SIMULACIÓN MARTINGALA Y D'ALAMBERT

Abinal Facundo
Ing. en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional Rosario
Zeballos,1341
dennovaabinal@gmail.com

Bruschi Federico
Ing. en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional Rosario
Zeballos,1341
fedeJbruschi@gmail.com

Jeriha Alexis
Ing. en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional Rosario
Zeballos,1341
alexis.jeriha@gmail.com

Schirmer Julián
Ing. en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional Rosario
Zeballos,1341
julischirmer2@gmail.com

April 9, 2021

ABSTRACT

El siguiente documento tiene por objetivo analizar, poner en funcionamiento y deducir el nivel de eficacia de dos de las estrategias de apuestas más utilizadas en la ruleta francesa.

1 Introducción

La ruleta es un juego de azar típico de los casinos, cuyo nombre viene del término francés roulette, que significa rueda pequeña. Según los indicios, la creación de una ruleta y sus normas de juego, muy similares a las que conocemos hoy en día, se debe a Blaise Pascal, quien ideó una ruleta con 36 números (sin el cero), en la que se halla un extremado equilibrio en la posición en que está colocado cada número.

Este tipo de juegos, han sido analizados desde el campo de los procesos estocásticos debido a las probabilidades y comportamientos que manejan, por lo tanto en el presente articulo vamos a analizar el comportamiento bajo distintos supuestos, tanto de la estrategia conocida como la **Martingala** y la estrategia **D'Alembert** . De esta manera el lector va poder tener en claro los comportamientos que tiene la probabilidad de éxito en un juego de azar.

2 Estrategias desarrolladas

2.1 *La Martingala* (Martingale)

entro de las múltiples estrategias para juegos de azar, se han desarrollado algunos modelos matemáticos,esta es una de las más famosas, ya que no solo es utilizada en casinos , tanto online como presenciales, sino en apuestas y otros juegos de azar.

Esta estrategia de ruleta nació en Francia en el siglo XVIII y consiste en multiplicar sucesivamente en caso de pérdida una apuesta inicial determinada. En el momento de ganar la apuesta, el proceso se iniciaría de nuevo. De esta forma, se habrá logrado como beneficio la cantidad que pusimos como nuestra apuesta inicial cuando empezamos a jugar a la ruleta. Se utiliza en las apuestas sencillas como doble o nada: rojo-negro, par-impar, etc.

Lo podemos explicar más claramente con un ejemplo de juego:

Primer Paso: Apostamos 1 u.m a par. Si ganamos, repetimos el mismo paso. Si perdemos, vamos al siguiente paso.
Segundo Paso: Apostamos 2 u.m a par (el doble de la anterior). Si ganamos, volvemos al paso 1. Si perdemos, vamos al paso 3.
Tercer Paso: Apostamos 4 u.m a par (el doble del paso 2). De nuevo, si ganamos volvemos a empezar, y si perdemos, seguimos al paso 4.
Cuarto Paso: Apostamos 8 u.m a par (el doble del paso 2). Igual que en el paso anterior, si ganamos volvemos a empezar, y si perdemos, seguimos al paso 5.
Quinto Paso: Doblamos de nuevo la apuesta: 16 u.m. Tanto si se gana como si se pierde, se vuelve al paso 1. Si ganáramos en el último paso, las ganancias ascenderían a 16 u.m, mientras que las pérdidas sumarían 1+2+4+8 = 15 u.m. Habremos ganado 1 u.m, el equivalente a la apuesta inicial.

Aclaración: con u.m. nos referimos a unidades monetarias.

2.2 *D'Alembert*

ste método para ganar en ruleta se basa en la Ley de Equilibrio, desarrollada por el matemático francés del mismo nombre del siglo XVIII. Consiste en ir añadiendo una unidad de apuesta tras un fallo. Del mismo modo, se restará justo ese mismo montante en caso de acierto. Es una de las estrategias de ruleta europea o sistemas más usados en el casino y también es conocido bajo el nombre de sistema de la Pirámide. Es un sistema de apuestas para jugadores que quieran mantener un número de apuestas determinados y unas pérdidas al mínimo.

