



2 La Capa de Enlace

2.5 Análisis de tiempos y rendimiento

RdE 2014-2015

2 Guión del Tema 2

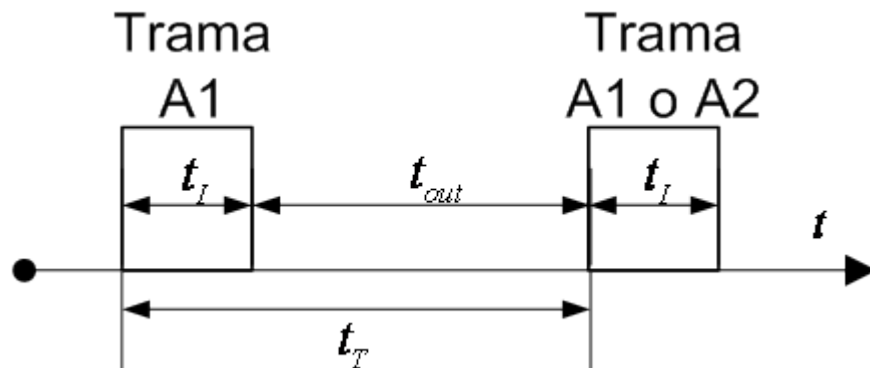
- 2 CAPA de ENLACE
 - 2.1 Funcionalidad del nivel de enlace.
 - 2.2 Control de flujo.
 - 2.3 Control de errores.
 - 2.4 HDLC. Tramas. Funcionamiento.
 - **2.5 Análisis de tiempos y rendimiento.**

2.5 Análisis de protocolos

- Para el análisis de protocolos se utilizarán las suposiciones:
 - ☐ Módulo infinito.
 - ☐ Tramas de información de longitud fija.
 - ☐ Retardo de propagación fijo y conocido (Tx y Rx).
 - ☐ Tiempo de procesamiento en Rx conocido y fijo.



2.5 Protocolo de Parada y Espera



$$t_{out} \geq 2t_p + t_{proc} + t_s$$

$$t_T = t_I + t_{out}$$

- t_I : tiempo requerido para transmitir una trama.
- t_{out} : tiempo del temporizador de espera de ACK.
- t_p : tiempo de retardo de propagación.
- t_{proc} : tiempo de procesado en recepción.
- t_s : tiempo de transmisión de respuesta.
- t_T : tiempo mínimo entre tramas de datos sucesivas.

- Suposiciones para el estudio analítico:
 - ☐ La transmisión se realiza de A a B (B sólo envía ACK/NACK).
 - ☐ La estación A transmite continuamente.
 - ☐ El cálculo del throughput se hace utilizando el límite máximo.
 - ☐ t_{proc} incluido en t_p .



2.5 Análisis de Parada y Espera

- El *throughput* máximo se alcanza 1 trama/ t_T segundos.
- $Th_{real} < Th_{máximo}$.
- Tiempo medio para una transmisión correcta. Se supone:
 - ☐ No hay límite para las retransmisiones.
 - ☐ No se tienen en cuenta los errores de B hacia A (ACK/NACK).
 - ☐ p probabilidad de error en una trama.

$$t_v = t_T(1-p) + 2t_T(1-p)p + 3t_T(1-p)p^2 + \dots = t_T(1-p) \sum_{i=1}^{\infty} ip^{i-1} =$$
$$= t_T(1-p) \frac{1}{(1-p)^2} \therefore t_v = \frac{t_T}{(1-p)}$$

- *Throughput* máximo:

$$Th_{max} = \lambda_{max} = \frac{1}{t_v} = \frac{1-p}{t_T} = \frac{1-p}{at_I} \text{ donde } a = \frac{t_T}{t_I}$$

2.5 Análisis de Parada y Espera

- Throughput normalizado o real.

$$\rho \equiv \lambda t_I \leq \lambda_{\max} t_I = \frac{1-p}{a} < 1 \quad \lambda \text{ tasa de llegadas real}$$

- Considerando que el tiempo de ACK/NACK es despreciable:

