

Министерство цифрового развития, связи и  
массовых коммуникаций Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Сибирский государственный университет  
телекоммуникаций и информатики» (СибГУТИ)

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4**  
по дисциплине «**Моделирование**»

Выполнил:  
студент гр. ИС-142  
«\_\_» мая 2025 г.

\_\_\_\_\_ /Наумов А.А./

Проверил:  
преподаватель  
«\_\_» мая 2025 г.

\_\_\_\_\_ /Уженцева А.В./

Оценка « \_\_\_\_\_ »

Новосибирск 2025

## ВВЕДЕНИЕ

В данной работе разработана программа для анализа выборок из массива чисел и построения **частотных матриц включения**. Основная цель исследования — изучить, как различные критерии выборки (например, числа, кратные 5, простые числа и случайная выборка) **влияют на структуру выборки** и ее представление в виде частотной матрицы.

### Ключевые особенности реализации:

- Рассматриваются два вида выборки:
  - **С возвращением** (один и тот же элемент может быть выбран несколько раз).
  - **Без возвращения** (каждый элемент выбирается не более одного раза).
- Вместо бинарных матриц (0 и 1) строятся **частотные матрицы**, которые показывают, **сколько раз** каждый элемент был выбран.
- Для наглядности строятся **графики частотных матриц**, которые сохраняются в файлы.

## ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

### 1. Генерация исходного массива

Функция `generate_numbers(size)` создает массив целых чисел от 1 до `size` с использованием функции `np.arange(1, size + 1)`.

Цель: Обеспечить исходные данные для эксперимента. В тестовом примере используются два размера массива: 10 и 100 элементов.

### 2. Отбор элементов по заданным критериям

Из массива выбираются элементы, соответствующие заданным критериям:

1. Четные числа: отбираются элементы, удовлетворяющие условию  $x \% 2 == 0$ .
2. Числа, делящиеся на три: отбираются элементы, для которых  $x \% 3 == 0$ .
3. Квадратные числа: отбираются числа, являющиеся полными квадратами (проверка:  $\text{int}(\text{np.sqrt}(x))^2 == x$ )

### 3. Пример размещений элементов выборки

После формирования выборки для каждого критерия производится демонстрация двух типов размещений:

- **С возвращением:**

Функция `sample_with_replacement` случайным образом выбирает элемент из уже отобранной выборки, позволяя одному и тому же элементу появляться несколько раз.

- **Без возвращения:**

Функция `sample_without_replacement` выбирает элементы без повторов, используя `random.sample`. (seed варьируется случайно, чтобы результаты различались при каждом запуске)

#### 4. Формирование частотной матрицы

Функция `build_frequency_matrix` строит матрицу, где:

Строки: соответствуют позициям элементов выборки.

Столбцы: соответствуют индексам элементов исходного массива.

Ячейка  $[i, j]$ : содержит количество раз, когда элемент с индексом  $j$  выбран для позиции  $i$  за все проходы.

Полученная матрица отражает, сколько раз каждый элемент исходного массива был выбран в каждой позиции выборки за заданное число проходов.

## Выводы в консоль:

[illegible]

[illegible][illegible][illegible]

```
alexeynaumov@Lenovo-Legion-5:~/4course/model$ python3 4.py
```

Базовый массив (size=10): [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]

Выборка (5 элементов) по критерию: Четные числа  
[2, 4, 6, 8, 10]

Пример выборки с возвращением : [2, 6, 6, 4, 2]

Частотная матрица

0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Пример выборки без возвращения: [10, 4, 8, 6, 2]

Частотная матрица ( ):

0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Выборка (3 элементов) по критерию: Делятся на три  
[3, 6, 9]

Пример выборки с возвращением : [9, 3, 3]

Частотная матрица

0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

Пример выборки без возвращения: [6, 9, 3]

Частотная матрица ( ):

0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0



```
Пример выборки без возвращения: [10, 44, 46, 8, 28]
Частотная матрица ():
```

[illegible]

```
alexeynaumov@Lenovo-Legion-5:~/4course/model$ python3 4.py
```

```
Базовый массив (size=10): [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]
```

Выборка (5 элементов) по критерию: Четные числа  
[2, 4, 6, 8, 10]