Esta estrategia también puede explicarse de manera más clara con un ejemplo de juego:

Primer Paso: Apostamos 1 u.m a par y perdemos. Pérdida: -1 u.m Neto: -1 u.m.
Segundo Paso: Añadimos una unidad. Apostamos 2 u.m y perdemos. Pérdida: -2 u.m Neto: (-1-2) =-3 u.m
Tercer Paso: Añadimos otra unidad. Apostamos 3 u.m y ganamos. Ganancia: +3 u.m Neto: (-1-2+3) = 0 u.m.
Cuarto Paso: Restamos una unidad. Apostamos 2 u.m y ganamos. Ganancia: +2 u.m Neto: (-1-2+3+2) =+2 u.m.
Quinto Paso: Bajamos la apuesta otra unidad. Apostamos 1 u.m y perdemos. Pérdida: -1 u.m Neto: (-1-2+3+2-1) = +1 u.m.

3 Realización del experimento

3.1 Metodología

Nuestros experimento va a consistir en simular el funcionamiento del plato de una ruleta, llevar adelante diversas apuestas/pruebas y registrar y graficar los resultados de las mismas. Para cada estrategia (La Martinlanga / D'Alambert), vamos a simular dos supuestos.

Primer supuesto: asumiremos que el apostador, siguiendo cualquiera de las estrategias mencionadas anteriormente, dispone de un capital infinito, esto implica que siempre va a tener la posibilidad de efectuar su siguiente apuesta a la seccion "par". En este caso, el análisis se centra en determinar si la estrategia en estudio otorga o no ganancias netas a corto/largo plazo, y la ocurrencia de esta.

Segundo supuesto: consistirá en que el apostador, utilizando la estrategia previamente seleccionada, va a disponer de un capital inicial finito y, siempre que su capital se lo permita, va a decidir apostar a la sección "par". Con esta limitante buscaremos definir, tras diversos análisis si esta estrategia nos brinda alguna probabilidad de ganancia a corto/largo plazo y cuanto es el valor de la misma, es decir, deteminar la cantidad de tiradas que hacen falta para quedarse sin capital o si, como popularmente se cree, genera un incremento en el capital a largo plazo.

3.2 Frecuencia Relativa

Aclaración para el lector - Las gráficas que mostraremos a continuación son independientes del método seleccionado, y el objeto de estudio de las mismas será ver si a mayor cantidad de experimentos, varía la frecuencia relativa de apuestas favorables o si tienden a llegar a un nivel punto de equilibrio. Por conocimientos previos, tenemos en claro que la frecuencia, en situaciones normales, debería equilibrarse en el punto $\frac{18}{37}$

A continuación realizaremos 3 simulaciones. En todas se procederá a analizar simultáneamente 3 réplicas, en las que siempre se apostará al par y lo único que se irá variando en cada gráfica va a ser la cantidad de tiradas, que representaremos con la letra **n**

El solapamiento de las gráficas nos permitirá reducir la influencia de las rachas, favorables o desfavorables, en el objeto de estudio y visualizar de una manera más clara las tendencias que de ellas surgen.

En la primer gráfica **n** asumirá un valor igual a 100. Se puede apreciar como en las primeras tiradas, la frecuencia relativa varía abruptamente debido a que las rachas influyen significativamente en la frecuencia, pero a medida aumenta el número de tiradas, la frecuencia comienza a oscilar más cerca de los valores esperados.