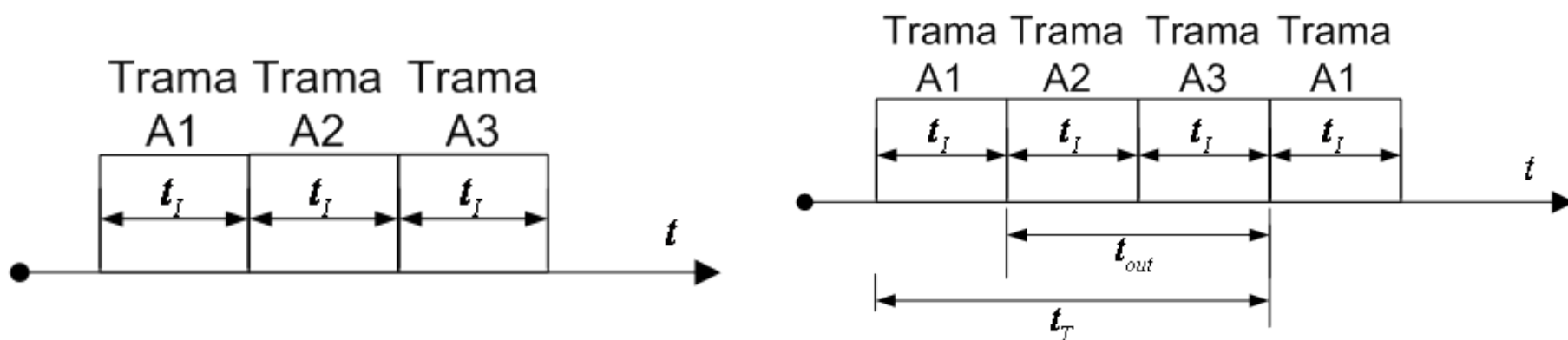
$$2t_p + t_s = t_I \Rightarrow t_{out} = t_I \Rightarrow a \approx 1$$

$$\rho < 1 - p$$



2.5 Protocolo de Vuelta Atrás-N

- Suposiciones para el estudio analítico:
 - ☐ Los números de secuencia se consideran indefinidos.
 - ☐ La retransmisión por NACK o t_{out} se considera igual.
 - ☐ Se transmite en régimen de saturación de A a B.
 - ☐ Longitud de trama t_l fija.
 - ☐ El temporizador t_{out} es fijo y múltiplo de t_l .
- El tiempo mínimo entre transmisiones es t_l .





2.5 Análisis de Vuelta Atrás-N

Tiempo medio de transmisión de una trama

$$\begin{aligned} t_v &= (1-p)t_I + (1-p)p(t_T + t_I) + (1-p)p^2(2t_T + t_I) + \dots = \\ &= (1-p)t_I + (1-p)t_T \sum_{i=1}^{\infty} ip^i + (1-p)t_I \sum_{i=1}^{\infty} p^i = (1-p)t_I + (1-p)t_T \frac{p}{(1-p)^2} + \end{aligned}$$

$$+ (1-p)t_I \frac{p}{1-p} = t_I \left(1 - p + \frac{ap}{1-p} + p \right) \therefore t_v = t_I \left(\frac{1 + (a-1)p}{1-p} \right)$$

$$a = \frac{t_T}{t_I} = \frac{t_I + t_{out}}{t_I} = 1 + \frac{t_{out}}{t_I}$$

Throughput máximo

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{t_v} = \frac{(1-p)}{(1 + (a-1)p)t_I}$$

Throughput normalizado

$$\rho = \lambda t_I \leq \frac{1-p}{1 + (a-1)p} < 1$$



2.5 Análisis de Vuelta Atrás-N

$$\lambda_{\max_{GoBackN}} = \lambda_{\max_G} = \frac{(1-p)}{(1+(a-1)p)t_I} \xrightarrow{p \rightarrow 0} \lambda_{\max_G} = \frac{1-p}{t_I}$$
$$\lambda_{\max_{Stop\&Wait}} = \lambda_{\max_S} = \frac{1-p}{at_I} \therefore \frac{\lambda_{\max_G}}{\lambda_{\max_S}} = a$$

