} — 59\%, \text{металлический диск} — 39\%$$

## 1.12 Кривизна траектории

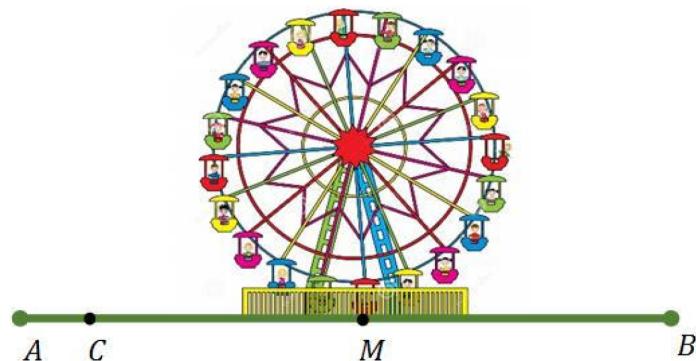
Дополнительные задачи — в листке [Кривизна траектории](#).

- 1.12.1.** («Шаг в будущее», 2022, 9) Тело, брошенное с поверхности земли со скоростью  $v_0 = 10 \text{ м/с}$ , перелетает через трубу диаметра  $d = 2 \text{ м}$ . В высшей точке тело почти касается трубы, обладая минимальной для дальнейшего свободного полета скоростью. Определить максимальную высоту подъема тела. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .



$$H = \left( H - \frac{d}{2} \right) \frac{\pi}{4} = \frac{d}{2}$$

- 1.12.2.** («Шаг в будущее», 2023, 9) Диаметр колеса обозрения  $16 \text{ м}$ . Из какой точки  $C$  на прямой  $AB$  нужно бросить мячик, чтобы он сдул пылинку с крыши кабинки в верхней точке колеса, обладая наименьшей необходимой для этого начальной скоростью? В качестве ответа найдите длину отрезка  $CM$ .



$$D = 7$$

## 1.13 Масса, плотность, давление

Дополнительные задачи — в листке [Масса и плотность](#).

- 1.13.1.** (Всеросс., 2023, МЭ, 9) Школьник нарисовал мелом на горизонтальном асфальте квадрат площадью  $9 \text{ м}^2$ . Чему равна масса «столба» воздуха, расположенного над этим квадратом? Атмосфера простирается вверх на несколько десятков километров, дальше плотность воздуха совсем мала. Барометр на «умных часах» школьника показывает величину атмосферного давления  $101320 \text{ Па}$ . Ускорение свободного падения равно  $10 \text{ м/с}^2$ .

1. приблизительно 910 т;
2. приблизительно 91 т;
3. приблизительно 9,1 т;
4. приблизительно 910 кг.

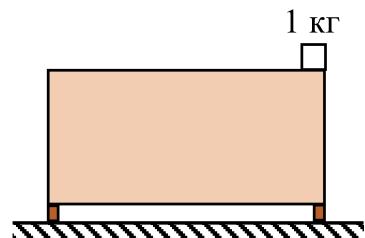
2

**1.13.2.** (Всеросс., 2022, МЭ, 9) Однажды Скрудж Макдак нашёл необычное сокровище, которое снаружи выглядело как куб, сделанный из чистого золота. Но оказалось, что внутри золотого куба есть полость, тоже в форме куба, заполненная серебром. Средняя плотность сокровища оказалась равной  $12000 \text{ кг}/\text{м}^3$ , тогда как плотность золота равна  $19300 \text{ кг}/\text{м}^3$ , а плотность серебра  $10500 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Стенки золотой части сокровища имеют везде одинаковую толщину  $h$ . Найдите отношение толщины стенок  $h$  к длине ребра  $L$  всего сокровища. Ответ округлите до сотых долей.

30

**1.13.3.** (Всеросс., 2022, МЭ, 9) На край симметричной пустой тумбочки, стоящей на двух опорах, положили небольшой однородный брускок массой 1 кг, как показано на рисунке. Сила давления правой опоры тумбочки на пол в 1,2 раза больше силы давления левой опоры на пол.

- Найдите массу тумбочки. Ответ выразите в кг, округлите до целого числа.
- Какое среднее давление оказывает тумбочка на пол, если площадь сечения каждой опоры равна  $40 \text{ см}^2$ ? Ускорение свободного падения равно  $10 \text{ м}/\text{с}^2$ . Ответ выразите в Па, округлите до целого числа.
- Брускок какой массы нужно дополнительно положить на левый край тумбочки, чтобы сила давления правой опоры тумбочки на пол стала в 1,2 раза меньше силы давления левой опоры на пол? Ответ выразите в кг, округлите до десятых долей.



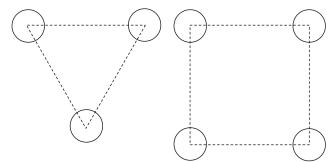
1) 10; 2) 13750; 3) 2,2

**1.13.4.** (Всеросс., 2023, МЭ, 9) На стройплощадке дачного дома складированы однородные бруски одинаковой массы, каждый из которых сделан из массива одного и того же дерева и имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Одно ребро каждого бруска имеет длину 30 см, два других могут быть различными. Строитель выбрал горизонтальную площадку, сложил на ней четыре бруска друг на друга и пронумеровал их сверху вниз от одного до четырёх. Наверху оказался брускок в форме куба. Каждый брускок опирается всей своей нижней поверхностью на следующий по номеру брускок. Оказалось, что получившаяся башня особенная — давление, оказываемое на нижнюю грань каждого бруска, одинаково.

- Чему равна длина самого длинного ребра второго бруска? Ответ укажите в см, округлите до целого числа.
- Чему равна длина самого короткого ребра третьего бруска? Ответ укажите в см, округлите до целого числа.
- Чему равен объём четвёртого бруска? Ответ укажите в  $\text{дм}^3$ , округлите до целого числа.

1) 60; 2) 10; 3) 27

**1.13.5.** (*Инженерная олимпиада, 2021, 9*) В атомных реакторах на быстрых нейтронах выгодно обеспечить максимальную объемную долю топлива. Топливо загружается в реактор в виде вертикальных цилиндрических стержней (см. рисунок, вид сверху; показано сечение одной ячейки активной зоны реактора — или треугольной (слева) или квадратной (справа), круги — сечения топливных стержней). Какая из компоновок реактора — с ячейкой в виде квадрата или равностороннего треугольника — лучше удовлетворяет этому требованию? Найдите объемную долю топлива в реакторах с треугольной или квадратной ячейкой, если диаметр топливных стержней  $d$ , сторона ячейки (и треугольной, и квадратной)  $a$ .



$$\frac{\pi d^2}{4} \cdot a = \Delta V, \quad \frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{\pi d^2}{4} \cdot a = \Delta V$$

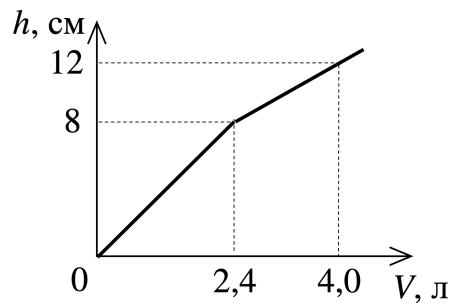
**1.13.6.** (*Инженерная олимпиада, 2022, 9*) Известно, что при приготовлении смеси некоторых жидкостей объем смеси не равен сумме объемов отдельных компонент. В частности, при смешивании воды и спирта объем смеси меньше суммы объемов воды и спирта. Смешали два одинаковых объема воды и спирта так, что получился 1 л смеси, который весит 936 г. При этом 1 л чистого спирта весит 729 г, а 1 л чистой воды — 1 кг. Какие массы воды и спирта смешали?

$$M_{\text{вн}} = 396 \text{ г}, \quad M_{\text{в}} = 543 \text{ г}$$

**1.13.7.** (*Инженерная олимпиада, 2023, 9*) Если в пластине объема  $V$  просверлить несколько отверстий, масса пластины станет равной  $m_1$ . Если увеличить количество отверстий в 2 раза, масса пластины станет равной  $m_2$ . Найти плотность пластины. Все отверстия сквозные, имеют одинаковый диаметр и просверлены перпендикулярно плоскости пластины.

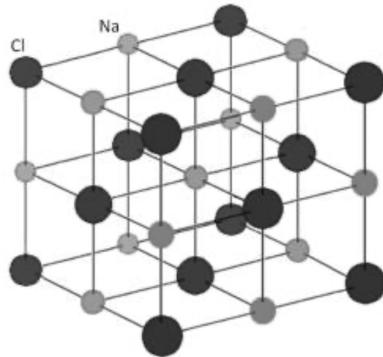
$$\frac{A}{\pi d^2} = d$$

**1.13.8.** (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 9*) В цилиндрический сосуд, на дне которого лежит куб, начинают наливать воду. График зависимости высоты  $h$  уровня воды в сосуде от объема  $V$  налитой воды приведен на рисунке. Найти плотность материала куба.



$$000 \text{ кг/м}^3$$

**1.13.9.** (*Олимпиада КФУ, 2019, 9*) Согласно закону Дюлонга и Пти теплоемкость большинства твердых тел (при не очень низких температурах) на 1 атом составляет приблизительно  $3k$ , где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — постоянная Больцмана. Рассчитайте плотность и оцените удельную теплоемкость кристаллической поваренной соли, если расстояние между соседними атомами хлора равно  $a = 0,5639$  нм (см. рис.). Молярная масса натрия 22,99 г/моль, хлора 35,45 г/моль.



$$C = \frac{M_{\text{NaCl}}}{64N_A} = 850 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$$

**1.13.10.** (*Всесиб., 2017, 9*) Цилиндрический сосуд закрыт подвижным поршнем, который находится на расстоянии  $2h$  от его дна. На расстоянии  $h$  от дна сосуд перегорожен закрепленной мембраной, которая свободно пропускает молекулы водорода и непроницаема для молекул кислорода. В сосуде находится 1 г газообразного водорода, а объем между мембраной и дном содержит 1 г газообразного кислорода. Между мембраной и поршнем кислорода нет. На сколько нужно сместить поршень вправо, чтобы в объеме между дном сосуда и мембраной число молекул водорода стало вдвое больше числа молекул кислорода? Масса молекулы кислорода в 16 раз больше массы молекулы водорода. Газ равномерно заполняет доступный ему объем.

<b>h</b>	<b>h</b>
1/2	1/2
1	x - ?

$$y_9 = x$$

## 1.14 Законы Ньютона

Дополнительные задачи — в листке [Законы Ньютона](#).

**1.14.1.** (*«Надежда энергетики», 2020, 9*) На Открытой московской инженерной конференции школьников «Потенциал», которая ежегодно проходит в НИУ «МЭИ», учащиеся 9-го класса демонстрировали экспериментальную установку для изучения законов идеального газа. В вертикальном сосуде они поместили тяжёлый поршень, который мог перемещаться практически без трения. Под поршнем в сосуде находился воздух, давление которого отличалось от атмосферного. В начальный момент поршень был закреплён. После освобождения поршня он начал перемещаться с некоторым ускорением. Школьники пытались определить, изменится ли величина этого ускорения, если на поршень положить груз. Какой результат они получили? Объясните свой ответ.

**1.14.2.** («Надежда энергетики», 2015, 9) Два истребителя совершают полёт над океаном вдоль экватора с одной и той же скоростью  $v = 1296$  км/час: первый — с запада на восток, а второй — с востока на запад. На сколько отличается вес пластиковой бутылки с водой массой  $m = 1$  кг на первом самолёте от её веса на втором? При расчёте примите, что ветер отсутствует, а высота полёта обоих самолётов постоянна и пренебрежимо мала по сравнению с радиусом Земли.

$$H \approx \frac{L}{\alpha m} \approx d \nabla$$

**1.14.3.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 9) Два пиратских корабля, находящиеся на экваторе, поделив добычу, стали двигаться один строго на запад, а второй строго на восток с одинаковыми по модулю скоростями  $v = 20$  км/час относительно Земли. Каждому кораблю досталось ровно по  $m = 100$  килограммов золота (взвешивание производилось с помощью рычажных весов на покоящихся относительно Земли кораблях). По прошествии некоторого времени взвешивание повторили уже на движущихся судах, используя точные электронные весы.

Определите, на сколько показания весов будут отличаться на корабле, идущем на запад, от показаний весов, движущихся с кораблём на восток.

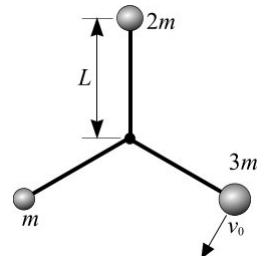
**Примечание.** Считайте Землю шаром с продолжительностью суток  $T = 24$  часа,  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

16

**1.14.4.** («Курчатов», 2021, 9) Пассажирский поезд движется по дугообразному участку железной дороги, равномерно замедляя скорость. Длина участка равна  $S$ , а время, необходимое поезду, чтобы проехать по нему, равно  $t$ . После прохождения участка направление поезда изменилось на угол  $\varphi$ , в начале участка скорость поезда была в  $\alpha$  раз больше, чем в конце участка. Найдите связь между массой пассажира  $m$ , сидящего в поезде, и весом пассажира  $P$  в момент, когда поезд находится в середине участка. Найдите массу пассажира, если  $P = 840$  Н,  $S = 1,5$  км,  $t = 60$  с,  $\alpha = 1,5$ ,  $\varphi = 60^\circ$  и  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>.

$$m = \frac{P}{g} \approx 85,6 \text{ кг; } \text{т.к. } a = \sqrt{\left(\frac{t\varphi}{2S}\right)^2 + \left(\frac{t\varphi(\alpha+1)}{2S(\alpha-1)}\right)^2}$$

**1.14.5.** («Курчатов», 2022, 9) На концах трех жестких невесомых стержней длиной  $L = 12$  см каждый закреплены три одинаковых по размеру маленьких шарика массами  $m$ ,  $2m$  и  $3m$ , где  $m = 110$  г. Противоположные концы стержней соединены между собой в одной точке, вокруг которой они могут свободно вращаться. Первоначально вся система неподвижно лежит на гладкой горизонтальной поверхности; все углы между соседними стержнями равны  $2\pi/3$ . Коротким ударом шарику массой  $3m$  сообщают скорость  $v_0 = 4$  м/с, направленную перпендикулярно соответствующему стержню и параллельно поверхности. Найдите ускорения всех трех шариков сразу после удара, считая их отличными от нуля.



$$a_1 = \frac{117}{6} \approx 7,8 \text{ м/с}; a_2 = \frac{117}{3} \approx 3,9 \text{ м/с}; a_3 = \frac{117}{2} \approx 2,4 \text{ м/с}$$

## 1.15 Гравитация

Дополнительные задачи — в листке [Гравитация](#).

**1.15.1.** («Надежда энергетики», 2016, 9) В НИУ «МЭИ» проводятся «университетские субботы» — научно-познавательные лекции и занятия со школьниками. Одна из таких встреч состоялась на кафедре физики и была посвящена законам механики. При обсуждении закона всемирного тяготения школьникам задали вопрос: «Как известно, на все тела на Земле действует сила притяжения со стороны Солнца. Днём эта сила вычитается из силы притяжения тел к Земле, а ночью складывается с ней. Означает ли это, что ночью все тела на Земле весят больше, чем днём?» Сможете ли вы повторить правильный ответ, который дали будущие студенты МЭИ?

решение на сайте [www.oimt.ru](#)

**1.15.2.** (Олимпиада КФУ, 2019, 9) Пользуясь данными о размерах планет и давлении атмосферы у поверхности, вычислить массы атмосфер Венеры, Земли и Марса. Средний радиус  $R$  Венеры 6052 км, Земли — 6371 км, Марса — 3390 км. Давление у поверхности Венеры в 92 раза больше земного, давление у поверхности Марса — в 160 раз меньше земного. Атмосферное давление на Земле  $P_3 = 10^5$  Па.

$$M_A = P_A \frac{4\pi R_A^2}{g_A} = 5,2 \cdot 10^{18} \text{ кг}; M_B = P_B \frac{4\pi R_B^2}{g_B} = 4,8 \cdot 10^{20} \text{ кг}; M_M = P_M \frac{4\pi R_M^2}{g_M} = 2,4 \cdot 10^{16} \text{ кг}$$

**1.15.3.** (Олимпиада КФУ, 2019, 9) Инженер Левшов изобрел машину, способную двигаться с постоянной скоростью  $V = 36$  км/ч в вертикальном направлении, если стартовать с экватора. В машину встроена система безопасности, которая остановит её, если перестанет ощущать притяжение к Земле. Через сколько времени это произойдет? Радиус Земли  $R = 6400$  км.

решение

**1.15.4.** («Физтех», 2022, 9) Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты  $h = 0,5R$ , здесь  $R$  — радиус планеты. Плотность планеты  $\rho$ . Гравитационная постоянная  $G$ . Объём шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

1. Найдите ускорение  $g$  свободного падения на расстоянии  $2R$  от центра планеты.
2. Найдите период  $T$  обращения спутника.

$$(1) g = \frac{3}{2} G \rho R; (2) T = \sqrt{\frac{2G\rho}{\pi}}$$

**1.15.5.** («Физтех», 2022, 9) У двух планет Альфа-1 и Альфа-2 одинаковые радиусы  $R$ , а плотности планет равны, соответственно,  $\rho_1 = \rho$  и  $\rho_2 = 2\rho$ . Гравитационная постоянная  $G$ . Объём шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

1. Найдите ускорение  $g$  свободного падения на расстоянии  $4R$  от центра планеты Альфа-1.
2. Найдите отношение  $T_2/T_1$  периодов обращения спутников, которые движутся по круговым орбитам вокруг данных планет. Высоты орбит спутников равны, соответственно  $h_1 = 0,5R$  и  $h_2 = 1,5R$ .

$$(1) g = \frac{12}{5} G \rho R; (2) \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{6}{5}} \approx 1,52$$

## 1.16 Сила упругости

Дополнительные задачи — в листке [Сила упругости](#).

**1.16.1.** (*Всеросс., 2020, ШЭ, 9*) На рисунке изображён график зависимости силы упругости пружины  $F_{\text{пр}}$  от её деформации  $\Delta x$ . Чему равен коэффициент жёсткости этой пружины?



- А) 1 Н/м
- Б) 4 Н/м
- В) 8 Н/м
- Г) 25 Н/м
- Д) 50 Н/м

[J]

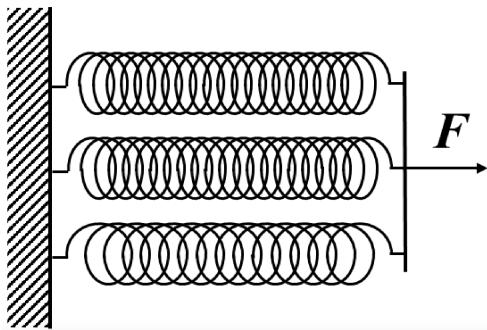
**1.16.2.** (*Всеросс., 2021, ШЭ, 9*) В лаборатории есть две одинаковые невесомые пружины. Пер первую пружину приклели левым концом к стене, а к правому концу приложили силу  $2F$ , направленную вдоль пружины. Вторую пружину растянули с двух концов, действуя на них в противоположные стороны одинаковыми силами  $F$ . Сила упругости:

1. больше у первой пружины;
2. больше у второй пружины;
3. одинакова у обеих пружин;
4. недостаточно данных для сравнения сил упругости.

[V]

**1.16.3.** (*Всеросс., 2022, ШЭ, 9*) Три пружины длиной 10 см каждая соединили параллельно. Жёсткости пружин равны 100 Н/м, 100 Н/м и 200 Н/м соответственно.

1. Определите жёсткость такой системы пружин. Ответ выразите в Н/м, округлив до целого числа.
2. Чему будет равно удлинение каждой из пружин, если их левые концы закрепить, а к правым концам прикладывать силу 10 Н? Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей.



1) 400; 2) 2,5

**1.16.4.** (*Всеросс., 2023, ШЭ, 9*) Вася взял три очень лёгкие пружины длиной 10 см каждая и жёсткостью 100 Н/м, 100 Н/м и 200 Н/м соответственно.

1. Вася соединил три эти пружины последовательно. Чему будет равно общее удлинение пружин, если левый конец сцепки закрепить, а к правому концу прикладывать силу 2 Н? Ответ выразите в сантиметрах, округлив до целого числа.
2. Систему с какой максимальной жёсткостью можно собрать, используя эти три пружины? Ответ выразите в Н/м, округлив до целого числа.
3. Систему с какой минимальной жёсткостью можно собрать, используя эти три пружины? Ответ выразите в Н/м, округлив до целого числа.

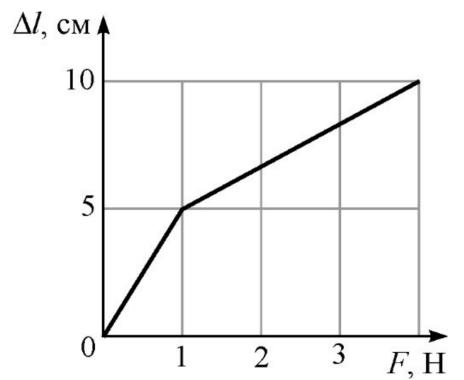
1) 5; 2) 400; 3) 40

**1.16.5.** (*Всеросс., 2021, МЭ, 9*) Если к пружине подвесить некоторый груз, её длина в равновесном состоянии увеличивается на 15 см. Пружину разрезали на две части, длины которых относятся в пропорции 1 : 2.

1. На сколько растянется меньшая часть пружины, если к ней подвесить тот же самый груз? Ответ дайте в сантиметрах, округлив до целого числа.
2. На сколько растянется более длинная часть пружины, если к ней подвесить груз вдвое большей массы? Ответ дайте в сантиметрах, округлив до целого числа.

1) 5; 2) 20

**1.16.6.** (*Всеросс., 2021, МЭ, 9*) У экспериментатора были два однородных лёгких упругих шнура — короткий и длинный. Длина меньшего шнура  $l_0 = 20$  см. Он соединил шнуры параллельно, попарно скрепив их концы друг с другом (начало короткого шнура с началом длинного, а конец короткого шнура — с концом длинного). После этого один из концов полученной связки он закрепил, а к другому стал подвешивать грузики различной массы. После обработки полученных экспериментальных данных была построена зависимость абсолютного удлинения  $\Delta l$  связки шнурков от модуля силы  $F$ , приложенной к её свободному концу (см. рис.). Для сил рас-tяжения каждого из шнурков справедлив закон Гука.



- Найдите коэффициент жёсткости короткого шнура. Ответ приведите в Н/м, округлив до целого числа.
- Найдите коэффициент жёсткости длинного шнура. Ответ приведите в Н/м, округлив до целого числа.

Экспериментатор соединил эти же шнуры последовательно, верхний конец связки закрепил, а к нижнему концу приложил силу  $F = 4$  Н.

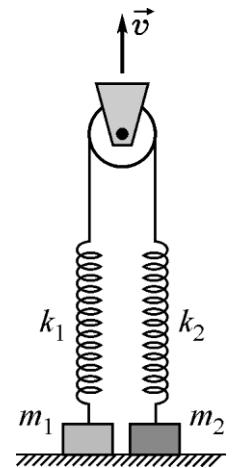
- Определите суммарную величину абсолютного удлинения этой связки шнуром. Ответ приведите в см, округлите до целого числа.

Экспериментатор укоротил длинный шнур до размера короткого шнура и вновь соединил их параллельно. Верхний конец связки он снова закрепил, а к нижнему приложил силу  $F = 4$  Н.

- Определите суммарную величину абсолютного удлинения такой связки шнуром. Ответ приведите в см, округлив до целого числа.

(1) 20; (2) 40; (3) 30; (4) 6

**1.16.7.** (*Всеросс., 2023, МЭ, 9*) На горизонтальном столе лежат два груза массами  $m_1 = 600$  г и  $m_2 = 800$  г. К этим грузам сверху прикреплены лёгкие вертикальные недеформированные пружины с коэффициентами жёсткости  $k_1 = 60$  Н/м и  $k_2 = 120$  Н/м соответственно. Верхние концы пружин связаны невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок (см. рисунок). В исходном положении участки нити, не лежащие на блоке, вертикальны и не провисают. В некоторый момент блок начинают двигать вертикально вверх со скоростью  $v = 20$  мм/с. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Считайте, что за всё время эксперимента ни одна из пружин не успела коснуться блока.

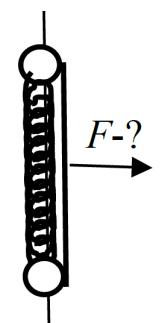


- Какой груз раньше оторвётся от стола?
  - $m_1$ ;
  - $m_2$ ;
  - одновременно.
- Через какое время после начала движения блока произойдёт отрыв от стола одного из грузов? Ответ дайте в секундах и округлите до сотых долей.
- На какую высоту над столом поднимется оторвавшийся груз спустя 3 с после момента отрыва? Ответ дайте в миллиметрах и округлите до целого числа.

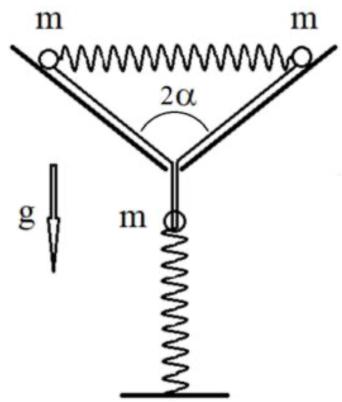
(1) А; (2) 3,75; (3) 120

**1.16.8.** (*Всесиб., 2018, 9*) Две надетых на легкую незакрепленную спицу бусинки с одинаковой массой  $m$  связаны нитью и недеформированной пружиной одинаковой длины  $2L$  и лежат на горизонтальном столе (на рисунке вид сверху). С какой горизонтальной силой нужно тянуть за середину нити, чтобы нить и пружина образовали правильный треугольник? Жесткость пружины  $k$ , трения нет.

$$F = 2\sqrt{3}kL$$



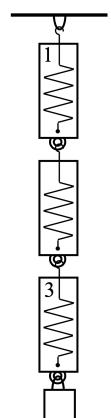
**1.16.9.** (Всесиб., 2022, 9) В закрепленной конусообразной воронке с углом  $2\alpha$  при вершине расположены два шарика малого размера, соединенных пружиной жесткостью  $k$ . К шарикам прикреплена нить, которая проходит через отверстие в вершине конуса и серединой прикреплена к такой же пружине, зафиксированной снизу и расположенной вертикально (см. рис.). Нить не провисает. Массы шариков  $m$ . Система находится в равновесии. На верхний конец нижней пружины прикрепляют шарик массой  $m$ . Насколько сожмется нижняя пружина в состоянии нового равновесия? Ускорение свободного падения  $g$ . Ось воронки вертикальна, а шарики расположены горизонтально, нить невесомая и нерастяжимая. Трения нет.



$$\frac{m}{6mg} \left( 1 + 4 \sin^2 \alpha \right)$$

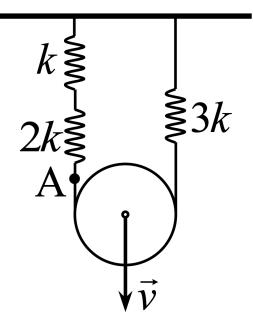
**1.16.10.** («Росатом», 2023, 9) Три одинаковых динамометра соединены своими крючками и подвешены за один из них к потолку. К нижнему динамометру подвешен груз (см. рис.). Известно, что показания верхнего динамометра (отмечен на рисунке цифрой 1) —  $F_1 = 16$  Н, нижнего (отмечен цифрой 3) —  $F_3 = 6$  Н. Найти показания среднего динамометра (отмечен цифрой 2), массу динамометров и массу груза. Считать, что  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

$$m_{\text{дин}} = \frac{F_1 - F_2}{F_2 - F_3} = 0,1 \text{ кг}; M_{\text{дин}} = \frac{2g}{F_2 - F_1} = 0,5 \text{ кг}; F_2 = 2m_{\text{дин}}g = \frac{2g}{3} = 6 \text{ Н}$$



**1.16.11.** («Росатом», 2022, 9) Куски невесомой нерастяжимой нити связывают три невесомых пружины с коэффициентами жесткости  $k$ ,  $2k$  и  $3k$ . Концы веревки прикреплены к горизонтальному потолку, а сама она охватывает невесомый подвижный блок так, как показано на рисунке. Куски веревки от потолка до блока вертикальны. В некоторый момент времени блок начинают тянуть вниз с постоянной скоростью  $v$ . С какой скоростью движется точка  $A$  (см. рисунок)? Какой силой нужно действовать на блок через время  $t$  после начала движения? Считать, что для любых растяжений пружин справедлив закон Гука.

$$\frac{v}{v} = \frac{24kvt}{18k} = 4t$$



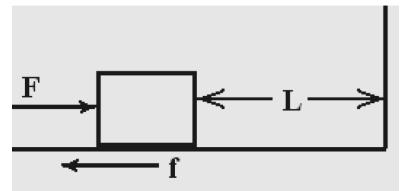
## 1.17 Сила трения

Дополнительные задачи — в листке [Сила трения](#).

**1.17.1.** («Надежда энергетики», 2015, 9) На горизонтальном столе лежат кубик и чертёжный прямоугольный треугольник. Треугольник своей гипотенузой касается одной из боковых граней кубика. Треугольник начинают двигать поступательно по столу с постоянной скоростью  $u$ , перпендикулярной катету, образующему с гипотенузой угол  $\alpha = 45^\circ$ , толкая кубик. Коэффициент трения между кубиком и треугольником равен  $\mu = 1/\sqrt{3}$ . Найдите скорость движения кубика  $v$ .

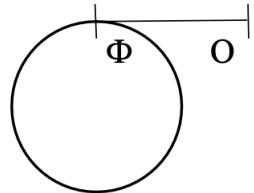
$$\sqrt{\frac{3}{2}} \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Delta u = \Delta v$$

**1.17.2.** (*Всесиб., 2015, 9*) Ящик с массой  $m = 100$  кг стоит на расстоянии  $L = 164$  см от стены. В течении времени  $T = 4$  с его толкают к стене горизонтальной силой  $F = 420$  Н. Сила трения, действующая на ящик,  $f = 400$  Н. Достигнет ли ящик стены, а если достигнет, то какую скорость будет иметь перед ударом о неё?



$$\text{Дополнительные задачи о движении со скользящим захватом} = 0,95 \text{ м/c}$$

**1.17.3.** (*«Надежда энергетики», 2017, 9*) Гоночный автомобиль совершает заезд по кольцевой трассе по часовой (см. рис). Автомобиль движется с максимально возможной скоростью (на грани заноса). Пройдя последние 5 кругов за 5 мин 14 с, автомобиль пересекает финиш в точке  $\Phi$ , выезжает на прямолинейную дорогу  $\Phi O$ . Гонщик сразу резко тормозит (на грани проскальзывания колёс о дорогу) и останавливается в точке  $O$ . Найдите время торможения  $\tau$ . Кольцевая и прямолинейная дороги лежат в горизонтальной плоскости; свойства дорожного покрытия везде одинаковы.



10 c

**1.17.4.** (*«Шаг в будущее», 2023, 9*) Бруск массой  $m = 1$  кг поконится на шероховатой горизонтальной поверхности. Коэффициент трения  $\mu = 3/4$ . Какое минимальное усилие необходимо прилагать, чтобы двигать бруск прямолинейно вдоль поверхности с ускорением  $a = \mu g$ , где  $g = 10 \text{ м/с}^2$  — ускорение свободного падения?

$$F_{\min} = \frac{\mu mg}{1 + \mu} = 12 \text{ Н}$$

**1.17.5.** (*«Росатом», 2021, 9*) На горизонтальной поверхности находятся 20 тел массой  $m$  каждое, связанные пружинами с жесткостью  $k$  и длиной в недеформированном состоянии  $l_0$ . Тела аккуратно двигают по поверхности, растягивая пружины. Найти максимальную длину цепочки тел, при которой все тела будут находиться в покое. Коэффициент трения между телами и поверхностью  $\mu$ . Для любых растяжений пружин выполняется закон Гука. Размерами тел пренебречь.

$$\frac{\mu}{\mu + 1} l_0 + l_0 = l$$

**1.17.6.** (*«Курчатов», 2021, 9*) Кошка совершает прыжок с края стола высоты  $H$ , приобретая начальную скорость  $V_0$ , направленную под углом  $\alpha$  к горизонту, таким что  $\sin \alpha = \sqrt{2gH}/V_0$ . Длина лап кошки равна  $l$ , при этом  $l \ll H$ . Приземление кошки на пол с коэффициентом трения  $\mu$  происходит таким образом, что на кошку действует минимально возможная сила реакции опоры. Найдите тормозной путь кошки в двух случаях:

- а) коэффициент трения  $\mu \ll \operatorname{ctg} \alpha$ ;
- б) коэффициент трения  $\mu \gg \operatorname{ctg} \alpha$ .

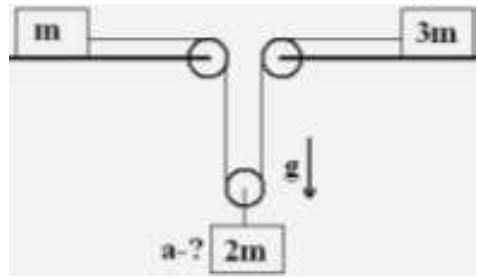
$$(a) L = \frac{H \operatorname{ctg} \alpha}{\mu \cos \alpha}; \quad (b) L = \frac{H \operatorname{ctg} \alpha}{\mu \cos \alpha}$$

## 1.18 Связанные тела

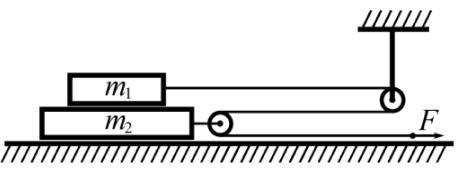
Дополнительные задачи — в листке [Связанные тела](#).