Пример выборки с возвращением : [8, 4, 8, 4]

### Частотная матрица

0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0

Пример выборки без возвращения: [8, 6, 10, 2]

Частотная матрица ( ):

0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Выборка (3 элементов) по критерию: Делятся на три  
[3, 6, 9]

Пример выборки с возвращением : [9, 3, 6]

### Частотная матрица

0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0

Пример выборки без возвращения: [3, 6, 9]

Частотная матрица ( ):

```
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
0 0 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 1 0
```

Выборка (3 элементов) по критерию: Квадратные числа  
[1, 4, 9]

Пример выборки с возвращением : [9, 4, 1]

### Частотная матрица

0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Пример выборки без возвращения: [1, 4, 9]

Частотная матрица ( ):

0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Базовый массив (size=30): [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30]

Выборка (15 элементов) по критерию: Четные числа

```
[2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30]
```

Пример выборки с возвращением : [14, 14, 16, 6]

### Частотная матрица

Пример выборки без возвращения: [4, 22, 20, 2]

Частотная матрица ( ):

Выборка (10 элементов) по критерию: Делятся на три

```
[3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30]
```

Пример выборки с возвращением : [9, 30, 12, 12]

Частотная матрица

Пример выборки без возвращения: [9, 24, 15, 21]

Частотная матрица ( ):

Выборка (5 элементов) по критерию: Квадратные числа

[1, 4, 9, 16, 25]

Пример выборки с возвращением : [16, 16, 4, 25]

Частотная матрица

Пример выборки без возвращения: [25, 16, 1, 9]

Частотная матрица ( ):

Теперь запустим выборку несколько раз:



alexeynaumov@Lenovo-Legion-5:~/4course/model\$ python3 4.py

Базовый массив (size=10): [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]

Выборка (5 элементов) по критерию: Четные числа  
[2, 4, 6, 8, 10]

Пример выборки с возвращением: [2, 6, 10, 6, 2]

Частотная матрица выборки с возвращением с 10 запусками:

0	1	0	2	0	2	0	1	0	4
0	3	0	2	0	0	0	3	0	2
0	3	0	4	0	3	0	0	0	0
0	0	0	3	0	2	0	2	0	3
0	0	0	2	0	3	0	1	0	4

Пример выборки без возвращения: [4, 10, 6, 2, 8]

Частотная матрица выборки без возвращения с 10 запусками:

0	0	0	0	0	5	0	1	0	4
0	2	0	3	0	1	0	3	0	1
0	3	0	4	0	1	0	1	0	1
0	3	0	1	0	2	0	2	0	2
0	2	0	2	0	1	0	3	0	2

Выборка (3 элементов) по критерию: Делятся на три  
[3, 6, 9]

Пример выборки с возвращением: [6, 9, 6]

Частотная матрица выборки с возвращением с 10 запусками:

0	0	4	0	0	4	0	0	2	0
0	0	3	0	0	4	0	0	3	0
0	0	4	0	0	3	0	0	3	0

Пример выборки без возвращения: [3, 6, 9]

Частотная матрица выборки без возвращения с 10 запусками:

0	0	3	0	0	3	0	0	4	0
0	0	7	0	0	3	0	0	0	0
0	0	0	0	0	4	0	0	6	0

Выборка (3 элементов) по критерию: Квадратные числа  
[1, 4, 9]

Пример выборки с возвращением: [1, 1, 1]

Частотная матрица выборки с возвращением с 10 запусками:

5	0	0	1	0	0	0	0	4	0
3	0	0	6	0	0	0	0	1	0
4	0	0	4	0	0	0	0	2	0

Пример выборки без возвращения: [9, 1, 4]

Частотная матрица выборки без возвращения с 10 запусками:

2	0	0	1	0	0	0	0	7	0
3	0	0	5	0	0	0	0	2	0
5	0	0	4	0	0	0	0	1	0

Выборка (25 элементов) по критерию: Четные числа  
[2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50]

Частотная матрица выборки с возвращением с 10 запусками:

Частотная матрица выборки без возвращения с 10 запусками:

Выборка (16 элементов) по критерию: Делятся на три  
[3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48]