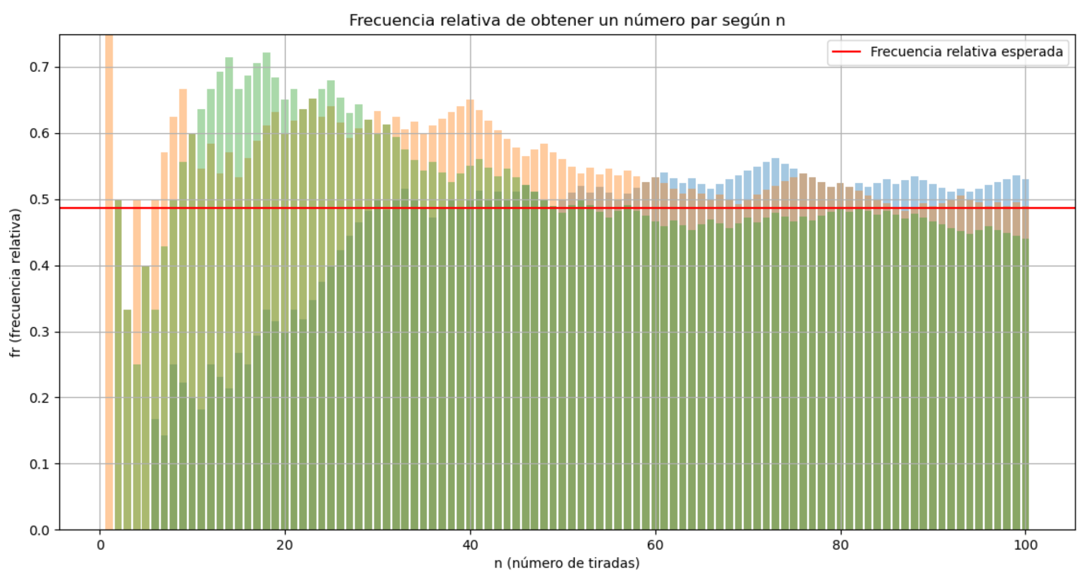

Figure 1: **Frecuencia Relativa:** 3 réplicas de 100 observaciones

Luego, en las otras dos gráficas esto se puede apreciar con mayor facilidad, ya que **n** ha asumido valores iguales a 500 y 1000 respectivamente, por lo que estas cantidades de tiradas resultan más significativas para nuestro estudio. Debido a esto, podemos determinar que a mayor cantidad de tiradas, nuestra frecuencia relativa se va situando cada vez más cerca del valor esperado.