**1.18.1.** (Всесиб., 2016, 9) Грузы масс  $m$  и  $3m$  находятся на горизонтальном столе. Они связаны нерастяжимой нитью, проходящей через блоки на краях отверстия в столе и блок, на котором подвешен груз массы  $2m$ . Найдите ускорение груза массы  $2m$ , если трения нет, блоки и нить невесомы, ускорение свободного падения  $g$ . Влиянием воздуха пренебречь.

$$0,4g$$



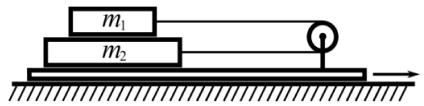
**1.18.2.** («Физтех», 2022, 9) На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков  $m_1 = 2m$ ,  $m_2 = 3m$ . Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен  $\mu$ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- Найдите величину  $F_0$  горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний бруск скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний бруск, была равна нулю.
- Найдите величину  $F$  минимальной силы, при которой нижний бруск скользит по столу, а верхний бруск движется влево относительно нижнего бруска.

$$(1) F_0 = \mu m_1 g \frac{2m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 10\mu mg; (2) F < 2\mu m_1 g \frac{2m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 2F_0 = 20\mu mg$$

**1.18.3.** («Физтех», 2022, 9) На горизонтальном столе находится доска, на которой укреплён неподвижный блок, а также бруски, соединённые нитью. Массы брусков  $m_1 = m$ ,  $m_2 = 2m$ . Коэффициент трения скольжения верхнего бруска по нижнему равен  $\mu$ , трение между доской и нижним бруском отсутствует. Доску приводят в движение с постоянным ускорением, направленным вправо. Массой нити и блока, а также трением в оси блока можно пренебречь.



- Найдите максимальное ускорение  $a_0$  доски, при котором бруски не будут проскальзывать относительно друг друга.
- Найдите силу  $T$  натяжения нити, если доска движется с ускорением  $a > a_0$ .

$$(1) a \left( \frac{\varepsilon}{\mu a + \varepsilon} \right) = 2\mu g; (2) T = \frac{\varepsilon a - \varepsilon \mu a}{\mu a + \varepsilon} = 0$$

## 1.19 Наклонная плоскость

Дополнительные задачи — в листке [Наклонная плоскость](#).

**1.19.1.** (Олимпиада КФУ, 2023, 9) Бруск массы  $m = 5$  кг лежит на наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом. Оси координат представлены на рисунке, ось  $y$  перпендикулярна плоскости рисунка. Какую минимальную силу  $F$  в плоскости  $yz$  нужно приложить, чтобы тело сдвинулось с места? Коэффициент трения между бруском и плоскостью  $\mu = 0,6$ . Сила  $F$  направлена под углом  $\gamma = 60^\circ$  к оси  $z$ . Внешняя сила приложена таким образом, что бруск движется поступательно. Ускорение свободного падения принять за  $10 \text{ м/с}^2$ .

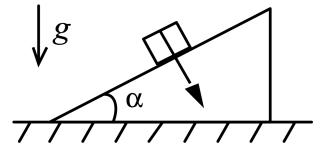
$$F = \frac{\mu mg}{\sin \gamma + \cos \gamma} = \frac{0,6 \cdot 5 \cdot 10}{\sqrt{3}} \approx 6,7 \text{ Н}$$

## 1.20 Движение со связями

Дополнительные задачи — в листках

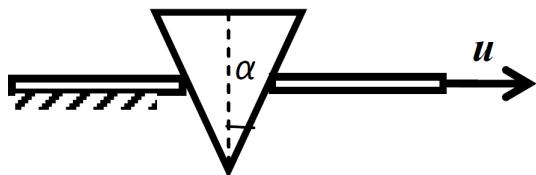
- Движение со связями. Кинематика
- Движение со связями. Динамика

**1.20.1.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 9) Клин массы  $m$  с углом  $\alpha$  при основании находится на горизонтальном столе. На наклонную грань клина положили груз и начали на него действовать с постоянной силой, направленной перпендикулярно наклонной грани клина (см. рис.). Трение между грузом и клином, клином и столом отсутствует. Чему равно ускорение груза, если известно, что оно направлено вертикально? С какой силой клин при этом давит на стол? Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.



$$N = mg / \cos \alpha$$

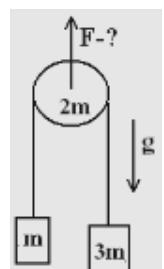
**1.20.2.** (Всесиб., 2019, 9) Клин с сечением в форме равнобедренного треугольника опирается своим одинаковыми гранями на две одинаковые плиты (см. рисунок). Верхние поверхности плит находятся в одной горизонтальной плоскости. Левая плита неподвижна, а правая движется горизонтально со скоростью  $u$ . Определите величину скорости, с которой движется клин. Угол между боковыми гранями клина  $2\alpha$ . Верхняя грань во время движения остается горизонтальной.



$$\alpha \sin \alpha / u = n$$

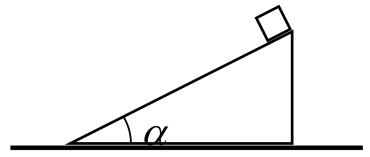
**1.20.3.** (Всесиб., 2017, 9) Грузы массой  $m$  и  $3m$  связаны лёгкой нерастяжимой нитью, переброшенной через блок массой  $2m$ . Блок тянут вверх с вертикальной силой  $F$ . Найдите наибольшее значение  $F$ , при котором нить не оборвётся, если разрыв происходит при натяжении нити  $T$ . Трения нет.

$$T = m(g + a)$$

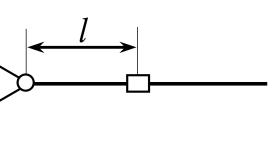


**1.20.4.** («Росатом», 2022, 9) На горизонтальной поверхности находится гладкий клин с углом при основании  $\alpha = 30^\circ$ , на нем тело. Клин двигают вправо с некоторым ускорением. Найти это ускорение, если время скольжения тела вдвое меньше времени скольжения с закрепленного клина. Ответ обосновать.

$$g \Delta t = v_0$$

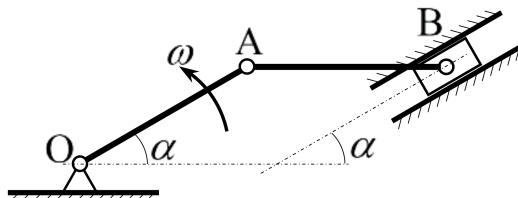


**1.20.5.** («Росатом», 2021, 9) Невесомую жесткую спицу длиной  $L$  прикрепили шарнирно одним концом к вертикальной стенке и удерживают горизонтально. На спицу надели маленькую массивную муфту и расположили на расстоянии  $l = L/2$  от шарнира (см. рис.). В некоторый момент времени спицу отпускают. Какую скорость будет иметь конец спицы в тот момент, когда муфта соскочит со спицы? Трение между спицей и муфтой, а также трение в шарнире отсутствует.



$$T g \frac{\pi}{2} = \frac{L}{2} - \frac{l}{2} \sqrt{L^2 - \frac{l^2}{4}} = v_0$$

**1.20.6.** (Инженерная олимпиада, 2021, 9) Кривошипно-шатунный механизм состоит из двух стержней  $OA$  (кривошип) и  $AB$  (шатун), которые движутся следующим образом. Кривошип вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг точки  $O$ , шатун в точке  $A$  шарнирно связан с кривошипом, в точке  $B$  — с ползуном, который движется в направляющих, образующих угол  $\alpha$  с горизонтом. Найти угловую скорость шатуна  $AB$  в тот момент времени, когда угол между кривошипом и горизонтом равен  $\alpha = 30^\circ$  (см. рисунок).  $AB = OA$ .

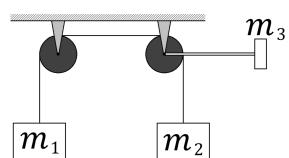


$$\omega \frac{\pi}{\tau} = \omega$$

**1.20.7.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 9) Грузы массами  $m_1 = 2$  кг и  $m_2 = 1$  кг соединены невесомой нерастяжимой нитью через систему из двух неподвижных блоков. К правому блоку прикреплён жёстким невесомым стержнем длиной 40 см груз массой  $m_3 = 0,5$  кг. Радиусы обоих блоков равны 10 см.

В начальный момент система неподвижна; стержень, соединяющий правый блок и груз  $m_3$ , горизонтален.

1. Каково ускорение  $m_3$  в начальный момент?
2. Какими будут его скорость и ускорение при прохождении нижней точки траектории?
3. С какой начальной скоростью нужно было бытолкнуть вниз груз  $m_3$ , чтобы он достиг верхней точки (ровно над блоком)?



**Примечание.** Блоки невесомые, трения в осях нет, нить не проскальзывает по блоку.

$$1) a_0 = 3,6 \text{ м/с}^2; 2) V = 1,12 \text{ м/с}, a = 4,8 \text{ м/с}^2; 3) V_0 = 1,12 \text{ м/с}$$

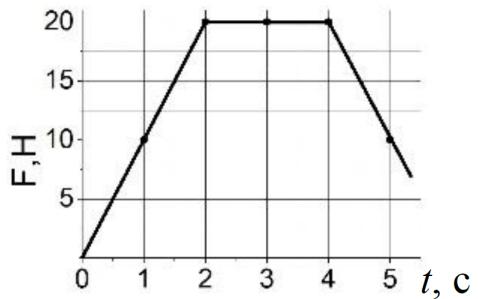
## 1.21 Импульс

Дополнительные задачи — в листках

- Импульс
- Системы материальных точек

**1.21.1.** («Надежда энергетики», 2019, 9) Тело массой 2 кг покоятся на горизонтальной поверхности. На тело начинает действовать горизонтальная сила, зависимость модуля которой от времени представлена на графике. Через 4 с после начала действия силы скорость тела стала равна 12,5 м/с. Определите коэффициент трения тела о поверхность.

$$F \cdot t = m v$$



**1.21.2.** («Надежда энергетики», 2018, 9) Два мячика брошены из одной точки так, что их импульсы  $\vec{p}_1$  и  $\vec{p}_2$  перпендикулярны друг другу. В некоторый момент времени импульс первого мячика становится равным  $\vec{p}'_1 = -\vec{p}_1$ , а модуль импульса второго становится равным  $p'_2 = 5p_1$ . Определите отношение модулей начальных импульсов, если масса второго мячика в два раза больше массы первого. Силой сопротивления воздуха можно пренебречь.

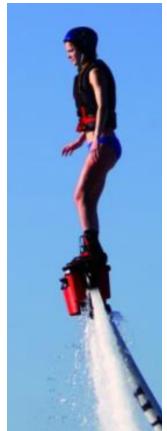
$$\boxed{\varepsilon}$$

**1.21.3.** («Надежда энергетики», 2022, 9) Два тела, массы которых равны  $m_1$  и  $m_2 = 2m_1$ , начинают двигаться в поле силы тяжести. В начальный момент времени их скорости взаимно перпендикулярны и равны, соответственно,  $v_1 = 3$  м/с и  $v_2 = 4$  м/с. Через некоторый промежуток времени скорость первого тела стала равна нулю. Найдите скорость второго тела через тот же промежуток времени. Сила сопротивления движению отсутствует.

$$\boxed{\text{с/н}}$$

**1.21.4.** («Надежда энергетики», 2023, 9) Для активного отдыха придумано много развлечений. Самые смелые могут испытать себя в полетах над морем на флайборде. Определите, какую мощность развивает двигатель флайборда по выбросу воды в тот момент, когда человек неподвижно зависает над поверхностью воды. Скорость истечения воды  $v$ . Масса человека вместе с водометом равна  $M$ .

$$\frac{\bar{F}}{ab\bar{v}} = D$$



**1.21.5.** (*Олимпиада КФУ, 2019, 9*) Снаряд разлетелся в середине большой комнаты на 3 осколка с одинаковыми массами и скоростями. Один осколок продолжил движение в том же направлении, два других разлетелись в вертикальной плоскости под углом 60 градусов друг к другу. Осколок летевший прямо ударился в стену через время  $t_1$ , а время между приземлением двух других осколков равно  $\tau$ . Когда один из осколков коснулся потолка, скорость его была направлена горизонтально. Все удары упругие. Найти длину и высоту комнаты.

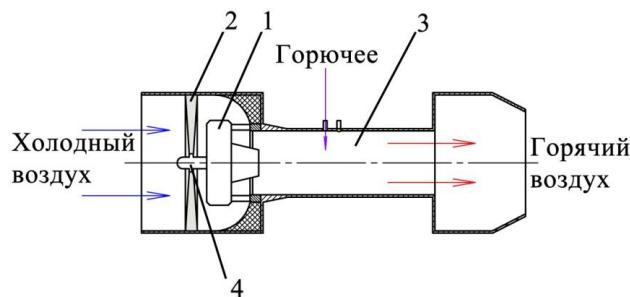
$$\frac{v}{g} = H = 7 \text{ м}$$

**1.21.6.** (*«Курчатов», 2023, 9*) Снаряд выпустили вертикально вверх. Он достиг высшей точки траектории на высоте  $H$  над землёй и в этот момент разорвался на три осколка равной массы. Все осколки после взрыва начали двигаться с одинаковыми по модулю начальными скоростями. Один осколок, двигаясь строго вертикально вниз, ударился о землю за время  $T_1 = 5$  секунд с момента взрыва. Два других осколка упали на землю одновременно за время  $T_2 = 10$  секунд с момента взрыва. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

1. Определите высоту  $H$ , на которой произошел разрыв снаряда.
2. Определите величины скоростей осколков сразу после разрыва снаряда и в момент падения на землю.
3. Докажите, что все три осколка в интервале времени от момента разрыва снаряда до  $T_1$  расположены на окружности с переменным радиусом, и опишите движение центра этой окружности с переменным радиусом.

$$1) H = 312,5 \text{ м}; 2) v_0 = 37,5 \text{ м/с}, a_k = 87,5 \text{ м/с}; 3) \text{окончательно в тетради}$$

**1.21.7.** (*«Шаг в будущее», 2023, 9*) **Ситуационная задача.** В качестве двигательной установки легких беспилотных летательных аппаратов применяется электродвигатель с импеллером, как альтернатива традиционному воздушному винту (пропеллеру). Электродвигатель — 1 с импеллером — 2 представляет собой вентилятор в кольцевом канале (трубе) — 3. С помощью импеллеров можно проводить имитацию воздушно-реактивных двигателей. В этом случае для увеличения тяги в канал — 3 после вентилятора может добавляться горючее, при сжигании которого поток воздуха за счёт уменьшения плотности (при допущении постоянного расхода воздуха) дополнительно разгоняется.



Вентилятор имеет диаметр 120 мм и КПД 60%. Определите необходимую мощность электродвигателя, позволяющего обеспечить номинальную тягу после вентилятора в 10 Н. В расчётах площадью сечения электродвигателя — 1 и втулки — 4 вентилятора пренебречь. Плотность воздуха примите равной 1,2 кг/м<sup>3</sup>. Площадь круга рассчитывается по формуле  $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ , где  $d$  — диаметр.

$$\text{Мощность двигателя } N_E = 452 \text{ Вт}$$

## 1.22 Движение с переменной массой

Дополнительные задачи — в листке [Движение с переменной массой](#).

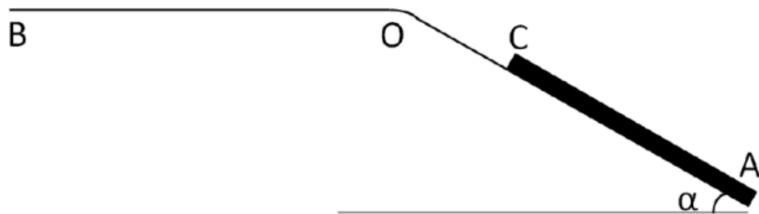
**1.22.1.** («Шаг в будущее», 2022, 9) Платформа массы  $M = 700$  кг заезжает под погрузочный бункер, расположенный на высоте  $h = 1,25$  м, откуда в нее со скоростью  $\mu = 100$  кг/с начинает сыпаться песок. Определить скорость платформы через  $\tau = 3$  с после касания платформы первой песчинкой, если ее ускорение к этому моменту составляет  $a = 1$  м/с<sup>2</sup>. Коэффициент сопротивления движению платформы со стороны рельсов  $k = 0,06$ . Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с<sup>2</sup>.

$$\frac{d}{dt} \frac{M}{\mu} = \mu g - (k + M)(g - v) \frac{d}{dt} = a$$

## 1.23 Работа и энергия

Дополнительные задачи — в листке [Работа и энергия](#).

**1.23.1.** (Олимпиада КФУ, 2019, 9) Найти минимальную работу, которую нужно совершить для перемещения одного из концов каната массой  $m$  и длины  $L$  из точки  $C$  в точку  $B$ , прикладывая силу к одному из концов (см. рис). Расстояние  $AO$  и  $OB$  равно  $1,5L$ . В точке  $O$  имеется закругление, радиус которого много больше толщины каната, но при этом пренебрежимо мал по сравнению с  $L$ . Коэффициент трения везде одинаков и равен  $\mu < 1$ , угол между наклонной поверхностью и горизонталью равен  $\alpha$ .

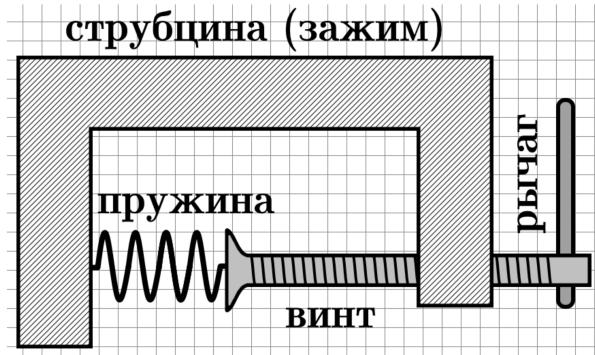


$$A = ((1 + \cos \alpha) \mu + \sin \alpha) m g L$$

**1.23.2.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 9) Сизиф катит камень в форме куба с ребром  $a = 0,5$  м и массой 250 кг по наклонной дороге в гору, перекатывая камень вокруг ребра. Высота горы равна  $H = 400$  м, а угол наклона дороги равен  $\alpha = 30^\circ$ . Определите минимальную выполненную Сизифом работу.

**Примечание.** Коэффициент трения достаточно велик, чтобы камень не скользил; при этом камень при перекатывании не отскакивает от поверхности дороги. Ответ дайте с точностью до кДж. Ускорение свободного падения 9,8 м/с<sup>2</sup>.

**1.23.3.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 9) В струбцине зажата пружина жёсткостью 500 Н/м. Пружина не деформирована. Прикладывая к концу рычага винта силу 0,8 Н, его повернули 5 раз. Каков КПД струбцины в этом процессе?



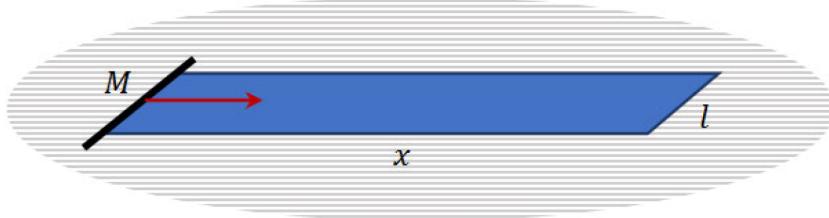
**Примечание.** Потенциальная энергия пружины ищется по формуле  $E = k \cdot x^2/2$ , где  $k$  — жёсткость пружины, а  $x$  — изменение её длины. Масштаб чертежа — в 1 клетке 4 см.

713

## 1.24 Консервативные системы

Дополнительные задачи — в листке [Консервативные системы](#).

**1.24.1.** («Шаг в будущее», 2023, 9) Длинный тонкий рулон раскатан в лист и лежит на ровном горизонтальном полу. Длина рулона  $x$ , ширина  $l$ , толщина  $h$ , плотность  $\rho$ . К концу рулона приклеили трубку массы  $M$ . К трубке приложили резкое усилие, в результате чего она покатилась. В итоге весь рулон плотно намотался на трубку и в этот момент движение прекратилось. Чему равна начальная кинетическая энергия трубки? Внешний диаметр трубки ничтожен по сравнению с диаметром намотавшегося на нее рулона, а сам рулон нерастяжим, но изгибается без усилия.

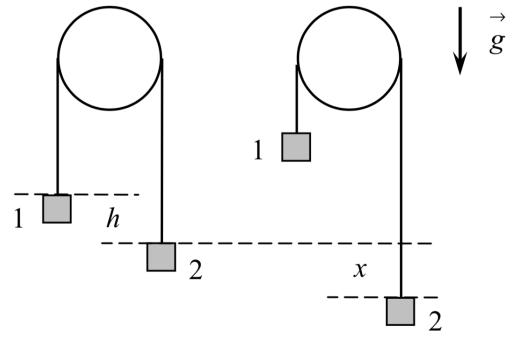


$$\frac{\pi}{4x} \Delta (\gamma \rho x d + M) b = K$$

**1.24.2.** (Всесиб., 2020, 9) Легкая упругая резинка длиной  $L$  одним концом прикреплена к потолку на высоте  $H$  от пола, а другим концом — к маленькому шарику. Если шарик аккуратно опустить, то в равновесии резинка удлинится на величину  $l$ . Затем шарик подняли на высоту подвеса  $H$  и из неподвижного состояния отпустили. Опускаясь, шарик порвал резинку и достиг пола со скоростью  $v$ . На какой высоте находился шарик в момент разрыва резинки? Ускорение свободного падения  $g$ .

$$\left( \frac{6}{\sigma^2} - H \zeta \right) l \Delta - T - H$$

**1.24.3.** («Курчатов», 2020, 9) Через жёстко закреплённую горизонтальную трубу переброшена нерастяжимая нить массой  $m = 10$  г и длиной  $L = 2,5$  м. Масса нити равномерно распределена по её длине. К концам нити прикреплены два одинаковых груза 1 и 2 массой  $M = 20$  г каждый. В начальном положении груз 2 расположен на высоте  $h = 0,1$  м ниже груза 1. Грузы отпускают без начальной скорости. Найдите разность  $\Delta T = T_1 - T_2$ , где  $T_1$  и  $T_2$  — силы, с которыми нить действует на грузы 1 и 2 в момент, когда груз 2 опустился на высоту  $x = 0,2$  м относительно своего начального положения. Числовой ответ выразите в миллиньютонах. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>; трение не учитывайте.



$$\Delta T = \frac{(2M + m)T}{2mMg(2x+h)} = 16 \text{ Н}$$

## 1.25 Упругие взаимодействия

Дополнительные задачи — в листке [Упругие взаимодействия](#).

**1.25.1.** (Олимпиада КФУ, 2020, 9) Тело имеет массу  $m$  и движется поступательно со скоростью  $v_0$  и испытывает соударение со вторым телом массой  $am$ , которое изначально покоятся.  $a < 1$  — известная постоянная. Скорость первого тела после удара равна  $v_1$ . В каких пределах может варьироваться соотношение  $v_1/v_0$ ? Рассмотреть только одномерное движение, первое тело не может пройти сквозь второе.

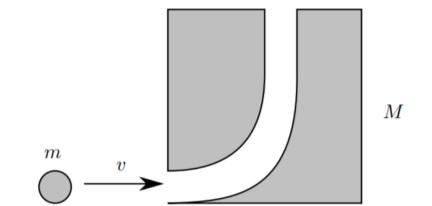
$$\frac{v+1}{1} \geq \frac{0a}{1-a} \geq \frac{v+1}{v-1}$$

**1.25.2.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 9) Железное ядро массы  $m$  налетает со скоростью  $v_0$  на торец полого цилиндра, внутри которого находится мягкий пластилиновый шарик. Масса цилиндра равна  $M$ , а шарика —  $M/2$ . Найдите скорость цилиндра после соударения с ядром, когда движение пластилинового шарика относительно цилиндра прекратится.

**Примечание.** Соударение ядра с цилиндром абсолютно упругое; поверхность стола, на которой находится цилиндр, абсолютно гладкая.

$$\frac{(M+m)\varepsilon}{0am\gamma}$$

**1.25.3.** («Курчатов», 2020, 9) В кубе массы  $M$  просверлено отверстие так, что шар массы  $m$  может войти горизонтально, а затем пройти через куб и вылететь вертикально вверх. Шар и куб расположены на поверхности без трения, куб изначально находится в покое. Рассмотрим ситуацию, в котором шар движется горизонтально со скоростью  $v_0$ . Шар попадает в куб и выбрасывается из верхней части куба. Предположим, что нет потерь на трение, когда шар проходит через куб, где он входит в верхнее отверстие, а затем выбрасывается из бокового отверстия. Определите время возврата шарика в положение, в котором происходит первоначальное столкновение, в терминах отношения масс  $\beta = \frac{M}{m} > 0$ , скорости  $v_0$  и ускорения свободного падения  $g$ .



$$\left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) \frac{\beta+1}{\beta} \wedge \frac{\beta}{\alpha\zeta} = t$$

**1.25.4.** («Курчатов», 2022, 9) Рассмотрим футбольный мяч, заполненный воздухом. Избыточное давление внутри мяча  $\Delta p = 20$  кПа, радиус мяча  $R = 10$  см и его масса  $m = 400$  г. Можно пренебречь зависимостью избыточного давления от деформации шара и массы внутри шара. Материал, из которого сделан мяч, не растягивается.

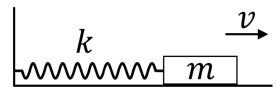
- Мяч зажали между двумя параллельными жесткими пластинами, расстояние между которыми равно  $2R - 2h$  (так, что глубина деформации, на которую продавливается мяч, с каждой из двух сторон мяча равна  $h = 1$  см). Найдите силу, с которой мяч давит на пластину.
- Мяч движется со скоростью  $v_0 = 2$  м/с и ударяется о твердую стенку. Найти максимальную глубину деформированного участка  $h$  и время столкновения  $t$ . Считайте, что искомая величина  $h$  значительно меньше радиуса мяча  $R$ .

$$1) F = \mu h (2R - h) \Delta p \approx 120 \text{ H}; 2) h \approx \sqrt{\frac{m v_0^2}{k}} \approx 11 \text{ mm}, t = \sqrt{\frac{2m}{\mu k}} \approx 18 \text{ м/c}$$

## 1.26 Неконсервативные системы

Дополнительные задачи — в листке [Неконсервативные системы](#).

**1.26.1.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 9) Лежащее на шероховатом столе тело массой  $m = 10$  кг прикреплено к стене пружиной жёсткостью  $k = 112,5$  Н/м. Пружина не деформирована. Телу щелчком придают скорость  $1$  м/с.

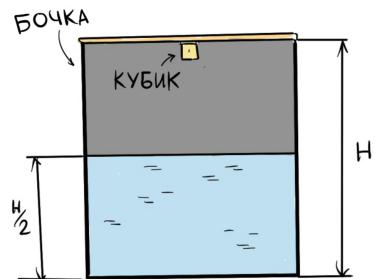


На каком расстоянии от начального положения оно остановится, если коэффициент трения  $\mu = 0,1$ ?

$$t = \sqrt{\frac{2m}{\mu k}}$$

**1.26.2.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 9) Теплоизолированная цилиндрическая бочка высоты  $H = 1$  м наполовину заполнена водой, а к верхней крышке изнутри приклеен лёгкий кубик. По крышке несильно ударили, из-за чего кубик отклеился и упал в воду. Найдите, сколько выделилось в системе тепла, после того как колебания воды прекратятся.

**Примечание.** Плотность воды —  $1$  г/см $^3$ , средняя плотность кубика —  $0,5$  г/см $^3$ , сторона кубика  $a = 4$  см; считайте, что бочка настолько широкая, что уровень воды после падения кубика практически не изменился.

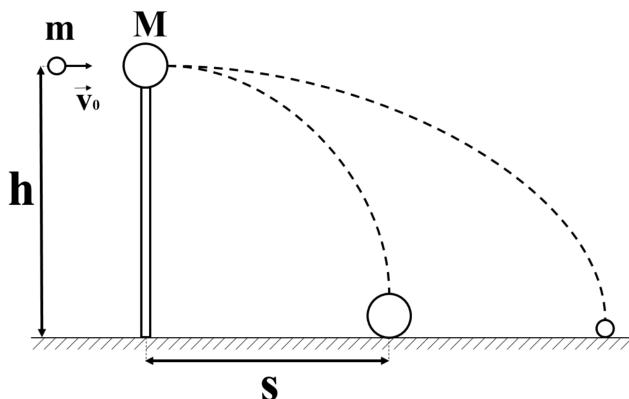


$$\Delta Q = m w (H/2 - 3a/4)$$

## 1.27 Неупругие взаимодействия

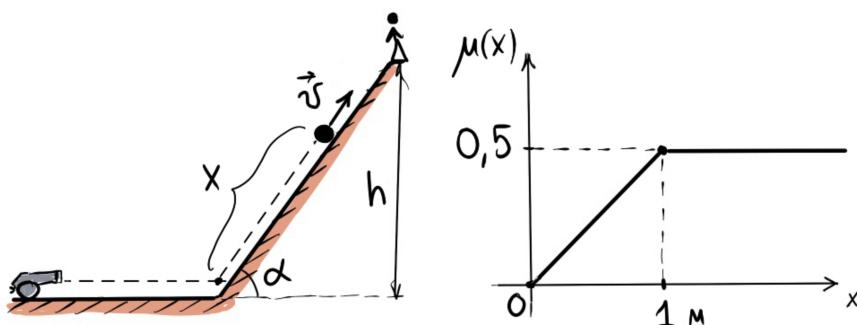
Дополнительные задачи — в листке [Неупругие взаимодействия](#).

**1.27.1.** («Курчатов», 2023, 9) Шар массой  $M = 0,2$  кг поконится на вертикальной колонне высотой  $h = 5$  м. Пуля массой  $m = 0,01$  кг, летящая горизонтально со скоростью  $v_0 = 500$  м/с, проходит горизонтально через шар и летит дальше. В результате шар достигает земли на расстоянии  $s = 20$  м от основания колонны. На каком расстоянии от основания колонны  $d$  пуля достигнет земли? Какая часть кинетической энергии пули перешла в теплоту при прохождении пули через мяч? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



$$p = \sqrt{\frac{g}{2h}} - \frac{m}{M} s = 100 \text{ м}, \frac{\Delta E}{E_0} = \frac{m}{M} \sqrt{\frac{2a_0}{s^2} h} \left( 2 \frac{a_0}{s^2} h \right) = 92,8\%$$

**1.27.2.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 9) Пушка стреляет ядром в наклонную (под углом  $\alpha = 30^\circ$ ) сверхпрочную горку. Удар ядра о горку абсолютно неупругий. В результате удара поверхность ядра, контактирующая с горкой, слегка размягчились, но по мере скольжения ядра вдоль горки она остывает и твердеет. Экспериментально установлено, что при этом коэффициент трения скольжения зависит от пройденного расстояния вдоль горки так, как показано на рисунке.



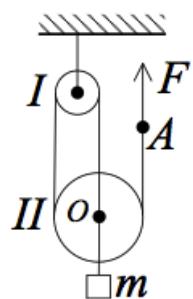
Какой высоты  $h$  должна быть горка, чтобы к человеку, находящемуся на вершине горки, ядро «приехало» с нулевой скоростью? Начальная скорость ядра  $v_0 = 100$  м/с, ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

$$h \approx 201 \text{ м}$$

## 1.28 Статика

Дополнительные задачи — в листке [Статика](#).

**1.28.1.** (Всеросс., 2020, ШЭ, 9) В системе, изображённой на рисунке, один конец нерастяжимой верёвки прицепили к оси  $O$  подвижного блока  $II$ , а к другому концу (точке  $A$ ) приложили силу  $F$ . Верёвки и блоки  $I$  и  $II$  невесомые, трение отсутствует. Прикладывая силу  $F$  к точке  $A$ , тело  $m$  равномерно поднимают вверх. Чему равна масса тела  $m$ ?



- А)  $m = \frac{4F}{g}$
- Б)  $m = \frac{3F}{g}$
- В)  $m = \frac{2F}{g}$
- Г)  $m = \frac{F}{g}$
- Д)  $m = \frac{F}{2g}$

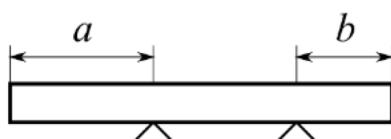
Б

**1.28.2.** (Всеросс., 2020, ШЭ, 9) Однородная деревянная линейка с миллиметровыми делениями имеет массу 20 г и длину 40 см. Отметка «0» находится на самом краю линейки. На столе лежит круглый в поперечном сечении карандаш. На этот карандаш перпендикулярно ему положили линейку. Она касается карандаша штрихом «15 см». На конце линейки с отметкой «40 см» стоит игрушка Буратино массой 10 г.

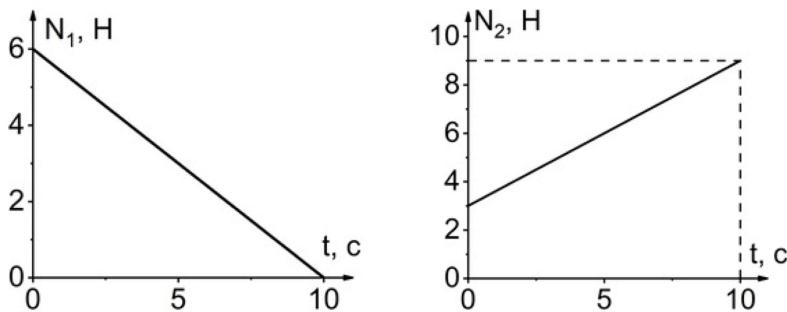
1. На какое деление линейки нужно посадить попугая Кешу (его масса 50 г), чтобы они с Буратино могли качаться на линейке, как на качелях? Ответ укажите в см, округлив до целого числа.
2. Какая сила реакции действует на линейку со стороны карандаша после того, как Кеша сел на неё, приведя линейку в горизонтальное положение? Ускорение свободного падения принять равным  $g = 10$  Н/кг. Ответ укажите в ньютонах, округлив до десятых долей.

1) 8 ; 2) 0,8

**1.28.3.** (Всеросс., 2020, МЭ, 9) Прямая однородная доска длиной 40 см лежит на двух неподвижных опорах в горизонтальном положении.



Доску начинают двигать вправо в горизонтальном направлении с постоянной скоростью. На рисунке приведены графики зависимостей величин сил давления доски на опоры от времени  $t$  вплоть до момента опрокидывания доски. В момент начала движения  $a = 15$  см. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Трение отсутствует.



1.  $N_1$  — это сила давления доски:
  - на левую опору;
  - на правую опору.
2. Чему равна масса доски? Ответ выразите в граммах и округлите до целого числа.
3. Найдите расстояние  $b$  в момент начала движения доски. Ответ выразите в сантиметрах и округлите до целого числа.
4. Найдите модуль скорости, с которой двигают доску. Ответ выразите в см/с и округлите до целого числа.

(1) 4; (2) 900; (3) 10; (4) 1

**1.28.4.** (*Всеросс., 2021, МЭ, 9*) Однородную доску длиной 4 м положили на небольшую опору. Поддерживать доску в горизонтальном положении (не смешая опору относительно доски) можно двумя способами: а) прикладывать минимальную силу 50 Н к одному концу доски; б) прикладывать минимальную силу 30 Н к другому концу доски. Ускорение свободного падения равно  $10 \text{ м/с}^2$ .

1. Определите расстояние от центра тяжести доски до опоры. Ответ запишите в см, округлив до целого числа.
2. Определите расстояние от опоры до дальнего (от неё) конца доски. Ответ запишите в см, округлив до целого числа.
3. Определите массу доски. Ответ запишите в кг, округлив до целого числа.
4. Определите модуль силы реакции опоры при первом способе удержания доски в равновесии. Ответ запишите в Н, округлив до целого числа.
5. Определите модуль силы реакции опоры при втором способе удержания доски в равновесии. Ответ запишите в Н, округлив до целого числа.

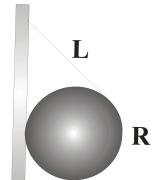
(1) 50; (2) 250; (3) 15; (4) 200; (5) 120

**1.28.5.** (*«Надежда энергетики», 2023, 9*) Концы двух однородных стержней разной длины привязаны друг к другу двумя нитями разной длины так, что два стержня и две нити образуют четырехугольник. Один из стержней подвесили за середину. Докажите, что в подвешенном состоянии образованная стержнями и нитями фигура будет трапецией.

**1.28.6.** («Надежда энергетики», 2018, 9) Дядюшка Поджер (персонаж юмористической повести Дж. К. Джерома «Трое в лодке, не считая собаки») забил гвоздь в стену и собрался вешать картину. У него есть моток прекрасного шелкового шнурка, кусок которого он закрепил в специальных защелках в двух верхних углах картины и накинул шнурок на гвоздь. Однако картина никак не желала висеть ровно — она постоянно сползала то в одну, то в другую сторону. Очевидно трение между шнурком и гвоздем было слишком мало. Определите, какой длины должен быть шнурок, чтобы дядюшка Поджер смог всё же ровно подвесить прямоугольную картину с размерами  $a = 3$  фута по горизонтали и  $b = 2$  фута по вертикали, если полностью пренебречь трением между шнурком и гвоздем. Считать также, что защелки в углах картины не требуют дополнительной длины шнурка для его фиксации, а их массой, как и массой самого шнурка, можно пренебречь.

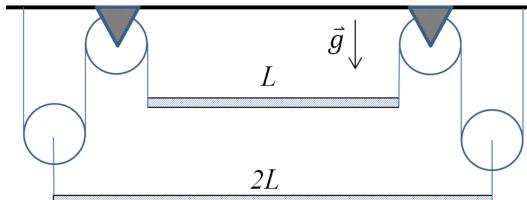
$$\text{Учтывая параллельные усилия } l \leq \sqrt{\frac{a}{a^2 + b^2}} = 5,4 \text{ фута}$$

**1.28.7.** («Надежда энергетики», 2015, 9) Тяжёлый цилиндр подвешен за прикреплённую к нему нить к вертикальной стене. При каком наименьшем коэффициенте трения  $\mu$  цилиндр не будет скользить по стене? Радиус цилиндра  $R = 3$  см, длина нити  $L = 4$  см.



$$\frac{L}{R} \leq \mu$$

**1.28.8.** (Олимпиада КФУ, 2021, 9) Две однородные гладкие доски длиной  $L$  и  $2L$ , подвешенные с помощью системы идеальных\* нитей и блоков (см. рис.), изначально находятся в равновесии в горизонтальном положении. Масса верхней доски  $M$ . На нижнюю доску закрепляют небольшой груз массой  $M$  на расстоянии  $a = 2L/3$  от левого края. На каком расстоянии от левого края нужно поместить (закрепить) на верхнюю доску груз массы  $m = M/6$ , чтобы доски могли находиться в состоянии равновесия в горизонтальном положении?

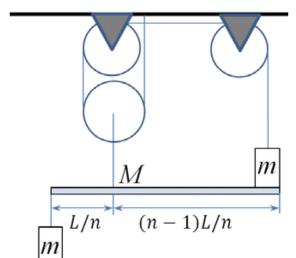


\*Под идеальными нитями здесь подразумеваются гибкие невесомые и нерастяжимые нити. Под идеальными блоками — невесомые блоки, способные вращаться без трения.

$$\frac{6}{7}$$

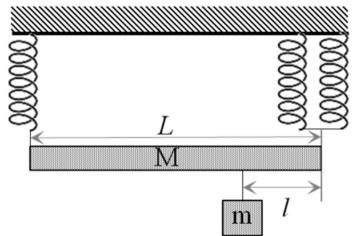
**1.28.9.** (Олимпиада КФУ, 2022, 9) Система представляет собой однородную доску массы  $M$ , два маленьких груза массы  $m$ , идеальные блоки и невесомые нерастяжимые нити. Правый груз лежит на краю доски (см. рис.). Найдите силу натяжения нити, прикрепленной к правому грузу  $T$ . При каких значениях  $n$  и отношения  $m/M$  в системе будет достигаться равновесие для горизонтального положения доски?

$$T = \frac{m}{(2m+M)}g; n = 4; \frac{M}{m} = 1$$

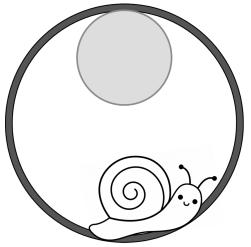


**1.28.10.** (*Олимпиада КФУ, 2023, 9*) Однородная балка длины  $L$  и массы  $M$  подвешена на трех идентичных невесомых пружинах, как показано на рисунке. На каком расстоянии  $l$  от левого конца балки нужно подвесить груз массой  $m$ , чтобы балка была строго горизонтальной?

$$\left( \frac{m\zeta}{M} + \zeta \right) \frac{L}{2} = l$$

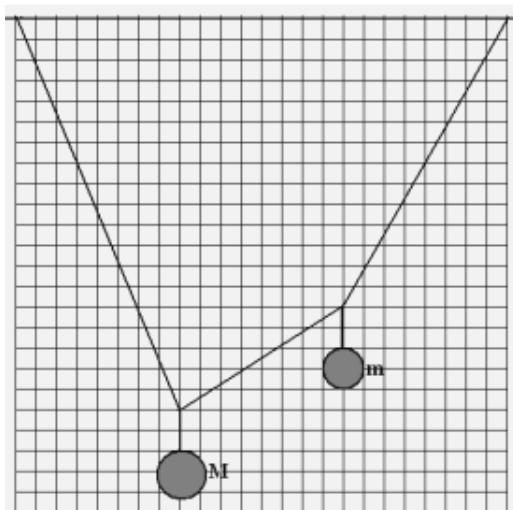


**1.28.11.** (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 9*) На цилиндрическом карнизе для портьер свободно надето тонкое кольцо. В нижней точке кольца находится улитка (см. рис.). Масса улитки и кольца одинаковы. Улитка начинает медленно двигаться вверх по кольцу. При каком минимальном значении коэффициента трения кольца о карниз улитка сумеет добраться до верхней точки кольца?



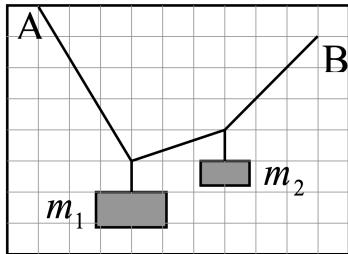
$$\xi/\tau$$

**1.28.12.** (*Всесиб., 2016, 9*) К легкому шнурку, прикрепленному к потолку, привязали два груза. Найдите отношение их масс  $M/m$  по приведенному рисунку.



$$\xi/8 = (H - \eta\zeta)/(\eta - H\zeta) = w/W$$

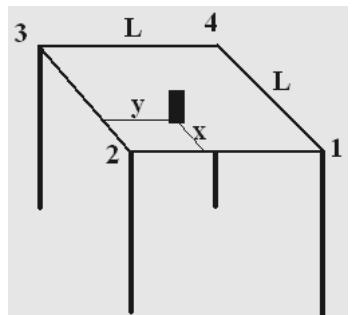
**1.28.13.** (*Инженерная олимпиада, 2022, 9*) Концы невесомой веревки закреплены в точках  $A$  и  $B$  (см. рисунок). К веревке привязали два груза массами  $m_1$  и  $m_2$ . По приведенному рисунку найти отношение масс грузов  $m_1/m_2$ .



$$\varepsilon = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}}$$

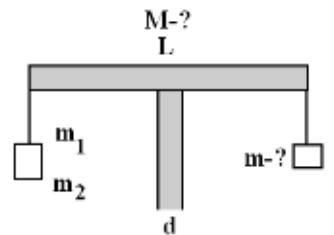
**1.28.14.** (*Всесиб., 2015, 9*) Стол веса  $P_0 = 40$  Н с квадратной столешницей  $L \times L$  ( $L = 1$  м) стоит на полу. Его ножки вертикальны и прикреплены к углам столешницы (на рис. они пронумерованы). На стол поставили банку весом  $P = 30$  Н. Расстояние от центра дна банки до одной стороны  $x = 0,2$  м, а до другой  $y = 0,4$  м. При этом между четвёртой ножкой и полом возник небольшой просвет. Найдите силы, с которыми давят на пол остальные ножки.

$$N_1 = 32 \text{ Н}; N_3 = 26 \text{ Н}; N_2 = 12 \text{ Н}$$



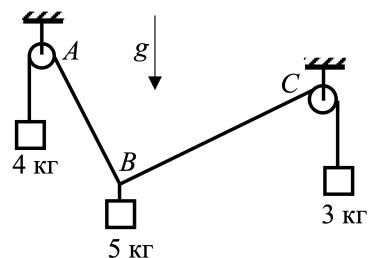
**1.28.15.** (*Всесиб., 2017, 9*) На вертикальном бруске толщины  $d = 2$  см лежит симметрично однородный горизонтальный брускок длины  $L = 20$  см. К правому концу горизонтального бруска на лёгкой нити подвесили груз, а к левому — гири. Найдите массу груза и массу горизонтального бруска, если равновесие сохраняется при суммарной массе гирь от  $m_1 = 22$  г до  $m_2 = 107$  г, а вне этого интервала масс перевешивают или груз, или гири.

$$M = 09 \approx 2L \Rightarrow M = 2L \cdot 09 \approx 2L \cdot (m_1 + m_2)/2L = (m_1 + m_2)/2$$

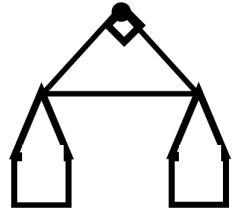


**1.28.16.** (*Всесиб., 2021, 9*) Изображенная на рисунке система находится в равновесии. Массы грузов слева направо  $m_1 = 4$  кг,  $m_2 = 5$  кг и  $m_3 = 3$  кг. Блоки и нити невесомые, трения нет. Определите, под каким углом к вертикали располагаются участки нитей  $AB$  и  $BC$ . Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

$$\alpha = \arctan(3/4) - \text{угол } AB \text{ и } BC$$

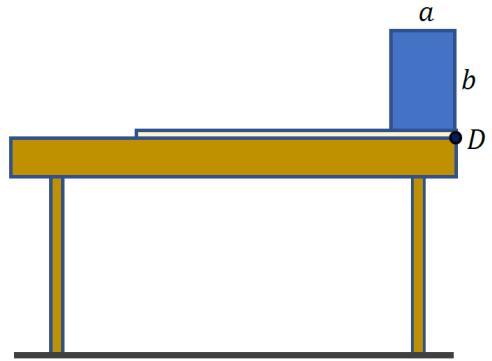


**1.28.17.** (Всесиб., 2019, 9) Из пластикового листа вырезали равнобедренный прямоугольный треугольник, вблизи его вершин просверлили отверстия. За отверстие у прямого угла подвесили треугольник, а к двум другим прикрепили две одинаковые массивные чашки. Когда в одну из чашек положили гирю массой 100 г, треугольник повернулся на  $15^\circ$  относительно симметричного положения. Когда в свободную чашку налили воды, треугольник принял положение с таким же наклоном, но в противоположную сторону. Определите массу воды. Массой треугольника пренебречь.



$$M = \frac{\sqrt{3}-1}{2m_0} = 273 \text{ г}$$

**1.28.18.** («Шаг в будущее», 2022, 9) Бруск в форме прямоугольного параллелепипеда, сторонами  $a = 10$  см,  $b = 20$  см и  $c = 10$  см расположен на тонкой доске вблизи края горизонтальной поверхности стола (см. рис., сторона  $c$  не видна). Правый конец доски закреплен в шарнире  $D$  и может свободно вращаться вокруг его оси. Доску медленно приподнимают за левый конец, прилагая минимальное усилие. Каким будет это усилие в момент начала движения бруска относительно доски? Масса доски  $m = 1$  кг. Коэффициент трения бруска о доску  $\mu = 0,6$ .

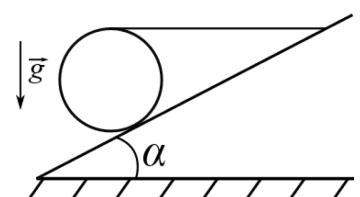


$$F = \frac{mg}{\frac{a+b}{2}} \approx 4,5 \text{ Н}$$

**1.28.19.** («Курчатов», 2021, 9) Тонкий стержень длины  $a = 1$  м лежит в неподвижной сфере радиуса  $R = 2$  м так, что один конец находится в нижней точке сферы  $P$ . Сфера гладкая за исключением окрестности точки  $P$  много меньшей длины стержня. Найдите минимальный коэффициент трения в окрестности точки  $P$ , при котором такое положение стержня возможно.

$$\frac{\frac{1+\frac{a}{R}}{\frac{a}{R}}}{\frac{a}{R}-1} = \mu$$

**1.28.20.** («Физтех», 2023, 9) Однородный шар массой  $m = 3$  кг удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к шару в его наивысшей точке. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,6$ .



1. Найдите силу  $T$  натяжения нити.
2. Найдите силу  $F_{\text{тр}}$  трения, действующую на шар.
3. При каких значениях коэффициента  $\mu$  трения скольжения шар будет находиться в покое? Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

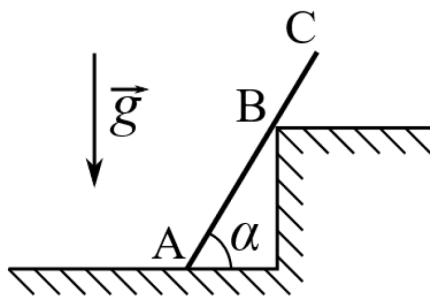
$$1) T = mg \cdot \tan \frac{\alpha}{2} = 10 \text{ Н}; 2) F_{\text{тр}} = mg \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = 10 \text{ Н}; 3) \mu \leq \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \approx 0,33$$

**1.28.21.** («Физтех», 2023, 9) Однородный стержень опирается на шероховатый горизонтальный пол и гладкую ступеньку (см. рис.). Стержень находится в покое. Масса стержня  $m = 10$  кг. Точка В, где стержень касается ступеньки, делит длину стержня в отношении  $AB/BC = 2$ , угол  $\alpha = 60^\circ$ .

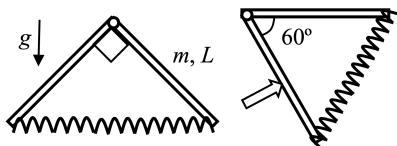
- Найдите модуль  $P$  силы, с которой стержень действует на гладкую ступеньку.
- При каких значениях коэффициента  $\mu$  трения скольжения стержень будет находиться в покое?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

$$1) P = \frac{4}{3}mg \cos \alpha = 37,5 \text{ Н}; 2) \mu \leq \frac{1 - 0,75 \cdot \cos^2 \alpha}{0,75 \sin \alpha \cdot \cos \alpha} \approx 0,4$$

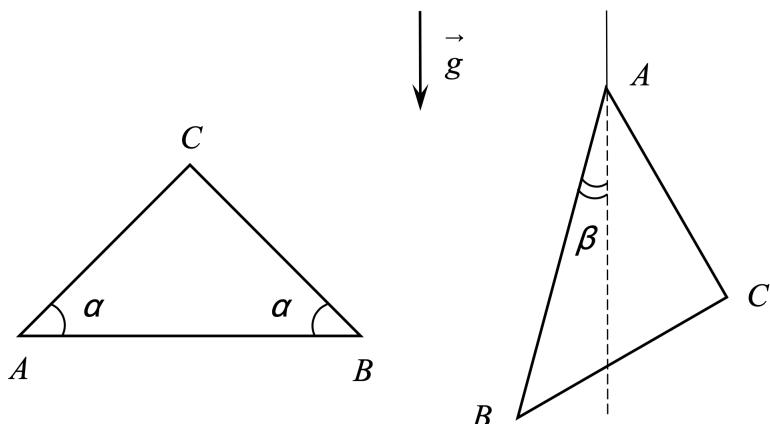


**1.28.22.** (Всесиб., 2023, 9) Два одинаковых однородных стержня длиной  $L$  и массой  $m$  одним концом закреплены на оси (см. рис.). Их свободные концы связаны невесомой пружиной. В состоянии равновесия стержни и пружина образуют равнобедренный прямоугольный треугольник. Когда, действуя на левый стержень, треугольник повернули вправо так, что правый стержень принял горизонтальное положение, равновесный угол между стержнями составил  $60^\circ$ . Определите жесткость пружины. При сжатии ось пружины не изгибаются. Ускорение свободного падения  $g$ .



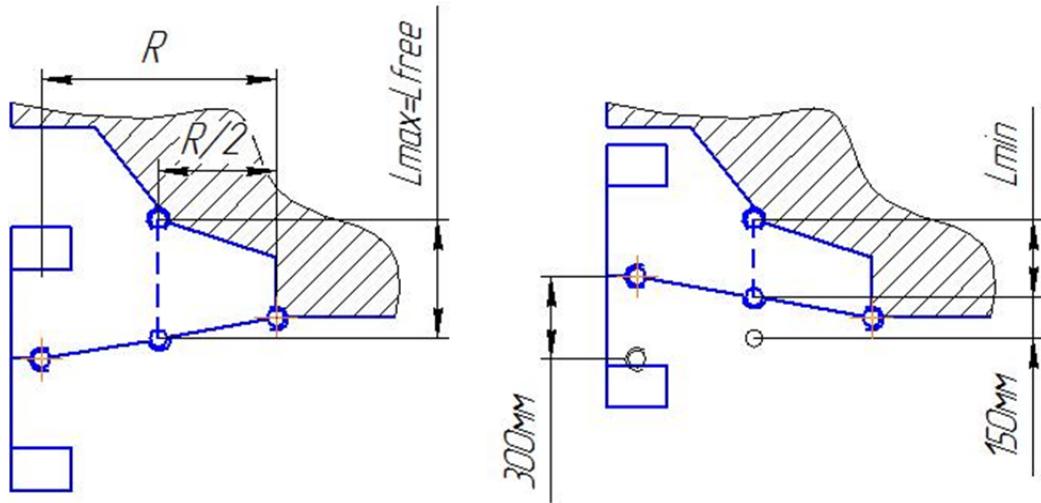
$$\frac{L\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)}{m\bar{g}(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$$

**1.28.23.** («Курчатов», 2023, 9) Из тонкой однородной проволоки согнут равнобедренный треугольник  $ABC$ . Углы при основании  $AB$  равны  $\alpha = 15^\circ$ . Треугольник подвешен на тонкой нити за вершину  $A$  и находится в равновесии. Найдите угол  $\beta$  между направлением нити и основанием  $AB$ . Числовой ответ выразите в градусах и округлите до десятых.



$$\beta = \arctan \left( \frac{\sqrt{2}(1+\cos \alpha)}{1-\cos \alpha} \right) = 3,9^\circ$$

**1.28.24.** («Шаг в будущее», 2022, 9) **Ситуационная задача.** Автомобиль массой 1600 кг оснащен независимой подвеской всех четырех колес. Полный ход подвески (в точке крепления колеса) составляет 30 см. Пружины жесткостью 300 кН/м размещены на половине длины рычага подвески, и в нижнем положении рычага полностью расслаблены. Передняя подвеска несет 60% массы.



Определите номинальное сжатие пружин подвески и номинальный ход каждой подвески.

Лица непечатных изображений номинального сжатия пружин 3,14 см, номинальный ход подвески 6,3 см;

## 1.29 Гидростатика

Дополнительные задачи — в листке [Гидростатика](#).

**1.29.1.** (Всеросс., 2021, ШЭ, 9) В сосуде с ртутью плавает стальной шарик. Как изменится глубина погружения шарика в ртуть, если сверху на ртуть налить воду? Ртуть и вода не смешиваются друг с другом.



1. Увеличится;
2. уменьшится;
3. не изменится.

2

**1.29.2.** (Всеросс., 2022, ШЭ, 9) В пустую симметричную вертикальную  $U$ -образную трубку наливают ртуть. Затем в правое колено трубы аккуратно наливают керосин, высота столба которого оказывается равной 62,5 см. Найдите массу воды, которую необходимо добавить в левое колено, чтобы уровень ртути вернулся в первоначальное положение. Площадь поперечного сечения трубы  $15 \text{ см}^2$ , плотность керосина  $800 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

1. 750 г;
2. 150 г;

3. 15 г;

4. 45 г;

5. 125 г.

1

**1.29.3.** (*Всеросс., 2023, ШЭ, 9*) В аквариуме плавает игрушечная лодочка с оловянным солдатиком в качестве пассажира. Как изменится уровень воды в аквариуме, если солдатик упадёт в аквариум? Лодка не переворачивается.

1. уменьшится;

2. увеличится;

3. не изменится.

1

**1.29.4.** (*Всеросс., 2020, ШЭ, 9*) В мензурку, стоящую внутри стакана на его горизонтальном дне, налито до некоторой высоты масло массой 100 г. В стакан медленно наливают воду. Когда высота воды в стакане сравнивается с высотой масла в мензурке, она отрывается от дна стакана. Плотность масла  $800 \text{ кг}/\text{м}^3$ , плотность воды  $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Вода подтекает под дно мензурки. Толщиной стенок мензурки можно пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным  $g = 10 \text{ Н}/\text{кг}$ .

1. Сколько миллилитров масла налито в мензурку? Ответ округлите до целого числа.

2. Чему равна сила Архимеда, действующая на мензурку с маслом в момент её отрыва от дна стакана? Ответ укажите в ньютонах, округлив до сотых долей.

3. Найдите массу пустой мензурки. Ответ укажите в граммах, округлив до целого числа

1) 125; 2) 1,25; 3) 25

**1.29.5.** (*Всеросс., 2021, ШЭ, 9*) В 1648 году Блез Паскаль продемонстрировал опыт, результат которого может показаться весьма неожиданным. Он вставил в закрытую бочку, полностью наполненную водой, длинную узкую вертикальную трубку и, поднявшись на балкон дома, влил в эту трубку всего лишь одну кружку воды. До вливания воды трубка была пустая. Из-за малой толщины трубки вода в ней поднялась до большой высоты, и давление в бочке увеличилось настолько, что крепления бочки не выдержали, и она треснула. Предположим, что внутренний радиус трубки в опыте Паскаля был равен 4 мм, а давление в бочке после вливания в трубку кружки воды оказалось больше атмосферного давления на 80000 Па. Чему был равен объём воды в кружке? Плотность воды  $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ , ускорение свободного падения  $10 \text{ Н}/\text{кг}$ . Ответ выразите в литрах и округлите до десятых долей.

0,4

**1.29.6.** (Всеросс., 2022, ШЭ, 9) Кусок льда, имеющий форму кубика с длиной ребра 6 см, плавает в сосуде с водой, не касаясь дна. Плотность воды  $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ , плотность льда  $900 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

1. Определите объём льда, не погружённого в воду. Ответ выразите в  $\text{см}^3$ , округлив до десятых долей.
2. Сверху в сосуд аккуратно доливают бензин таким образом, чтобы его уровень доходил до верхней грани этого кубика. Перемешивания жидкостей не происходит. Слой бензина какой высоты при этом окажется в сосуде? Плотность бензина  $700 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Ответ выразите в см, округлив до целого числа.

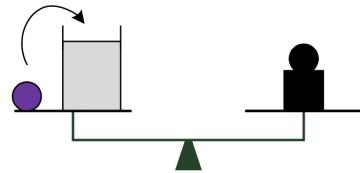
1) 21,6; 2) 2

**1.29.7.** (Всеросс., 2023, ШЭ, 9) В сосуде находятся вода и масло, жидкости не перемешаны между собой. На границу раздела жидкостей помещают поплавок неизвестной плотности. Плотность воды  $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ , плотность масла  $925 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

1. Определите плотность поплавка, если известно, что в верхней жидкости находится  $1/3$  от всего объёма поплавка, а в нижней — остальные  $2/3$  объёма. Поплавок не касается дна сосуда. Ответ дайте в  $\text{кг}/\text{м}^3$ , округлив до целого числа.
2. К этому поплавку подвесили снизу свинцовое грузило. Найдите отношение объёма поплавка к объёму грузила, если поплавок полностью погрузился в нижнюю жидкость. Плотность свинца  $11300 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Груз и поплавок не касаются дна сосуда. Ответ округлите до целого числа.

1) 975; 2) 412

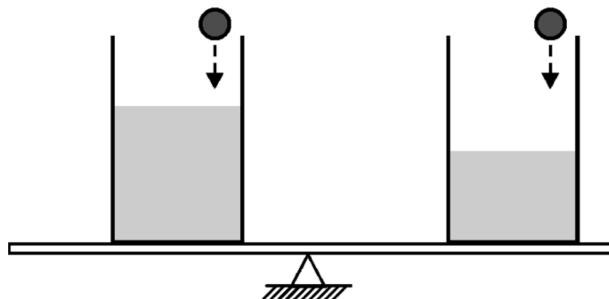
**1.29.8.** (Всеросс., 2020, МЭ, 9) На одной чаше рычажных весов находятся стакан с водой и деревянный шар, уравновешенные стальной гирей, которая стоит на другой чаше. Как изменится равновесие весов, если шар перенести в стакан с водой?



- A) перевесит чаша со стаканом
- Б) перевесит чаша с гирей
- В) равновесие не нарушится

B

**1.29.9.** (Всеросс., 2021, МЭ, 9) На рычаге уравновесили два сосуда с разными жидкостями. После этого аккуратно поместили в каждый из сосудов по одному маленькому шарику равной массы так, что жидкости не вылились из сосудов. В обоих сосудах шарики плавают у правой стенки. Как в результате этого изменится положение равновесия рычага?

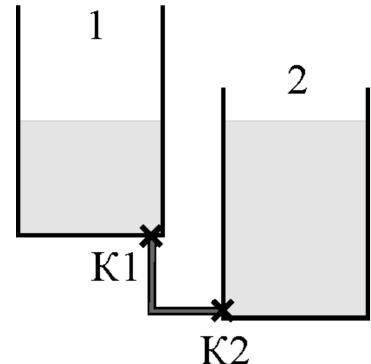


1. Перевесит левый сосуд;
2. перевесит правый сосуд;
3. равновесие не нарушится;
4. для ответа недостаточно данных.

2

**1.29.10.** (Всеросс., 2021, МЭ, 9) В сосуды 1 и 2 налито масло плотностью  $0,9 \text{ г}/\text{см}^3$ . Уровни масла в сосудах одинаковы, сосуды соединены друг с другом с помощью Г-образной трубки. Эта трубка закрыта с обоих концов кранами K1 и K2 и полностью заполнена водой плотностью  $1 \text{ г}/\text{см}^3$ . Как изменятся уровни жидкости в сосудах, если открыть краны K1 и K2?

1. 1 — понизится; 2 — повысится;
2. не изменяется;
3. 2 — понизится; 1 — повысится;
4. зависит от того, какой кран открывать вначале;
5. для ответа недостаточно данных.



1

**1.29.11.** (*Всеросс., 2020, МЭ, 9*) К цилиндрическому поплавку с площадью сечения  $S = 2 \text{ см}^2$  привязана лёгкая тонкая леска длиной  $4L$  ( $L = 30 \text{ см}$ ). К середине и к свободному концу лески прикреплены два одинаковых свинцовых грузила массой  $m = 10 \text{ г}$  каждое. Изначально нижнее грузило лежит на дне, как показано на рисунке, а поплавок плавает вертикально. Плотность воды  $r_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ , плотность свинца  $r = 11300 \text{ кг/м}^3$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

- Считая, что поплавок может удержать на плаву два грузила, найдите, при каком минимальном изменении уровня воды в водоёме нижнее грузило оторвётся от дна. Ответ выразите в сантиметрах и округлите до десятых долей.
- Найдите силу натяжения верхней части лески (между поплавком и верхним грузилом) после отрыва нижнего грузила от дна. Ответ выразите в ньютонах и округлите до десятых долей.

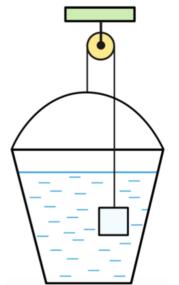
1) 34,6; 2) 0,18

**1.29.12.** (*Всеросс., 2021, МЭ, 9*) Для того чтобы удерживать тело неподвижно висящим в воздухе, к нему необходимо приложить силу  $F_1 = 40 \text{ Н}$ . Для того чтобы удерживать это же тело полностью погруженным в воду, необходима сила  $F_2 = 60 \text{ Н}$  (тело не касается дна и стенок сосуда с водой).

- На сколько процентов по объёму выступает над водой это же тело, плавающее свободно? Ответ дайте в процентах, округлив до целого числа.
- Во сколько раз плотность воды больше плотности тела? Ответ округлите до десятых долей.

1) 60; 2) 2,5

**1.29.13.** (*Всеросс., 2022, МЭ, 9*) К одному концу невесомой нити прикреплён железный куб объёмом  $1 \text{ дм}^3$ , а к другому концу прикреплено очень лёгкое пластиковое ведро, в которое налита вода. Нить перекинута через блок, и система подвешена так, как показано на рисунке. При этом железный куб полностью погружён в воду и не касается стенок и дна ведра, а система находится в равновесии. Трение отсутствует. Плотность воды  $1 \text{ г/см}^3$ , плотность железа  $7,8 \text{ г/см}^3$ .

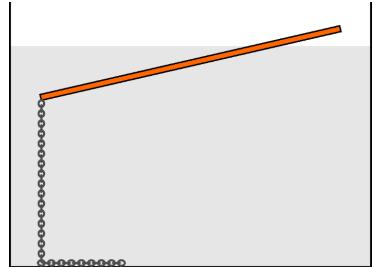


- Сколько литров воды находится в ведре? Ответ округлите до десятых долей.
- Что произойдёт, если налить в ведро ещё немного воды?
  - Ведро и куб останутся на своих местах.
  - Ведро будет двигаться вверх, куб вниз, пока система не придёт в равновесие.
  - Ведро будет двигаться вниз, куб вверх, пока система не придёт в равновесие.
- Что произойдёт, если из ведра испарится немного воды?
  - Ведро и куб останутся на своих местах.
  - Ведро будет двигаться вверх, куб вниз, пока система не придёт в равновесие.

В) Ведро будет двигаться вниз, куб вверх, пока система не придёт в равновесие.

1) 5,8; 2) B; 3) E

**1.29.14.** (*Всеросс., 2023, МЭ, 9*) Однородная деревянная линейка длиной  $l = 100$  см имеет массу  $m = 210$  г. К концу линейки прикрепили металлическую цепочку и опустили эту систему в сосуд с жидкостью. Линейка плавает, частично погрузившись в жидкость (см. рисунок). Часть цепочки лежит на дне сосуда. Плотность цепочки в  $k = 2,7$  раза больше плотности жидкости, а масса вертикального участка цепочки равна  $M = 81$  г. Ускорение свободного падения считать равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Толщина линейки очень маленькая.



- Чему равен модуль силы, с которой цепочка действует на линейку? Ответ выразите в ньютонах и округлите до сотых долей.
- Чему равен модуль силы Архимеда, действующей на линейку? Ответ выразите в ньютонах и округлите до сотых долей.
- Чему равна длина погруженной в жидкость части линейки? Ответ выразите в сантиметрах и округлите до десятых долей.
- Чему равно отношение плотности линейки к плотности жидкости? Ответ округлите до сотых долей.

