

Modèle de Cox-Ross-Rubinstein

Journal de bord

Alexis VO

Université Paris-Saclay
École polytechnique

3 juin 2025

Table des matières

1	Jour 1, développement d'un outil de gestion de portefeuille avec options	3
1.1	Objectifs de la journée	3
1.2	Architecture du projet	3
1.3	Exemples Modules implémentés	4
1.3.1	options.py	4
1.3.2	option_factory.py	4
1.3.3	binomial_model.py	4
1.4	À suivre...	4
1.5	Conclusion	4
2	Jour 2, CRR et Black-Scholes	5
2.1	Objectifs de la journée	5
2.2	Travail réalisé	5
2.3	À suivre...	5
2.4	Conclusion	5
3	Jour N, ...	6
3.1	Objectifs de la journée	6
3.2	6
3.3	À suivre...	6
3.4	Conclusion	6

1 Jour 1, développement d'un outil de gestion de portefeuille avec options

La matinée a été consacrée à :

- la compréhension du modèle de Cox-Ross-Rubinstein (CRR).
- la mise en place d'une structure de projet.

L'après-midi a été consacrée à :

- la création d'une application interactive avec Streamlit.
- l'implémentation de la valorisation des options européennes et américaines.

La préparation du stage a permis de poser les bases nécessaires pour débiter efficacement.

1.1 Objectifs de la journée

Créer une application interactive pour :

- Valoriser des options européennes et américaines
- Simuler la réplication dynamique
- Intégrer une interface utilisateur avec Streamlit

1.2 Architecture du projet

Paradigme de développement : **Programmation Orientée Objet**.

```
portfolio-pricing-system/  
|-- app.py  
|-- main.py  
|-- core/  
|   |-- options.py  
|   |-- option_factory.py  
|-- models/  
|   |-- binomial_model.py  
|   |-- black_scholes.py  
|-- portfolio/  
|   |-- hedging.py  
|   |-- portfolio.py  
|   |-- replication.py  
|-- tests/  
|   |-- test_binomial_model.py  
|-- utils/  
|   |-- visualization.py
```

1.3 Exemples Modules implémentés

1.3.1 options.py

Contient les classes pour les différentes options :

- `Option`, classe de base
- `EuropeanCallOption`, `EuropeanPutOption`
- `AmericanCallOption`, `AmericanPutOption`

Chaque classe hérite d'`Option` et implémente `payoff()` ainsi que le flag `is_american`.

1.3.2 option_factory.py

Implémente un `OptionFactory` qui permet d'instancier dynamiquement des options à partir d'un nom chaîne de caractères, comme `european_call`.

1.3.3 binomial_model.py

Contient la fonction `binomial_option_pricing` :

- Construction de l'arbre des prix
- Backward induction pour valoriser l'option
- Prise en compte de l'exercice anticipé pour les options américaines

1.4 À suivre...

- Intégration de la visualisation du portefeuille (`matplotlib` ou `plotly`)
- Affichage de l'arbre binomial ou de la stratégie de couverture
- Élargissement à un portefeuille multi-options
- Ajout d'un module d'export PDF ou Excel
- etc...

1.5 Conclusion

L'application est en place. L'architecture modulaire permettra une extension facile vers d'autres modèles de valorisation et vers une gestion de portefeuille plus complète.

2 Jour 2, CRR et Black-Scholes

La journée a été consacrée à la lecture des premiers chapitres du polycopié *Martingales pour la finance* et à la mise en place du TP1.1 - *Le modèle de CRR*.

2.1 Objectifs de la journée

- Lecture du polycopié *Martingales pour la finance*.
- Faire le TP1.1 - *Le modèle de CRR*.
- Continuer le développement de l'application interactive.

2.2 Travail réalisé

- Compréhension des concepts mathématiques tels que u_n, d_n, h_n, q , etc.
- Implémentation en Python des fonctions :
 - `Sn` pour les prix possibles de l'actif à une date donnée.
 - `Payoff` pour le profil de gain d'un call européen à maturité.
 - `Calln` pour le prix d'une option via l'évaluation backward.
 - `Deltan` pour le vecteur de couverture delta à chaque étape.
- Étude de la convergence : tracé de l'écart relatif entre CRR et Black-Scholes pour différents n .
- Rédaction d'un résumé en \LaTeX avec explications mathématiques, intuition des formules, et comparaison entre les deux modèles.

2.3 À suivre...

- Étendre l'étude à d'autres types d'options (put européen, option asiatique...).
- Intégrer une étude numérique de sensibilité aux paramètres σ, r, T (analyses dites « greeks »).
- Ajouter des cas pratiques et graphiques interactifs pour illustrer le comportement de la couverture dynamique.

2.4 Conclusion

Durant cette deuxième journée, j'ai pu implémenter l'intégralité du modèle binomial de Cox-Ross-Rubinstein. J'ai également pu vérifier sa cohérence avec la formule continue de Black-Scholes. La compréhension de la couverture dynamique - *delta hedging* - a été approfondie, et les outils numériques sont désormais en place pour explorer des cas plus complexes. Le lien entre les modèles discrets et continus a été mis en évidence à travers l'étude de la convergence.

3 Jour N, ...

3.1 Objectifs de la journée

— ...

— ...

— ...

3.2 ...

3.3 À suivre...

3.4 Conclusion