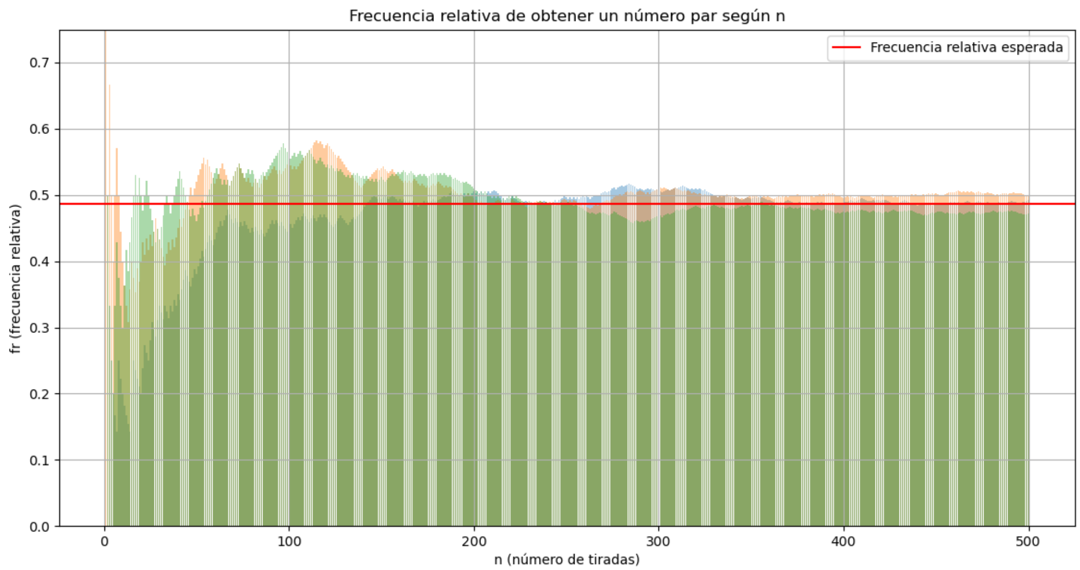

Figure 2: **Frecuencia Relativa:** 3 réplicas de 500 observaciones

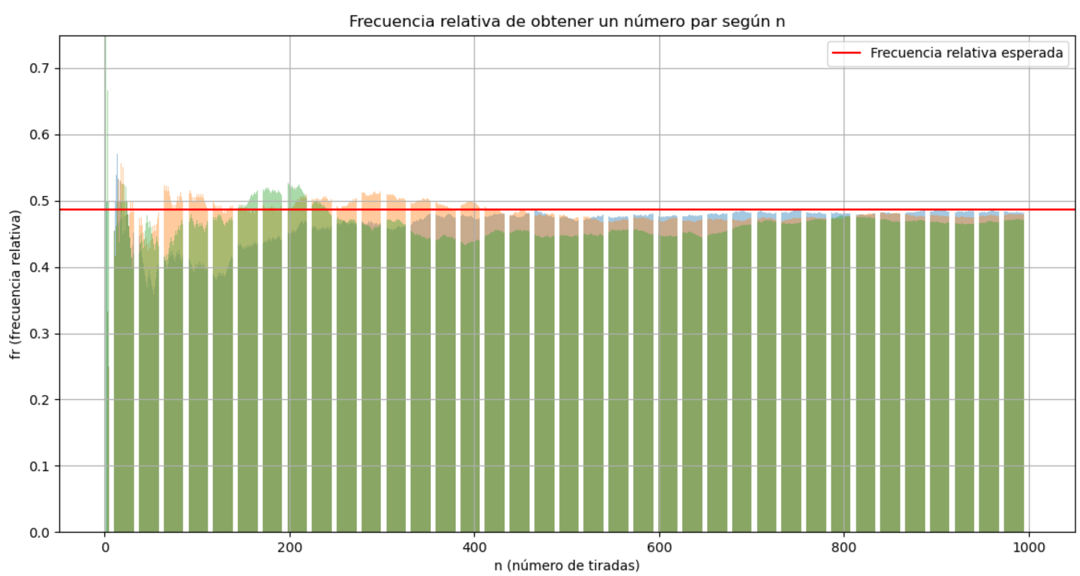

Figure 3: **Frecuencia Relativa:** 3 réplicas de 1000 observaciones

3.3 Estrategia de la Martingala

3.3.1 Capital ilimitado

En esta sección, nuestro apostador dispondrá de un capital infinito, por lo cual siempre va a contar con la posibilidad de duplicar su apuesta anterior, lo que haría que literalmente pueda jugar hasta cansarse. Entonces, hemos decidido acotar el numero de tiradas a **n** = 50 ya que consideramos que al graficarlo se podría apreciar con claridad el objetivo de nuestro estudio. Teniendo en claro que, aunque se aumente el número de tiradas, el análisis de nuestra gráfica será el mismo.