1) 0,51; 2) 2,61; 3) [80,4; 80,6]; 4) [0,64; 0,66]

**1.29.15.** (*«Надежда энергетики», 2019, 9*) В своей научной работе «Opera geometrica» в 1644 г. итальянский математик и физик Эванджелиста Торричелли изложил устройство ртутного барометра. Величина атмосферного давления измерялась таким барометром по высоте столба ртути, находившейся в стеклянной трубке, нижний конец которой был опущен в сосуд с ртутью, а верхний запаян. Если трубку ртутного барометра подвесить на нити к динамометру так, что её нижний конец по-прежнему будет опущен в сосуд с ртутью (не касаясь при этом дна сосуда), то можно ли определить значение атмосферного давления по показаниям динамометра? Поясните ваш ответ.

Показания динамометра можно определить из условия равновесия материала чашки

**1.29.16.** (*«Надежда энергетики», 2020, 9*) Чашка массой  $m = 400$  г вмещает  $V = 600$  мл воды. В начале опыта пустая чашка плавает на поверхности воды. В чашку тонкой струйкой наливают воду. Чашка тонет, когда её заполняют на  $2/3$  объема. Определите плотность материала, из которого изготовлена чашка. Плотность воды равна 1000 кг/м<sup>3</sup>. В ответе приведите формулу для определения плотности материала чашки в общем виде.

$$\rho_{\text{мат}} = \frac{m - \rho_{\text{воды}}(V_0 - V)}{\rho_{\text{воды}}V} = 2000 \text{ кг/м}^3$$

**1.29.17.** (Олимпиада КФУ, 2019, 9) Два бруска одинакового объема  $V$  и плотностями  $\rho_1, \rho_2$  ( $\rho_1 < \rho_0 < \rho_2$ , где  $\rho_0$  — плотность воды) скреплены пружиной. На столе сжатие пружины равно  $x_1$  (более лёгкий брускок расположен сверху). Найти деформацию пружины, если эта система будет плавать в воде, и объем погруженной части верхнего бруска.

$$\frac{\rho_0}{\rho_1 + \rho_2 - \rho_0} = \frac{V_1}{V_1 + V_2}, \quad V_1 = z x$$

**1.29.18.** (Олимпиада КФУ, 2020, 9) В лаборатории экспериментально синтезировали жидкое вещество, которое оседает на дно так, что его плотность меняется от глубины как  $\rho = \rho_0 + \alpha h$ , где  $\rho_0 = 200 \text{ кг/м}^3$  это плотность у самой поверхности, и коэффициент  $\alpha = 0,05 \text{ кг/м}^4$ . В такую жидкость опустили цилиндр высотой  $H$ , в результате чего он погрузился на половину своего объема. Затем на цилиндр положили груз массой  $M = 100 \text{ г}$ . и тот погрузился полностью. Найдите высоту цилиндра, если площадь основания цилиндра  $S = 20 \text{ см}^2$ .

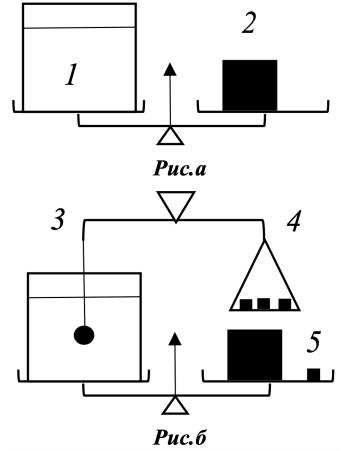
и 20

**1.29.19.** («Надежда энергетики», 2021, 9) Для прокладки силовых электрических кабелей и кабельных линий на дне водоёма делается специальная траншея. В местах выхода кабельной линии на берег кабель прокладывается в трубе. Для этого цилиндрическую секцию массой  $M$ , радиусом  $R$  и длиной  $L$ , герметично закрытую заглушками с двух сторон, опускают в водоем. Горизонтально опустившись на мягкий илистый грунт, труба погрузилась в него наполовину (ось симметрии цилиндра находится на уровне дна). Трубу при помощи троса поднимает плавучий кран. Определите, с какой минимальной силой должен быть натянут трос, чтобы труба начала подниматься. Глубина водоема равна  $H$ , плотность воды  $\rho$ , атмосферное давление  $p_0$ . Вязкостью грунта и трением трубы о грунт пренебречь.

$$T = Mg + 2R\left(p_0 + \rho g\right)H$$

**1.29.20.** («Надежда энергетики», 2022, 9) Кастрюля с водой 1 уравновешена на рычажных весах с помощью гири 2 (см. рис. а). В воду опускают металлический шарик 4, подвешенный на легкой нити (см. рис. б) так, что он не касается дна и стенок кастрюли. Нить привязана к коромыслу 3 вторых весов, равновесие которых достигается при помещении на правую чашку трех одинаковых гирек 5. Определите плотность материала шарика, если для уравновешивания весов с кастрюлей к гире 2 необходимо добавить одну гирьку 5. Плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

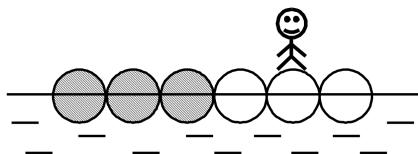
4000 кг/м<sup>3</sup>



**1.29.21.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 9) В сосуде с водой плавает, погрузившись наполовину, шар объема  $V$  с полостью внутри и небольшим отверстием в верхней части его оболочки. Воду из сосуда наливают через отверстие в полость, и после заполнения  $2/3$  объема полости шар оказывается полностью погруженным в воду. Найти объем полости и плотность материала оболочки шара. Понизится или повысится уровень воды в сосуде по сравнению с первоначальным после того, как шар утонет и вода заполнит всю полость? Плотность воды  $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

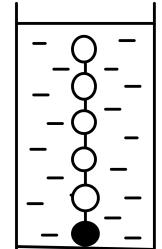
$$V_{\text{пол}} = 3V/4; \rho_{\text{мат}} = 2000 \text{ кг}/\text{м}^3; \text{выше борта}$$

**1.29.22.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 9) Плот является жесткой конструкцией из шести бревен одинаковой длины и диаметра: трех — из дерева одной плотности (заштрихованы на рисунке) и трех — из дерева другой плотности (не заштрихованы). Когда человек стоит на втором бревне с краю, плот занимает горизонтальное положение, и каждое бревно погружено в воду до половины (см. рис.). То же бревно, взятое отдельно от плота, удерживает стоящего на нем человека, полностью погрузившись в воду. Во сколько раз масса плота больше массы человека? Чему равно отношение плотностей дерева, из которого сделан плот?



$$\text{отношение плотностей палубы 2; масса палубы 3 раза больше массы человека}$$

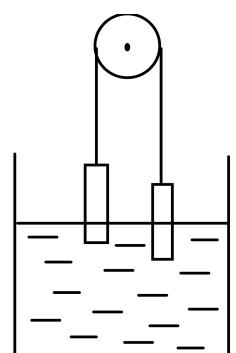
**1.29.23.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2016, 9) Гирлянда состоит из связанных нитями  $N$  шаров одинакового размера. Массы всех шаров, кроме более тяжелого крайнего, одинаковы. Когда гирлянду поместили в сосуд с водой, она приняла вертикальное положение с лежащим на дне тяжелым шаром и полностью погруженными всеми шарами (см. рис.). Силы, действующие на тяжелый шар со стороны нити и дна, равны. Вода выталкивает каждый из шаров с силой, вдвое большей веса легкого шара. Найти отношение масс тяжелого и легкого шаров.



$$2N$$

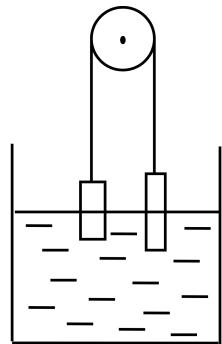
**1.29.24.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 9) Два цилиндра одинаковой высоты 6 см и одинакового поперечного сечения висят на концах переброшенной через блок идеальной нити. При этом один из цилиндров погружен в воду на половину высоты, а другой — на треть (см. рис.). Плотности материалов цилиндров больше плотности воды. На сколько сместятся цилиндры относительно блока, если после доливаания воды в сосуд ее уровень поднимется на 5 см?

$$\text{направление смещения — в 2 см выше, а веревка — на 2 см ниже.}$$



**1.29.25.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2019, 9) Два цилиндра одинаковой массы, сделанные из одного материала и имеющие длины 8 см и 10 см, висят на концах перевернутой через блок идеальной нити. При этом оба цилиндра наполовину погружены в воду (см. рис.). На сколько сместятся цилиндры, если после доливания воды в сосуд ее уровень поднимется на 4 см; на 5 см?

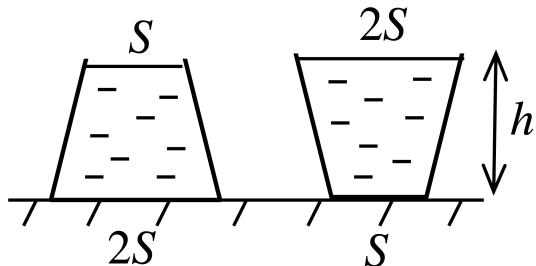
$$\text{на } 4/9 \text{ см; на } 0,5 \text{ см}$$



**1.29.26.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 9) Тонкостенный шар плавает в воде, погрузившись на треть своего объема. Через образовавшуюся течь в шар начинает поступать вода. Разница уровней воды снаружи и внутри шара сначала уменьшается, а затем растет. Считая объем шара равным  $V$ , найти объем воды, поступившей в шар к моменту, когда разница уровней воды снаружи и внутри шара становится минимальной. Найти объем поступившей воды, при котором шар утонет.

$$0,6V \text{ мокрой поверхности в виде полуколца } V/3; \text{ или } \Delta h = \frac{2V}{3}$$

**1.29.27.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 9) В откаченном от воздуха помещении стоят две заполненные  $S$  жидкостью колбы в виде усеченных конусов (см. рис.). На сколько отличаются силы, действующие на жидкость со стороны боковых стенок в этих сосудах? Плотность жидкости равна  $\rho$ , ускорение свободного падения  $g$ . Указание. Объем колбы  $V = hS(1 + \sqrt{2}/3) \approx 1,47hS$ .

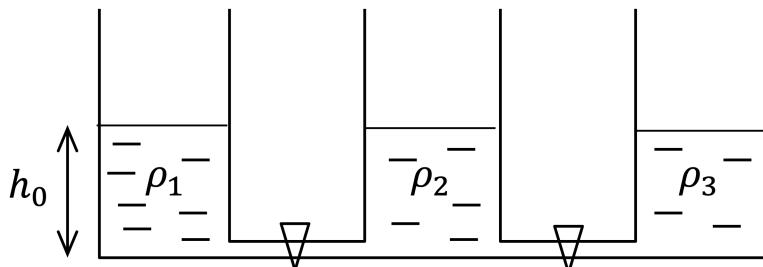


$$S\pi h^2 \rho g \approx 0,90 \left( 1 - \frac{3}{2\sqrt{2}} \right)$$

**1.29.28.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 9) На дне цилиндрического сосуда лежит шар радиуса  $R$ . Когда в сосуд налили объем  $V$  воды, сила давления шара на дно уменьшилась до  $4/9$  от первоначального значения. После доливаания такого же объема масла с плотностью 0,8 плотности воды сила давления шара на дно обратилась в нуль. Найти площадь дна сосуда. Указание. Объем шара  $V_{ш}$  связан с его радиусом формулой  $V_{ш} = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

$$\pi R^2 \cdot \frac{4}{9} + \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot 0,8$$

**1.29.29.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 9) Три одинаковых цилиндрических сосуда стоят рядом на горизонтальном столе и соединены вблизи дна тонкими трубками, которые перекрыты кранами (см. рис.). Сосуды заполнены до уровня  $h_0$  жидкостями с плотностями  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$ , причем  $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$ . В какой последовательности нужно открыть краны, чтобы получить максимальную высоту столба жидкости в одном из сосудов? Чему равна эта высота?

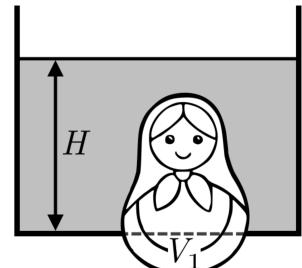


$$\left( \frac{\tau_{dC}}{\varepsilon_d + \varepsilon_d} - \frac{\tau_d}{\varepsilon_d} - \frac{\varepsilon}{\Gamma} \right) \frac{\varepsilon}{\theta q}$$

**1.29.30.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 9) Фигура полного объёма  $V = 0,01 \text{ м}^3$  стоит на дне сосуда с водой и плотно закрывает отверстие площади  $S = 0,02 \text{ м}^2$ . Фигура выступает наружу на объём  $V_1 = 0,002 \text{ м}^3$ , а вода в сосуде налита до уровня  $H = 0,25 \text{ м}$ . При какой наименьшей массе фигуры она не всплынет?

**Примечание.** Считайте, что трение в отверстии отсутствует.

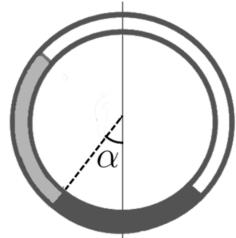
3 кг



**1.29.31.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 9) В длинную тонкую трубку залили равные объёмы двух несмешивающихся жидкостей с различными плотностями, заполнив её ровно наполовину. Трубку свернули в кольцо, расположив его в вертикальной плоскости (см. рис.). Угол, который составляет с вертикалью отрезок, проходящий через границу раздела жидкостей и центр кольца, равен  $\alpha = 10^\circ$ .

Найдите плотность лёгкой жидкости  $\rho_2$ , если плотность тяжёлой известна и равна  $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

700 кг/м³



**1.29.32.** (Всесиб., 2016, 9) Когда на пластиине из легкого пластика стояло три гири, то она плавала наполовину погрузившись в воду. Когда поставили двенадцать гирь, то верхняя грань пластины оказалась вровень с поверхностью воды. Во сколько раз плотность пластика меньше плотности воды? Гири одинаковы.

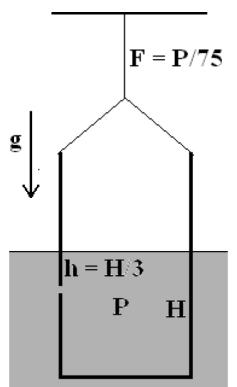
B 3 пластика

**1.29.33.** (Всесиб., 2022, 9) Жарким летним днем ребята катались по озеру на плотике из легкого пластика. Когда на плотике было трое ребят, то плотик погружался в воду наполовину, когда на нем стало двенадцать — он оказался почти полностью под водой. Во сколько раз пластик плотика легче воды? Считать, что все ребята одинакового веса.

$$\varepsilon = d / *d$$

**1.29.34.** (Всесиб., 2015, 9) Стакан с малым отверстием сбоку погружен на глубину  $H$  в холодную воду. Отверстие ниже уровня воды на  $h = H/3$ . Вес воды в стакане  $P$ , а сила натяжения нити, на которой подвешен стакан,  $F = P/75$ . Воду в стакане начинают нагревать. На какую долю уменьшилась плотность воды в нём, в момент, когда стакан стал всплывать? Уровень и температура воды снаружи неизменны.

$$\varepsilon_0 = (\gamma - H)d / H \cdot F = 0d / (d - 0d)$$

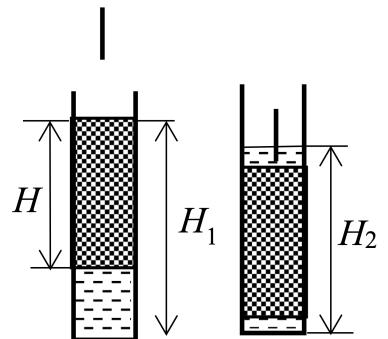


**1.29.35.** (Всесиб., 2019, 9) Когда незадачливый рыбак устроился на плавающей льдине и пробурил в ней лунку, он обнаружил, что уровень воды в лунке на  $h_1$  ниже верхней кромки льда. Через некоторое время на льдину забрался тюлень. Когда он расположился рядом с рыбаком, глубина незаполненной водой части лунки уменьшилась до  $h_2$ . Какой станет эта глубина, когда рыбака снимут с льдины, а тюлень с нее уплывет? Масса рыбака  $m_1$ , масса тюленя  $m_2$ . Льдина плоская, рыбак и тюлень находились в ее центре. Льдина не тает.

$$\frac{\varepsilon_{uu}}{\varepsilon_{uu}} \varepsilon \gamma - \left( \frac{\varepsilon_{uu}}{\varepsilon_{uu}} + 1 \right) \varepsilon \gamma = 0 \gamma$$

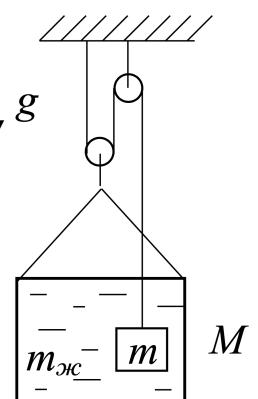
**1.29.36.** (Всесиб., 2021, 9) В цилиндрическую пробирку вставлен поршень со сквозным цилиндрическим отверстием вдоль оси, который может скользить без трения. Высота поршня  $H$ . После того, как в пробирку налили воды, он всплыл, так что его верхняя кромка относительно дна пробирки оказалась на высоте  $H_1 > H$ . После того, как с помощью тонкого стержня поршень утопили, вода в пробирке поднялась до высоты  $H_2 > H$ . Определите отношение радиуса отверстия в поршне к его внешнему радиусу. Плотность воды  $\rho_0$ , плотность поршня  $\rho_1$ . Объемом воды, вытесняемым стержнем, пренебречь.

$$\frac{(\varepsilon - 0d)H}{0d(\varepsilon_H - \varepsilon_H)} \wedge$$

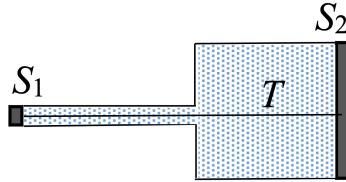


**1.29.37.** (Всесиб., 2023, 9) В ведре массой  $M$  находится тело массой  $m$  и жидкость массой  $m_{ж}$ . Вся эта система подвешена на нити (см. рис.) и находится в равновесии. Считая блоки и нить невесомыми, найти силу Архимеда, действующую на тело. Трения нет. Ускорение свободного падения  $g$ . Влиянием воздуха пренебречь.

$$\varepsilon = m - M(g - \gamma_m)$$

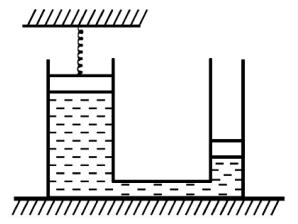


**1.29.38.** (*Всесиб., 2023, 9*) Горизонтальный сосуд с несжимаемой жидкостью с двух сторон закрыт подвижными поршнями: слева — площадью  $S_1$ , справа —  $S_2$ , причем  $S_1 < S_2$ . Поршни соединены нитью, выдерживающей максимальное натяжение  $T$ . Какую силу и в каком направлении надо приложить к правому поршню, чтобы нить порвалась? Влиянием сил трения и тяжести пренебречь.



$$\left(1 - \frac{1}{\tau_S}\right) L$$

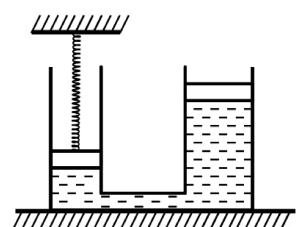
**1.29.39.** (*«Физтех», 2022, 9*) На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности  $\rho$ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости  $k$  с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна  $h$ . Площадь сечения левого поршня  $S$ , правого  $S/2$ . Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения  $g$ .



1. Найдите деформацию  $x$  пружины.
2. Найдите массу  $m$  груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

$$\left(\frac{\gamma\varepsilon}{S^2d\varepsilon} + 1\right) \frac{\xi}{Syd} = m(\varepsilon : \frac{\gamma}{Syd\varepsilon} = x (1$$

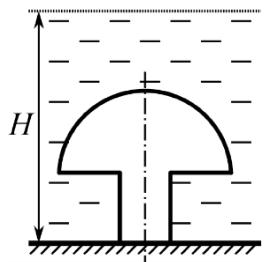
**1.29.40.** (*«Физтех», 2022, 9*) На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности  $\rho$ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости  $k$  с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна  $h$ . Площадь сечения левого поршня  $S$ , правого  $1,5S$ . Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения  $g$ .



1. Найдите деформацию  $x$  пружины.
2. На правый поршень положили груз массой  $m$ . Найдите массу  $M$  груза, который следует положить на левый поршень, чтобы пружина стала недеформированной. Поршни при этом не достигают дна.

$$\left(\frac{\gamma\varepsilon}{S^2d\varepsilon} + 1\right) Syd + m\frac{\xi}{\varepsilon} = M (\varepsilon : \frac{\gamma}{Syd\varepsilon} = x (1$$

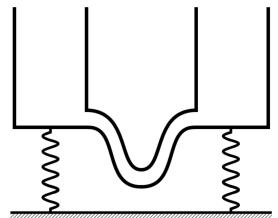
**1.29.41.** («Физтех», 2022, 9) Ко дну бассейна глубиной  $H = 2,5$  м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции — полусфера. Объём конструкции  $V = 8$  дм<sup>3</sup>, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей  $S = 20$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, атмосферное давление  $P_0 = 100$  кПа. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



1. Найдите давление  $P_1$  вблизи дна.
2. Найдите величину силы  $F$  (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

$$1) P_1 = P_0 + \rho g H = 125 \text{ кПа}; 2) F = P_0 S + \rho g (HS - V) = 170 \text{ Н, вправо}$$

**1.29.42.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 9) Два лёгких сосуда, соединённые у основания тонким гибким шлангом, стоят на пружинах, прикреплённых к полу (см. рис.). Экспериментатор Глюк проделал с ними следующие операции:



1. Налил 160 мл воды в левый сосуд. В результате правый сосуд опустился на 2 см, а левый остался на месте.
2. Вылил воду, поменял сосуды местами и налил в левый 670 мл воды. Он опустился на 2 см, а правый опустился на 3 см.
3. Вылил воду и вернул сосуды в первоначальное положение.
4. Глюк решил подобрать такую жидкость, чтобы при наливании её в левый сосуд тот опускался. Постепенно варьируя плотность, он такую жидкость получил.
5. Он снова поменял сосуды местами и налил в левый 100 мл этой жидкости.

На сколько опустится каждый из сосудов?

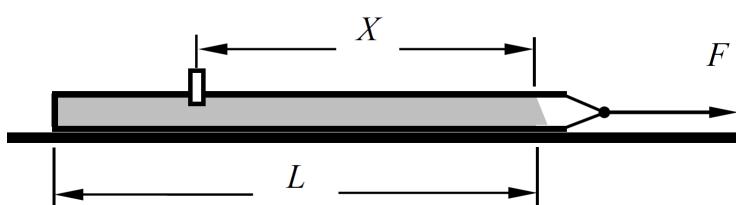
**Примечание.** Известно, что площадь дна одного из сосудов в пять раз больше другого.

$$h_1 = 6,5 \text{ мм и } 0 \text{ мм (1 распак.) или } h_2 = 0,42 \text{ мм и } 0,18 \text{ мм (2 распак.)}$$

## 1.30 Трубка с жидкостью

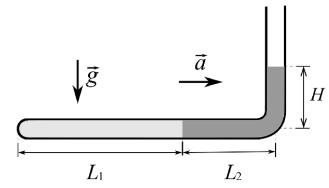
Дополнительные задачи — в листке [Трубка с жидкостью](#).

**1.30.1.** (Всерос., 2018, 9) Длинный сосуд массы  $M$  и внутренним сечением  $S_c$  лежит на столе. В верхней стенке сосуда имеется небольшое отверстие сечения  $S_{\text{пр}}$ , которое плотно закрыто пробкой. Чтобы вытащить пробку, удерживая сосуд, надо приложить силу  $f$ . Сосуд заполнили водой и начинают тянуть по горизонтальному столу за открытый конец с большой силой  $F$ . При каком минимальном значении этой силы пробка выскочит? Расстояние от уровня воды до пробки  $X$ , а от уровня воды до дна сосуда  $L$ . Плотность воды  $\rho$ , трения между сосудом и столом нет.



$$\frac{d\ln S X^d}{T^2 S^d + IV} \cdot f = \ln \frac{P_1}{P_0}$$

**1.30.2.** («Физтех», 2022, 9) Тонкая изогнутая трубка состоит из горизонтального участка, запаянного с одного конца, и вертикального участка, открытого в атмосферу. Трубка заполнена двумя несмешивающимися жидкостями: плотности  $\rho_1$  в горизонтальном участке, и плотности  $\rho_2$  в горизонтальном и вертикальном участках (см. рис.). Трубка движется с ускорением  $a = g/8$ , направленным горизонтально. Геометрические размеры указаны на рисунке,  $H = L$ ,  $L_1 = 3L$ ,  $L_2 = 2L$ . Атмосферное давление  $P_0$ .



1. Найдите давление  $P_1$  в жидкости в месте изгиба трубы.
2. Найдите давление  $P_2$  в жидкости у запаянного конца трубы.

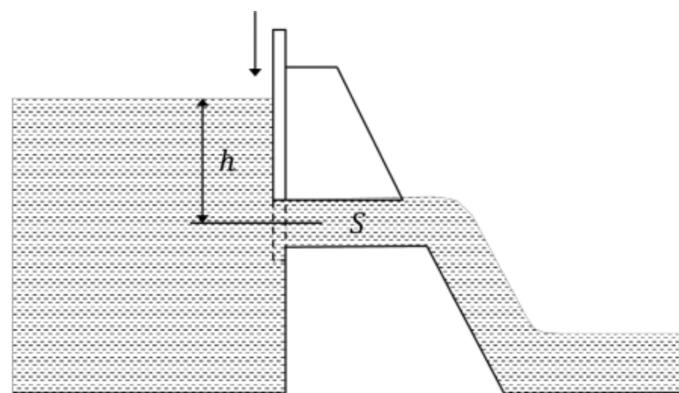
$$1) P_1 = P_0 + \rho_2 g L; 2) P_2 = P_0 + \frac{4}{3} \rho_2 g L + \frac{8}{3} \rho_1 g L$$

## 1.31 Движение жидкости

Дополнительные задачи — в листке [Движение жидкости](#).

**1.31.1.** («Надежда энергетики», 2017, 9) Совсем скоро наступит весна, и замёрзшие зимой реки начнут освобождаться от льда — на реках наступит ледоход. Если с берега вы будете наблюдать ледоход на прямом участке достаточно широкой реки, то обнаружите удивительное явление: отколовшиеся друг от друга большие льдины плывут по течению и медленно вращаются на поверхности воды, хотя не сталкиваются друг с другом. Как вы объясните этот эффект?

**1.31.2.** («Надежда энергетики», 2023, 9) В плотине ГЭС на глубине  $h$  ниже уровня воды в водохранилище сделан водоотводный канал, площадь поперечного сечения которого равна  $S$ . Определите, на сколько изменится сила давления воды на плотину ГЭС, если водоотвод перекрыть заслонкой.



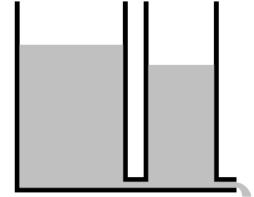
$$S \rho g dZ$$

**1.31.3.** (Олимпиада КФУ, 2022, 9) Открытый цилиндрический сосуд высотой  $H = 1$  м и сечением  $S = 0,4 \text{ м}^2$  имеет небольшое отверстие около дна. Если сосуд наполнен до краев, то из отверстия за 2 минуты выливается 4 литра воды. Над сосудом открывают кран, из которого выливается  $\mu_1 = 25$  мл воды в секунду. На каком уровне установится уровень воды в сосуде при открытом кране и отверстии?

и 99,0

**1.31.4.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 9)

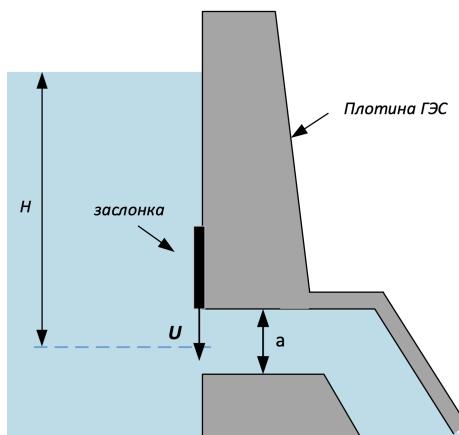
Экспериментатор Глюк поехал на дачу, забыв дома оборудование для экспериментов. К счастью, на даче нашлись два сосуда и две трубки. Пошёл дождь, и экспериментатор смог поставить следующий опыт: одной трубкой соединил сосуды у дна, а вторую (такую же) трубку присоединил ко второму сосуду (см. рис.). Вынеся сосуды под дождь, он дождался, пока уровень воды станет стабильным, и снял показания.



В левом сосуде уровень воды был 1,5 м, в правом — 0,9 м. Вскоре дождь усилился в два раза. Глюк закрыл правый сосуд крышкой, снова дождался, пока уровень установится, но, не успев ничего померить, уронил сосуды. Чтобы пожаловаться на свою досаду, Глюк позвонил теоретику Багу. Может ли Баг успокоить Глюка и вычислить уровни воды в сосудах после усиления дождя? Багу известно, что скорость жидкости в трубке пропорциональна разности давлений на её концах.

2,4 и 1,2 м

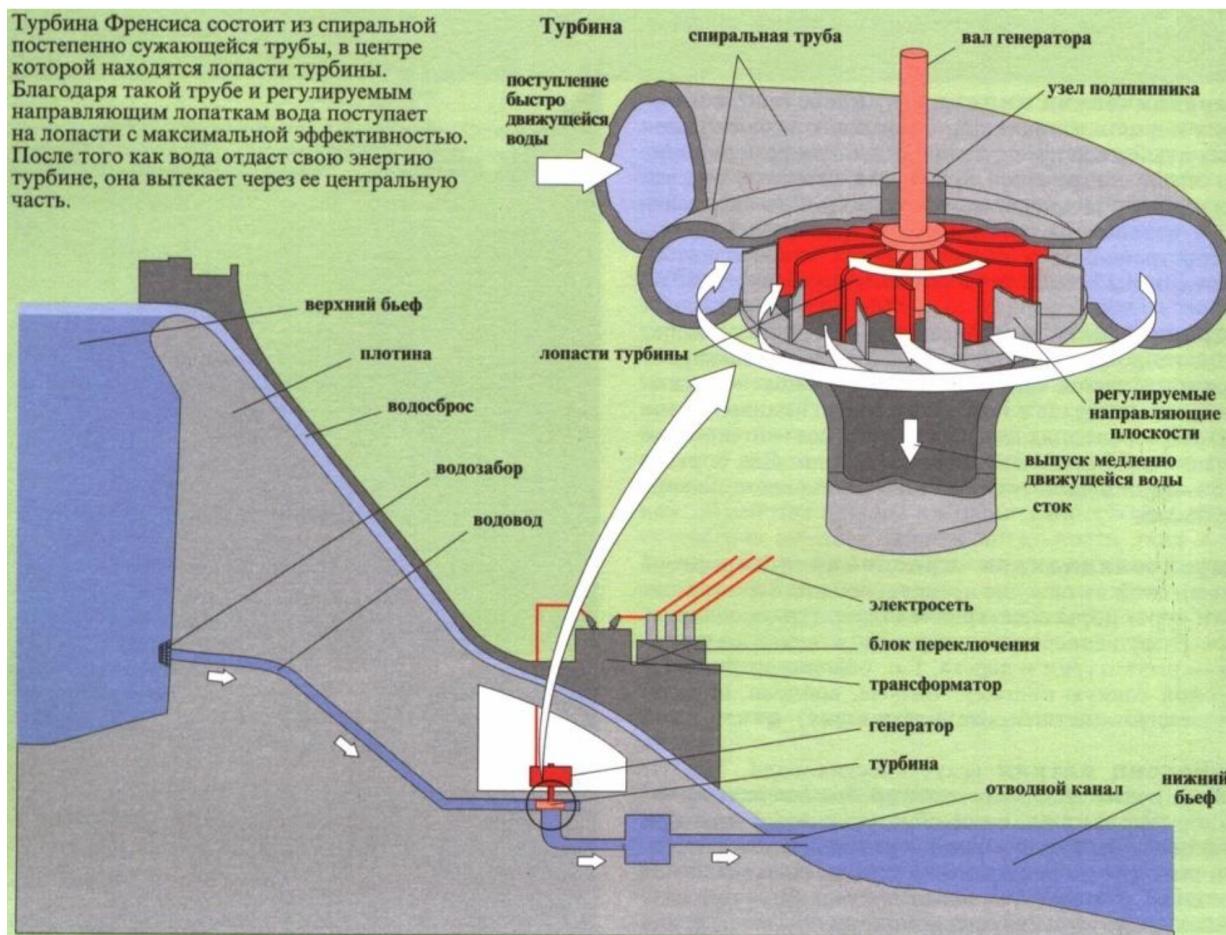
**1.31.5.** («Надежда энергетики», 2021, 9) В плотинах гидроэлектростанций отверстия для подвода воды к гидротурбине имеют специальные заслонки, которые опускаются во время технических работ или аварийных ситуаций. Оцените объем воды, который пройдет через водозаборное отверстие квадратного сечения со стороной  $a = 5$  м после начала опускания заслонки. Заслонка опускается равномерно со скоростью  $U = 10$  см/с. Водозаборное отверстие находится на глубине  $H = 60$  м. Изменением гидростатического давления в пределах отверстия пренебречь. Воду считать идеальной жидкостью.