Si $a=1$ los resultados igual en parada y espera

ACK embebidos en tramas $B \rightarrow A$

$$t_{\text{out}} = 2t_p + t_I \text{ (despreciando } t_{\text{proc}}) \Rightarrow t_T = t_I + t_{\text{out}} = 2t_p + 2t_I$$

$$\Rightarrow a = \frac{t_T}{t_I} = \frac{2t_p + 2t_I}{t_I} = 2 + 2\frac{t_p}{t_I} \Rightarrow a > 2$$

Luego vuelta atrás N es al menos dos veces mejor que Parada y Espera



2.5 Ejemplos

Ejemplo 1: $a=4$ $p=0.01$

$$\text{Stop and Wait } \rho_{m_s} = \frac{1-p}{a} = \frac{1-0.01}{4} = \frac{0.99}{4} \approx 0.25$$

$$\text{Go Back N } \rho_{m_s} = \frac{1-p}{1+(a-1)p} = \frac{1-0.01}{1+(4-1)0.01} = \frac{0.99}{1.03} \approx 1$$

Ejemplo 2: Enlace terrestre

$$l_{\text{trama}} = 1200 \text{ bits} \quad C = 9600 \text{ bits/s} \quad l_{\text{tramo}} < 100 \text{ km}$$

$$V_p = 0,6 \text{ ms} / 100 \text{ km} \quad t_I = \frac{l_{\text{trama}}}{C} = \frac{1200 \text{ bit}}{9600 \text{ bit/s}} = 125 \text{ ms}$$

$$t_{\text{proc}} \ll 125 \text{ ms} \quad t_{\text{out}} = 2t_p + t_{\text{proc}} + t_s \ll t_I \Rightarrow t_T \approx t_I \Rightarrow a = 1$$

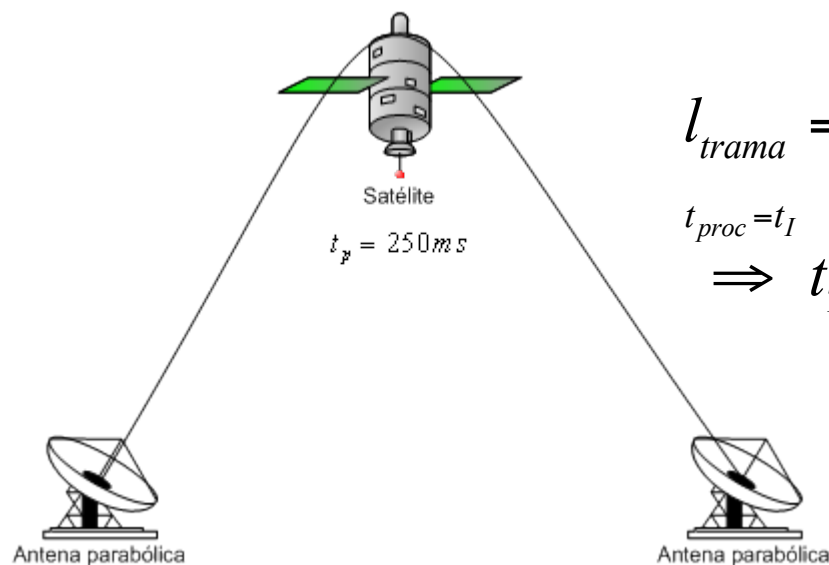
Stop and Wait \approx Go Back N

$$\text{Para un tramo de 1000 km y un enlace de 56 kbps } t_I = \frac{1200 \text{ bit}}{56000 \text{ bit/s}} = 21 \text{ ms}$$

$$t_p = 6 \text{ ms} \quad t_{\text{out}} = 2t_p + t_I = 33 \text{ ms} \quad a = \frac{t_I + t_{\text{out}}}{t_I} = \frac{21 \text{ ms} + 33 \text{ ms}}{21 \text{ ms}} = 2,57$$