Частотная матрица выборки с возвращением с 10 запусками:

Частотная матрица выборки без возвращения с 10 запусками:

Выборка (7 элементов) по критерию: Квадратные числа  
[1, 4, 9, 16, 25, 36, 49]

[illegible][illegible]

```
alexeynaumov@Lenovo-Legion-5:~/4course/model$ python3 4.py
```

```
Базовый массив (size=30): [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30]
```

Выборка (15 элементов) по критерию: Четные числа  
[2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30]

Пример выборки с возвращением: [2, 30, 26, 22, 10, 28, 8, 16, 18, 14]

Частотная матрица выборки с возвращением с 30 запусками:

0	0	0	3	0	1	0	1	0	4	0	4	0	1	0	1	0	2	2	0	0	0	0	3	0	5	0	1	0	4
0	1	0	4	0	0	0	2	0	0	0	4	0	1	0	0	0	7	0	1	0	1	0	4	0	0	0	2	0	3
0	4	0	2	0	2	0	3	0	2	0	1	0	2	0	1	0	0	0	3	0	1	0	5	0	3	0	1	0	0
0	1	0	1	0	3	0	2	0	2	0	1	0	0	0	2	0	4	0	3	0	1	0	2	0	3	0	1	0	4
0	4	0	2	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	2	0	0	0	9	0	1	0	2	0	3	0	2	0	1
0	0	0	2	0	0	0	2	0	2	0	1	0	3	0	3	0	4	0	2	0	3	0	1	0	2	0	2	0	3
0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	5	0	5	0	2	0	4	0	1	0	2	0	1	0	0	0	4	0	2
0	3	0	2	0	2	0	2	0	4	0	1	0	2	0	5	0	0	0	2	0	1	0	1	0	1	0	2	0	2
0	3	0	2	0	0	0	3	0	1	0	3	0	1	0	1	0	1	0	3	0	1	0	3	0	2	0	1	0	3
0	0	0	2	0	1	0	2	0	2	0	1	0	2	0	3	0	2	0	3	0	5	0	3	0	1	0	1	0	2

Пример выборки без возвращения: [22, 28, 2, 12, 24, 26, 4, 18, 6, 16]

Частотная матрица выборки без возвращения с 30 запусками:

0	2	0	1	0	2	0	2	0	4	0	2	0	1	0	2	0	6	0	1	0	1	0	4	0	0	0	1		
0	4	0	2	0	1	0	2	0	1	0	1	0	3	0	2	0	2	0	2	0	4	0	1	0	0	0	2	0	3
0	3	0	2	0	1	0	3	0	1	0	2	0	1	0	1	0	2	0	2	0	3	0	3	0	0	0	2	0	4
0	1	0	2	0	1	0	4	0	0	0	2	0	5	0	0	0	2	0	3	0	2	0	1	0	3	0	1	0	3
0	0	0	3	0	3	0	1	0	3	0	2	0	0	0	2	0	1	0	3	0	3	0	2	0	1	0	3	0	3
0	3	0	2	0	5	0	1	0	0	0	3	0	0	0	2	0	3	0	2	0	1	0	2	0	4	0	0	0	2
0	1	0	2	0	1	0	0	0	4	0	2	0	1	0	2	0	1	0	3	0	3	0	3	0	4	0	2	0	1
0	3	0	3	0	3	0	1	0	1	0	0	0	4	0	3	0	1	0	1	0	0	0	1	0	2	0	6	0	1
0	1	0	1	0	1	0	5	0	3	0	2	0	2	0	3	0	1	0	2	0	3	0	1	0	2	0	1	0	2
0	1	0	2	0	2	0	2	0	3	0	2	0	3	0	4	0	3	0	1	0	0	0	4	0	2	0	0	0	0

Выборка (10 элементов) по критерию: Делятся на три  
[3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30]

Пример выборки с возвращением: [9, 15, 3, 9, 12, 3, 18, 18, 30, 27]

Частотная матрица выборки с возвращением с 30 запусками:

0	0	3	0	0	1	0	0	5	0	0	6	0	0	2	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	4	0	0	6
0	0	5	0	0	2	0	0	1	0	0	3	0	0	1	0	0	5	0	0	2	0	0	0	0	0	6	0	0	5
0	0	4	0	0	5	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	4	0	0	0	0	0	5	0	0	5	0	0	5
0	0	5	0	0	2	0	0	1	0	0	4	0	0	2	0	0	1	0	0	5	0	0	2	0	0	3	0	0	5
0	0	3	0	0	6	0	0	1	0	0	1	0	0	6	0	0	7	0	0	2	0	0	2	0	0	2	0	0	0
0	0	2	0	0	3	0	0	3	0	0	5	0	0	4	0	0	3	0	0	3	0	0	3	0	0	1	0	0	3
0	0	4	0	0	1	0	0	0	0	0	4	0	0	3	0	0	2	0	0	5	0	0	2	0	0	5	0	0	4
0	0	2	0	0	7	0	0	2	0	0	4	0	0	0	0	0	4	0	0	2	0	0	4	0	0	1	0	0	4
0	0	7	0	0	1	0	0	3	0	0	2	0	0	1	0	0	2	0	0	2	0	0	2	0	0	4	0	0	6
0	0	2	0	0	2	0	0	1	0	0	3	0	0	3	0	0	3	0	0	2	0	0	3	0	0	6	0	0	5

Пример выборки без возвращения: [12, 6, 18, 15, 21, 27, 24, 30, 3, 9]

Частотная матрица выборки без возвращения с 30 запусками:

0	0	3	0	0	2	0	0	4	0	0	5	0	0	3	0	0	0	0	0	2	0	0	6	0	0	2	0	0	3
0	0	3	0	0	1	0	0	4	0	0	3	0	0	2	0	0	4	0	0	2	0	0	4	0	0	4	0	0	3
0	0	4	0	0	5	0	0	4	0	0	2	0	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	2	0	0	1	0	0	2
0	0	5	0	0	3	0	0	2	0	0	3	0	0	2	0	0	3	0	0	5	0	0	3	0	0	2	0	0	2
0	0	4	0	0	4	0	0	3	0	0	6	0	0	3	0	0	2	0	0	1	0	0	2	0	0	1	0	0	4
0	0	1	0	0	7	0	0	4	0	0	2	0	0	1	0	0	2	0	0	3	0	0	2	0	0	2	0	0	6
0	0	5	0	0	2	0	0	3	0	0	2	0	0	2	0	0	1	0	0	2	0	0	4	0	0	6	0	0	3
0	0	2	0	0	2	0	0	2	0	0	3	0	0	3	0	0	7	0	0	2	0	0	3	0	0	2	0	0	4
0	0	0	0	0	2	0	0	3	0	0	1	0	0	3	0	0	5	0	0	7	0	0	1	0	0	5	0	0	3
0	0	3	0	0	2	0	0	1	0	0	3	0	0	6	0	0	6	0	0	1	0	0	3	0	0	5	0	0	0

Выборка (5 элементов) по критерию: Квадратные числа  
[1, 4, 9, 16, 25]

Пример выборки с возвращением: [4, 16, 4, 25, 16]

Частотная матрица выборки с возвращением с 30 запусками:

7	0	0	7	0	0	0	0	6	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0
5	0	0	6	0	0	0	0	6	0	0	0	0	0	0	11	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
4	0	0	8	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	0	0	0	0
5	0	0	4	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0

Пример выборки без возвращения: [1, 25, 4, 9, 16]

Частотная матрица выборки без возвращения с 30 запусками:

6	0	0	12	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0
10	0	0	1	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0
5	0	0	3	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0
5	0	0	9	0	0	0	0	6	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0
4	0	0	5	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0



Базовый массив (size=60): [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60]

Выборка (30 элементов) по критерию: Четные числа  
[2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56, 58, 60]