$V = 21651 \text{ м}^3$

**1.31.6.** («Надежда энергетики», 2022, 9) Потребление энергии из электрической сети всегда выше в так называемые пиковые часы — утром и вечером, а в остальное время значительно снижается. Поэтому мощность электрогенераторов необходимо изменять. На ГЭС применяют

специальные поворотные лопатки (см. рис.), которые направляют водяной поток на колесо гидротурбины. Определите, во сколько раз изменится мощность гидрогенератора, если площадь сечения отверстий между поворотными лопатками уменьшится на 20%. Можно считать, что поток в обоих случаях полностью попадает на лопатки колеса гидротурбины и мощность генератора не зависит от угла падения потока воды на гидротурбину. КПД гидрогенератора и уровень воды в водохранилище считать постоянным.



мощность генератора составляет 1,56 паза

## 1.32 Подобие и размерность

Дополнительные задачи — в листке [Подобие и размерность](#).

**1.32.1.** (*Всеросс., 2022, МЭ, 9*) Пусть некоторая физическая величина выражается формулой  $\frac{kx^2}{F}$ , где  $k$  — коэффициент жёсткости,  $x$  — расстояние,  $F$  — сила. Эта физическая величина имеет размерность

1. времени;
2. скорости;
3. работы;
4. силы;
5. длины.

**1.32.2.** («Надежда энергетики», 2022, 9) Школьники, изучающие термодинамику и тепловые явления, решили провести любопытный эксперимент. Они заморозили воду в виде ледяного куба с ребром 10 см и 1000 кубиков с длиной ребра 1 см. В распоряжении школьников было два одинаковых идеальных термостата, в которых постоянно поддерживалась температура 0 °С. Школьники поместили куб в один термостат, а все кубики аккуратно разложили в один слой во втором так, что они не касались друг друга. Время таяния льда в каждом термостате измерялось секундомером, который включался, когда в термостате появлялись первые капли воды, и выключался, когда лед полностью превращался в воду. Сравните показания секундомера по окончании опыта. Объясните свои выводы.

в 100 раз

## 1.33 Сопротивление среды

Дополнительные задачи — в листке [Сопротивление среды](#).

**1.33.1.** («Надежда энергетики», 2016, 9) Два шарика одинаковых размеров закреплены на концах длинной, невесомой и нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок. Блок неподвижно закреплён над бассейном с водой, при этом длина нити такова, что оба шарика не могут одновременно находиться в воде. Массы шариков равны  $m$  и  $2m$ , при этом плотность шарика массой  $2m$  в три раза больше плотности воды. Определите отношение скорости установившегося движения системы, в случае, когда первый из шариков движется в воде, а второй в воздухе, к скорости установившегося движения в случае, когда второй шарик движется в воде, а первый в воздухе. Сила вязкого трения шарика о воду пропорциональна скорости движения шарика в воде, прочими потерями пренебречь.

 $\xi = \frac{\zeta_A}{\zeta_L}$ 

**1.33.2.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 9) Один шар массы  $m$  равномерно всплывает в вязкой жидкости, а другой, имеющий равный с ним радиус и массу  $2m$ , равномерно погружается в этой жидкости с той же скоростью. Какой будет сила натяжения нити, если скрепить ею шары и поместить их в ту же жидкость? Ускорение свободного падения равно  $g$ .

 $\xi/m$ 

**1.33.3.** («Шаг в будущее», 2021, 9) Парашютист выполняет прыжок. Через некоторое время после открытия парашюта установившаяся скорость снижения парашютиста становится в  $n = 4$  раза меньше, чем его скорость перед раскрытием парашюта. Сила сопротивления, действующая на парашютиста, пропорциональна квадрату его скорости. Чему равно ускорение парашютиста в момент, когда его скорость составляет 50% от скорости, которую он имел при снижении без парашюта?

$$a = g(0,25m^2 - 1) \approx 29 \text{ м/с}^2$$

**1.33.4.** (*Олимпиада КФУ, 2019, 9*) Однажды у Карлсона, совершившего дальний перелёт, заглох моторчик и Карлсон стал падать вертикально вниз с постоянной скоростью  $v_1 = 4 \text{ м/с}$ . После серьёзного ремонта моторчик опять стал развивать ту же самую постоянную силу тяги и Карлсон совершил вертикальный взлёт со скоростью  $v_2 = 2 \text{ м/с}$ . С какой постоянной скоростью он двигался в горизонтальном направлении? **Указание:** силу сопротивления воздуха считать пропорциональной квадрату скорости Карлсона; Карлсон, будучи в меру упитанным, одинаково обтекаем во всех направлениях.

$$\sqrt{2v_1^2 + v_2^2} = 3,464 \text{ м/с}$$

## 1.34 Процессы и измерения

Дополнительные задачи — в листке [Процессы и измерения](#).

**1.34.1.** (*Инженерная олимпиада, 2022, 9*) На некотором расстоянии от мальчика находится линия электропередач. Мальчик заметил, что если встать лицом к линии и смотреть линии на поднятый вверх большой палец вытянутой руки правым глазом, то палец закрывает один столб, а если левым глазом, то соседний. Найти расстояние от мальчика до линии электропередач, если расстояние между глазами —  $d = 63 \text{ мм}$ , длина вытянутой руки —  $l = 50 \text{ см}$ , расстояние между столбами линии  $D = 100 \text{ м}$ .

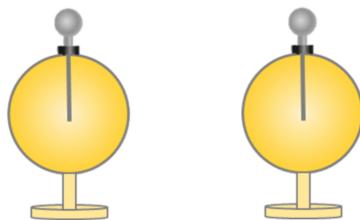
$$w 897 = \frac{p}{G} l = T$$

**1.34.2.** (*Инженерная олимпиада, 2023, 9*) Лазеры для научно-инженерных исследований, нуждаются в очень точной установке расстояния между зеркалами оптического резонатора, которое не должно меняться при изменении температуры. Предлагается следующая конструкция температурного компенсатора расстояния между зеркалами. Зеркала ( $Z_1$  и  $Z_2$  на рисунке) крепятся к концам пластин из иридия длиной  $l = 10 \text{ см}$ . Между этими пластинами вставляется пластина из никеля  $AB$  (см. рис.), концы которой соединены с правым концом нижней пластины, и с левым концом верхней. По чертежу объясните, как работает компенсатор расстояний. При какой длине пластины из никеля расстояние между зеркалами не будет меняться при тепловом расширении? Коэффициенты линейного теплового расширения иридия —  $\alpha_1 = 6,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/град}$ , никеля —  $\alpha_2 = 13,4 \cdot 10^{-6} \text{ 1/град}$ . **Указание.** При изменении температуры размеры твёрдых тел изменяются по закону:  $\Delta L = \alpha L \Delta t$ , где  $\Delta L$  — изменение длины тела,  $\alpha$  — коэффициент линейного теплового расширения,  $L$  — первоначальная длина,  $\Delta t$  — изменение температуры.



$$x = \frac{\alpha_2}{2\alpha_1 l} \Delta T = 9,7 \text{ см}$$

**1.34.3.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 9) В лаборатории стоит два одинаковых электрометра (по сути — два металлических шарика с приделанной к каждому стрелкой-индикатором количества заряда в условных единицах). Стрелка 1-го электрометра показывала 45 единиц заряда, 2-го — ноль. На 1-й электрометр села незаряженная, но электропроводящая муха, потом перелетела на 2-й электрометр, а затем взлетела, после чего 2-й электрометр показал 10 единиц заряда.



1. Какой заряд при этом мог остаться у мухи?
2. Какой заряд может быть у мухи, если она очень много раз будет летать с одного электрометра на другой?

**Примечание.** Считайте, что заряд не стекает ни в воздух, ни куда-либо вовне.

1) 5 единиц, 2) 9 единиц или 1) 20 единиц, 2) 22,5 единицы

## 1.35 Механические колебания и волны

Дополнительные задачи — в листке [Механические волны](#).

**1.35.1.** (Всеросс., 2020, МЭ, 9) Скорый поезд приближается к станции, двигаясь прямолинейно с неизменной скоростью. Машинист дал свисток продолжительностью 10 с, но стоящий на станции пассажир слышал этот свисток в течение 9 с. Найдите скорость движения поезда, если скорость звука в воздухе 340 м/с, ветра нет. Ответ выразите в м/с и округлите до целого числа.

3

**1.35.2.** (Всеросс., 2023, МЭ, 9) Груз массой  $m$ , прикреплённый к лёгкой пружине жёсткостью  $k$ , совершает колебания на гладком горизонтальном столе. Какая из следующих величин является модулем максимальной скорости груза в процессе его движения, если амплитуда (максимальное смещение от положения равновесия) равна  $A$ ?

1.  $\frac{kA}{m}$ ;
2.  $\frac{kA^2}{m}$ ;
3.  $\sqrt{\frac{kA}{m}}$ ;
4.  $\sqrt{\frac{kA^2}{m}}$ ;
5.  $\sqrt{mkA^2}$ .

4

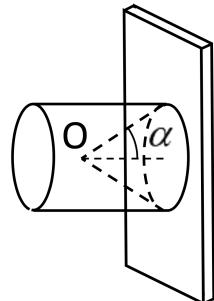
**1.35.3.** (Всеросс., 2023, МЭ, 9) Летучая мышь летит параллельно вертикальной стене широкого и глубокого горного ущелья со скоростью 45 м/с. Она издаёт короткий ультразвуковой сигнал, эхо которого слышит через 120 мс. На каком расстоянии от стены находится летучая мышь? Скорость распространения ультразвука в воздухе 333 м/с. Ответ выразите в м, округлите до десятых долей.

19,8

**1.35.4.** (Всеросс., 2023, МЭ, 9) В случае землетрясения из его очага (гипоцентра) начинают распространяться несколько типов волн. Так называемые первичные (р) волны являются самыми быстрыми. Пусть в нашем случае их скорость распространения составляет 5 км/с. Вторичные (s) волны более медленные, распространяются со скоростью 3 км/с. Две станции сейсмологических наблюдений находятся на расстоянии 75 км друг от друга. Одна станция фиксирует приход р- и s-волн с разницей в 6 с, а вторая — в 8 с. Найдите максимальную глубину, на которой мог находиться гипоцентр землетрясения. Ответ выразите в км, округлите до целого числа.

98

**1.35.5.** (*Инженерная олимпиада, 2021, 9*) В передней части кумулятивного противотанкового снаряда во взрывчатом веществе сделана коническая выемка (см. рисунок). Детонация снаряда начинается из вершины выемки (точки  $O$ ) в тот момент, когда снаряд коснется брони танка. После этого по взрывчатому веществу со скоростью  $5v$  распространяется волна детонации (вовлечение в процесс взрыва новых участков взрывчатого вещества), а продукты взрыва разлетаются по всем направлениям со скоростью  $v$ . Максимальное поражение брони будет достигаться тогда, когда продукты взрыва от всех участков выемки достигнут брони танка одновременно. Каким для этого должен быть угол  $\alpha$  при вершине выемки?



$$\alpha = \arccos 1/5 = 78^\circ$$

**1.35.6.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 9) Осёл, козёл, мартышка и косолапый мишка выступали на юбилее Политехнического. Помня о дурной славе своего квартета, они заменили альт и контрабас на гобой и фагот, а скрипки оставили. И перед концертом проверили, что все инструменты звучат в унисон. Взлетали и лопались наполненные гелием шары, а сотрудники кафедры гидроаэродинамики надували из баллонов всё новые и новые... .



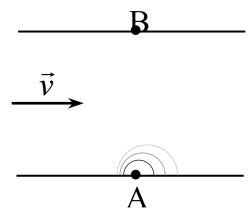
К концу вечера музыканты обнаружили, что духовые безнадёжно перестали попадать в ноты. От распада квартет спас студент-физик, который напомнил, что, прижимая струну, скрипачи задают частоту её колебаний, а клапаны духовых инструментов задают длину волны издаваемого звука. Из-за значительного количества гелия в воздухе скорость звука увеличилась на 10%.

На сколько стали отличаться частоты инструментов, изначально настроенных на 300 Гц?

ha 30 Lu

**1.35.7.** («Росатом», 2021, 9) Около берега текущей со скоростью  $v$  реки бросили камень (в точке  $A$ ), и по поверхности воды стала распространяться волна (см. рис.). Через какое время волна достигнет точки  $B$  на другом берегу реки, расположенной напротив точки  $A$ , если ширина реки  $l$ , скорость волны в стоячей воде составляет  $4v$ ?

$$\boxed{\frac{a_{\text{ст}} l}{l} = t}$$



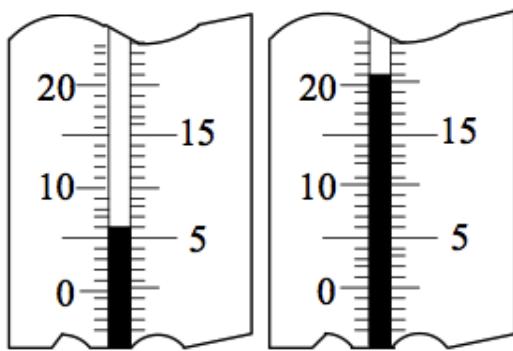
# Глава 2

## Тепловые явления

### 2.1 Количество теплоты

Дополнительные задачи — в листке [Количество теплоты](#).

**2.1.1.** (*Всеросс., 2020, ШЭ, 9*) Кипятильником подогрели 1 литр воды. На рисунке изображены показания термометра, погружённого в воду, в начале и в конце нагревания. Какое количество теплоты получила вода? Тепловыми потерями пренебречь. Удельная теплоемкость воды  $c_b = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ \text{C})$ .



- А) 4200 Дж
- Б) 8400 Дж
- В) 29400 Дж
- Г) 42000 Дж
- Д) 63000 Дж

Л

**2.1.2.** (Всеросс., 2022, ШЭ, 9) В чайник налили 2 л воды при комнатной температуре и поставили его на электрическую плиту. Когда через 10 мин вода закипела, в чайник добавили ещё некоторое количество такой же воды. После этого вода вновь закипела через 5 мин. Какой объём воды добавили в чайник? Мощность электрической плиты постоянна, теплопотерями можно пренебречь.

1. 2 л;
2. 4 л;
3. 1 л;
4. 3 л.

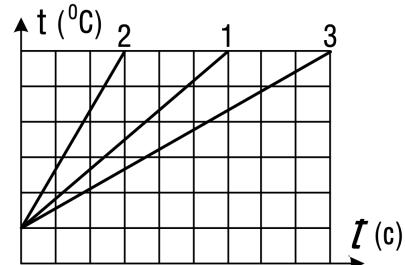
[ε]

**2.1.3.** (Всеросс., 2023, ШЭ, 9) На сколько градусов нагреется стальной кубик, если для его нагревания использовать такую же энергию, которая необходима для медленного подъёма этого кубика на высоту 80 м? Удельная теплоёмкость стали  $400 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C})$ , ускорение свободного падения  $10 \text{ м}/\text{с}^2$ .

1.  $2 {}^\circ\text{C}$ ;
2.  $4 {}^\circ\text{C}$ ;
3.  $1 {}^\circ\text{C}$ ;
4.  $8 {}^\circ\text{C}$ .

[I]

**2.1.4.** (Всеросс., 2020, МЭ, 9) Три тела одинаковой массы, изготовленные из разных материалов, греются нагревателями одинаковой мощности. Графики зависимости температуры  $t$  этих тел от времени  $t$  показаны на рисунке. Удельная теплоёмкость первого тела равна  $c$ . Потери теплоты пренебрежимо малы. Чему равны удельные теплоёмкости второго и третьего тел соответственно?



- A)  $2c$  и  $2c/3$
- Б)  $3c$  и  $0,5c$
- В)  $0,5c$  и  $1,5c$
- Г)  $1,5c$  и  $0,5c$
- Д)  $2c/3$  и  $2c/3$

[B]

**2.1.5.** (*Инженерная олимпиада, 2021, 9*) В лабораторный стакан (допускающий кипячение воды) налили воду из резервуара и включили нагреватель. Через время  $t_1 = 5$  минут вода закипела. Тогда в стакан из резервуара добавили еще ложку воды, и температура воды в стакане уменьшилась на  $\Delta T = 5^\circ\text{C}$ , но через  $t_2 = 20$  секунд вода в стакане закипела снова. Найти температуру воды в резервуаре. Теплопотерями пренебречь. Температура кипения воды  $T_k = 100^\circ\text{C}$ .

$$T_k - \Delta T = \left( \frac{t_2}{t_1} + 1 \right) T_0$$

**2.1.6.** (*«Надежда энергетики», 2016, 9*) При нагревании на примусе кастрюли с некоторым количеством воды и одним яйцом на  $\Delta t$  градусов расходуется  $m = 40$  г топлива. В  $k = 5/4$  раз больше топлива расходуется при нагреве на те же  $\Delta t$  градусов той же кастрюли на том же примусе с тем же количеством воды и двумя яйцами. Сколько граммов топлива потребуется для нагрева на те же  $\Delta t$  градусов на том же примусе той же кастрюли с тем же количеством воды без яиц? Во всех трёх процессах кипение воды не происходит.

$$M = (2 - k)m = 30 \text{ г}$$

**2.1.7.** (*«Шаг в будущее», 2021, 9*) Имеются два электрических кипятильника и одинаковые калориметры с водой одинаковой начальной температуры. Первый кипятильник нагревает некоторое количество воды до начала кипения за  $t_1 = 6$  мин, а второй кипятильник нагревает вдвое большее количество воды до начала кипения за  $t_2 = 18$  мин. За какое время удастся довести воду в калориметре до кипения, если нагревание проводить, используя оба кипятильника одновременно, а масса воды в три раза больше, чем в первом опыте? Потерями энергии пренебречь.

$$t = \frac{3t_1 + t_2}{2} = 10,8 \text{ мин.} = 648 \text{ с}$$

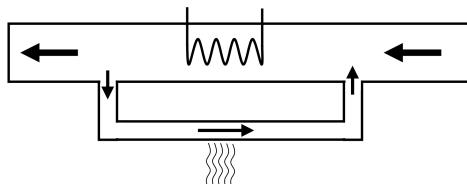
**2.1.8.** (*«Росатом», 2023, 9*) Если в сосуд с очень горячей водой поместить работающий нагреватель, то температура воды повышается на  $\Delta T = 1^\circ\text{C}$  за время  $t$ . Если мощность нагревателя увеличить вдвое, за то же время  $t$  вода нагревается на  $2,1\Delta T$ . На сколько нагреется вода в соуде за время  $t$ , если мощность нагревателя увеличить втрое по сравнению с первоначальной?

$$3,2\Delta T = 3,2^\circ\text{C}$$

**2.1.9.** (*Инженерная олимпиада, 2022, 9*) В бензиновом двигателе каждую минуту сгорает  $\Delta m = 20$  г бензина. Одна четверть выделившейся теплоты идет на совершение двигателем работы, три четверти выделяются в виде тепла. Охлаждение двигателя осуществляется водой, текущей по трубке с площадью поперечного сечения  $\Delta S = 1 \text{ см}^2$ , опоясывающей двигатель. В установившемся режиме разность температур воды на входе и выходе из трубы равна  $\Delta t = 20^\circ\text{C}$ . Считая, что все выделяющееся тепло поглощается охлаждающей водой, найти скорость воды в трубке. Удельная теплота сгорания бензина  $q = 4,6 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}$ , удельная теплоемкость воды  $c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ .

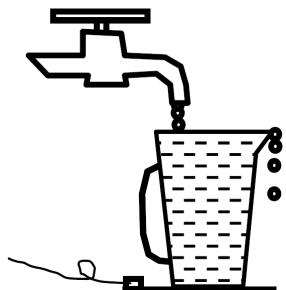
$$a = \frac{4c\rho S \Delta T}{\Delta m} = 1,34 \text{ м/с}$$

**2.1.10.** (*Инженерная олимпиада, 2023, 9*) Тепловая станция нагревает воду для обеспечения небольшого микрорайона горячей водой. Для этого на станцию с помощью насосов подается вода, которая нагревается мощными нагревателями. Для обеспечения теплом самой станции часть потока нагретой воды проходит через помещения станции, охлаждается до первоначальной температуры и возвращается в поток воды, поступающей на станцию (см. рисунок). Известно, что если для обеспечения теплом самой станции используется десятая часть потока воды, то выходящая со станции вода нагревается на величину  $\Delta T$ . На какую величину  $\Delta T_1$  нагреется вода, выходящая со станции, если для обеспечения ее теплом будет использоваться восьмая часть потока воды, нагреваемой нагревателем? Ответ обосновать.



$$L \nabla \frac{q_3}{q_2} = L \nabla$$

**2.1.11.** (*Всерос., 2019, 9*) Из водопроводного крана с небольшим постоянным расходом течет вода с температурой  $T_0$ . Электрический чайник наполняется этой водой за время  $t_1$ . Если наполненный доверху чайник включить, он нагревает воду до температуры  $T_1$  за время  $t_2$ . Какая температура установится в полном чайнике, если его включить и поставить под кран, позволяя лишней воде перетекать через край? Вода в чайнике перемешивается. Мощность чайника постоянная и потери его энергии во внешнюю среду пренебрежимо малы.



$$L \frac{z_f}{T_f} + 0L \left( \frac{z_f}{T_f} - 1 \right) = xL$$

**2.1.12.** (*«Надежда энергетики», 2018, 9*) На какую максимальную высоту можно с помощью тепловой машины поднять груз массой 10 кг, если охладить его на  $\Delta T = 0,1$  К и использовать отданное им тепло для нагревания рабочего тела этой машины? Количество теплоты, отданное рабочим телом машины окружающей среде, составляет  $3/4$  от количества теплоты, полученного им от нагревателя. Теплоемкость груза  $C = 4000$  Дж/К.

1 метр

## 2.2 Теплообмен

Дополнительные задачи — в листках

- [Теплообмен. 8](#)
- [Теплообмен. 9–11](#)

**2.2.1.** (Всеросс., 2023, ШЭ, 9) В калориметре находилось пол-литра воды при температуре  $10^{\circ}\text{C}$ . В эту воду поместили алюминиевую деталь массой 200 г, имеющую температуру  $90^{\circ}\text{C}$ . После установления теплового равновесия температура содержимого калориметра стала равна  $14^{\circ}\text{C}$ . Удельная теплоёмкость воды  $4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})$ , алюминия —  $920 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})$ , теплоёмкостью калориметра можно пренебречь.

1. Какое количество теплоты получила вода? Ответ дайте в килоджоулях, округлив до десятых долей.
2. Какое количество теплоты отдала деталь? Ответ дайте в килоджоулях, округлив до целого числа.
3. Какое количество теплоты было отдано системой в окружающую среду? Ответ дайте в килоджоулях, округлив до десятых долей.

1) 8,4; 2) 14; 3) 5,6

**2.2.2.** (Всеросс., 2020, МЭ, 9) В первом стакане находилась холодная вода, а во втором — вдвое большая масса горячей воды. Когда из первого стакана перелили некоторую массу воды во второй стакан, то установившаяся температура воды в нём оказалась на  $1^{\circ}\text{C}$  меньше исходной. После этого из второго стакана такую же массу воды вернули обратно в первый стакан. На сколько градусов Цельсия повысилась температура воды в первом стакане после установления теплового равновесия? Теплообменом воды с окружающими телами можно пренебречь. Ответ округлите до целого числа.

2

**2.2.3.** (Всеросс., 2021, МЭ, 9) В одном калориметре смешали 800 г воды при температуре  $20^{\circ}\text{C}$  и 200 г воды при температуре  $80^{\circ}\text{C}$ . Потерями теплоты и теплоёмкостью калориметра можно пренебречь.

1. Определите установившуюся температуру смеси. Ответ дайте в градусах Цельсия, округлив до целого числа.
2. Определите установившуюся температуру смеси, если перед смешиванием поменять местами процентные соотношения холодной и горячей воды. Ответ дайте в градусах Цельсия, округлив до целого числа.

1) 32; 2) 68

**2.2.4.** (Всеросс., 2022, МЭ, 9) В теплоизолированном сосуде сначала смешивают три порции воды массами 100 г, 200 г и 300 г с начальными температурами  $3^{\circ}\text{C}$ ,  $80^{\circ}\text{C}$  и  $60^{\circ}\text{C}$  соответственно. После установления теплового равновесия в сосуд добавляют две новые порции воды — массой 500 г при температуре  $30^{\circ}\text{C}$  и массой 400 г при температуре  $80^{\circ}\text{C}$ . Определите конечную температуру в сосуде. Вода из сосуда не выливается, теплоёмкостью сосуда и потерями теплоты можно пренебречь. Ответ выразите в градусах Цельсия, округлите до целого числа.

34

**2.2.5.** (*Всеросс., 2023, МЭ, 9*) В трёх одинаковых калориметрах находятся одинаковые порции масла, которые имеют одинаковую температуру. Подвешенный на нити нагретый металлический цилиндр опускают в первый калориметр, и после установления теплового равновесия температура масла в нём увеличивается на  $20^\circ\text{C}$ . Затем этот цилиндр перемещают из первого калориметра во второй, и после установления теплового равновесия температура масла в нём увеличивается на  $5^\circ\text{C}$ . После этого указанный цилиндр переносят из второго калориметра в третий. Потерями теплоты в окружающую среду, теплоёмкостью калориметров, а также прилипанием масла к цилиндру можно пренебречь.

- На сколько градусов Цельсия повысится температура масла в третьем калориметре после установления теплового равновесия? Ответ округлите до сотых долей.
- На сколько градусов Цельсия повысится установившаяся температура цилиндра, если после всех проделанных процедур перелить масло из первых двух калориметров в третий, в котором уже находится цилиндр? Ответ округлите до сотых долей.

(1) 1,25; (2) 6,75

**2.2.6.** (*Инженерная олимпиада, 2021, 9*) Имеется три стакана с водой массой  $m$ ,  $3m$  и  $7m$  с разными температурами. Когда ложку воды из первого стакана перелили во второй, температура воды в нем увеличилась на величину  $\Delta t$ . Затем такую же ложку воды из второго стакана перелили в третий, и температура воды в нем уменьшилась на величину  $\Delta t/3$ . После этого такую же ложку воды из третьего стакана перелили в первый. На сколько изменится температура воды в первом стакане? Потерь тепла в окружающее пространство не происходит. Теплоёмкостью стаканов пренебречь.

$$\tau \nabla \frac{\xi}{\varepsilon} = \tau \nabla$$

**2.2.7.** (*«Надежда энергетики», 2015, 9*) В калориметре находятся металлический брускок, некоторое количество песка и некоторое количество воды. Если содержимому калориметра сообщить некоторое количество тепла и выждать достаточно большое время, то температура в калориметре изменится на некоторое число градусов. Если повторить тот же опыт, но с массой песка в  $n$  раз меньшей, то изменение температуры оказывается в  $n$  раз больше. Во сколько раз больше будет изменение температуры по сравнению с первым опытом, если опыт провести вообще без песка? Теплоёмкостью калориметра и утечками тепла за время опытов пренебрегите; примите  $n > m > 1$ .

$$B \frac{u - u_0}{(1-u)} \text{Дж}$$

**2.2.8.** (*«Надежда энергетики», 2017, 9*) Петя пришёл из школы и решил приготовить себе на обед пельмени. На упаковке он прочитал, что для этого надо сначала вскипятить воду. Он налил в кастрюлю некоторое количество холодной воды при температуре  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ , но когда она через время  $T = 12$  мин закипела, то пришла из школы его старшая сестра Лена, и сказала, что тоже хочет пельменей. Кипящей воды в кастрюле оказалось недостаточно для двух порций. Лена быстро долила в кипящую воду некоторое количество холодной воды при той же температуре  $t_0$ . Через время  $\tau = 4$  мин вода в кастрюле опять закипела, и ребята приготовили себе пельмени. Определите минимальную температуру воды  $\theta$  в кастрюле после добавления холодной воды в кипяток. Скорость поступления тепла к воде в кастрюле и скорость утечки тепла из кастрюли считайте постоянными.

$$\text{О} \circ 08 = \theta$$

**2.2.9.** («Надежда энергетики», 2019, 9) Вал турбины на гидроэлектростанциях закрепляется в специальных устройствах — опорных подшипниках, которые уменьшают трение при вращении. Через подшипники для их охлаждения и смазки непрерывно прокачивается вода, температура которой до и после подшипника отличается в 2 раза. Определите, во сколько раз будет отличаться температура воды до и после подшипника, если расход воды через подшипник будет увеличен в два раза. Температура воды на входе в подшипник во всех случаях одинакова.

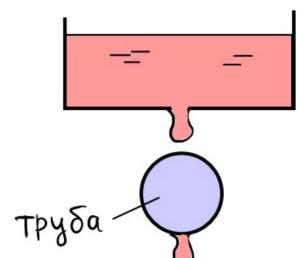
$$\frac{t_2 - t_1}{t_2 - t_1} = 1,5$$

**2.2.10.** (Всесиб., 2023, 9) Чтобы нагреть хранившийся в холодильнике кефир массой  $m$  и температурой  $T_1$ , школьник налил из-под крана полную кастрюлю тёплой воды массой  $M$  и температурой  $T_2$ . Затем он аккуратно опустил в кастрюлю тетрапак с кефиром и оставил его плавать. При этом тетрапак не касался ни дна, ни стенок. После установления теплового равновесия температура кефира оказалась равна  $T$ . Определите удельную теплоёмкость кефира, если теплоёмкость воды известна и равна  $c$ . Теплообменом с окружающей средой, теплоёмкостью кастрюли и массой тетрапака пренебречь.

$$\frac{(T_L - T)}{(T - T_L)(m - M)} = c$$

**2.2.11.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 9) Из сосуда падают одинаковые капли жидкости, нагретой до температуры  $50^{\circ}\text{C}$ . Эти капли попадают на цилиндрическую трубу, у которой начальная температура  $0^{\circ}\text{C}$ , а масса и удельная теплоёмкость равна массе и удельной теплоёмкости жидкости в сосуде.

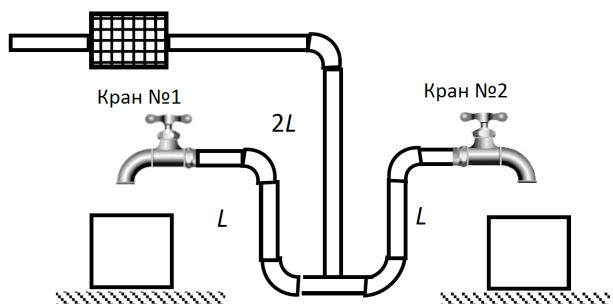
Чему равна конечная температура трубы, когда вся жидкость вытечет из сосуда, если известно, что вытекло  $N = 100$  капель?



**Примечание.** Капли падают настолько редко, что на трубе может находиться одновременно только одна капля; теплообмен происходит очень быстро; тепловыми потерями пренебрегите.

$$0^{\circ}\text{C} \approx \theta$$

**2.2.12.** (Всесиб., 2018, 9) Жидкость через трубы подается от нагревателя к двум кранам. При включенном нагревателе начинают набирать воду из крана №1 (кран №2 закрыт). Температура воды в первых трех ведрах оказалась равной  $T_1 = 20^{\circ}\text{C}$ ,  $T_2 = 60^{\circ}\text{C}$  и  $T_3 = 70^{\circ}\text{C}$ . Затем кран №1 закрывают, а кран №2 открывают. Определите температуру воды  $T_X$  в первом ведре, набранном из крана №2.



Длина трубы от нагревателя до места разветвления равна  $2L$ , а от места разветвления до каждого из кранов —  $L$ . Объемы всех ведер и диаметры всех труб одинаковы. Перемешиванием жидкости в трубах и теплообменом между жидкостью и трубами пренебречь. Вначале трубы были полностью заполнены водой, а температура воды во всех трубах одинакова и равна  $T_1$ . Нагреватель мгновенно повышает температуру проходящей через него воды до  $T_3$ .

$$0^{\circ}\text{C} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{2L} + \varepsilon_{L} + \varepsilon_{L}} = xL$$

**2.2.13.** («Физтех», 2023, 9) Брусок массой  $M = 0,1$  кг изготовлен из материала, удельная теплоемкость  $c$  которого зависит от температуры  $t$  по закону, представленному на графике к задаче.

1. Какое количество  $Q$  теплоты следует подвести к брускику, чтобы увеличить температуру бруска от  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  до  $t_1 = 10^\circ\text{C}$ ?

Этот брусок помещают в калориметр, содержащий глицерин при температуре  $t_2 = 78^\circ\text{C}$ . Температура бруска  $t_1 = 10^\circ\text{C}$ , масса глицерина  $m = 0,3$  кг.

В калориметре устанавливается тепловое равновесие.

2. Найдите температуру  $t_3$  в калориметре в равновесном состоянии.

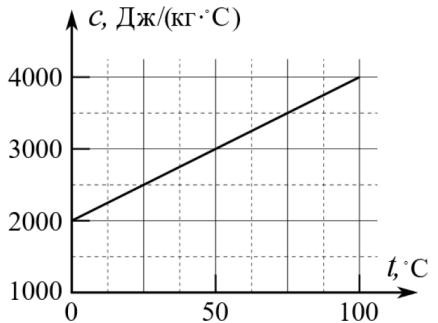
В рассматриваемом диапазоне температур удельная теплоемкость глицерина  $c_g = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ . Потери теплоты и теплоемкость калориметра считайте пренебрежимо малыми.