2.5 Ejemplos



$$l_{trama} = 1200bit \quad t_p = 250ms \quad t_{out} = 2t_p + t_I + t_{proc}$$

$$t_{proc} = t_I \Rightarrow t_T = t_I + t_{out} = 2t_p + 3t_I \quad a = \frac{t_T}{t_I} = 3 + 2\frac{t_p}{t_I}$$

$$\text{Si } C=4800\text{bps} \Rightarrow t_I = \frac{1200bit}{4800bit/s} = 250ms \quad a = 3 + 2\frac{250ms}{250ms} = 5$$

$$\text{Si } C=9600\text{bps} \Rightarrow t_I = \frac{1200bit}{9600bit/s} = 125ms \quad a = 3 + 2\frac{250ms}{125ms} = 7$$

$$\text{Si } C=48000\text{bps} \Rightarrow t_I = \frac{1200bit}{48000bit/s} = 25ms \quad a = 3 + 2\frac{250ms}{25ms} = 23$$

$$\text{Si } C=2\text{Mbps} \Rightarrow t_I = \frac{12000bit}{2000000bit/s} = 0,006ms \quad a = 3 + 2\frac{250ms}{0,006ms} = 83336$$

2.5 Tamaño de las tramas

TRAMA GRANDE

- Mayor carga útil.
- Menor procesamiento de cabeceras.
- Menor segmentación.
- Mayor posibilidad de error.
- Más volumen de retransmisión en caso de error.
- Más espera de retransmisión nodo a nodo.

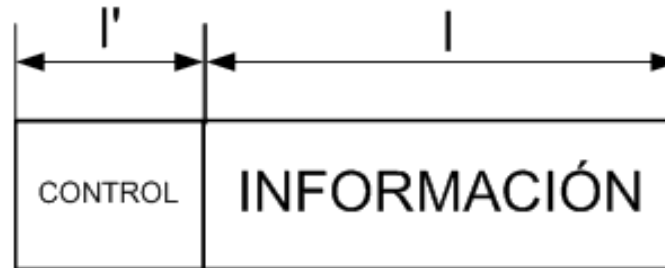
TRAMA PEQUEÑA

- Menor carga útil.
- Mayor procesamiento de cabeceras.
- Más segmentación.
- Menor posibilidad de error.
- Menor volumen de retransmisión en caso de error.
- Menor espera de retransmisión nodo a nodo.

Existe una longitud óptima de trama que maximiza el *Throughput*.



2.5 Influencia de la tasa de error Satélite



Errores en los enlaces de Satélites:

- Se supone que la probabilidad de error de bit, p_b , es independiente de la posición del bit debido al ruido aleatorio.
- Probabilidad de error en la trama:

$$p = 1 - (1 - p_b)^{l'+l} = 1 - q_b^{l'+l} \quad q_b = 1 - p_b$$

$$p = 1 - \left(\binom{l'+l}{0} 1^{l'+l} - \binom{l'+l}{1} 1^{l'+l-1} p_b^1 + \binom{l'+l}{2} 1^{l'+l-2} p_b^2 - \dots \right)$$

$$\text{Si } p_b \ll 1 \Rightarrow p \approx (l'+l)p_b \Rightarrow p \ll 1$$

2.5 Influencia de la tasa de error Terrestre

Errores en los enlaces terrestres.

- La hipótesis de probabilidad de error bit, p_b , independiente no es aplicable.
- Los errores se producen agrupados en ráfagas.
- Se supone que la probabilidad de error de trama es proporcional a $l'+l$.
- Para valores de la probabilidad de error suficientemente bajos, la siguiente expresión simplificada es válida:

Si $p_b \ll 1 \Rightarrow p \approx k(l'+l)$ Con k constante para enlaces terrestres.