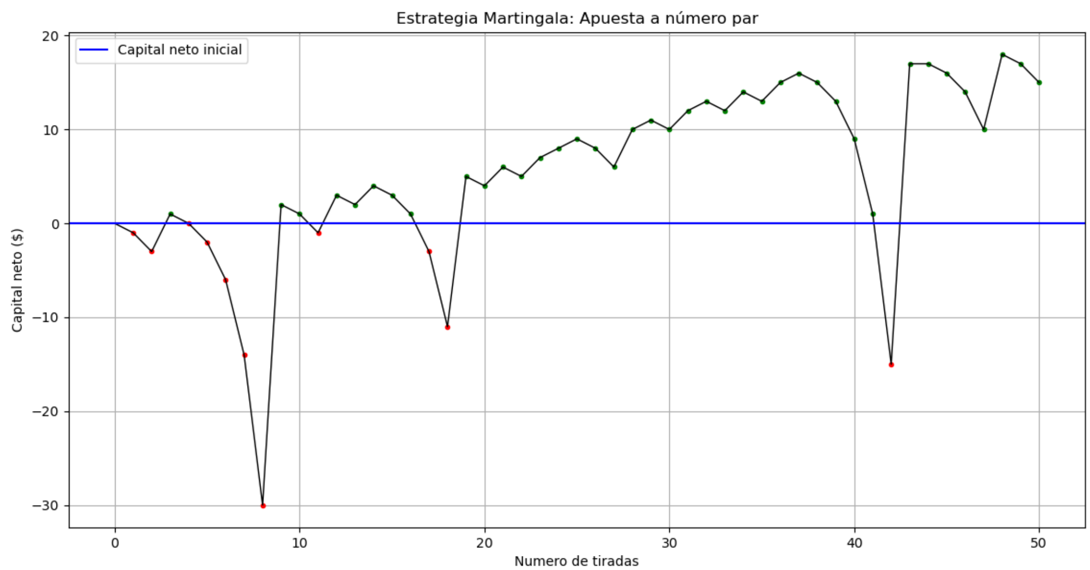

Figure 4: **Martingala:** Monto ilimitado - Acotado a 50 tiradas

Luego de observar la gráfica y analizarla podemos observar que, aunque existen rachas de mala suerte, como el capital es infinito y siempre se puede volver a apostar (y duplicar) nuestra apuesta anterior, en algún momento la racha de números impares se termina, y cuando eso sucede, nuestro apostador recupera lo perdido y a su vez consigue una pequeña ganancia con respecto a su apuesta inicial.

3.3.2 Capital limitado

En esta sección nos trasladamos al mundo real, en el cual los apostadores cuentan con un monto limitado de capital. Nuestro estudio va a consistir en que el apostador juegue hasta que su capital se lo permita. Es decir, la gráfica sólo se detendrá si el jugador se ve en la imposibilidad de efectuar su siguiente apuesta, conforme al método. Este suceso se simbolizará con un punto negro. Otra observación que representaremos en la gráfica será el capital que dispondría el apostador en caso de retirarse luego de la tirada **n**, es decir, si se encuentra con mayor o menor capital que en el comienzo. Estas situaciones se visualizarán con puntos verdes y rojos respectivamente.

Luego de eso, mostraremos otra situación real en la que nuestro apostador, sufrirá una mala racha.

Y en nuestra última situación lo que representaremos será, 5 apostadores distintos que comienzan con el mismo capital, y mostraremos como el número de tiradas necesario para provocar la imposibilidad de duplicar la apuesta es aleatorio. Cada apostador, jugará en una ruleta distinta, por lo que sus tiradas serán independientes.

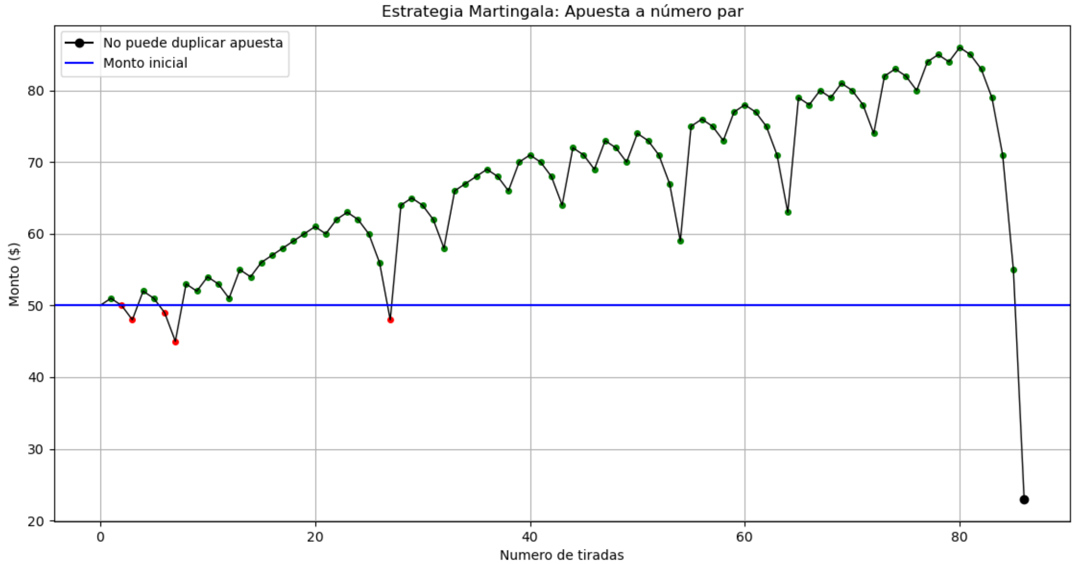

Figure 5: **Martingala:** Monto inicial 50 u.m. - Corrida favorable

Podemos observar como, luego de poco más de 80 tiradas, nuestro apostador se encuentra en una situación en la que ya no posee capital suficiente como para duplicar su apuesta, lo que significa que se tendrá que retirar con menor capital del que comenzó. Esto quiere decir que la estrategia no le resultó efectiva.