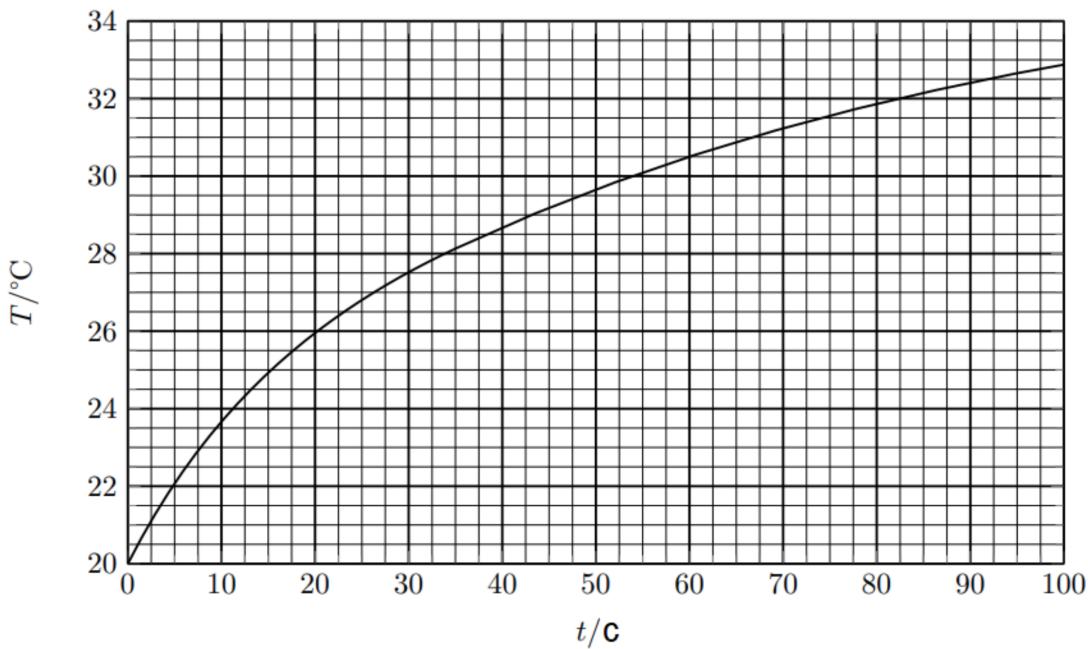
$$1) Q = M \frac{c(t_0) - c(t_1)}{c(t_1) + c(t_2)} (t_1 - t_0) = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Дж}; 2) t_3 = 69^\circ\text{C}$$

**2.2.14.** («Курчатов», 2023, 9) В калориметре А находится  $m = 200$  г воды при температуре  $t_{01} = 20^\circ\text{C}$ , в калориметре В вдвое больше воды при температуре  $t_{02} = 80^\circ\text{C}$ . Далее происходит следующий процесс: из калориметра В переливают  $\Delta m = 50$  г воды в калориметр А, после установления теплового равновесия в калориметре А переливают такое же количество воды обратно в калориметр В и ожидают установления теплового равновесия в калориметре В. Далее этот процесс повторяют несколько раз. Какое минимальное количество раз (учитывая первый процесс) потребуется совершить этот процесс, чтобы разность температур в двух калориметрах оказалась меньше  $12^\circ\text{C}$ ? Удельная теплоёмкость воды  $c = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ . Теплоёмкостью каждого калориметра пренебречь. Систему следует считать теплоизолированной.

$$\underline{q = u}$$

**2.2.15.** («Курчатов», 2022, 9) В водонагревателе мощностью  $P = 2,0$  кВт изначально находится вода массы  $m_0$  и температуры  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ . Водонагреватель включают, и в этот же момент вода с той же температурой  $T_1 = 20^\circ\text{C}$  начинает поступать извне в нагреватель с постоянной скоростью, то есть масса поступающей извне воды в единицу времени постоянна и равна  $\mu = \text{const}$  (г/с). Когда нагреватель полностью наполняется водой, вода начинает вытекать из отверстия сверху. Температура вытекающей воды продолжает расти до установления на уровне  $36^\circ\text{C}$ . График изменения температуры воды, вытекающей из нагревателя, показан на рисунке. Найдите начальную массу воды  $m_0$  и массу поступающей извне воды в единицу времени  $\mu$ . Предположим, что, кроме вытекающей из нагревателя воды, потерь тепла нет, а вода в нагревателе всегда имеет одинаковую температуру. Удельная теплоемкость воды  $c = 4,2 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ .





$$\Delta T \approx \frac{(0.1 - 1) \cdot 10}{10} = 1,1 \text{ K; } \mu = \frac{\Delta T}{\Delta t} = 0,1 \text{ K/s}$$

## 2.3 Фазовые переходы

Дополнительные задачи — в листках

- [Фазовые переходы. 8](#)
- [Теплообмен. 9–11](#)

**2.3.1.** (*Всеросс., 2021, ШЭ, 9*) В калориметр, содержащий 200 г льда при температуре  $-15^{\circ}\text{C}$ , налили 1 литр воды при температуре  $+85^{\circ}\text{C}$ . Удельная теплоёмкость льда  $2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})$ , удельная теплоёмкость воды  $4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})$ , удельная теплота плавления льда  $340 \text{ кДж}/\text{кг}$ . После установления теплового равновесия в калориметре будет находиться:

1. только вода;
2. только лёд;
3. смесь воды со льдом.

V

**2.3.2.** (*Всеросс., 2020, ШЭ, 9*) Вася решил выяснить, какова температура снега внутри сугробов во дворе. У него не нашлось термометра, но он знал, что системы вентиляции и отопления у него дома поддерживают температуру внутри квартиры равной  $+20^{\circ}\text{C}$ . В первую очередь Вася набрал в чашку воды и оставил её на столе на ночь, чтобы та достигла комнатной температуры. На следующий день он принёс домой целый термос снега, вынутого изнутри сугроба, и разделил его на две равные части. На первую половину Вася потихоньку лил воду при комнатной температуре, помешивая, пока весь снег не растаял. На это ушло 880 мл воды. Второй половине снега Вася просто дал растаять: объём полученной воды оказался равным 210 мл. Наконец он выяснил, что удельная теплоёмкость воды  $4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})$ , удельная теплоёмкость льда (из кристаллов которого состоит снег)  $2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})$ , а его удельная теплота плавления  $340 \text{ кДж}/\text{кг}$ .

- Найдите температуру снега внутри сугроба. Ответ укажите в градусах Цельсия, округлив до целого числа.
- Какая температура установилась бы в термосе, если бы Вася смешал 880 мл воды со всем снегом, который он принес домой? Ответ укажите в градусах Цельсия, округлив до целого числа.

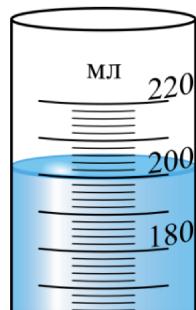
(1) –6; (2) 0

**2.3.3.** (*Всеросс., 2021, ШЭ, 9*) При приготовлении морса замороженную клюкву насыпали в кипящую воду. После этого температура воды упала до  $t_1 = 89^\circ\text{C}$ . Во сколько раз масса воды была больше массы клюквы? Поскольку ягоды клюквы маленькие, они размораживаются очень быстро, поэтому теплообмен воды с окружающей средой можно не учитывать. Начальная температура клюквы  $t_2 = -18^\circ\text{C}$ . Удельная теплоёмкость льда  $2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C})$ , удельная теплоёмкость воды  $4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C})$ , удельная теплота плавления льда  $330 \text{ кДж}/\text{кг}$ . Клюкву можно считать полностью состоящей из воды, так как эта ягода содержит очень много жидкости. Ответ округлите до целого числа.

16

**2.3.4.** (*Всеросс., 2022, ШЭ, 9*) Вода при температуре  $7^\circ\text{C}$  находится в измерительном цилиндре, как показано на рисунке.

- Пользуясь рисунком, определите цену деления измерительного цилиндра. Ответ приведите в кубических сантиметрах, округлив до целого числа.
- Определите массу воды, находящейся в измерительном цилиндре. Ответ приведите в граммах, округлив до целого числа. Плотность воды  $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ .



- В цилиндр поместили льдинку массой 10 г, взятую при температуре её плавления. Какая температура установится в цилиндре через продолжительное время? Ответ дайте в градусах Цельсия, округлив до целого числа.

Удельная теплоёмкость воды равна  $4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C})$ , удельная теплоёмкость льда  $2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C})$ , удельная теплота плавления льда  $340 \text{ кДж}/\text{кг}$ . Теплообменом с окружающей средой можно пренебречь.

- Затем в цилиндр поместили вторую льдинку, также имеющую массу 10 г и взятую при температуре её плавления. Какая температура установится в цилиндре через продолжительное время? Ответ дайте в градусах Цельсия, округлив до целого числа. Теплообменом с окружающей средой можно пренебречь.
- Каким будет уровень воды в измерительном цилиндре через продолжительное время после помещения туда второй льдинки? Ответ дайте в миллилитрах, округлив до целого числа. Плотность льда  $900 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Пока льдинки плавали, они не касались дна или стенок сосуда.

(1) 2; (2) 200; (3) 0; (4) 220

**2.3.5.** (Всеросс., 2021, МЭ, 9) В четыре одинаковые стеклянные колбы налили равные количества воды так, что колбы оказались заполнены лишь частично. Затем эти колбы с водой нагрели на водяной бане до температуры 100 °С. После этого колбы вынули из водяной бани и провели с ними четыре разных опыта.

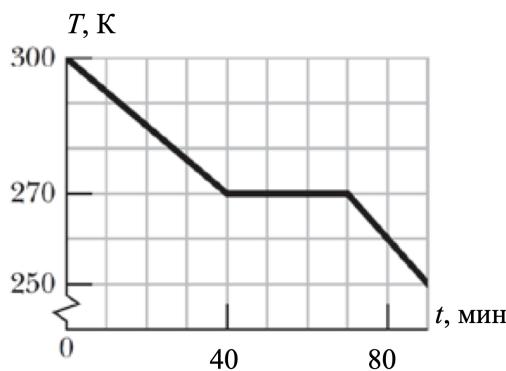
1. Первую колбу плотно закрыли пробкой и оставили остывать на воздухе при комнатной температуре.
2. Вторую колбу поместили в морозильную камеру, не затыкая пробкой.
3. Третью колбу плотно закрыли пробкой и сразу же полили холодной водой.
4. Четвертую колбу плотно закрыли пробкой и сразу же полили горячей водой при температуре 100 °С.

В ходе какого из этих опытов вода в колбе может закипеть?

1. 1 и 3;
2. 2;
3. 3;
4. 4;
5. 1 и 4.

8

**2.3.6.** (Всеросс., 2020, МЭ, 9) Образец вещества в жидким состоянии помещают в охлаждающее устройство, которое отводит от образца теплоту. На рисунке приведена зависимость температуры  $T$  этого образца (температура выражена в Кельвинах) от времени  $t$ . Удельная теплоёмкость вещества образца в жидким состоянии составляет 3000 Дж/(кг·°С). Один градус Цельсия равен одному Кельвину.



1. Найдите удельную теплоту плавления образца. Ответ выразите в кДж/кг и округлите до десятых долей.
2. Найдите удельную теплоёмкость образца в твёрдом состоянии. Ответ выразите в Дж/(кг · °С) и округлите до целого числа.

1) 67,5; 2) 2250

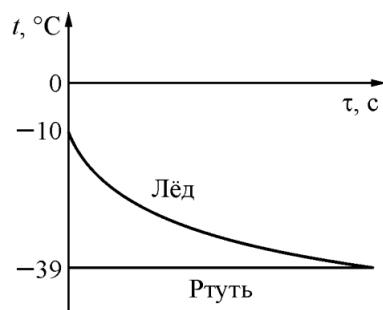
**2.3.7.** (Всеросс., 2021, МЭ, 9) Школьник хочет охладить до  $0^{\circ}\text{C}$  бутылку с водой при температуре  $20^{\circ}\text{C}$ , положив её в морозильную камеру мини-холодильника. Объём воды в бутылке равен  $0,5\text{ л}$ . Через шесть часов школьник достал бутылку из холодильника. В стакан из неё удалось налить всего лишь  $0,25\text{ л}$  воды. Найдите полезную мощность, с которой работает морозильная камера холодильника. Удельная теплота плавления льда  $340\text{ кДж/кг}$ , удельная теплоёмкость воды  $4200\text{ Дж/(кг} \cdot ^{\circ}\text{C)}$ , плотность воды  $1000\text{ кг/м}^3$ , теплоёмкость бутылки очень мала. Ответ выразите в ваттах, округлите до десятых долей.

**2.3.8.** (Всеросс., 2022, МЭ, 9) В два одинаковых котелка налиты одинаковые количества воды при одинаковой температуре. Один котелок расположен на уровне моря, а второй находится высоко в горах. Выберите правильное утверждение.

1. К котелку, находящемуся на уровне моря, необходимо подвести большее количество теплоты, чем к находящемуся в горах, чтобы довести воду до кипения.
2. К котелку, находящемуся в горах, необходимо подвести большее количество теплоты, чем к находящемуся на уровне моря, чтобы довести воду до кипения.
3. К обоим котелкам необходимо подвести одинаковое количество теплоты, чтобы довести воду до кипения.

1

**2.3.9.** (Всеросс., 2023, МЭ, 9) В калориметр со ртутью при температуре  $t_1 = -39^{\circ}\text{C}$  положили лёд, температура которого равна  $t_2 = -10^{\circ}\text{C}$ . Графики зависимостей температур этих веществ от времени  $\tau$  изображены на рисунке. Потерями теплоты можно пренебречь. Выберите все правильные утверждения.



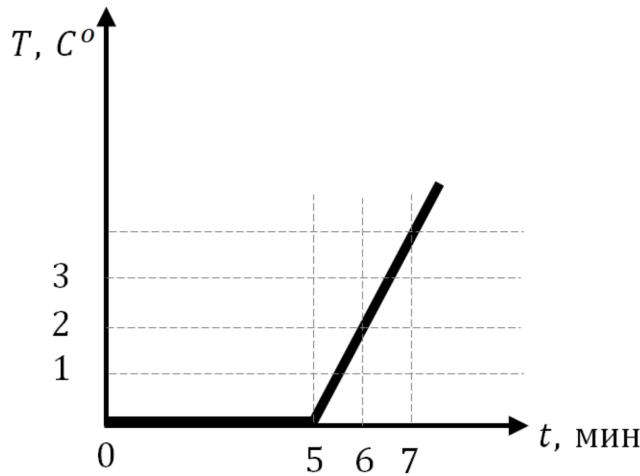
1.  $t_1 = -39^{\circ}\text{C}$  — это температура плавления ртути.
2.  $t_1 = -39^{\circ}\text{C}$  — это температура кипения ртути.
3. Конечная температура содержимого калориметра равна  $t_1 = -39^{\circ}\text{C}$ .
4. В конце теплообмена в калориметре есть ртуть в жидком состоянии.
5. В начальном состоянии вся ртуть была жидкостью.

1; 3; 4

**2.3.10.** (Всесиб., 2020, 9) В воду с температурой  $T_0 = 0^\circ\text{C}$  опускают небольшое холодное тело с плотностью  $\rho$  и удельной теплоемкостью  $C$ . Какой должна быть начальная температура тела, чтобы оно всплыло? Теплота плавления льда  $\lambda$ , плотность воды  $\rho_0$ , плотность льда  $\rho = 0,9\rho_0$ .

$$\frac{\sigma C}{(\sigma d - \sigma)} - \sigma L > \lambda$$

**2.3.11.** (Олимпиада КФУ, 2020, 9) В комнату внесли кусок льда в воде, общей массой 2 кг. И начали записывать температуру этой смеси. Зависимость температуры от времени получилась как на рисунке. Найдите массу куска льда, если  $c_w = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C})$ ,  $\lambda = 330 \text{ кДж}/\text{кг}$ .



254,5 Ⓛ

**2.3.12.** (Всесиб., 2016, 9) В сосуд с нагревателем через промежутки времени  $t_0 = 6 \text{ мин}$  опускают одинаковые порции снега с одинаковой, но неизвестной температурой. Первая порция растаяла и превратилась в воду с температурой  $0^\circ\text{C}$  через время  $t = 5 \text{ мин } 20 \text{ сек}$ , после чего температура воды выросла до  $T_0 = 10^\circ\text{C}$  к моменту опускания второй порции снега. Вторая порция растаяла через меньшее, чем  $t$ , время, третья еще быстрее, а сотовая — растаяла почти сразу. Объясните, почему так происходит. Какова температура воды перед опусканием сотовой порции снега и сразу после того, как она растаяла, если временем теплообмена можно пренебречь? Тепловая мощность, передаваемая нагревателем воде и снегу, постоянна.

$$T_{\text{непр}} = T_0 = 10^\circ\text{C}, T = 9,1^\circ\text{C}$$

**2.3.13.** (*Олимпиада КФУ, 2022, 9*) Некоторое количество олова залито в тонкостенную стальную форму, подвешенную за тонкую ручку. В олово вплавлен термостойкий электрический нагревательный элемент постоянной мощности. Было замечено, что с момента достижения температуры плавления олова ( $T_0 = 232^\circ\text{C}$ ) до полного перехода олова в жидкую фазу прошло  $t_1 = 20$  минут. После этого температура олова повысилась до  $T_1 = 640^\circ\text{C}$ , причем последующие  $10^\circ\text{C}$  были достигнуты за  $t_2 = 3$  минуты. После отключения нагревательного элемента олово остыло до температуры плавления. Остыивание с  $243^\circ\text{C}$  до  $233^\circ\text{C}$  при этом заняло  $t_3 = 6$  минут. Сколько приблизительно времени потребуется для кристаллизации всей массы олова, охлажденного до температуры плавления, в данных условиях? Примерно до какой температуры можно нагреть данный сосуд с оловом этим нагревателем в таких условиях? Теплоемкостью формы и нагревательного элемента можно пренебречь. Зависимость теплоемкости олова от температуры пренебречь. Окружающая температура  $32^\circ\text{C}$ . Температура плавления стали  $1400^\circ\text{C}$ , температура кипения олова  $2620^\circ\text{C}$ .

08 1030: минтн:

**2.3.14.** (*«Шаг в будущее», 2022, 9*) В теплоизолированный сосуд налит некоторый объем воды при температуре  $20^\circ\text{C}$ . В воду погрузили закрытую пробирку с шариком льда при температуре  $0^\circ\text{C}$ . Как только лед растаял пробирку вынули, а воду быстро перемешали. При этом оказалось, что температура воды понизилась на  $1^\circ\text{C}$ . Затем талую воду из пробирки добавили в сосуд. Какая температура воды установится в сосуде, если взять еще 5 таких же шариков и друг за другом бросить их прямо в сосуд? Теплоемкостью сосуда и пробирки пренебречь.

$$13^\circ\text{C} \approx \frac{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \dots + \frac{1}{t_5}}{\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_0}} = t$$

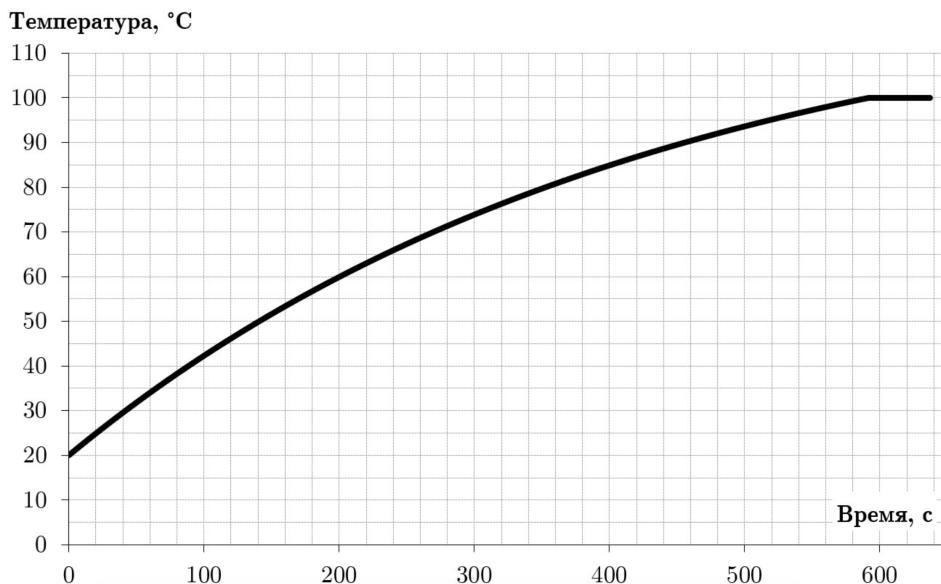
**2.3.15.** (*«Курчатов», 2020, 9*) Электрокалориметр, наполненный некоторым количеством воды, нагревают с постоянной мощностью  $N = 75$  Вт. В воду, имеющую температуру  $0^\circ\text{C}$ , опускают небольшое количество льда и начинают измерять температуру смеси. Через три минуты после помещения льда в калориметр она увеличивается на  $\Delta T_1 = 1^\circ\text{C}$ , а к концу четвёртой минуты ещё на  $\Delta T_2 = 4^\circ\text{C}$ . Найдите изначальную массу воды в электрокалориметре, а также массу добавленного льда. Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 340$  Дж/г, удельная теплоёмкость воды  $C = 4,2$  Дж/(г ·  $^\circ\text{C}$ ).

M ≈ 231,5 г

**2.3.16.** (*«Курчатов», 2021, 9*) Цилиндрический бачок высоты  $H$  содержит слой льда толщины  $h = 4H/5$  при температуре  $0^\circ\text{C}$ . В бачок наливают до полного заполнения объема цилиндра воду с температурой  $50^\circ\text{C}$ , потом долго ждут, затем всю воду выливают. Какое минимальное число раз нужно повторить эту операцию, чтобы растопить весь лед. Считать, что теплообмена с окружающей средой нет. Теплоемкость воды  $c_{\text{в}} = 4200$  Дж/(кг ·  $^\circ\text{C}$ ), плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, плотность льда  $\rho_{\text{l}} = 900$  кг/м<sup>3</sup>, удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,4 \cdot 10^5$  Дж/кг.

4 page

**2.3.17.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 9) Экспериментатор Глюк решил заварить чаю. Налил в кастрюлю воды, положил кипятильник и плотно закрыл крышкой. Чтобы не скучать, он построил график зависимости температуры воды от времени (см. рис.). Когда вода закипела, он передумал пить чай, убрал крышку, положил в кастрюлю ещё два таких же кипятильника и сел считать, через какое время испарится 5% воды. Сколько времени у него на расчёт (если он всё-таки хочет успеть раньше, чем эти 5% испарятся)?



**Примечание.** Удельная теплоёмкость воды —  $4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{°C})$ , удельная теплота парообразования воды —  $2256 \text{ кДж}/\text{кг}$ .

48 c

## 2.4 Теплопроводность

Дополнительные задачи — в листках

- [Теплопроводность. 8](#)
- [Теплопроводность. 9–11](#)

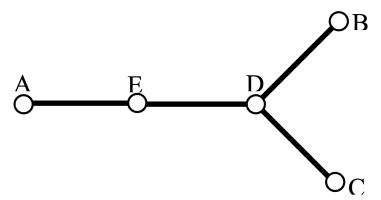
**2.4.1.** (Олимпиада КФУ, 2023, 9) Сруб окружён со всех сторон остекленной верандой. Сруб отапливается батареей с постоянной температурой (батарея находится внутри сруба). При температуре на улице  $T_e = -15^\circ\text{C}$ , температура в срубе  $T_i = 24^\circ\text{C}$ . Температура на веранде при этом равна  $T_m = -5^\circ\text{C}$ . Найдите температуру батареи  $T_r$ , если после открытия окон на веранде (температура на веранде выровнялась с улицей), температура в срубе упала до  $T'_i = 19^\circ\text{C}$ . Теплообменом через пол и потолок для простоты пренебречь.

$$\text{O}_{\text{O}} \text{E} \mathfrak{G} = \frac{1 - \frac{w_L - i_L}{s_L - j_L}}{\frac{i L + I L}{s_L + i L} \frac{w_L - i_L}{s_L - j_L}}$$

**2.4.2.** («Росатом», 2022, 9) На столе стоят три цилиндрических сосуда с одинаковой площадью дна. Объемы сосудов  $V_1 = V$ ,  $V_2 = 2V$ ,  $V_3 = 4V$ . Сосуды до краев заполнены водой. Воду в сосудах нагревают с помощью кипятильника, мощности которого не хватает для того, чтобы ее вскипятить. В первом сосуде воду удается нагреть до температуры  $t_1 = 80^\circ\text{C}$ , во втором — до температуры  $t_2 = 60^\circ\text{C}$ . До какой температуры удается нагреть воду в третьем сосуде с помощью данного кипятильника? Считать, что теплоотдача пропорциональна разности температур воды и окружающей среды и площади контакта между ними. Комнатная температура  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ , вода в сосудах прогревается равномерно.

$$t_0 + \frac{3t_1 - 2t_2 - t_0}{(t_1 - t_0)(t_2 - t_0)} = 44^\circ\text{C}$$

**2.4.3.** (Инженерная олимпиада, 2022, 9) Четыре одинаковых стержня  $AE$ ,  $ED$ ,  $DB$  и  $DC$  соединены так, как показано на рисунке. В точках соединения обеспечен тепловой контакт между стержнями. Температуры точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  поддерживаются равными:  $t_A = t$ ,  $t_B = 2t$ ,  $t_C = 3t$ . Найти температуру точки  $D$ . Поток тепла по стержню зависит от его длины, площади сечения и материала и пропорционален разности температур его концов. Потоком тепла через боковые поверхности стержней пренебречь.



$$\tau_{\frac{G}{11}} = \sigma \tau$$

**2.4.4.** («Шаг в будущее», 2023, 9) В далеком (или не очень) будущем земляне вступили в эпоху межзвездных путешествий, и в системе одного из желтых карликов Галактики (звезды, того же класса, что и Солнце) открыли планету Архе с биосферой, во многом напоминающей Землю эпохи мезозоя (примерно 70–250 млн лет назад от нашего времени). Среди обитателей Архе внимание ученых привлек вид шарозавров — травоядных гигантов, напоминающих древних земных рептилий, но обладающих уникальным и очень полезным эволюционным приспособлением: в ночное время суток, когда температура окружающей среды снижается до  $20^\circ\text{C}$ , животное сворачивается «шариком» (отсюда и название). Принимая шарообразную форму, «рептилия» минимизирует площадь поверхности тела и, следовательно, отток тепла из организма. В результате, ночью, делящейся 10 земных часов, температура тела шарозавра снижается лишь на  $1^\circ\text{C}$  по сравнению с его дневной температурой, составляющей  $36^\circ\text{C}$ . При этом шарозавр практически не сжигает калории, полученные днем с пищей. Теплообмен с окружающей средой происходит через кожу животного, его интенсивность пропорциональна перепаду температур между телом шарозавра и окружающей средой, и составляет 50 Вт на  $1\text{ м}^2$  кожи при перепаде в  $1^\circ\text{C}$ . Каков примерно радиус «шарика»? Удельная теплоемкость тела шарозавра  $4\text{ кДж}/(\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C})$ . Плотность тела шарозавра близка к плотности воды. Объем шара:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ . Площадь сферы:  $S = 4\pi R^2$ .

$$R = \frac{c_p \Delta t}{3kT(t-t_0)} \approx 22\text{ м}$$

# Глава 3

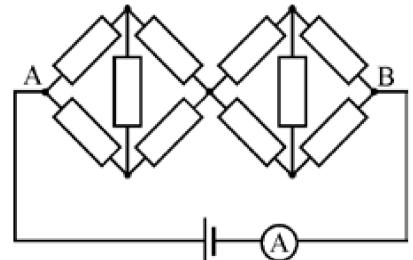
## Электричество

### 3.1 Электрические цепи

Дополнительные задачи — в листке [Электрические цепи](#).

**3.1.1.** (*Всеросс., 2021, ШЭ, 9*) Сопротивления всех резисторов в цепи, схема которой показана на рисунке, одинаковы. Напряжение идеальной батарейки равно 3 В, а идеальный амперметр показывает силу тока 10 мА. Чему равно сопротивление одного резистора?

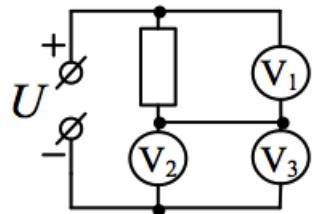
1. 50 Ом;
2. 100 Ом;
3. 150 Ом;
4. 200 Ом.



Б

**3.1.2.** (*Всеросс., 2020, ШЭ, 9*) В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, напряжение источника  $U = 10$  В, а показание первого вольтметра ( $V_1$ ) составляет  $U_1 = 4$  В. Определите показание второго вольтметра ( $V_2$ ). Все вольтметры одинаковые.

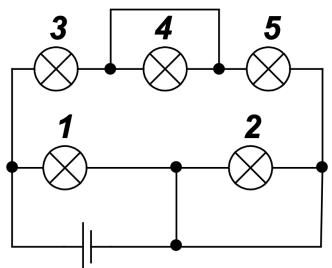
- А) 10 В
- Б) 6 В
- В) 3 В
- Г) 1,5 В
- Д) 0



Б

**3.1.3.** (Всеросс., 2020, МЭ, 9) На рисунке изображена схема электрической цепи. Какие лампочки в этой цепи не будут гореть?

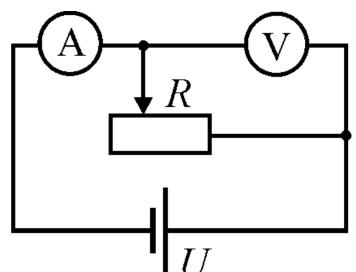
- А) только 4
- Б) только 2
- В) 1, 3 и 5
- Г) 2 и 4
- Д) ни одна не будет гореть



1

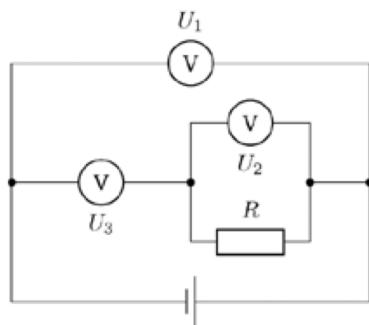
**3.1.4.** (Всеросс., 2021, МЭ, 9) В состав электрической цепи входят идеальный амперметр  $A$ , неидеальный вольтметр  $V$ , реостат  $R$  и источник напряжения  $U$  (см. рис.). Стрелкой  $\uparrow$  обозначается увеличение показаний прибора, а стрелкой  $\downarrow$  — уменьшение. Как изменятся показания приборов, если в этой цепи заменить идеальный амперметр на неидеальный, а неидеальный вольтметр — на идеальный?

1.  $A - \uparrow, V - \uparrow;$
2.  $A - \downarrow, V - \downarrow;$
3.  $A - \uparrow, V - \downarrow;$
4.  $A - \downarrow, V - \uparrow;$
5. показания обоих приборов не изменятся.



2

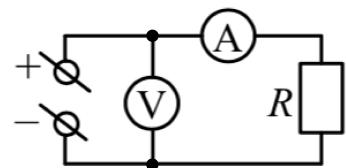
**3.1.5.** (Всеросс., 2020, МЭ, 9) Электрическая цепь, схема которой изображена на рисунке, состоит из резистора с сопротивлением  $R$ , трёх одинаковых вольтметров с сопротивлениями  $10R$  каждый и идеальной батарейки с напряжением 3,6 В.



1. Найдите напряжение  $U_1$ . Ответ выразите в вольтах, округлите до десятых долей.
2. Найдите напряжение  $U_2$ . Ответ выразите в вольтах, округлите до десятых долей.
3. Найдите напряжение  $U_3$ . Ответ выразите в вольтах, округлите до десятых долей.

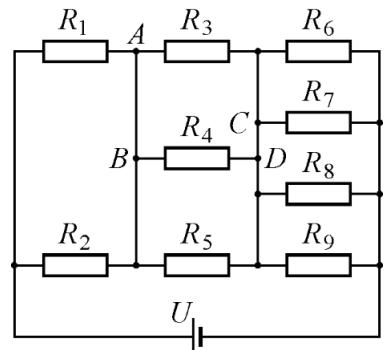
**3.1.6.** (Всеросс., 2022, МЭ, 9) В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке,  $R = 3 \text{ кОм}$ , показание амперметра  $I = 1 \text{ мА}$ . Чему равна цена деления идеального вольтметра, если его стрелка отклонилась на 30 делений?

1. 10 мВ/дел;
2. 100 мВ/дел;
3. 1 В/дел;
4. 10 В/дел;
5. 90 В/дел.

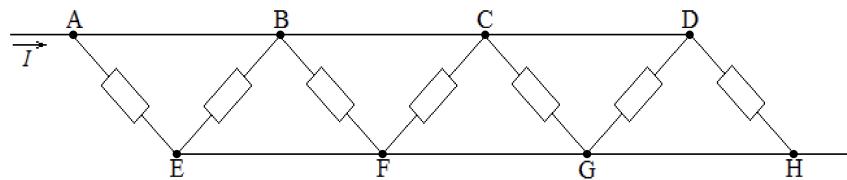


**3.1.7.** (Всеросс., 2023, МЭ, 9) В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны  $R = 60 \text{ Ом}$ , а напряжение идеального источника равно  $U = 9 \text{ В}$ . Сопротивлением проводов можно пренебречь.

1. Найдите силу тока, текущего через резистор  $R_6$ . Ответ выразите в мА, округлите до целого числа.
2. Найдите силу и направление тока, текущего через провод  $AB$ . Ответ выразите в мА, округлите до целого числа.
  - A) от точки  $A$  к точке  $B$ ;
  - B) от точки  $B$  к точке  $A$ .
3. Найдите силу и направление тока, текущего через провод  $CD$ . Ответ выразите в мА, округлите до целого числа.
  - A) от точки  $C$  к точке  $D$ ;
  - B) от точки  $D$  к точке  $C$ .