Пример выборки с возвращением: [40, 24, 54, 44, 36, 10, 28, 12, 4, 60]  
Частотная матрица выборки с возвращением с 30 запусками:  
0 2 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 3 0 1 0 2 0 0 0 0 2 0 0 0 0 1 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 2 0 3 0 0 0 1 0 0 0 1 0 2 0 0  
0 2 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 2 0 2 0 2 0 0 0 3 0 0 0 0 0 2 0 1 0 0 0 1 0 1 0 1 0 1 0 0 0 2 0 2 0 0 0 2 0 0 0 0  
0 2 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 2 0 2 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 2 0 2 0 2 0 0 0 1 0 2 0 1 0 0 0 2 0 0 0 0 3 0 0  
0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 2 0 3 0 1 0 2 0 0 0 0 3 0 2 0 2 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1  
0 1 0 1 0 1 0 1 0 2 0 1 0 1 0 2 0 2 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 2 0 2 0 1 0 1 0 2 0 1 0 0 0 0 0 0 3 0 1 0 0 0 1  
0 0 0 2 0 0 0 0 2 0 2 0 1 0 0 0 1 0 1 0 1 0 3 0 1 0 2 0 0 0 1 0 3 0 1 0 0 0 2 0 0 0 1 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0  
0 1 0 2 0 0 0 1 0 0 0 2 0 1 0 0 0 1 0 3 0 1 0 1 0 2 0 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 3 0 3 0 1 0 0 0 0 0  
0 1 0 0 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 3 0 1 0 1 0 0 0 1 0 3 0 1 0 2 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 2 0 1 0 1 0 2 0 0 0 0 2 0 0 0 1 0 1 0 1  
0 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 4 0 1 0 0 0 1 0 0 0 2 0 0 0 0 1 0 0 0 0 2 0 2 0 1 0 0 0 1 0 2 0 2 0 0 0 0 1 0 3  
0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 2 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 2 0 1 0 1 0 0 0 2 0 3 0 0 0 1 0 0 0 2 0 1 0 1 0 1 0 0 0 1 0 3

Пример выборки без возвращения: [44, 10, 50, 34, 26, 32, 28, 16, 54, 20]  
Частотная матрица выборки без возвращения с 30 запусками:  
0 1 0 1 0 0 0 0 3 0 1 0 2 0 1 0 0 0 1 0 1 0 2 0 1 0 0 0 3 0 0 0 0 1 0 2 0 3 0 0 0 0 2 0 1 0 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0  
0 0 0 4 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 2 0 0 0 0 0 1 0 3 0 1 0 2 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 2 0 1 0 2 0 0  
0 4 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 3 0 2 0 0 0 0 3 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 2 0 1 0 0 0 0 0 0 2 0 2 0 0 1 0 1 0 3  
0 0 0 1 0 1 0 0 0 2 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 1 0 2 0 0 0 0 1 0 4 0 0 0 0 0 0 1 0 2 0 0 1 0 0 0 4 0 2 0 1 0 1 0 0  
0 0 0 0 0 1 0 3 0 0 0 4 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 3 0 1 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 2 0 2 0 0 0 1 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 3  
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 2 0 0 0 1 0 5 0 0 0 2 0 0 0 0 2 0 2 0 0 0 0 1 0 2 0 0 0 1 0 2 0 1 0 0 0 1 0 0 0 2 0 2  
0 0 0 0 0 1 0 2 0 1 0 2 0 1 0 3 0 2 0 2 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 3 0 1 0 0 0 3 0 2 0 0 0 2 0 1 0 1 0 1 0 1 0 0  
0 1 0 0 0 0 0 2 0 0 0 2 0 1 0 2 0 2 0 0 0 2 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 1 0 2 0 0 0 1 0 0 0 0 2 0 0 0 0 3 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 2  
0 1 0 3 0 0 0 1 0 1 0 0 0 2 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 1 0 5 0 0 0 2 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 2 0 1  
0 2 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 1 0 2 0 1 0 3 0 1 0 0 0 0 1 0 2 0 3 0 1 0 2 0 3 0 1 0 2 0 2

Выборка (20 элементов) по критерию: Делятся на три  
[3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60]

