Stochastik

Übungsblatt 4
Gruppe 1

Till Mugele Alexander Hornig

14. Mai 2018

Aufgabe 1

Wahrscheinlichkeiten für unterschiedliche Fälle:
$k \in \{1, ..., 6\}$

Niedrigste Zahl wird einmal gewürfelt $(\frac{1}{6} * \frac{6-k}{6} * \frac{6-k}{6} * \frac{6-k}{6}) * 4$
Niedrigste Zahl wird zweimal gewürfelt $(\frac{1}{6} * \frac{1}{6} * \frac{6-k}{*} \frac{6-k}{)} * 6$
Niedrigste Zahl wird dreimal gewürfelt $(\frac{1}{6} * \frac{1}{6} * \frac{1}{6} * \frac{6-k}{6}) * 4$
Niedrigste Zahl wird viermal gewürfelt $\frac{1}{6} * \frac{1}{6} * \frac{1}{6} * \frac{1}{6}$

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[X] =& \sum_{k=1}^{6}((\frac{1}{6} * \frac{6-k}{6} * \frac{6-k}{6} * \frac{6-k}{6}) * 4 + (\frac{1}{6} * \frac{1}{6} * \frac{6-k}{*} \frac{6-k}{)} * 6 \\
&+ (\frac{1}{6} * \frac{1}{6} * \frac{1}{6} * \frac{6-k}{6}) * 4 + \frac{1}{6} * \frac{1}{6} * \frac{1}{6} * \frac{1}{6}) * k \\
=& \frac{2275}{1296} \approx 1,755401
\end{aligned}$$

Aufgabe 2

a)

$$\mathbb{E}[X] = \sum_{k=1}^{\infty} x_k * P(x_k) = \sum_{k=1}^{\infty} 2^{k-1} * 0,5^k$$

$\Rightarrow$ geht gegen unendlich

b)

$$\mathbb{E}[ln(X)] = \sum_{k=1}^{\infty} ln(X_k) * P(X_k) = \sum_{k=1}^{\infty} ln(2^{k-1}) * 0,5^k$$
$$= 0,693157$$
$\Rightarrow$ Maximal 69 Cent Teilnahmegebühr, dann macht man immer noch einen kleinen Gewinn

c)

Aufgabe 3

$$f(X) := X^n$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[X^n] &= \mathbb{E}[f(x)] \\
&= \sum_{i\geq 1} f(x_i) * P(\{x_i\}) \\
&\overset{i=k}{=} \sum_{k\geq 1} f(x_k) * P(\{x_k\}) \\
&= \sum_{k\geq 1} x_k^n * P(\{x_k\}) \\
&= \sum_{k\geq 1} k^n * P(\{k\}) \\
&= \sum_{k\geq 1} k^n * p_k \\
&= \sum_{k\geq 1} k^n * (a + \frac{b}{k}) * p_{k-1} \\
&= \sum_{k\geq 0} (k+1)^n * (a + \frac{b}{k+1}) * p_{k+1-1} \\
&= \sum_{k\geq 0} (k+1)^n * (a + \frac{b}{k+1}) * p_k
\end{aligned}$$

Aufgabe 4