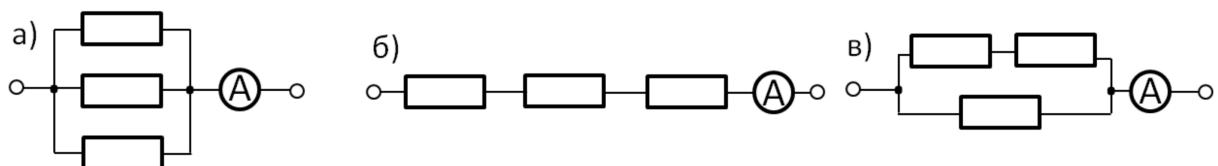
**3.1.8.** (Всеросс., 2022, МЭ, 9) Участок цепи, схема которого показана на рисунке, состоит из семи одинаковых резисторов сопротивлением 420 Ом каждый и идеальных соединительных проводов. Через этот участок течёт постоянный ток силой  $I = 100$  мА.



1. Какое напряжение покажет идеальный вольтметр, если его выводы подключить к точкам  $B$  и  $G$ ? Вольтметр показывает напряжение без учёта знака. Ответ выразите в вольтах, округлите до целого числа.
2. Какая тепловая мощность выделяется во всём участке цепи? Ответ выразите в ваттах, округлите до десятых долей.

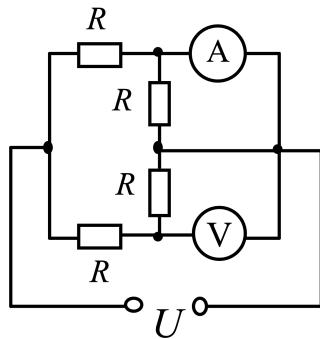
1) 6; 2) 0,6

**3.1.9.** (Олимпиада КФУ, 2020, 9) При подключении трех параллельно соединенных резисторов к идеальному источнику напряжения идеальный амперметр показывает  $I_2 = 8$  А (а). При последовательном подключении тех же резисторов в тех же условиях  $I_1 = 1$  А (б). Какой ток будет показывать амперметр в цепи на рис. (в), если в ней содержатся те же резисторы и источник? Все токи указаны в установившемся режиме, зависимость сопротивления резисторов от температуры считать линейной, термодинамические свойства внешней среды во всех случаях идентичны.



$I_x \approx 1,468$  А

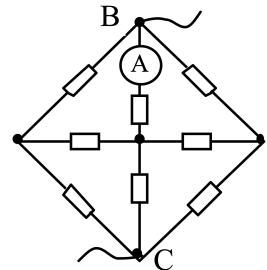
**3.1.10.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2016, 9) Цепь из четырех одинаковых резисторов с сопротивлением  $R$ , амперметра с пренебрежимо малым сопротивлением и вольтметра с очень большим сопротивлением подключена к источнику с напряжением  $U$  (см. рис.). Найти показания амперметра и вольтметра.



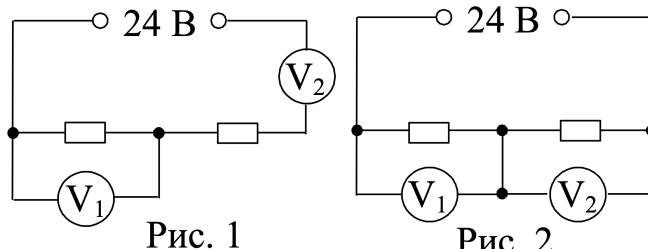
$$I_A = U/R; U_V = U/2$$

**3.1.11.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 9) В схеме, приведенной на рисунке, все резисторы имеют одинаковое сопротивление  $70 \Omega$  и к точкам  $B$  и  $C$  подведено постоянное напряжение. Амперметр с пренебрежимо малым сопротивлением показывает ток  $1 \text{ A}$ . Какое напряжение покажет вольтметр с очень большим сопротивлением, если его включить вместо амперметра?

100



**3.1.12.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 9) В приведенной на рисунке 1 схеме сопротивления резисторов одинаковы, напряжение источника равно  $24 \text{ В}$  и каждый из вольтметров показывает  $6 \text{ В}$ . Какими будут показания вольтметров, если их включить так, как показано на рисунке 2?

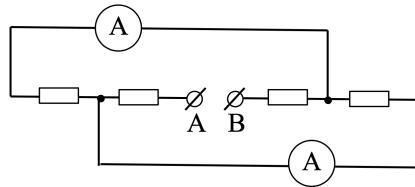


$$U_1 = 14,4 \text{ В}; U_2 = 9,6 \text{ В}$$

**3.1.13.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2019, 9) При поочередном подключении двух вольтметров к одному и тому же источнику напряжения стрелка одного отклонилась на полную шкалу, а другого — на треть шкалы. При подключении к тому же источнику этих вольтметров, соединенных последовательно, стрелка одного из них отклонилась на треть шкалы. На какую часть шкалы отклонилась стрелка другого вольтметра?

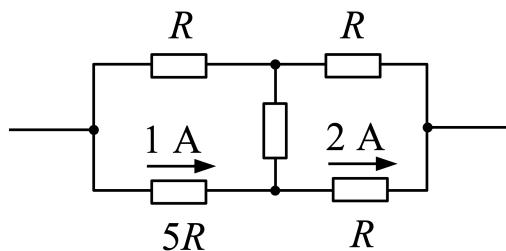
на 2/9 шкалы

**3.1.14.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 9) В схеме, приведенной на рисунке, два резистора имеют сопротивления по  $30\text{ Ом}$  и два — по  $60\text{ Ом}$ ; сопротивления амперметров пренебрежимо малы. После подключения к точкам  $A$  и  $B$  источника постоянного напряжения токи через амперметры оказались различными, меньший равен  $1\text{ А}$ . Найти напряжение источника.



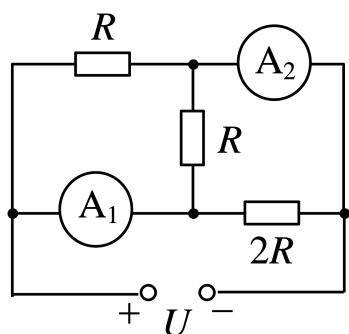
330 В

**3.1.15.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 9) В приведенной на рисунке цепи известны сопротивления четырех резисторов и токи в двух из них. Найти сопротивление пятого резистора и полный ток, проходящий через цепь.



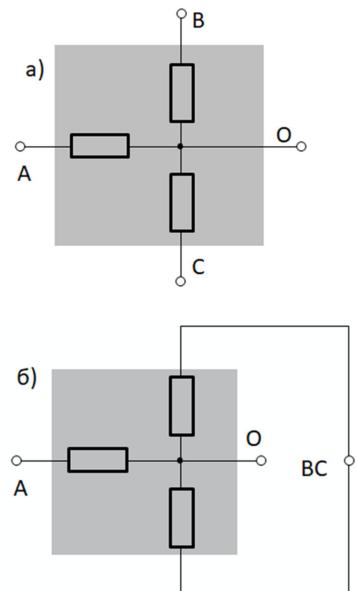
R: 5 А

**3.1.16.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 9) Цепь, составленная из резисторов с сопротивлениями  $R$  и  $2R$  и амперметров с пренебрежимо малыми сопротивлениями, подключена к источнику с напряжением  $U$  (см. рис.). Найти показания амперметров.



$I_1 = 1,5U/R; I_2 = 2U/R$

**3.1.17.** (*Олимпиада КФУ, 2023, 9*) Три одинаковых резистора соединены как показано на рисунке (см. рис. а) и запаяны в диэлектрический куб с высокой теплопроводностью. Получившийся трехполюсник подключают с помощью соединительных проводов, сопротивление которых пренебрежимо мало по сравнению с сопротивлением резистора, во всех случаях к одинарковому идеальному источнику напряжения. При подключении к клеммам *A* и *B* через источник протекает ток  $I_1 = 1,00 \text{ A}$ . При подключении к клеммам *A* и *O* — ток  $I_2 = 1,80 \text{ A}$ . Какой ток будет протекать через источник, если подключить его к клемме *A* и *BC* (см. рис. б)? Сопротивление резисторов зависит от температуры по линейному закону. Считать, что из-за высокой интенсивности теплообмена внутри диэлектрического куба по сравнению с теплообменом куба с окружающей средой, температуры резисторов практически равны при любом варианте подключения. Температура и прочие параметры окружающей среды во всех случаях одинаковы. Радиационным теплообменом пренебречь. Все токи в задаче подразумеваются установившимися (через продолжительное время после подключения).

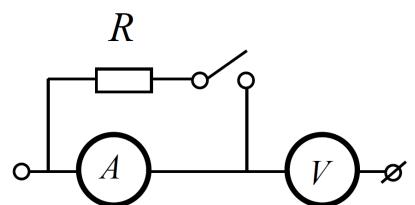


1,28 А

**3.1.18.** (*Всесиб., 2018, 9*) Цепь, состоящая из последовательно соединенных неидеальных амперметра и вольтметра, подключена к сети. При этом приборы цепи показывают некоторые значения тока  $J_0$  и напряжения  $U_0$ , соответственно.

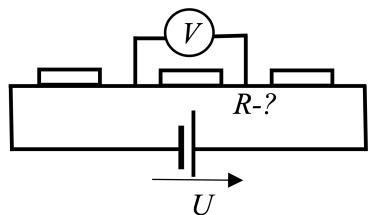
Для определения внутреннего сопротивления амперметра цепь модифицируют, подключая резистор с известным сопротивлением  $R$  (см. рисунок). Далее регулируют внешнее напряжение сети так, что в результате показание вольтметра уменьшилось до  $U_0/3$ , а амперметра уменьшилось до  $J_0/5$ . Чему равно сопротивление амперметра  $R_A$ ?

$$R_A = \frac{U_0}{J_0}$$



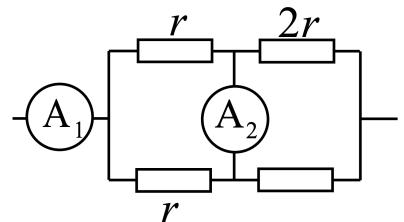
**3.1.19.** (*Всесиб., 2021, 9*) Изображенная на рисунке цепь содержит гальванический элемент, создающий независимо от тока напряжение  $U$ , и три резистора. Включенный параллельно среднему резистору идеальный вольтметр показывает напряжение  $V$ . Если его заменить на идеальный амперметр, то последний будет показывать ток  $J$ . Определите сопротивление среднего резистора.

$$\frac{(A-\alpha)r}{\alpha U}$$



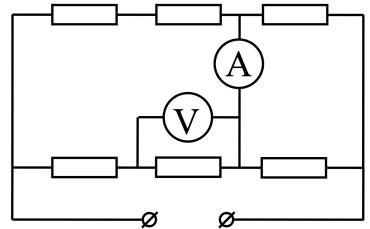
**3.1.20.** (*«Росатом», 2021, 9*) В цепи, схема которой приведена на рисунке, сопротивления трех резисторов известны, четвертого — нет. Найти его сопротивление, если отношение показаний идеальных амперметров равно  $n = 0,25$ . Известные сопротивления приведены на рисунке.

$$r_1 = \frac{1+2n}{1-2n} 2r = \frac{3}{2} r, r_2 = \frac{1-2n}{1+2n} 2r = 9r$$



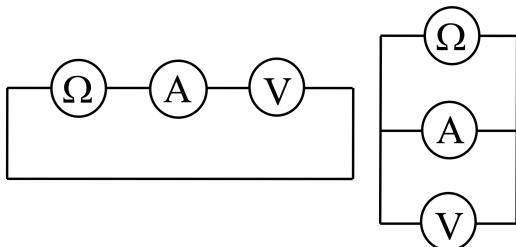
**3.1.21.** («Росатом», 2023, 9) Имеется электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке. В цепи все резисторы одинаковы и равны  $R = 1$  кОм, сопротивление амперметра пренебрежимо мало. Когда к цепи прикладывают напряжение  $U = 120$  В, амперметр показывает силу тока  $I_A = 3$  мА. Найти показания вольтметра.

$$B \quad \boxed{E = \frac{\epsilon}{R} I_L - \frac{\epsilon}{R} A}$$



**3.1.22.** («Росатом», 2022, 9) Когда омметр, амперметр и вольтметр соединили последовательно (левый рисунок), их показания были следующими: омметра  $R_0 = 1,0$  Ом, амперметра  $I_0 = 1,0$  А, вольтметра  $U_0 = 1,0$  В. Какими будут показания приборов, когда их соединили так, как показано на правом рисунке, если внутреннее сопротивление омметра равно  $r_\Omega = 1,0$  Ом.

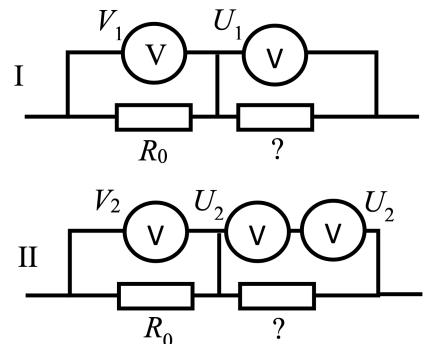
**Указание.** Омметр — прибор для измерения сопротивлений — представляет собой последовательно соединённые источник напряжения, амперметр и резистор. Омметр измеряет силу электрического тока в цепи и пересчитывает её и напряжение источника в сопротивление внешней цепи.



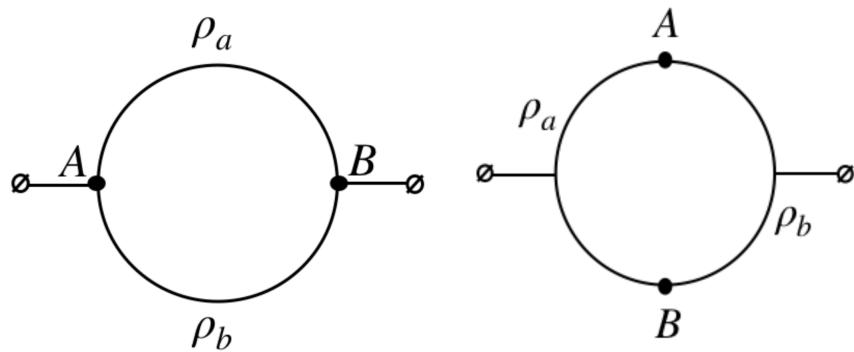
$$I = 2,0 \text{ A}, U = 0 \text{ В}, R = 0 \text{ Ом}$$

**3.1.23.** (Всесиб., 2022, 9) В распоряжении инженера имелись три одинаковых вольтметра. Для того чтобы измерить сопротивление резистора, включенного в схему последовательно с резистором с сопротивлением  $R_0 = 1000$  Ом, инженер сделал два измерения. В первом случае он подключил вольтметры по схеме I (см. рис.), а во втором — по схеме II. В первом случае вольтметры показывали, соответственно,  $V_1 = 10$  В и  $U_1 = 34$  В, во втором —  $V_2 = 9$  В и  $U_2 = 17$  В. Определите сопротивление неизвестного резистора. Вольтметры неидеальные (имеют конечное сопротивление).

$$R_0 = \frac{V_2(V_1 - U_1) - V_1(V_2 - U_2)}{2U_2(V_1 - U_1) - U_1(V_2 - U_2)}$$



**3.1.24.** («Курчатов», 2023, 9) Проводящее кольцо радиуса  $r$  изготовлено из двух полуколец, соединённых в точках А и В. Удельное сопротивление провода верхнего полукольца составляет  $\rho_a$ , а нижнего —  $\rho_b$ . Площади поперечных сечений полуколец одинаковы. Кольцо подключают к внешнему напряжению в точках А и В, после чего измеряют общий ток (суммарный ток в двух полукольцах)  $I_1$ . Затем кольцо отключают от внешнего напряжения, поворачивают на  $90^\circ$  по часовой стрелке, снова подключают к внешнему напряжению и измеряют общий ток  $I_2$ . Во втором измерении оказалось, что соотношение токов равно  $I_2 = 0,64I_1$ . Найдите отношение удельных сопротивлений  $\rho_a$  при условии, что  $\rho_a < \rho_b$ .

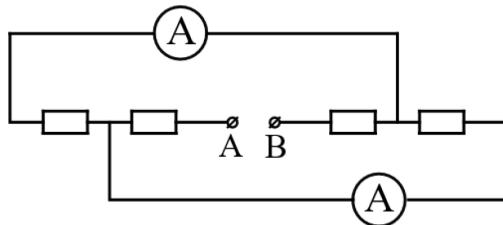


*Примечание.* Сопротивление  $R$  провода длины  $l$  с площадью поперечного сечения  $S$  и удельным сопротивлением  $\rho$  рассчитывается по формуле  $R = \rho l / S$ .

$$\frac{\rho_b}{\rho_a} = 0,25$$

**3.1.25.** («Физтех», 2023, 9) В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по  $20\text{ Ом}$ , у двух других сопротивление по  $40\text{ Ом}$ . Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

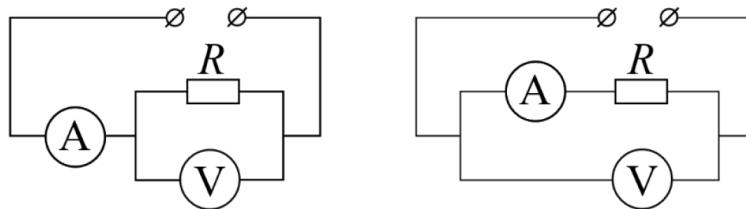
После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Меньшее показание  $I_1 = 1\text{ А}$ .



1. Найдите показание  $I_2$  второго амперметра.
2. Найдите напряжение  $U$  источника.

$$1) I_2 = 2I_1 = 2\text{ А}; 2) U = 11R I_1 = 220\text{ В}$$

**3.1.26.** («Физтех», 2023, 9) На рисунках к задаче приведены два варианта подключения амперметра и вольтметра для измерения силы тока через резистор сопротивлением  $R$  и напряжения на этом резисторе. При неизменном напряжении  $U$  источника показания вольтметра отличаются вдвое, а амперметра — в 1,5 раза.



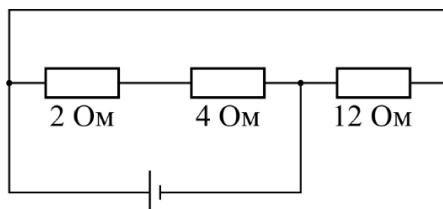
1. Найдите сопротивление  $R_V$  вольтметра.
2. На каком из приборов: вольтметре или амперметре и в какой именно цепи рассеивается наименьшая мощность? Ответ подкрепите соответствующими вычислениями.
3. Найдите эту наименьшую мощность  $P_{\min}$ .

$$1) R_V = R; 2) \text{на амперметре на изображении выше}; 3) P_{\min} = \frac{U}{2} \cdot \frac{U}{2} = \frac{U^2}{4}$$

## 3.2 Вычисление сопротивлений

Дополнительные задачи — в листке [Вычисление сопротивлений](#).

**3.2.1.** (Всеросс., 2022, ШЭ, 9) Три резистора соединили в электрическую цепь, схема которой показана на рисунке, и подключили к идеальному источнику постоянного напряжения. Определите общее сопротивление этой цепи.

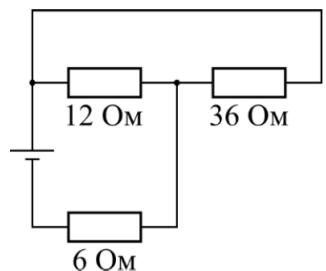


1. 1 Ом;
2. 1,2 Ом;
3. 4 Ом;
4. 6 Ом;
5. 18 Ом.

8

**3.2.2.** (Всеросс., 2023, ШЭ, 9) Три резистора соединили в электрическую цепь, схема которой показана на рисунке, и подключили к идеальному источнику постоянного напряжения. Определите общее сопротивление этой цепи.

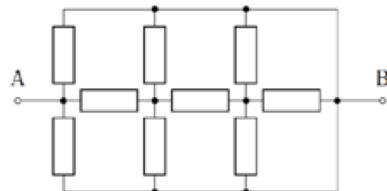
1. 3,6 Ом;
2. 12 Ом;
3. 15 Ом;
4. 40 Ом;
5. 54 Ом.



**3.2.3.** (Всеросс., 2023, МЭ, 9) На рисунках представлены схемы электрических цепей, каждая из которых имеет два вывода для подключения омметра. Выберите электрическую цепь, сопротивление которой, измеряемое между выводами, максимально. Сопротивление звеньев (участков между двумя соседними точками) во всех цепях одинаково.

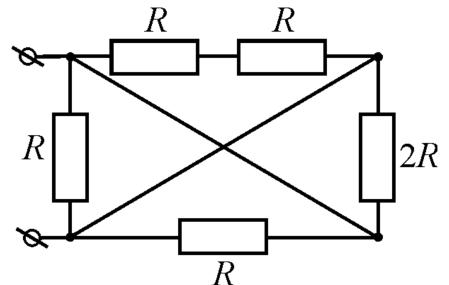
- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

**3.2.4.** (Всеросс., 2020, МЭ, 9) Найдите общее сопротивление участка  $AB$  электрической цепи, схема которого изображена на рисунке. Сопротивление каждого резистора равно 1 кОм. Ответ выразите в Ом и округлите до целого числа.



**3.2.5.** (Всеросс., 2021, МЭ, 9) Найдите полное сопротивление участка цепи, если  $R = 1$  кОм. Электрический контакт между скрещенными проводами, изображёнными в центральной части схемы, отсутствует. Ответ выразите в Ом, округлив до целого числа.

eee



**3.2.6.** («Надежда энергетики», 2023, 9) Переменный резистор, включенный по схеме 1, позволяет изменять сопротивление участка цепи в пределах от 0 до 4 кОм. Определите в каких пределах будет изменяться сопротивление участка цепи, если тот же переменный резистор подключить как показано на схеме 2.

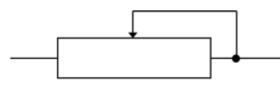


Схема 1

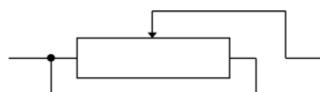


Схема 2

$$\text{от } 0 \text{ до } 1 \text{ кОм}$$

**3.2.7.** («Надежда энергетики», 2017, 9) Квадратная пластина из тонкого медного листа разрезана на четыре одинаковых квадрата. Если в точке пересечения разрезов все малые квадраты соединить каплей припоя, то сопротивление между точками А и В будет равно  $R_1$  (рис. 1). Если эти же малые квадраты соединить четырьмя каплями, помешёнными в точках пересечения разрезов со сторонами исходного квадрата (рис. 2), то сопротивление между точками А и В будет равно  $R_2$ . Полученную фигуру дополнительно разрезают по главным диагоналям, а затем скрепляют ещё четырьмя каплями припоя в точках пересечения разрезов с границей исходного квадрата (рис. 3). Определите в этом случае сопротивление между точками А и В. Разрезы полностью изолируют части пластины друг от друга, а сопротивление припоя пренебрежимо мало.

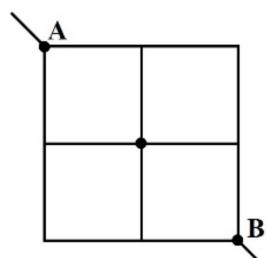


рис. 1

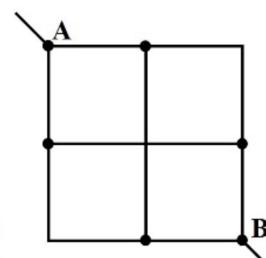


рис. 2

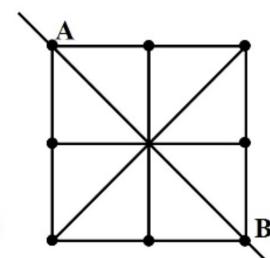
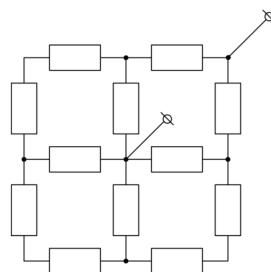


рис. 3

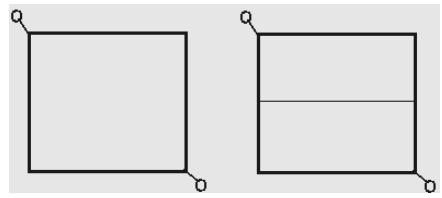
$$R_3 = 2R_2 - 0,5R_1$$

**3.2.8.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 9) Сопротивление каждого резистора в приведённой на рисунке цепи равно 1 Ом. Найдите общее сопротивление цепи.



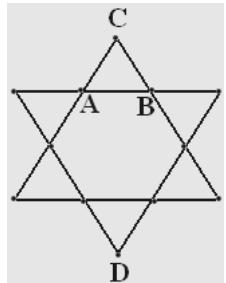
$$0,75 \text{ Ом}$$

**3.2.9.** (Всесиб., 2015, 9) Квадрат сделан из проволоки с большим удельным сопротивлением. Его сопротивление между противоположными углами  $R$ . Каким оно станет, если середины противоположных сторон соединить проводом с пренебрежимо малым сопротивлением?



3R/4

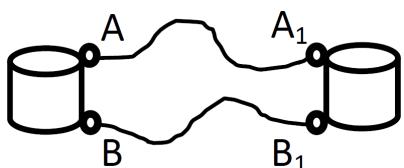
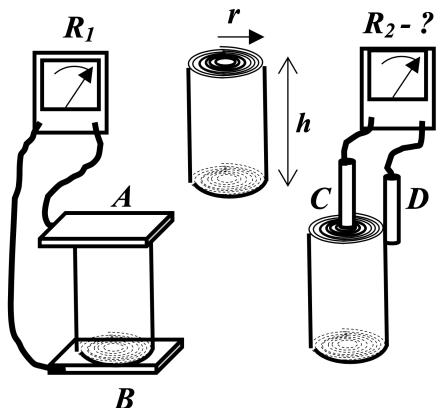
**3.2.10.** (Всесиб., 2017, 9) Два одинаковых равносторонних проволочных треугольника спаяли так, что получилась симметричная шестиконечная звезда. Подключённый к точкам  $A$  и  $B$  омметр показал сопротивление  $r$ . Что покажет омметр при подключении его к точкам  $C$  и  $D$ ?



3r

**3.2.11.** (Всесиб., 2020, 9) На тонкую непроводящую ленту толщиной  $d_1$  и шириной  $h$  нанесено с одной стороны проводящее покрытие толщиной  $d_2$ . Лента плотно свита в спираль с радиусом свитка  $r$  проводящим слоем наружу. Если щупы омметра прижать к противоположным торцам свитка (точки  $A$  и  $B$  на рис.), он показывает сопротивление  $R_1$ . Какими будут показания омметра, если одним щупом коснуться центра свитка (точка  $C$ ), а другим — его края (точка  $D$ )? Краевыми эффектами пренебречь.

$$R_1 \frac{(d_1 + d_2) \cdot 2\pi r}{\frac{\pi}{2} \cdot h}$$



**3.2.12.** (Всесиб., 2019, 9) Две одинаковых катушки соединены двумя отрезками провода длиной  $L = 1$  м каждый (см. рисунок). Известно, что катушки намотаны тем же проводом, который использован для соединения их выводов. Определите длину этого провода в каждой из катушек, если омметр, подключенный к клеммам  $A$  и  $B$ , показывает сопротивление  $R_1 = 0,5455$  Ом, а при его подключении к точкам  $A$  и  $B_1$  он показывает  $R_2 = 0,55$  Ом. Целостность схемы не нарушается.

$$L \approx \frac{\frac{R_2 - 1}{R_1 - 1} \Lambda}{\left( \frac{R_2 - 1}{R_1 - 1} \Lambda - 1 \right) \tau} = 10 \text{ м}$$

**3.2.13.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 9) На испытаниях моделей электрического транспорта сделан круговой трек длиной 16 м из двух токопроводящих рельс. Около точки старта каждая из рельс подключена к клемме источника тока (см. рис.). Машинка едет по рельсам, замыкая электрическую цепь. Хулиган Даниэль поцарапал рельсы булавкой в некоторой точке  $L$  от старта, из-за чего их сопротивление в этом месте существенно возросло. Скорость машинки стала минимальной в точке 6 м.

Даниэль на этом не остановился и так же повредил рельсы на расстоянии  $2L$ , в результате чего точка минимальной скорости оказалась на отметке 5,2 м. Наконец, он отошёл на  $4L$  и повторил акт вандализма три раза почти в одном месте. Определите расположение новой точки минимальной скорости.

**Примечание.** Считайте, что Даниэль царапает рельсы всегда одним и тем же образом, все расстояния отложены по часовой стрелке от точки старта, а скорость машины пропорциональна мощности двигателя.

10 метров

**3.2.14.** («Надежда энергетики», 2016, 9) В деревянную доску забито 2016 гвоздей. Каждый гвоздь соединён с каждым из оставшихся 2015 гвоздей проводниками с одинаковыми сопротивлениями. Сопротивление электрической цепи между любыми двумя гвоздями равно 1 Ом. Клеммы идеального источника с напряжением 20,16 В подключают к первому и 2016-му гвоздям. Какое количество теплоты выделится в проводнике, соединяющем эти гвозди, за 100 секунд? Сопротивление гвоздей не учитывать.

Q = 40,32 Дж

### 3.3 Эквивалентный источник

Дополнительные задачи — в листке [Эквивалентный источник](#).

**3.3.1.** («Курчатов», 2020, 9) Элементы с внутренними сопротивлениями  $r_1 = 5$  Ом и  $r_2 = 2$  Ом и с ЭДС  $\mathcal{E}_1 = 3$  В и  $\mathcal{E}_2 = 10$  В соединены с внешним сопротивлением  $R$ , как показано на рисунке 1. Элементы с  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  заменяют на один элемент с ЭДС  $\mathcal{E}$  и внутренним сопротивлением  $r$ , как показано на рисунке 2, при этом падение напряжения на внешнем резисторе не меняется для любого значения сопротивления  $R$ . Найдите значения  $\mathcal{E}$  и  $r$ .

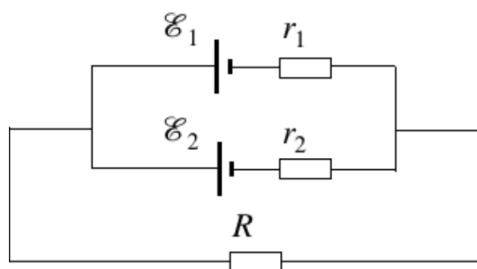


Рис. 1

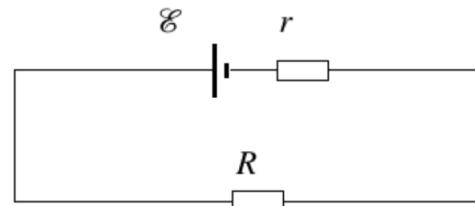


Рис. 2

$$\frac{\frac{r_1}{\mathcal{E}_1} + \frac{r_2}{\mathcal{E}_2}}{1} = \lambda \cdot \frac{\frac{r_1}{\mathcal{E}} + \frac{r_2}{\mathcal{E}}}{\frac{r_1}{\mathcal{E}_1} + \frac{r_2}{\mathcal{E}_2}} = \beta$$

## 3.4 Мощность тока

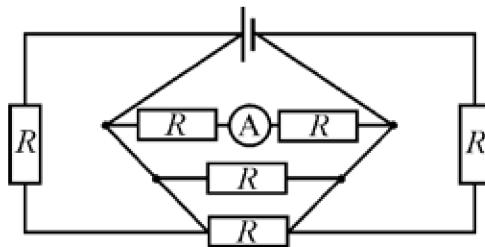
Дополнительные задачи — в листке [Мощность тока](#).

**3.4.1.** (*Всеросс., 2020, ШЭ, 9*) Есть два нагревателя, рассчитанных на подключение к бытовой электрической сети. Мощность первого нагревателя 300 Вт, а второго 600 Вт. Электрические сопротивления нагревателей не зависят от протекающего через них тока.

- Найдите отношение сопротивлений  $\frac{R_1}{R_2}$  первого и второго нагревателей. Ответ округлите до целого числа.
- Нагреватели включают в электрическую сеть, соединив их последовательно. Какая суммарная мощность выделяется в нагревателях? Ответ укажите в Вт, округлив до целого числа.
- Нагреватели соединяют параллельно. Какая суммарная мощность теперь выделяется в нагревателях? Ответ укажите в Вт, округлив до целого числа.

(1) 2; (2) 200; (3) 900

**3.4.2.** (*Всеросс., 2021, ШЭ, 9*) Электрическая цепь, схема которой показана на рисунке, состоит из идеальной батарейки, шести одинаковых резисторов и идеального амперметра. Сопротивление  $R$  одного резистора равно 1 кОм. Напряжение на выводах батарейки равно 3 В.



- Что показывает амперметр? Ответ выразите в миллиамперах, округлите до десятых долей.
- Определите суммарную мощность, выделяющуюся во всех резисторах. Ответ выразите в милливаттах, округлите до десятых долей.
- Амперметр заменили на идеальный вольтметр. Найдите показание этого вольтметра. Ответ выразите в вольтах, округлите до целого числа.

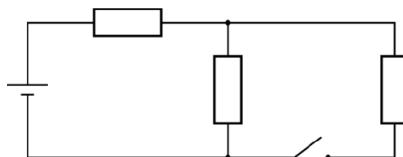
(1) 1,5; (2) 22,5; (3) 3

**3.4.3.** (Всеросс., 2022, ШЭ, 9) Лампу накаливания подключили к идеальному источнику постоянного напряжения 220 В. При этом в лампе выделялась мощность 60 Вт. Затем две таких лампы соединили последовательно и подключили к тому же источнику. При этом в каждой лампе выделялась мощность 22 Вт.