Пример выборки с возвращением: [6, 24, 3, 54, 18, 12, 21, 15, 45, 6]  
Частотная матрица выборки с возвращением с 30 запусками:  
0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 5 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 2 0 0 2 0 0 3 0 0 0 4 0 0 1 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 2  
0 0 1 0 0 5 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 3 0 0 1 0 0 0 0 0 5 0 0 3 0 0 0 0 0 1 0 0 2 0 0 1  
0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 2 0 0 3 0 0 2 0 0 2 0 0 3 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 2 0 0 1  
0 0 2 0 0 2 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 5 0 0 1 0 0 2 0 0 2 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 4 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2  
0 0 1 0 0 4 0 0 3 0 0 0 0 2 0 0 3 0 0 2 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 3 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1  
0 0 1 0 0 3 0 0 2 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 4 0 0 1 0 0 3 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 4 0 0 0  
0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 2 0 0 3 0 0 3 0 0 1 0 0 1 0 0 2 0 0 2 0 0 3 0 0 2 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 2  
0 0 1 0 0 3 0 0 0 0 0 3 0 0 3 0 0 0 0 0 2 0 0 1 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 2 0 0 2 0 0 1 0 0 0 0 0 2 0 4  
0 0 2 0 0 1 0 0 1 0 0 2 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 3 0 0 2 0 0 2 0 0 3 0 0 2 0 0 4 0 0 2 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0  
0 0 3 0 0 2 0 0 1 0 0 0 0 0 3 0 0 1 0 0 0 0 0 3 0 0 3 0 0 1 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 3 0 0 1 0 0 1 0 0 3

Пример выборки без возвращения: [18, 42, 15, 6, 60, 54, 45, 51, 24, 21]  
Частотная матрица выборки без возвращения с 30 запусками:  
0 0 1 0 0 0 0 0 3 0 0 2 0 0 3 0 0 0 0 0 0 1 0 0 3 0 0 0 0 0 3 0 0 3 0 0 2 0 0 1 0 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 1 0 0 2  
0 0 1 0 0 2 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 0 0 2 0 0 1 0 0 3 0 0 1 0 0 4 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 2 0 0 3  
0 0 0 0 3 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 6 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 3 0 0 2 0 0 1 0 0 3 0 0 2 0 0 2 0 0 0 2  
0 0 1 0 0 3 0 0 2 0 0 1 0 0 1 0 0 4 0 3 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 3 0 0 0 0 0 1 0 0 2 0 0 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 0 0  
0 0 1 0 0 2 0 0 2 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 3 0 0 1 0 0 3 0 0 2 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 1  
0 0 0 0 0 2 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 3 0 0 1 0 0 2 0 0 4 0 0 2 0 0 2 0 0 2 0 0 0 0 0 3 0 0 5 0 0 1 0 0 0  
0 0 1 0 0 1 0 0 2 0 0 2 0 0 2 0 0 3 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 2 0 0 3 0 0 3 0 0 2 0 0 0 0 1 0 0 3 0 0 1 0 0 1  
0 0 2 0 0 4 0 0 4 0 0 0 0 0 2 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 3 0 0 1 0 0 0 0 0 0  
0 0 3 0 0 1 0 0 1 0 0 2 0 0 3 0 0 0 0 0 1 0 0 3 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 3 0 0 2 0 0 3 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 3  
0 0 2 0 0 0 0 0 2 0 0 4 0 0 2 0 0 0 0 0 4 0 0 1 0 0 4 0 0 1 0 0 1 0 0 2 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 1 0 0 2 0 0 1 0 0 1 0 0 0

Выборка (7 элементов) по критерию: Квадратные числа  
[1, 4, 9, 16, 25, 36, 49]

Пример выборки с возвращением: [1, 36, 1, 9, 4, 1, 1]  
Частотная матрица выборки с возвращением с 30 запусками:  
4 0 0 4 0 0 0 0 5 0 0 0 0 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
4 0 0 1 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
3 0 0 5 0 0 0 0 8 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0  
1 0 0 3 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 8 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
4 0 0 4 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 9 0 0 0 0 0 0 0 0  
3 0 0 6 0 0 0 0 6 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0  
7 0 0 4 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Пример выборки без возвращения: [16, 1, 36, 25, 4, 9, 49]  
Частотная матрица выборки без возвращения с 30 запусками:  
3 0 0 4 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0  
5 0 0 6 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 10 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0  
7 0 0 3 0 0 0 0 5 0 0 0 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
6 0 0 6 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
4 0 0 4 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 9 0 0 0 0 0 0 0 0  
5 0 0 4 0 0 0 0 7 0 0 0 0 0 4 0 8 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0  
0 0 0 3 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0