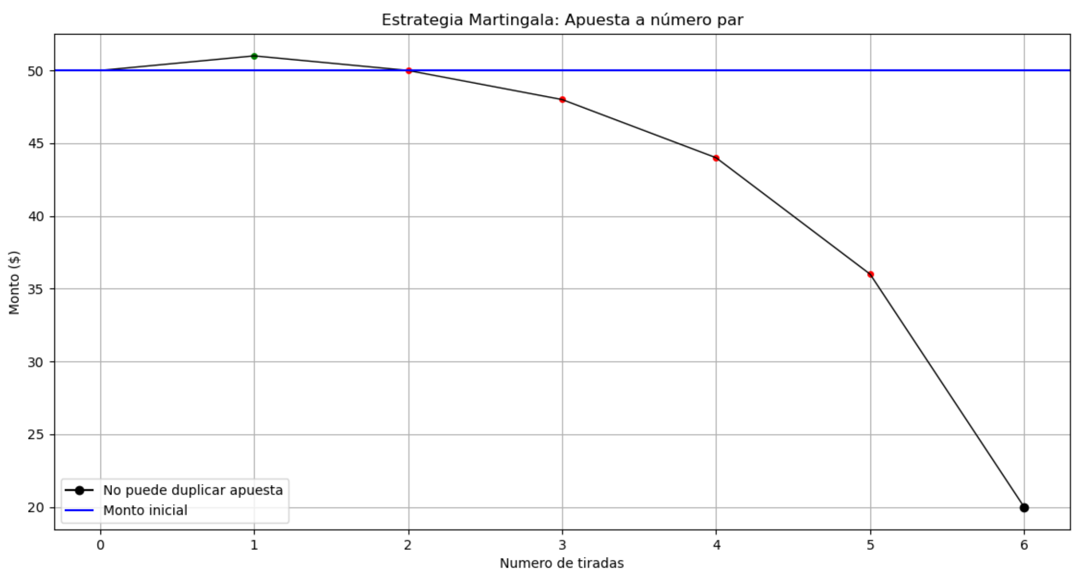

Figure 6: **Martingala:** Monto inicial 50 u.m. - Corrida desfavorable

Se puede apreciar como, al sufrir una mala racha, el jugador podría perder todo su capital inicial en un número reducido de tiradas.