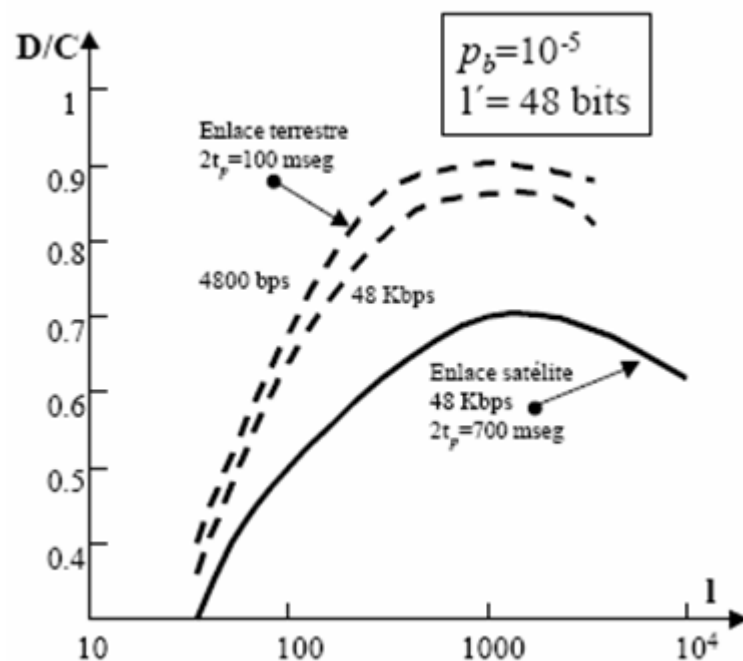


2.5 Tasa de datos normalizada D/C

Hipótesis de cálculo:

- La estación emisora trabaja en saturación λ_{\max} tramas/s.
- El protocolo utilizado es Vuelta Atrás N.

D Tasa de Datos (bit/s)



$$D = \lambda_{\max} l = l \frac{1-p}{t_I (1+(a-1)p)} \quad t_I = \frac{l'+l}{C}$$

$$\frac{D}{C} = \frac{l}{l'+l} \frac{1-p}{1+(a-1)p} \leq 1 \quad f(a(t_{out}), p)$$

Terrestre: $t_{out}=100+2t_l$

Satélite: $t_{out}=700+2t_l$

- Valores bajos de l , ineficacia. Domina la carga de pago
- Valores medios de l , máximo.
- Valores altos de l , ineficacia. Dominan los errores.

2.5 Cálculo de la longitud óptima

Hipótesis: $a=1$ (Parada y Espera) o $(a-1)p = 1$ (Vuelta Atrás N)

$$\frac{D}{C} = \frac{l}{l'+l} \frac{1-p}{1+(a-1)p} \cong \frac{l}{l'+l} (1-p)$$

• Para el caso general de satélite:

$$\frac{D}{C} = \frac{l}{l'+l} (1-p) = \frac{l q_b^{l'+l}}{l'+l}$$

$$\text{Máximo: } \frac{d \frac{D}{C}}{dl} = 0 = \frac{(l'+l)(q_b^{l'+l} + l q_b^{l'+l} \text{Ln} q_b) - q_b^{l'+l}}{(l'+l)^2} \quad l_{opt} = \frac{l'}{2} \left(\sqrt{1 - \frac{4}{l' \text{Ln} q_b}} - 1 \right)$$

Simplificando y suponiendo $p_b = 1 \Rightarrow l' p_b = 1$ $\text{Ln}(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \dots \forall x \in [-1, 1]$

$$\text{Ln}(q_b) = \text{Ln}(1 - p_b) = -p_b - \frac{p_b^2}{2} \dots \cong -p_b \quad l_{opt} = \frac{l'}{2} \left(\sqrt{1 - \frac{4}{l'(-p_b)}} - 1 \right) \cong \frac{l'}{2} \left(\sqrt{\frac{4}{l' p_b}} \right) = \sqrt{\frac{l'}{p_b}}$$

• Para el caso Terrestre/Satélite Simplificado: $p=p_b(l'+l)$

$$\frac{D}{C} = \frac{l}{l'+l} (1 - p_b(l'+l)) \quad \text{Máximo: } \frac{d \frac{D}{C}}{dl} = 0 \dots \quad l_{opt} \cong \sqrt{\frac{l'}{p_b}} - l'$$

2.5 Bibliografía

[1] SCHWARTZ, M. (1987) Telecommunication Networks
Protocols, Modeling and Analysis, 1ª Edición, Prentice-Hall.