Базовый массив (size=10): [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]

Выборка (5 элементов) по критерию: Четные числа  
[2, 4, 6, 8, 10]

Пример выборки с возвращением: [10, 4, 6]

Частотная матрица выборки с возвращением с 10 запусками:

0	3	0	2	0	2	0	0	0	3
0	4	0	2	0	0	0	1	0	3
0	1	0	1	0	2	0	5	0	1

Пример выборки без возвращения: [4, 2, 6]

Частотная матрица выборки без возвращения с 10 запусками:

0	4	0	1	0	0	0	2	0	3
0	1	0	1	0	3	0	1	0	4
0	1	0	3	0	4	0	2	0	0

Выборка (3 элементов) по критерию: Делятся на три  
[3, 6, 9]

Пример выборки с возвращением: [9, 6, 6]

Частотная матрица выборки с возвращением с 10 запусками:

0	0	6	0	0	1	0	0	3	0
0	0	0	0	0	3	0	0	7	0
0	0	3	0	0	5	0	0	2	0

Пример выборки без возвращения: [9, 6, 3]

Частотная матрица выборки без возвращения с 10 запусками:

0	0	4	0	0	2	0	0	4	0
0	0	3	0	0	4	0	0	3	0
0	0	3	0	0	4	0	0	3	0

Выборка (3 элементов) по критерию: Квадратные числа  
[1, 4, 9]

Пример выборки с возвращением: [9, 9, 4]  
Частотная матрица выборки с возвращением с 10 запусками:  
3 0 0 3 0 0 0 0 4 0  
6 0 0 2 0 0 0 0 2 0  
2 0 0 2 0 0 0 0 6 0

Пример выборки без возвращения: [4, 1, 9]  
Частотная матрица выборки без возвращения с 10 запусками:  
3 0 0 3 0 0 0 0 4 0  
3 0 0 3 0 0 0 0 4 0  
4 0 0 4 0 0 0 0 2 0

Базовый массив (size=30): [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30]

Выборка (15 элементов) по критерию: Четные числа  
[2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30]

Пример выборки с возвращением: [20, 24, 8]  
Частотная матрица выборки с возвращением с 10 запусками:  
0 1 0 0 0 2 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2  
0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 2 0 1 0 1 0 0 0 0 2 0 1  
0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 3 0 1 0 2 0 1 0 0

Пример выборки без возвращения: [4, 2, 26]  
Частотная матрица выборки без возвращения с 10 запусками:  
0 0 0 1 0 1 0 0 0 1 0 2 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 2 0 1  
0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 2 0 1  
0 2 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 2 0 0 0 0 1 0 1 0 2 0 0 0 0 0 0

Выборка (10 элементов) по критерию: Делятся на три  
[3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30]

Пример выборки с возвращением: [30, 24, 18]  
Частотная матрица выборки с возвращением с 10 запусками:  
0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 2 0 0 2 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 1  
0 0 0 0 0 3 0 0 3 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0  
0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0 1

Пример выборки без возвращения: [27, 24, 12]  
Частотная матрица выборки без возвращения с 10 запусками:  
0 0 1 0 0 0 0 0 3 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 2  
0 0 1 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 1 0 0 2 0 0 2 0 0 0 0  
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 1 0 0 1 0 0 3 0 0 1 0 0 0

Выборка (5 элементов) по критерию: Квадратные числа  
[1, 4, 9, 16, 25]

Пример выборки с возвращением: [1, 1, 25]  
Частотная матрица выборки с возвращением с 10 запусками:  
3 0 0 3 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
0 0 0 4 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0  
2 0 0 1 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0

Пример выборки без возвращения: [4, 16, 25]  
Частотная матрица выборки без возвращения с 10 запусками:  
1 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0  
3 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0  
2 0 0 3 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате работы разработана программа для анализа выборок из числовых массивов и построения частотных матриц включения.

Программа демонстрирует, как с помощью простых функций можно:

- Сгенерировать исходные данные.
- Произвести отбор элементов по заданным условиям.
- Проанализировать результаты случайного выбора с помощью построения частотных матриц включения.