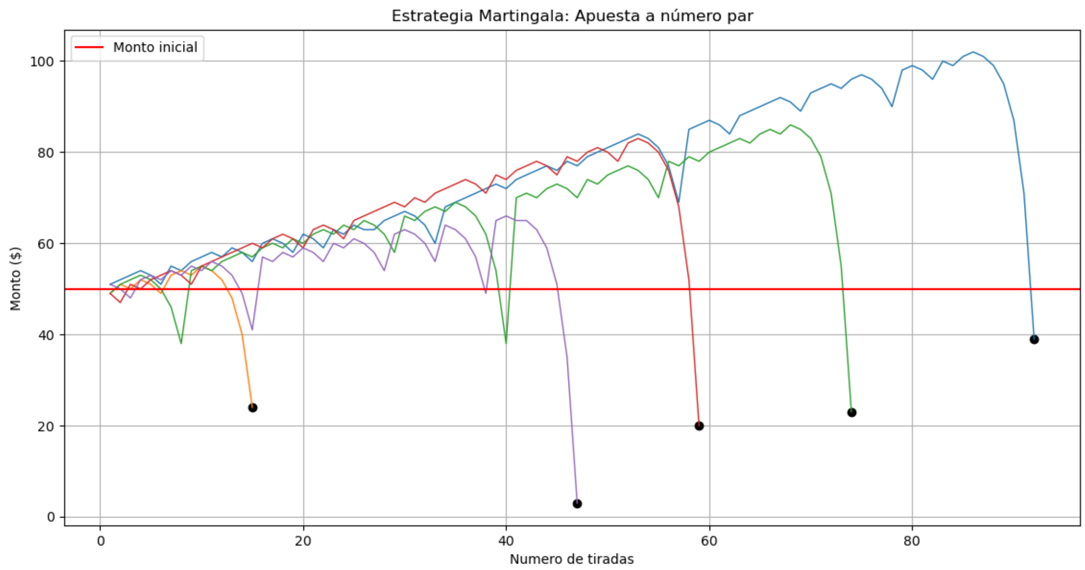

Figure 7: **Martingala:** Monto inicial 50 u.m. - 5 réplicas de la corrida

En esta gráfica, podemos observar como, dependiendo de los valores que fueron saliendo, cada apostador, tarde o temprano terminó perdiendo. Aunque algunos hayan tenido una buena racha, y otros hayan tenido una muy mala racha, todos terminaron llegando a la misma situación.

3.4 Estrategia D' Alembert

3.4.1 Capital ilimitado

De forma análoga a la martingala, el apostador puede jugar cuantas veces quiera al poder aumentar su apuesta una unidad cada vez que pierde, por lo que también hemos limitado el número de tiradas a **n** = 50. En este caso, a diferencia de la martingala, la gráfica va a mostrar un comportamiento caracterizado por el incremento de la apuesta por unidades, y ya no duplicándola, por lo que tendrá un aspecto más lineal.

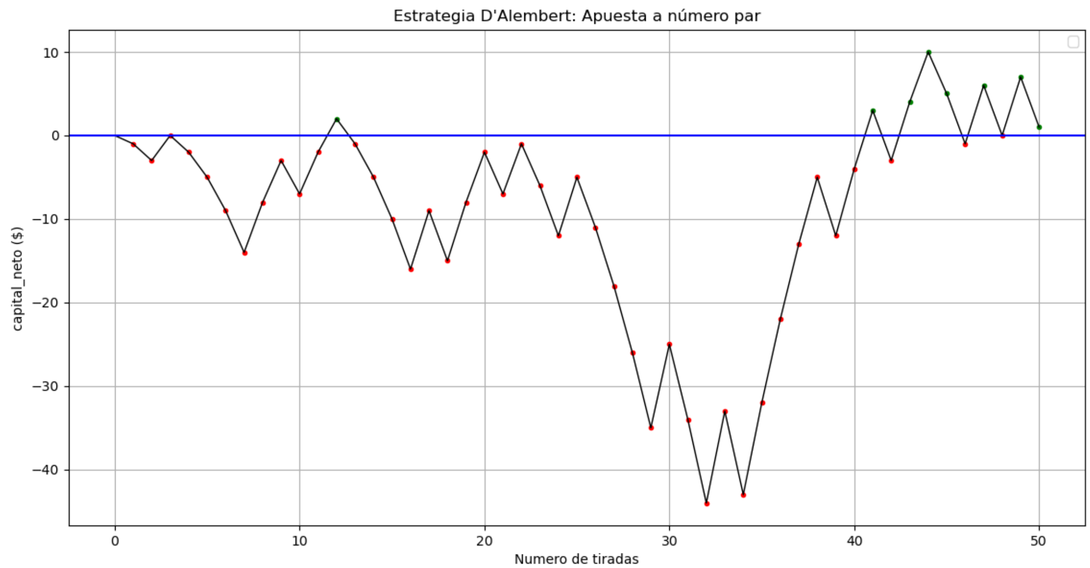

Figure 8: **D'Alembert:** Monto ilimitado - Acotado a 50 tiradas

3.4.2 Capital limitado

Los siguientes análisis son equivalentes a los ya realizados en la Martingala, ya que los apostadores contarán con un monto limitado, simularemos el comportamiento en corridas favorables, desfavorables y finalmente el experimento con corridas múltiples para así estudiar la variante bajo los mismos parámetros.

