Satellitennavigation
Übung 1

Hsin-Feng Ho
3378849

27. April 2022

1 Aufgabe 1

$$\hat{\boldsymbol{a}} = \begin{bmatrix} 2.23 \\ 2.51 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{Q}_{\hat{\boldsymbol{a}}} = \begin{bmatrix} 6.29 & 3.33 \\ 3.33 & 1.80 \end{bmatrix}$$

1.1 a

Einfaches Runden:

$$\check{\boldsymbol{a}} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Boost-strapping (a1):

$$\begin{aligned} \check{a}_1 &= \ulcorner a_1 \lrcorner = 2 \\ \check{a}_2 &= \ulcorner \hat{a}_2 - \sigma_{21}\sigma_1^{-2}\left(\hat{a}_1 - \check{a}_1\right) \lrcorner = 3 \\ \check{\boldsymbol{a}} &= \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Boost-strapping (a2):

$$\begin{aligned} \check{a}_2 &= \ulcorner a_2 \lrcorner = 3 \\ \check{a}_1 &= \ulcorner \hat{a}_1 - \sigma_{12}\sigma_2^{-2}\left(\hat{a}_2 - \check{a}_2\right) \lrcorner = 1 \\ \check{\boldsymbol{a}} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

1.2 b

Z-Transformaiton:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Q}^{(1)} &= \boldsymbol{Q}_{\hat{\boldsymbol{a}}} \\ \alpha_1 &= -\ulcorner \sigma_{12}/\sigma_1^2 \lrcorner = -1 \\ \boldsymbol{Z}_1 &= \begin{bmatrix} \alpha_1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Iteration bis $\alpha_i = 0$:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= -\ulcorner \sigma_{12}\left(i\right) / \sigma_1^2\left(i\right) \lrcorner \\ \boldsymbol{Z}_i &= \begin{bmatrix} \alpha_i & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{Q}^{(i+1)} &= \boldsymbol{Z}_i \boldsymbol{Q}^{(i)} \boldsymbol{Z}_i^T \\ \boldsymbol{Z} &= \boldsymbol{Z}_i \boldsymbol{Z}_{i-1} \dots \boldsymbol{Z}_1 \end{aligned}$$

Nach Iteration:

$$\boldsymbol{Z}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{Q}_4 = \begin{bmatrix} 0.1700 & 0.0700 \\ 0.0700 & 1.400 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{Z}\hat{a} = \begin{bmatrix} 2.79 \\ 3.07 \end{bmatrix}$$
$$\check{\boldsymbol{z}} = \ulcorner \boldsymbol{z} \lrcorner = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Rücktransformation:

$$\check{\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{Z}^{-1}\check{\boldsymbol{z}} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

1.3 c

Induktionsprinzip:

$$\boldsymbol{Z}_1 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$
$$det(\boldsymbol{Z}_1) = -1$$

Induktionshypothese:

$$det(\boldsymbol{Z}_i) = \pm 1$$

Induktionsschluss:

$$det(\boldsymbol{Z}_{i+1}) = det(\begin{bmatrix} \alpha_{i+1} & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}) = ab\alpha_{i+1} + bc - ab\alpha_{i+1} - ad = bc - ad = -det(\boldsymbol{Z}_i)$$

Damit ist $det(\boldsymbol{Z}) = \pm 1$ wahr.

Da α_i aus Runden ergibt, muss es ganzzahlig sein. Die Multiplikationen von Ganzzahlen sollen ebenfalls ganzzahlige Matrix ergeben.

2 Aufgabe 2

2.1 a

Methode 3: integer rounding method:

$$\check{\boldsymbol{a}} = \begin{bmatrix} -25309635 \\ -19534861 \\ -23169347 \\ -18022786 \\ 2384870 \\ 1896465 \\ -19226459 \\ -14940096 \\ -9005552 \\ -7028940 \end{bmatrix}$$

Methode 4: integer booststrapping method:

$$\check{\boldsymbol{a}} = \begin{bmatrix} -25309635 \\ -19534861 \\ -23169347 \\ -18022786 \\ 2384870 \\ 1896465 \\ -19226459 \\ -14940096 \\ -9005552 \\ -7028940 \end{bmatrix}$$

Methode 2: ILS method based enumeration in search

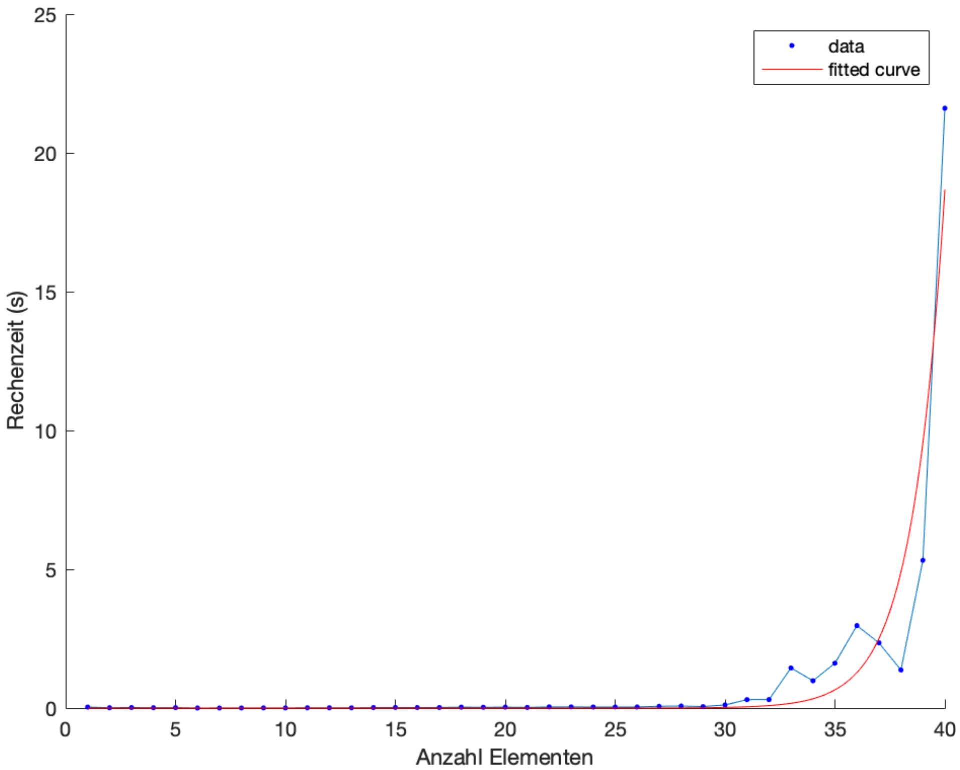
$$\check{\boldsymbol{a}} = \begin{bmatrix} -25309635 & -25309631 \\ -19534861 & -19534858 \\ -23169347 & -23169347 \\ -18022786 & -18022786 \\ 2384870 & 2384879 \\ 1896465 & 1896472 \\ -19226459 & -19226458 \\ -14940096 & -14940095 \\ -9005552 & -9005552 \\ -7028940 & -7028940 \end{bmatrix}$$

$$\text{sqnorm} = \begin{bmatrix} 1.95 & 28.7662 \end{bmatrix}$$

2.2 b

$$\tau_0 = 1.95/28.7662 = 0.0678 < 0.5$$

3 Aufgabe 3



MacBook Pro 2.3 GHz Dual-Core Intel i5 8GB RAM