

Вариант 15

Задача 24

$$X = \left\{ \frac{k^5}{3^k} \right\}_{k=1}^{\infty}$$

$$\|X\|_{l^{\infty}} = \sup_{1 \leq k < \infty} |x_k|$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k^5}{3^k} = 0, \quad x_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow \sup \text{ не совпадает с пределом}$$

$$X' = \frac{5k^4 - \ln(3)k^5}{3^k}$$

$$5k^4 - \ln(3)k^5 = 0$$

$$k_1 = 0, \quad k_2 = \frac{5}{\ln 3} \approx 4.9$$

$$4 < k < 5$$

$$X_4 = \frac{1024}{81} = 12 \frac{51}{81} = 12,62963$$

$$12 \frac{209}{243} > 12 \frac{51}{81} \Rightarrow \sup_{1 \leq k < \infty} |x_k| = 12 \frac{209}{243}$$

$$X_5 = 12 \frac{209}{243} \approx 12,86008$$

$$\text{Ответ: } \|X\|_{l^{\infty}} = 12 \frac{209}{243}$$

Вариант 15 Задача 22

$$X = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{8}}, \frac{1}{\sqrt{16}}, 0, \frac{1}{\sqrt{64}}, \frac{1}{\sqrt{128}}, 0, \dots \right)$$

$$X \in B_1(0), \text{ если } \|X\|_{l^2} = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} x_k^2} < 1 \Rightarrow \text{н.е. } \sum_{k=1}^{\infty} x_k^2 < 1$$

Оценим сумму этого ряда с $k=1$

$$\frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} \Rightarrow \text{нет суммы больше 1} \Rightarrow X \notin B_1(0)$$

Ответ: $X \in B_1(0)$ в пространстве l^2 .