

Exercice corrigé

Déterminer le tableau de variation de la fonction suivante :

$$f(x) = -8x^3 + 3x^2 + 9x + 4$$

On commence par déterminer la dérivée de notre fonction. Dans notre cas la dérivée s'écrit :

$$f'(x) = -24x^2 + 6x + 9$$

L'étape suivante consiste à déterminer quand la dérivée s'annule, c'est à dire résoudre l'équation :

$$f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -24x^2 + 6x + 9 = 0$$

Dans notre cas, $f'(x)$ est un polynôme de degré 2 donc on calcule le Δ :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Leftrightarrow \Delta = (6)^2 - 4 \times (-24) \times (9)$$

$$\Leftrightarrow \Delta = 900$$

$$\Leftrightarrow \Delta > 0$$

On a donc deux solutions à l'équation $f'(x) = 0$. Déterminons à présent ces deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = \frac{-(6) - \sqrt{900}}{2 \times (-24)}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = 0.75$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x_2 = \frac{-(6) + \sqrt{900}}{2 \times (-24)}$$

$$\Leftrightarrow x_2 = -0.5$$

On calcule les valeurs prises par la fonction en x_1 et x_2 :

$$f(x_1) = -8x_1^3 + 3x_1^2 + 9x_1 + 4$$

$$\Leftrightarrow f(0.75) = -8(0.75)^3 + 3(0.75)^2 + 9(0.75) + 4$$

$$\Leftrightarrow f(0.75) = 9.0625$$

$$f(x_2) = -8x_2^3 + 3x_2^2 + 9x_2 + 4$$

$$\Leftrightarrow f(-0.5) = -8(-0.5)^3 + 3(-0.5)^2 + 9(-0.5) + 4$$

$$\Leftrightarrow f(-0.5) = 1.25$$

On obtient le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	-0.5	0.75	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	1.25	9.062	$-\infty$	

Tableau de variation de la fonction $f(x)$:

