

1. Définitions

Définition 1.1: Bases de donnée voisines

On dit que deux bases de données x et y sont voisines et on note $\|x - y\|_1 \leq 1$ si elles diffèrent sur au plus une entrée ie la distance de HAMMING qui les sépare et majorée par 1.

Définition 1.2: Differential privacy

On dit qu'un mécanisme aléatoire $\mathcal{M} : \mathcal{X}^{(\mathbb{N})} \rightarrow \mathcal{T}$ est (ε, δ) -differentially private si

$$\forall \mathcal{S} \subset \mathcal{T} \forall x, y \in \mathcal{X}^{(\mathbb{N})} \quad \|x - y\|_1 \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \mathbb{P}(\mathcal{M}(x) \in \mathcal{S}) \leq \exp(\varepsilon) \mathbb{P}(\mathcal{M}(y) \in \mathcal{S}) + \delta$$

De plus, si $\delta = 0$, on dit que \mathcal{M} est ε -differentially private.

Définition 1.3: Longueur

Soit $x \in \mathcal{X}^{(\mathbb{N})}$ et $f : \mathcal{X}^{(\mathbb{N})} \rightarrow \mathcal{T}$. La longueur est le nombre minimum de valeurs à modifier dans x pour obtenir x' tel que $f(x') = t$.

$$\text{len}_f(x, t) = \inf_{x' \in \mathcal{X}^{(\mathbb{N})}} \{\|x - x'\|_1 \mid f(x') = t\}$$

Définition 1.4: Mécanisme de sensibilité inverse

Soit $f : \mathcal{X}^{(\mathbb{N})} \rightarrow \mathcal{T}$. Pour une mesure μ sur \mathcal{T} , on définit le mécanisme aléatoire $M(x)$ par sa fonction de densité

$$t \mapsto \frac{\exp(-\text{len}_f(x, t)\varepsilon/2)}{\int_{\mathcal{T}} \exp(-\text{len}_f(x, s)\varepsilon/2) d\mu(s)}$$