Вариант 15 Задание 11

а) l^2, $x^{(n)} = \Big(\underbrace{\frac{1}{\sqrt{n}}, \frac{1}{\sqrt{n}}, \frac{1}{\sqrt{n}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{n}}}_{n}, 0, 0, 0, \dots\Big)$

$x^1 = 1; \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{1}{2}$

$x^2 = \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{5}}{5}$

$x^3 = \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{5}}{5}; \frac{\sqrt{6}}{6}$

$x^5 = \frac{\sqrt{5}}{5}; \frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{\sqrt{7}}{7}; \frac{\sqrt{2}}{4}$

$x = 0; 0; 0; 0$

$l^2 = \rho_{l^2}(x^k, x) = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} \left|\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{2k} - 0\right|} = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{2k}} =$

$= \sqrt{\frac{1}{1-\frac{1}{n}} - 1} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \to 0$ при $n \to \infty$

x^n сходящаяся последовательность

$x^n \to x$ в пространстве l^2, где $x = (0, 0, 0, 0 \dots)$

фундаментальна. x^n

б) l^4, $x^{(n)} = \left(\frac{1}{n+1}, \frac{1}{\sqrt{2}(n+2)}, \frac{1}{\sqrt{3}(n+3)}, \frac{1}{\sqrt{4}(n+4)}, \dots\right)$

$x^1 = \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{8}; \frac{\sqrt{3}}{18}; \frac{1}{16}$

$x^2 = \frac{\sqrt{2}}{8}; \frac{\sqrt{3}}{18}; \frac{1}{16}; \frac{\sqrt{5}}{50}$

$x^3 = \frac{\sqrt{3}}{18}; \frac{1}{16}; \frac{\sqrt{5}}{50}; \frac{\sqrt{6}}{72}$

$x = (0; 0; 0; 0)$

$l^4 = \rho_{l^4}(x^k; x) = \sqrt[4]{\sum_{k=1}^{\infty} \left|\left(\frac{1}{\sqrt{n}(n+1)}\right)^{4k} - 0\right|} = \sqrt[4]{\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}(n+1)}\right)^{4k}} = \sqrt[4]{\frac{1}{1-\left(\frac{1}{\sqrt{n}(n+1)}\right)^4} - 1} =$

$= \sqrt[4]{\frac{1}{1-\left(\frac{1}{\sqrt{n}(n+1)}\right)^4} - 1} \to 0$ при $n \to \infty$

x^n сходящаяся последовательность

$x^n \to x$ в пространстве l^4, где $x = 0, 0, 0, 0 \dots$

фундаментальна x^n.