ENSEA
Beyond Engineering

ANTENNES – ESC

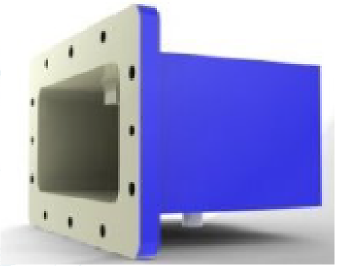
Cours 4: Antennes à ouverture

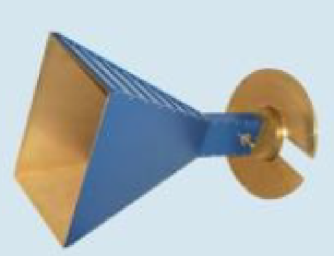
Alexis MARTIN

2025

ENSEA
Beyond Engineering

Exemples d'antennes à ouverture





Les antennes comportant un réflecteur font partie de cette catégorie d'antennes:

ENSEA
Beyond Engineering

Courants magnétiques

On pourrait supposer, par souci de symétrie, l'existence de courants magnétiques:

$\vec{M}$: densité de courant magnétique
τ: densité de charge magnétique

Avec ces courants magnétiques, les équations de Maxwell deviendraient:

$$\vec{rot}(\vec{E}) = -\vec{M} - j.\omega.\mu.\vec{H}$$

$$\vec{rot}(\vec{H}) = \vec{J} + j.\omega.\varepsilon.\vec{E}$$

ENSEA
Beyond Engineering

Symétrie E < − > H et J < − > M

Partant de:
$$\vec{rot}(\vec{E_1}) = -j.\omega.\mu.\vec{H_1}$$
$$\vec{rot}(\vec{H_1}) = \vec{J_1} + j.\omega.\varepsilon.\vec{E_1}$$

Et en faisant les changements de variables:

$$\vec{E_1} = \eta.\vec{H_2} \quad ; \quad \vec{H_1} = -\frac{\vec{E_2}}{\eta} \quad ; \quad \vec{J_1} = \frac{\vec{M_2}}{\eta}$$

On obtient:
$$\vec{rot}(\vec{E_2}) = \vec{M_2} - j.\omega.\mu.\vec{H_2}$$
$$\vec{rot}(\vec{H_2}) = j.\omega.\varepsilon.\vec{E_2}$$

Des courants magnétiques peuvent donc créer des champs identiques à ceux créés par une répartition de courant électrique, à condition d'échanger les champs E et H

ENSEA
Beyond Engineering

Potentiel vecteur magnétique

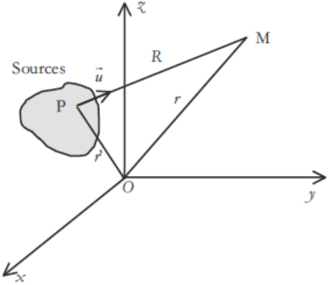
Comme $\vec{rot}(\vec{H_2}) = j.\omega.\varepsilon.\vec{E_2}$ alors, $div(\vec{rot}(\vec{H_2})) = div(j.\omega.\varepsilon.\vec{E_2}) = 0$.
On a donc $div(\vec{E_2}) = 0$.
De même que pour les courants électriques, on peut définir un potentiel vecteur magnétique $\vec{F}$ pour des courants magnétiques tel que: $\vec{D} = \vec{rot}(\vec{F})$

L'equation de propagation du potentiel vecteur magnétique est:

$$\Delta\vec{F} + k^2\frac{\partial^2\vec{F}}{\partial t^2} = -\epsilon\vec{M}$$

La solution de cette équation est:

$$\boxed{\vec{F}(\vec{r}) = \frac{\epsilon}{4\pi}\iiint_{sources}\vec{M}(\vec{r'})\frac{e^{-jkR}}{R}dV'}$$



Rayonnement d'une source quelconque de courants magnétiques

On note $\Psi(\vec{r}) = \dfrac{e^{-jk||\vec{r}||}}{||\vec{r}||}$

$$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{\epsilon}{4\pi} \iiint_{sources} \vec{M}(\vec{r'})\Psi(\vec{r} - \vec{r'})dV'$$

On en déduit le champ magnétique rayonné:

$$\vec{H} = \frac{1}{j\omega\epsilon\mu}\left(g\vec{rad}(div(\vec{F})) + k^2\vec{F}\right)$$

Et le champ électrique rayonné:

$$\vec{E} = -\frac{1}{\epsilon}r\vec{o}t(\vec{F})$$

ENSEA
Beyond Engineering

Rayonnement en champ lointain

De même que pour les courants électriques, en champ lointain on peut faire l'approximation:

- Pour les phases: $||\vec{r} - \vec{r'}|| \approx ||\vec{r}|| - \vec{e_r}.\vec{r'}$
- Pour les amplitudes: $||\vec{r} - \vec{r'}|| \approx ||\vec{r}||$

$$\Psi(\vec{r} - \vec{r'}) \approx \frac{e^{-jk||\vec{r}||}}{||\vec{r}||} e^{jk.\vec{e_r}.\vec{r'}}$$

$$\boxed{\vec{F}(\vec{r}) \approx \frac{\epsilon}{4\pi} \frac{e^{-jk||\vec{r}||}}{||\vec{r}||} \iiint_{sources} \vec{M}(\vec{r'}) e^{jk.\vec{e_r}.\vec{r'}} dV'}$$

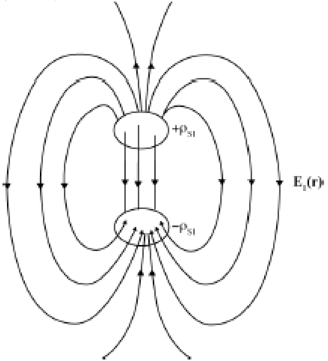
On peut également montrer que:

$$\boxed{\vec{H}(\vec{r}) \approx j\omega \vec{e_r} \wedge (\vec{e_r} \wedge \vec{F}(\vec{r}))}$$

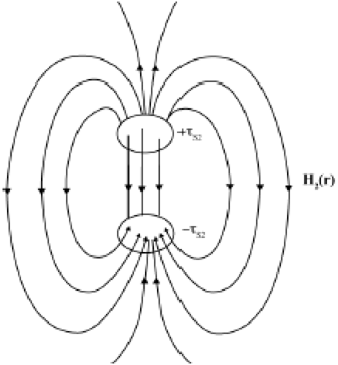
$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) \approx j.\omega.\eta(\vec{e_r} \wedge \vec{F}(\vec{r}))}$$

ENSEA
Beyond Engineering

Situations "équivalentes"



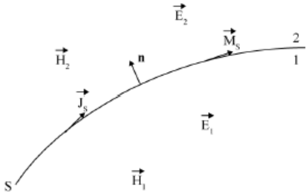
Champ électrique créé par 2 disques de charges électriques



Champ magnétique créé par 2 disques de charges magnétiques = champ d'un aimant permanent?

Conditions aux limites

Soit S une surface de discontinuité entre 2 matériaux:



A la traversée de S, les champs sont discontinus, et l'on a:

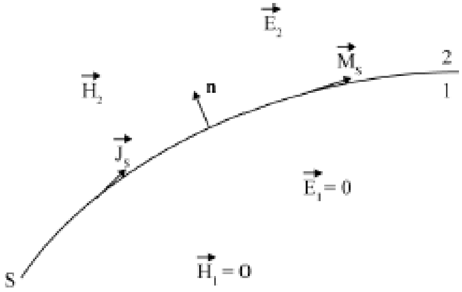
$$\vec{J_S} = \vec{n} \wedge (\vec{H_2} - \vec{H_1})$$

$$\vec{M_S} = -\vec{n} \wedge (\vec{E_2} - \vec{E_1})$$

Principe d'équivalence

En l'absence de discontinuité des propriétés des matériaux, les champs sont continus à la traversée de S, et les courants surfaciques sont donc nuls.

Mais, si l'on souhaite calculer le champ du côté 2 uniquement, on peut remplacer le problème réel par un problème fictif où les champs seraient nuls du côté 1, mais avec l'existence de courants surfaciques, prenant en compte la discontinuité réelle.



$$\vec{J_S} = \vec{n} \wedge \vec{H_1}$$
$$\vec{M_S} = -\vec{n} \wedge \vec{E_1}$$

Principe d'équivalence

Dans la situation fictive équivalente, nous sommes en présence de courants électrique et de courants magnétiques portés par la surface.

Ainsi retrouve-t-on la notion de courant magnétique, dans les logiciels de calcul de champ: ces courants magnétiques permettent souvent de remplacer une situation complexe réelle, par une situation fictive, plus simple, mais qui comporte des courants magnétiques.