Такой подход позволяет глубже понять, как различные методы случайной выборки влияют на распределение данных и может быть использован для дальнейшего анализа и визуализации статистических характеристик выборок.

## Приложение.

### Листинг программы

```
import numpy as np

def generate_sequence(n):
    return np.arange(1, n + 1)

def draw_sample_replacement(data, count, replace = True, seed=None):
    if seed is not None:
        np.random.seed(seed)
    return [int(x) for x in np.random.choice(data, size=count, replace=replace)]

def build_freq_matrix(base_seq, sample, iterations=3, use_seed=True):
    n = len(sample)
    m = len(base_seq)
    freq_mat = np.zeros((n, m), dtype=int)

    base_int = [int(x) for x in base_seq]
    index_map = {val: idx for idx, val in enumerate(base_int)}

    for _ in range(iterations):
        seed_val = np.random.randint(0, 10000) if use_seed else None
        drawn = draw_sample_replacement(sample, count=n, seed=seed_val)
        for pos, val in enumerate(drawn):
            freq_mat[pos, index_map[val]] += 1
    return freq_mat

def print_matrix(matrix):
    for row in matrix:
        print(" ".join(f"{int(val):2d}" for val in row))

# Определяем критерии фильтрации
def is_even(x):
    return x % 2 == 0

def divisible_by_three(x):
    return x % 3 == 0

def is_perfect_square(x):
    return int(np.sqrt(x)) ** 2 == x

import numpy as np

def generate_sequence(n):
```

```

    return np.arange(1, n + 1)

def draw_sample_replacement(data, count, replace = True, seed=None):
    if seed is not None:
        np.random.seed(seed)
    return [int(x) for x in np.random.choice(data, size=count, replace=replace)]

def build_freq_matrix(base_seq, sample, iterations=3, use_seed=True):
    n = len(sample)
    m = len(base_seq)
    freq_mat = np.zeros((n, m), dtype=int)

    base_int = [int(x) for x in base_seq]
    index_map = {val: idx for idx, val in enumerate(base_int)}

    for _ in range(iterations):
        seed_val = np.random.randint(0, 10000) if use_seed else None
        # Указываем replace=False для выборки без возвращения
        drawn = draw_sample_replacement(sample, count=n, replace=False, seed=seed_val)
        for pos, val in enumerate(drawn):
            freq_mat[pos, index_map[val]] += 1
    return freq_mat

def print_matrix(matrix):
    for row in matrix:
        print(" ".join(f"{int(val):2d}" for val in row))

# Определяем критерии фильтрации
def is_even(x):
    return x % 2 == 0

def divisible_by_three(x):
    return x % 3 == 0

def is_perfect_square(x):
    return int(np.sqrt(x)) ** 2 == x

def main():
    sizes = [10, 30]
    criteria = [
        ("Четные числа", is_even),
        ("Делятся на три", divisible_by_three),
        ("Квадратные числа", is_perfect_square)
    ]

    for size in sizes:
        base = generate_sequence(size)
        base_list = [int(x) for x in base.tolist()]
        print(f"\nБазовый массив (size={size}): {base_list}")

        for crit_name, crit_func in criteria:
            filtered = [int(x) for x in base if crit_func(x)]
            print(f"\nВыборка ({len(filtered)} элементов) по критерию: {crit_name}")
            print(filtered)

            if not filtered:
                print(f"Нет элементов, удовлетворяющих критерию '{crit_name}'.")
                continue

            demo_count = min(len(filtered), 4)

            sample_rep = draw_sample_replacement(filtered, count=demo_count)
            print("\nПример выборки с возвращением :", sample_rep)

            freq_matrix_single = build_freq_matrix(base, sample_rep, iterations=1,
            use_seed=True)
            print("Частотная матрица ")
            print_matrix(freq_matrix_single)

            sample_no_rep = draw_sample_replacement(filtered, count=demo_count, replace =
            False)
            print("\nПример выборки без возвращения:", sample_no_rep)

            freq_matrix_multi = build_freq_matrix(base, sample_no_rep, iterations=1,
            use_seed=True)

```



```
        print("Частотная матрица ():")
        print_matrix(freq_matrix_multi)

if __name__ == "__main__":
    main()
```