1. Зависит ли сопротивление данной лампы от силы протекающего через неё электрического тока?
2. Найдите силу тока, протекавшего через источник, когда к нему была подключена только одна лампа. Ответ дайте в миллиамперах, округлив до целого числа.
3. Найдите силу тока, протекавшего через источник, когда к нему были подключены две последовательно соединённые лампы. Ответ дайте в миллиамперах, округлив до целого числа.
4. Две таких же лампы соединили параллельно и подключили к тому же источнику. Найдите суммарную мощность, выделявшуюся в лампах. Ответ дайте в ваттах, округлив до целого числа.

1) 340; 2) 273; 3) 200; 4) 120

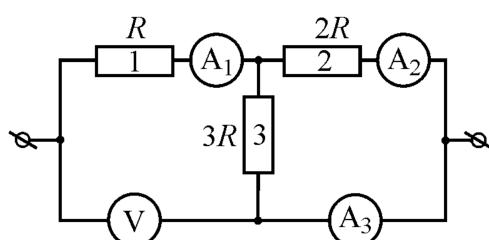
**3.4.4.** (Всеросс., 2023, ШЭ, 9) Резистор подключили к идеальному источнику постоянного напряжения 120 В, при этом в резисторе выделялась мощность 60 Вт. Затем из трёх таких резисторов и такого же источника собрали цепь, схема которой показана на рисунке.



1. Найдите сопротивление одного резистора. Ответ дайте в Ом, округлив до целого числа.
2. Найдите общую мощность, выделяющуюся в цепи при разомкнутом ключе. Ответ дайте в ваттах, округлив до целого числа.
3. Найдите общую мощность, выделяющуюся в цепи при замкнутом ключе. Ответ дайте в ваттах, округлив до целого числа.

1) 240; 2) 30; 3) 40

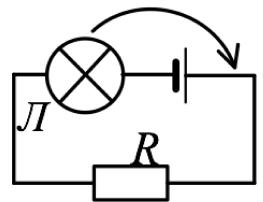
**3.4.5.** (Всеросс., 2021, МЭ, 9) Школьник собрал электрическую цепь, состоящую из трёх резисторов, трёх амперметров, одного вольтметра и проводов (см. рисунок). Сопротивление  $R = 1 \text{ кОм}$ , все измерительные приборы идеальные. Выводы схемы он подключил к источнику постоянного напряжения. В результате вольтметр показал 11 В.



- Определите напряжение на резисторе 1. Ответ дайте в вольтах, округлив до целого числа.
- Определите напряжение на резисторе 2. Ответ дайте в вольтах, округлив до целого числа.
- Определите напряжение на резисторе 3. Ответ дайте в вольтах, округлив до целого числа.
- Определите показания амперметра  $A_1$ . Ответ дайте в мА, округлив до целого числа.
- Определите показания амперметра  $A_2$ . Ответ дайте в мА, округлив до целого числа.
- Определите показания амперметра  $A_3$ . Ответ дайте в мА, округлив до целого числа.
- Определите полную тепловую мощность, выделяющуюся во всех трёх резисторах. Ответ дайте в мВт, округлив до целого числа.

1) 5; 2) 6; 3) 6; 4) 5; 5) 3; 6) 2; 7) 5

**3.4.6.** (*Всеросс., 2022, МЭ, 9*) Экспериментатор собрал электрическую цепь (см. рисунок), в которой один из контактов лампочки  $L$  был подключён к отрицательному полюсу батарейки. После этого он переставил лампочку таким образом, что один из её контактов оказался соединённым с положительным полюсом батарейки. Как изменится яркость свечения лампочки  $L$ ?



- увеличится;
- уменьшится;
- не изменится;
- ответ зависит от сопротивления резистора  $R$ .

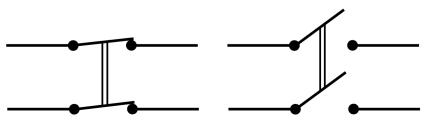
ε

**3.4.7.** (*Всеросс., 2023, МЭ, 9*) Аккумуляторные батарейки типоразмера АА имеют длину 5,0 см, диаметр 1,4 см и массу 17 г.

- Сколько энергии может выделить такой аккумулятор, работая в номинальном режиме, если напряжение аккумулятора равно 1,2 В, а его ёмкость  $2800 \text{ мА} \cdot \text{ч}$ ? Ответ выразите в кДж, округлите до десятых долей.
- С какой скоростью полетит эта батарейка, если полностью преобразовать запасённую в ней энергию в кинетическую энергию батарейки? Ответ выразите в км/с, округлите до десятых долей.
- Сколько энергии содержится в сахарном песке, занимающем такой же объём, как данная батарейка? Плотность сахарного песка  $0,77 \text{ г}/\text{см}^3$ , а его калорийность 1680 кДж на 100 грамм. Ответ выразите в кДж, округлите до десятых долей.

1) 12,1; 2) 1,2; 3) [99,5; 99,6]

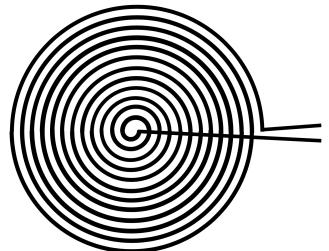
**3.4.8.** (*Инженерная олимпиада, 2022, 9*) При фотографировании в помещении с двумя фотолампами с ограниченным ресурсом работы используется следующая методика работы. При наводке на резкость, выборе экспозиции и т. д. лампы включают не на полную мощность (последовательно), а при фотографировании лампы включают параллельно, обеспечивая максимальную освещенность фотографируемого объекта. Предложите такую схему соединения двух ламп, чтобы лампы были подключены к источнику последовательно, но при включении одного выключателя их соединение с источником менялось на параллельное. Во сколько раз возрастает освещенность объекта при таком переключении? Считать, что вся энергия, выделяющаяся в лампочках, превращается в свет. В распоряжении имеются один идеальный источник электрического напряжения, две одинаковых электрических лампы, один двухполюсный выключатель и провода. Двухполюсный выключатель одновременно замыкает или размыкает два провода (см. рисунок).



Двухполюсный выключатель

1/4

**3.4.9.** (*Инженерная олимпиада, 2023, 9*) Нагревательный элемент нагревателя для детского питания представляет собой провод в тонкой изоляции, свернутый в плотную плоскую спираль радиуса  $R$  и большим числом витков  $N$ . Найти мощность, выделяемую в нагревателе при приложенном напряжении  $U$ . Удельное сопротивление материала проволоки  $\rho$ , площадь сечения проволоки  $S$ .



$$\frac{\rho N^2 I^2}{4 \pi R} = P$$

**3.4.10.** (*«Надежда энергетики», 2021, 9*) Однородный металлический стержень постоянного поперечного сечения подключен за торцы к источнику напряжения. Определите, во сколько раз необходимо изменить длину проводника, чтобы скорость его нагрева при протекании постоянного тока возросла в 4 раза? Все выделяющееся в проводнике количество теплоты полностью расходуется на увеличение его температуры. Торцы проводника перпендикулярны его боковой поверхности.

Журнал «Надежда энергетики» № 2 2021

**3.4.11.** (*«Надежда энергетики», 2019, 9*) Известно, что энергопотребление в городах в утренние и вечерние часы возрастает в несколько раз по сравнению с дневными и ночными часами. Представим, что город получает электроэнергию от гидроэлектростанции, генератор которой полностью справляется с энергообеспечением города при пиковой нагрузке. Когда энергопотребление в городе на протяжении суток возросло в 3 раза, оператор на ГЭС увеличил расход воды через гидротурбину в 2 раза. Определите, как при этом изменился КПД гидрогенератора. Считать, что уровень воды в водохранилище остается неизменным.

$$\eta_{\text{турб}} = \frac{\eta_{\text{ген}}}{\eta_{\text{турб}} + \eta_{\text{ген}}} = \frac{1,5}{1,5 + 1,5} = 0,5$$

**3.4.12.** («Надежда энергетики», 2020, 9) При передаче электроэнергии во высоковольтной линии (ЛЭП) от гидроэлектростанции к потребителю существует понятие натуральной мощности — такой полезной мощности, при которой потери энергии в линии минимальны и сводятся только к потерям на нагревание проводов. Так, натуральная мощность для ЛЭП, работающей под напряжением  $U_1 = 500$  кВ равна  $P_1 = 900$  МВт, а для ЛЭП с напряжением  $U_2 = 750$  кВ равна  $P_2 = 2100$  МВт. Как правило, в линиях на 500 кВ энергию передают по трем параллельно соединенным проводам одинакового сечения, а в линиях на 750 кВ — по пяти проводам такого же сечения. Определите, во сколько раз уменьшатся потери энергии при переходе с ЛЭП 500 кВ на ЛЭП 750 кВ, если и в том и в другом случае по линии передается натуральная мощность на одно и то же расстояние.

Б 1,45 б3а

**3.4.13.** (Олимпиада КФУ, 2022, 9) В мембране нервной клетки при открытии ионных каналов по ним протекает электрический ток до  $I = 5$  пА =  $5 \cdot 10^{-12}$  А в каждом одиночном канале. При этом каналы могут открываться синхронно и группироваться с плотностью до 10000 ионных каналов на 1 мкм ( $1$  мкм =  $10$  м), т. е.  $n = 10000/\text{мкм}^2$ . Найти, какой мощности должна быть электрическая лампочка, чтобы при ее включении в сеть 220 В по стандартному проводу медной электропроводки с сечением  $S = 2,5$  мм<sup>2</sup> в ней была бы такая же плотность тока (ток через единичное поперечное сечение). Найти также величину этого тока.

$P = U S I n = 27,5 \text{ Вт}; I_w = 0,125 \text{ мА}$

**3.4.14.** («Шаг в будущее», 2021, 9) Имеются два резистора с одинаковым сопротивлением и один резистор с сопротивлением в 2 раза большим, чем у двух других. Если подключить эти резисторы последовательно к источнику электрической энергии, в цепи будет выделяться мощность 2 Вт. Какая мощность выделится в цепи, если подключить к этому же источнику первые два резистора (с одинаковым сопротивлением) параллельно? Напряжение источника постоянно (внутреннее сопротивление равно нулю).

$P = 8P_1 = 16 \text{ Вт}$

**3.4.15.** («Курчатов», 2021, 9) У экспериментатора Глюка в наборе имеется батарейка с внутренним сопротивлением 1 Ом, при коротком замыкании через нее проходит ток 1 А. Также имеется четыре внешних разных резистора с сопротивлениями: 1,5 Ом, 2 Ом, 3 Ом, 6 Ом. Какой набор резисторов нужно составить и как нужно собрать электрическую схему из имеющихся элементов для выделения максимальной тепловой мощности на внешних резисторах? Чему равна эта мощность?

$P_{\max} = \frac{I_0^2}{R} = 0,25 \text{ Вт}$

## 3.5 Электронагреватель

Дополнительные задачи — в листке [Электронагреватель](#).

**3.5.1.** (*Олимпиада КФУ, 2021, 9*) По длинной медной жиле (проводу) сечением  $s = 1,5 \text{ мм}^2$  течет ток  $I = 16 \text{ А}$ . Провод (жила) покрыт ПВХ изоляцией толщиной  $b = 2 \text{ мм}$  с коэффициентом теплопроводности  $\kappa = 0,12 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ . Теплопроводность меди много больше теплопроводности изоляции. Найти температуру провода (жилы)  $T$  как функцию температуры окружающей среды  $T_0$ . Построить график зависимости температуры провода (жилы)  $T$  от температуры окружающей среды в диапазоне  $T_0$  от  $-40^\circ\text{C}$  до  $+40^\circ\text{C}$ . Найти температуру провода (жилы)  $T$  как функцию величины тока  $I$ . Построить при температуре окружающей среды  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  график зависимости температуры жилы при величинах токов от  $16 \text{ А}$  до  $25 \text{ А}$ . Удельное сопротивление меди при  $T_{20} = 20^\circ\text{C}$  составляет  $\rho_{20} = 0,0175 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$ . Термический коэффициент сопротивления меди  $\alpha = 0,004^\circ\text{C}^{-1}$ , т. е. удельное сопротивление меди меняется с температурой по закону  $\rho = \rho_{20}(1 + \alpha(T - T_{20}))$ .

**Указание.** Принять во внимание, что полная мощность теплопередачи может быть вычислена по формуле  $P = \frac{\kappa S \Delta T}{d}$ , где  $\kappa$  — коэффициент теплопроводности материала. В данном случае речь идёт о стационарном потоке тепла от одной грани параллелепипеда площадью  $S$  к другой, расстояние между гранями равно  $d$ , разность температур  $\Delta T$ . Поток тепла для простоты можно считать по сечению в середине слоя изоляции. Теплообменом через торцы провода пренебречь.

$$\frac{(q/s)^2 \cdot 20 + \alpha (s \cdot 20)}{(q/s)^2 + \alpha s \cdot 20} = L$$

**3.5.2.** (*«Физтех», 2023, 9*) Воду нагревают на электроплитке. Начальная температура воды  $\tau_0 = 14^\circ\text{C}$ , объем воды  $V = 2 \text{ л}$ . Сопротивление спирали электроплитки  $R = 20 \text{ Ом}$ , сила тока в спирали  $I = 5 \text{ А}$ .

Зависимость мощности  $P$  тепловых потерь от времени  $t$  представлена на графике (см. рис.).

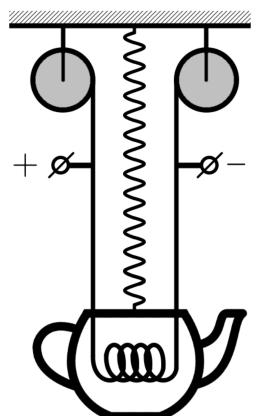
- Найдите мощность  $P_n$  нагревателя.
- Через какое время  $T$  после начала нагревания температура воды станет равной  $\tau_1 = 25^\circ\text{C}$ ?

Плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ , удельная теплоемкость воды  $c = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C})$ .

$$1) P_n = I^2 R = 500 \text{ Вт}; 2) T = 280 \text{ с}$$

**3.5.3.** (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 9*) Развлечаясь с набором «Юный электрик», Вася собрал следующую схему: кипятильник, помещённый в чайник, подключил к двум длинным тонким проводам, каждый из которых намотал на катушку. Решив, что схема слишком проста, Вася подвесил чайник к потолку на пружине, а провода подключил к скользящим клеммам источника тока, размещенным на одной высоте (см. рис.). Налив воду в чайник и замкнув цепь, он начал наблюдать за процессом кипения. Когда в чайнике было  $2 \text{ л}$ , она выкипала со скоростью  $1 \text{ мл}/\text{с}$ . Когда в нём остался  $1 \text{ л}$  — со скоростью  $2,25 \text{ мл}/\text{с}$ . С какой скоростью вода будет выкипать, когда останется  $0,5 \text{ л}$ ?

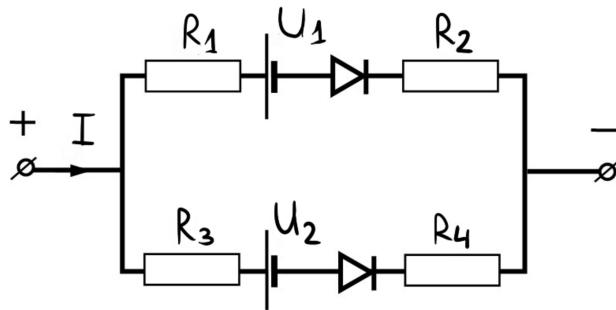
$$4 \text{ мл}/\text{с}$$



### 3.6 Диоды и резисторы

Дополнительные задачи — в листке [Диод и резисторы](#).

**3.6.1.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 9) Имеется схема, состоящая из четырёх резисторов  $R_1 = R_2 = 2 \Omega$ ,  $R_3 = 1 \Omega$ ,  $R_4 = 3 \Omega$ , двух идеальных батареек (то есть их сопротивление равно нулю) с напряжениями  $U_1 = 1 \text{ В}$  и  $U_2 = 2 \text{ В}$  и двух идеальных диодов. Постройте график зависимости общей силы тока  $I$  в зависимости от подаваемого на схему напряжения  $U$ .



**Примечание.** Идеальным диодом называют устройство, которое пропускает ток только в одном направлении (и это направление указано «стрелкой» диода).

# Глава 4

## Оптика

### 4.1 Световые лучи

Дополнительные задачи — в листке [Световые лучи](#).

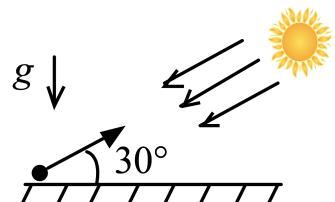
**4.1.1.** (*Всеросс., 2023, ШЭ, 9*) Вдоль двух сторон улицы шириной 20 м, идущей строго с запада на восток, стоят два вертикальных забора. Один забор — каменный — имеет высоту 3 м, а другой забор — плетень — имеет высоту 1,5 м. В момент, когда солнце находится строго на юге, каменный забор отбрасывает тень длиной 2 м. Тень какой длины в этот момент отбрасывает плетень?

1. 33 см;
2. 50 см;
3. 75 см;
4. 100 см;
5. 200 см.

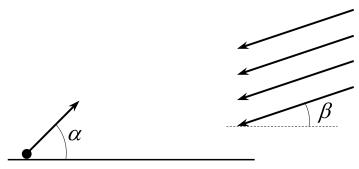
4

**4.1.2.** (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2016, 9*) Камень брошен со скоростью  $V_0$  под углом  $30^\circ$  к горизонту навстречу солнечным лучам (см. рис.). Найти ускорение, с которым тень от камня движется по земле. Через какое время скорость тени окажется равной скорости камня? Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.

$$\frac{\delta \vec{r}}{\delta t} = \tau \cdot \vec{v} = v$$



**4.1.3.** («Росатом», 2021, 9) Тело бросают с поверхности земли под углом  $\alpha$  к горизонту со скоростью  $v$ . Светит Солнце, и солнечные лучи падают под углом  $\beta$  к горизонту ( $\beta < \alpha$ ), причем солнечные лучи лежат в плоскости траектории тела (см. рис.). Какой путь пройдет тень от тела на земле к моменту его падения? Сопротивлением воздуха и угловыми размерами Солнца пренебречь.



$$S_{\text{тень}} = \frac{g \cos^2 \beta \sin \beta}{\alpha^2 \sin^2(\alpha - \beta)} + \frac{g}{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha} \left( \frac{g}{\alpha} \sin^2 \alpha \operatorname{ctg} \beta + \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \beta \right)$$

**4.1.4.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 9) В городах А и Б расположены телевизионные вышки высотой соответственно  $h_A = 100$  м и  $h_B = 170$  м. Широты городов  $\Phi_A = 40,5^\circ$  и  $\Phi_B = 33,5^\circ$  северной широты. Проводятся многочисленные (с точностью до 1 см) измерения длины тени каждой из вышек. Определите, самая короткая тень от какой из вышек будет короче.

**Примечание.** Напомним, что наклон экватора к орбите составляет  $\Phi = 23,5^\circ$ .

Б заполните ячейку

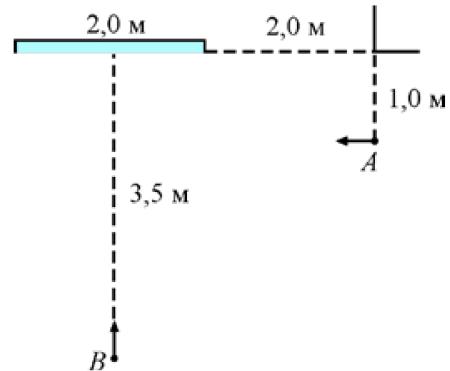
## 4.2 Отражение света. Плоское зеркало

Дополнительные задачи — в листке [Плоское зеркало](#).

**4.2.1.** («Надежда энергетики», 2020, 9) Через небольшое окно в южной стене в темную комнату проходит пучок солнечного света, параллельный восточной и западной стенам, и попадает на большое горизонтальное плоское зеркало, лежащее на столе. На зеркале вертикально укреплён непрозрачный квадрат, который отбрасывает тень на северную стену. Определите площадь тени, если длина стороны квадрата 9 см.

162  $\text{cm}^2$

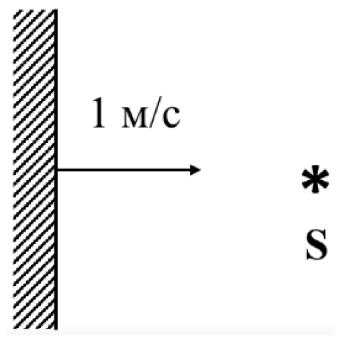
**4.2.2.** (Всеросс., 2021, ШЭ, 9) В большой комнате на стене висит высокое прямоугольное зеркало шириной 2 м. На расстоянии 1 м от этой стены и 2 м от вертикального края зеркала (если измерять вдоль стены) стоит человек  $A$ . Он начинает двигаться со скоростью 1 м/с в сторону зеркала параллельно стене, на которой оно висит. В этот же момент человек  $B$ , который находится на расстоянии 3,5 м от зеркала напротив его середины, начинает идти к зеркалу со скоростью 1 м/с вдоль линии, перпендикулярной стене. Начальные положения и направления движений обоих людей показаны на рисунке.



- С какой скоростью сближаются человек  $B$  и его изображение в зеркале? Ответ выразите в м/с, округлите до целого числа.
- На каком расстоянии от стены, на которой висит зеркало, находится изображение человека  $A$  в момент начала его движения? Ответ выразите в метрах, округлите до целого числа.
- Через какое время после начала движения человек  $A$  и человек  $B$  увидят друг друга в зеркале? Ответ выразите в секундах, округлите до десятых долей.

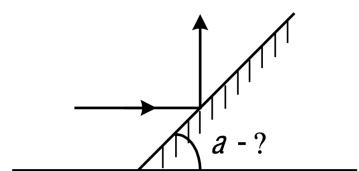
**4.2.3.** (Всеросс., 2022, ШЭ, 9) Зеркало движется к точечному источнику света  $S$  со скоростью 1 м/с относительно лабораторной системы отсчёта (см. рисунок). Расстояние между источником и его изображением в зеркале уменьшается со скоростью 2 м/с. С какой скоростью и в каком направлении движется источник  $S$  относительно лабораторной системы отсчёта?

1. Источник покойится;
2. со скоростью 1 м/с от зеркала;
3. со скоростью 1 м/с к зеркалу;
4. со скоростью 0,5 м/с от зеркала;
5. со скоростью 2 м/с к зеркалу.



**4.2.4.** (Всеросс., 2020, МЭ, 9) Под каким углом  $\alpha$  к горизонту нужно расположить плоское зеркало для того, чтобы горизонтальный пучок света после отражения от этого зеркала стал вертикальным?

- A) 30
- Б) 45
- В) 60
- Г) 90
- Д) невозможно определить

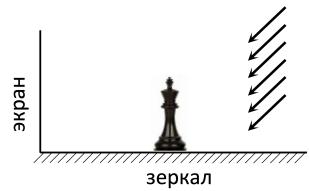


**4.2.5.** (Всеросс., 2023, МЭ, 9) Как изменится угол между падающим и отражённым лучами света, если угол падения уменьшится на  $10^\circ$ ?

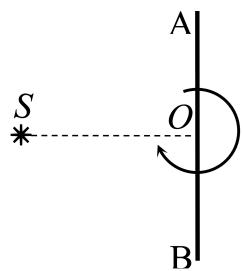
1. уменьшится на  $5^\circ$ ;
2. уменьшится на  $10^\circ$ ;
3. уменьшится на  $20^\circ$ ;
4. не изменится.

**4.2.6.** («Надежда энергетики», 2015, 9) Учащиеся Лицея №1502 при МЭИ выступали на научной конференции школьников с докладом о результатах своей работы. Они исследовали отражательные свойства белого материала, из которого изготавливаются экраны в кинотеатрах. Учащиеся обнаружили, что свойства материала оптимизированы для минимизации потерь при отражении света. После доклада председатель жюри конференции задал лицеистам вопрос: «Что мешает сделать экран зеркальным, ведь при этом потери света будут заведомо меньше?». Учащиеся получили диплом 1 степени, потому что ответили на вопрос совершенно правильно. Что ответили школьники председателю жюри? Как вы объясните их ответ?

**4.2.7.** (Инженерная олимпиада, 2021, 9) На горизонтальном зеркале недалеко от экрана стоит шахматная фигура. Фигура освещается параллельным потоком лучей, падающих на нее наклонно (см. рисунок). Будет ли видна на экране тень фигуры? И если да, то какой она будет — увеличенной, уменьшенной, прямой, перевернутой? Ответ сопроводить построением хода лучей.

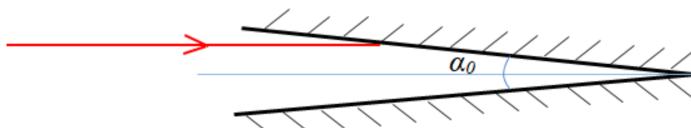


**4.2.8.** (Инженерная олимпиада, 2023, 9) Для предотвращения столкновений судов с землей в ночное время суток на берегу моря ставят маяки, которые должны предупредить корабли об опасном приближении к суще. Наиболее эффективно такие маяки работают, если они дают прерывистый световой сигнал. Рассмотрите следующую модель источника света для такого маяка. Неподвижный точечный источник света  $S$  находится на расстоянии  $d = 50$  см от зеркала  $AB$  (см. рисунок). Зеркало вращается с угловой скоростью  $\omega = 1$  рад/с вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через середину зеркала (через точку  $O$  на рисунке). Найти скорость и ускорение изображения источника в зеркале.



$$a = \frac{d\omega^2}{c} = 2 \text{ м/с}^2; a = 2 \text{ м/с}$$

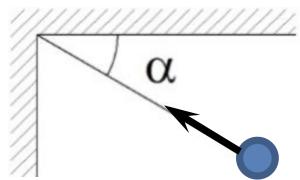
**4.2.9.** (Олимпиада КФУ, 2021, 9) Два бесконечных плоских зеркала образуют двугранный угол  $\alpha_0 \ll 1$ . Параллельно биссектрисе линейного угла\* данного двугранного угла на одно из зеркал падает луч лазера. Оцените количество отражений луча в зеркалах, после которых луч «выйдет» из системы.



\*Угол между двумя перпендикулярами к ребру двугранного угла, проведенными в его гранях из одной точки ребра, называется линейным углом двугранного угла.

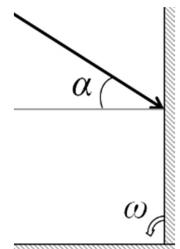
$$\frac{\alpha_0}{\pi}$$

**4.2.10.** («Надежда энергетики», 2018, 9) Два плоских зеркала, расположенных вертикально, образуют прямой угол. Муха летит горизонтально так, что ее скорость  $v$  направлена в ребро угла и образует угол  $\alpha = 30^\circ$  с одним из зеркал. Сколько своих отражений видит муха и с какими скоростями относительно неё они движутся?



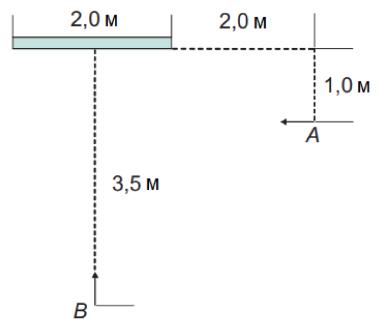
$$\frac{v_1}{v_2} = \tan \alpha : \tan(\pi - \alpha) = \tan \alpha : \tan \alpha = 1$$

**4.2.11.** (Олимпиада КФУ, 2023, 9) Луч лазера, проходящий в плоскости рисунка, падает на двугранный угол, образованный двумя зеркалами, под углом  $\alpha$  к горизонтали. Изначально зеркала образуют прямой угол: первое зеркало вертикально, второе горизонтально. В момент  $t = 0$  первое зеркало начинает поворачиваться относительно ребра двугранного угла с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Через какое время луч лазера впервые дважды отразится от первого зеркала?



$$\frac{\omega t}{\omega - \frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}$$

**4.2.12.** («Курчатов», 2022, 9) На стене большой комнаты висит зеркало шириной 2,0 м. Первоначально человек  $A$  стоит лицом к стене на расстоянии 2,0 м справа от правого края зеркала и 1,0 м от стены и начинает двигаться параллельно стене со скоростью 1,0 м/с в левую сторону. В этот же момент человек  $B$  начинает двигаться со скоростью 1,0 м/с в сторону центра зеркала под прямым углом к плоскости зеркала. Изначально человек  $B$  стоит на расстоянии 3,5 м от центра зеркала. Через какое время они увидят друг друга в зеркале? Закон отражения гласит, что угол падения равен углу отражения.



$$t = \frac{3.5}{2}$$

**4.2.13.** («Надежда энергетики», 2021, 9) Каждый год студенты НИУ «МЭИ», участники туристическо-поискового клуба «Горизонт», отправляются в походы по разным местам нашей страны. Свои фоторепортажи они показывают на выставках в фойе главного учебного корпуса. На этом снимке изображен лес, сфотографированный с берега озера. Как определить, где расположено отражение леса в воде: на верхней или на нижней части фотоснимка? Объясните свой ответ при помощи графических построений световых лучей. Яркость, четкость и контрастность верхней и нижней половины фотографии одинаковы.



отпаковки же эта пачкаюкаемо винкхеня ясчи

## 4.3 Преломление света

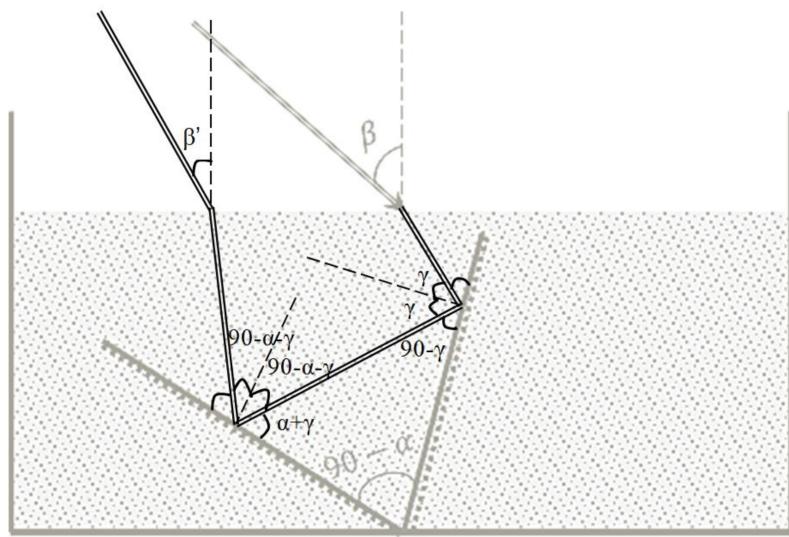
Дополнительные задачи — в листке [Закон преломления](#).

**4.3.1.** (*Олимпиада КФУ, 2019, 9*) В водоем на некоторую глубину помещают источник белого света. Показатель преломления воды для красных лучей  $n_{\text{kr}} = 1,328$ , для фиолетовых  $n_{\Phi} = 1,335$ . Вычислите отношение радиусов кругов, в пределах которых возможен выход красных и фиолетовых лучей в воздух.

$$R_{\text{kr}}/R_{\Phi} = \sqrt{\frac{n_{\Phi}^2 - 1}{n_{\text{kr}}^2 - 1}} = 1,012$$

**4.3.2.** (*Олимпиада КФУ, 2019, 9*) На дне сосуда с водой расположены два зеркала под углом  $90^\circ - \alpha$ ,  $\alpha$  — малый угол, может быть как положительным так и отрицательным. На поверхность воды падает лазерный луч под углом падения  $\beta$  и, преломляясь, попадает на первое зеркало, а затем на второе (см. рис.). Определите угол между вошедшим в воду и вышедшими из воды лучем. Показатель преломления воды  $n$ .

*Указание:* возможно будет полезна формула  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$ ; для малого  $\alpha$  в первом приближении  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\cos \alpha \approx 1$ .



$$\frac{\cos \beta}{2a\sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}}$$

## 4.4 Тонкие линзы

Дополнительные задачи — в листках

- [Формула линзы](#)
- [Общая формула линзы](#)

**4.4.1.** (*Олимпиада КФУ, 2022, 9*) Точечный источник света находится на главной оптической оси собирающей линзы на расстоянии  $d > F$  от линзы, где  $F$  — фокусное расстояние линзы (известно). Где за линзой нужно разместить перпендикулярное оптической оси плоское зеркало, чтобы

1. действительное изображение источника совпало с самим источником?
2. отразившиеся от зеркала и повторно прошедшие через линзу лучи образовали параллельный пучок?

$$\frac{(\mathcal{F}-p)\zeta}{(\mathcal{F}-p)\zeta - \mathcal{F}} = l \quad (\zeta : \frac{\mathcal{F}-p}{p\mathcal{F}} = f) \quad (1)$$

**4.4.2.** (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 9*) На главной оптической оси  $OO'$  тонкой линзы имеются три замечательные точки:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , причём  $AB = BC = L$ . Если точечный источник света поместить в одну из них, то изображение оказывается в одной из двух других.

Найдите расстояние между точками  $L$ , если фокусное расстояние линзы  $F = 12$  см.

27 см

**4.4.3.** («Надежда энергетики», 2015, 9) Из куска стекла изготовлены три тонкие линзы одного и того же диаметра. Если сложить линзы вплотную друг к другу без воздушных зазоров, то они образуют плоскопараллельную пластину. Диаметр получившейся пластины равен диаметру линз, оптические оси линз совпадают. Известно, что фокусное расстояние линз 1 и 2, сложенных вместе, равно  $F_{12} = -2,5$  см, а линз 2 и 3, сложенных вместе, равно  $F_{23} = -10$  см. Определите фокусное расстояние каждой линзы; нарисуйте эту систему линз и укажите, какие из этих линз собирающие, а какие рассеивающие.

$$F_1 = 10 \text{ см}; F_2 = -2 \text{ см}; F_3 = 2,5 \text{ см}$$