Figure 9: **D'Alembert:** Monto inicial 50 u.m. - Corrida favorable

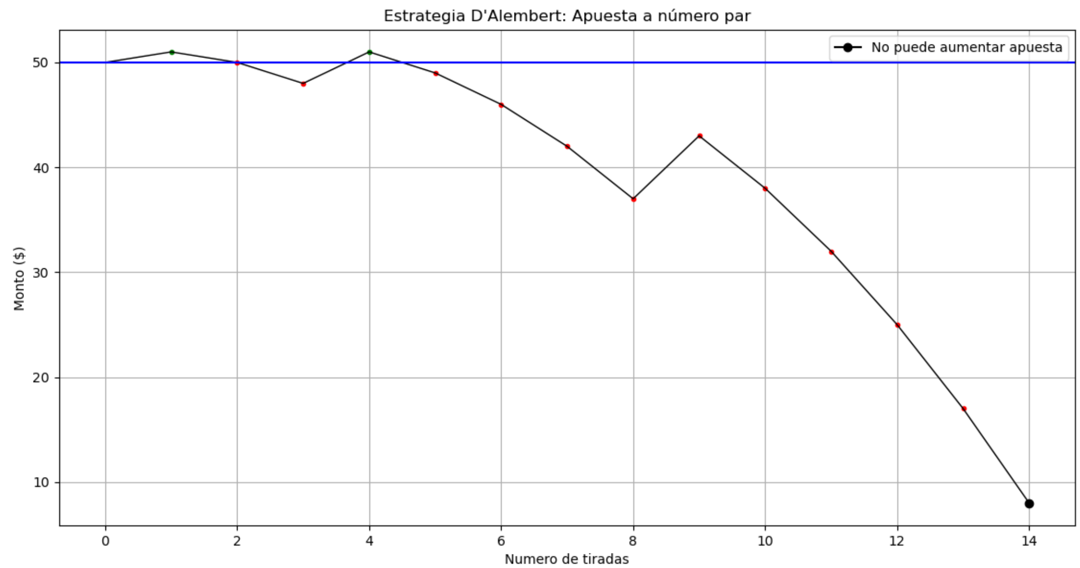

Figure 10: **D'Alembert:** Monto inicial 50 u.m. - Corrida desfavorable

Figure 11: **D'Alembert:** Monto inicial 50 u.m. - 5 réplicas de la corrida

Análogamente a la Martingala, los apostadores, dependiendo de las rachas duran más o menos jugando, pero indefectiblemente terminan perdiendo.

4 Conclusión

Como **conclusión general** hemos podido observar que ninguna de las estrategias analizadas tienen gran probabilidad de éxito. Ya que la media de la ocurrencia de que nuestra apuesta sea favorable , aunque variemos la cantidad de tiradas, tiende a 0,4864 = $\frac{18}{37}$. Esto, mientras aumenta el numero de tiradas, se vuelve cada vez mas preciso, ya que aunque tengamos una racha de victorias, no afectará demasiado la frecuencia en general. Es decir, siempre tendremos menor probabilidad de ganar, independientemente de la estrategia elegida.

Analizando la estrategia de la **Martingala** hemos podido concluir que, en el primer supuesto, el apostador se termina encontrando en una situación en la que se ve obligado a duplicar su ultima apuesta, y como dispone de un capital finito, no dispone de los recursos necesarios para duplicar, por lo que tarde o temprano la estrategia termina fallando. En cambio, en el segundo supuesto, en todos los experimentos que realizamos, el apostador termina obteniendo buenos resultados, ya que aunque tenga malas rachas, siempre va a poder duplicar ya que no tiene un limite de capital y , aunque sea luego de muchas tiradas, al momento de ganar, recupera todo su capital perdido hasta el momento e incluso duplica su apuesta inicial, es decir, obtiene beneficios.

En cambio, al momento de analizar la estrategia **D'Alembert** en el segundo supuesto, aunque el apostador pueda jugar infinitamente ya que no posee un capital finito, las ganancias a largo plazo son menores o incluso pueden ser nulas. Es decir, esta estrategia a largo plazo no asegura tener beneficio económico. Por el contrario, en el primer supuesto, ocurre lo mismo que al utilizar la estrategia La Martingala, el apostador termina perdiendo, sin poder duplicar su apuesta.

5 Referencias

Python para impacientes
Probabilidad y Estadística con Python
Wikipedia - La Martingala
YouTube - Introducción a la librería Matplotlib
Wikipedia - D'Alembert