ENSEA
Beyond Engineering

Diffraction par une surface fermée

Si S est une surface fermée, le principe d'équivalence permet de calculer le problème de diffraction, et les champs à l'extérieur de S sont donnés par:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon}\left[gr\vec{a}d(div(\ )) + k^2\ \right] \iint_S \vec{J}_S(\vec{r'})\Psi(\vec{r}-\vec{r'})d^2r' - \frac{1}{4\pi} r\vec{o}t \iint_S \vec{M}_S(\vec{r'})\Psi(\vec{r}-\vec{r'})d^2r'$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{j4\pi\omega\mu}\left[gr\vec{a}d(div(\ )) + k^2\ \right] \iint_S \vec{M}_S(\vec{r'})G(\vec{r}-\vec{r'})d^2r' + \frac{1}{4\pi} r\vec{o}t \iint_S \vec{J}_S(\vec{r'})G(\vec{r}-\vec{r'})d^2r'$$

En cherchant la limite des expressions ci-dessus en champ lointain, on obtient les formules de Kottler:

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) \underset{r\to\infty}{\approx} \frac{je^{-jkr}}{2\lambda r}\left(\eta. \iint_S \vec{e_r} \wedge \left[(\vec{e_r} \wedge \vec{J_S}(\vec{r'}))\right] e^{jk\vec{e_r}.\vec{r'}} d^2r' + \iint_S \left[\vec{e_r} \wedge \vec{M}(\vec{r'})\right] e^{jk\vec{e_r}.\vec{r'}} d^2r'\right)}$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{\eta}\vec{e_r} \wedge \vec{E}(\vec{r})$$

ENSEA
Beyond Engineering

Diffraction par une surface fermée

Remarques:

Lorsque la surface S est un plan infini, on montre que les deux intégrales de la page précédente sont rigoureusement égales.

On montre aussi que ces deux intégrales sont égales pour toute surface fermée.

$$\vec{E}(\vec{r}) \underset{r\to\infty}{\approx} \frac{je^{-jkr}}{2\lambda r}\left(\eta . \iint_S \vec{e_r} \wedge \left[\left(\vec{e_r} \wedge 2\vec{J_S}(\vec{r'})\right)\right] e^{jk\vec{e_r}.\vec{r'}} d^2r'\right)$$

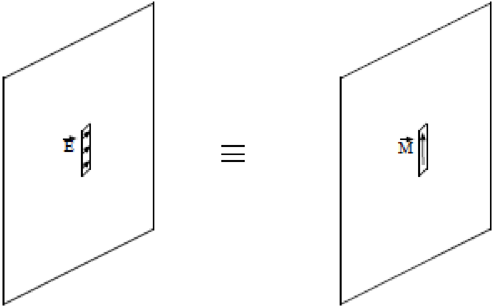
ou

$$\vec{E}(\vec{r}) \underset{r\to\infty}{\approx} \frac{je^{-jkr}}{2\lambda r}\left(\iint_S \left[\vec{e_r} \wedge 2\vec{M}(\vec{r'})\right] e^{jk\vec{e_r}.\vec{r'}} d^2r'\right)$$

ENSEA
Beyond Engineering

Doublet magnétique

On étudie le rayonnement d'une "petite" fente de surface S (petite devant la longueur d'onde) sur laquelle on applique un champ électrique tangentiel:



Avec $M = E$

Rayonnement du doublet magnétique

On obtient (pour une fente "verticale", portée par Oz):

$$\boxed{\vec{H}(\vec{r}) = \frac{j.M.S}{2.\eta.\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\theta.\vec{u_\theta}}$$

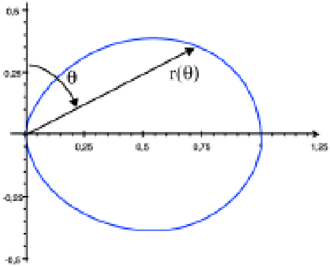
Le rayonnement d'un doublet magnétique est donc obtenu à partir du rayonnement du doublet électrique en remplaçant les lignes de champs du champ électrique par celles du champ magnétique. Et plus précisément:

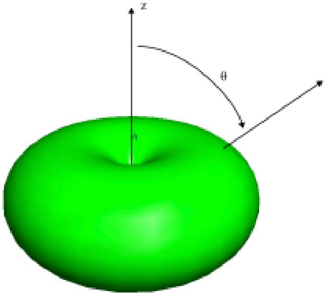
$$\boxed{\begin{array}{c} I\ l \rightarrow M\ S \\ E \rightarrow \eta\ H \end{array}}$$

ENSEA
Beyond Engineering

Rayonnement du doublet magnétique

Les lignes de champ de E et H sont échangées, mais la puissance émise (par unité d'angle solide) varie de la même façon en fonction des directions:

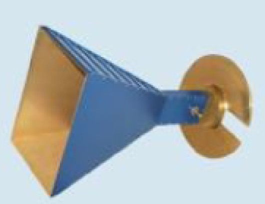




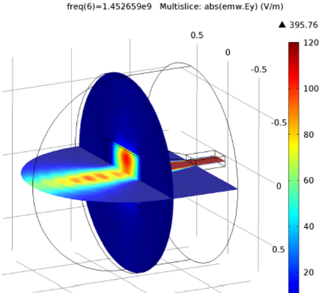
$$r(\theta, \varphi) = \sin^2 \theta$$

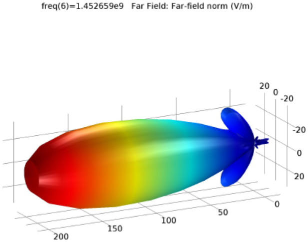
Directivité: $D = \dfrac{3}{2}$

Ouverture rayonnante plane

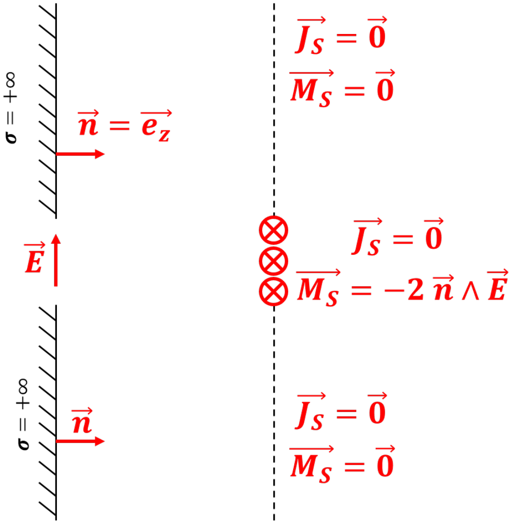


On peut calculer les propriétés de rayonnement d'une ouverture plane par la seule connaissance de la valeur du champ sur celle-ci:





Ouverture rayonnante plane



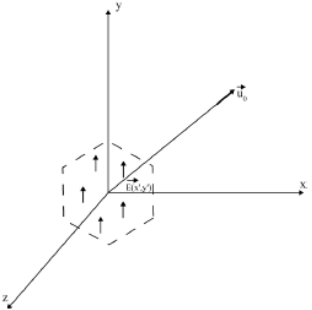
ENSEA
Beyond Engineering

Rayonnement à l'infini d'une ouverture plane

A l'infini, le champ électrique d'une ouverture plane dans le plan $(\vec{x};\vec{y})$ est donné par:

$$\vec{E}(\vec{r}) \underset{r\to\infty}{\approx} \frac{je^{-jkr}}{2\lambda r}\left(\iint_S \left[\vec{e_r} \wedge 2\vec{M}(\vec{r'})\right] e^{jk\vec{e_r}.\vec{r'}} d^2r'\right)$$

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) \underset{r\to\infty}{\approx} \frac{je^{-jkr}}{\lambda r}\left(\iint_S \left[\vec{e_r} \wedge (\vec{E}(x',y',0) \wedge \vec{e_z})\right] e^{jk(\sin\theta\cos\varphi x' + \sin\theta\sin\varphi y')} dx'dy'\right)}$$



Directivité d'une ouverture plane

La directivité d'une ouverture plane de surface S présente un maximum absolu:

$$\boxed{D_{\max} = \frac{4\pi S}{\lambda^2}}$$

L'égalité peut être obtenue pour une ouverture dont le champ électrique $\vec{E}(x', y', 0)e^{jk(\sin\theta\cos\varphi x' + \sin\theta\sin\varphi y')}$ est constant sur toute la surface de l'ouverture.

ENSEA
Beyond Engineering

Cas d'une ouverture à polarisation linéaire, avec un rayonnement maximum sur la normale

En prenant, par exemple, une polarisation parallèle à Oy:

$$D_{\text{max}} = k_{apperture} \frac{4\pi S}{\lambda^2}$$

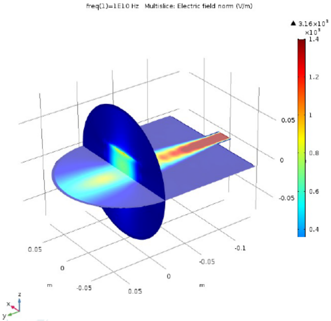
Où le **coefficient d'efficacité d'ouverture** $k_{apperture}$ est donné par:

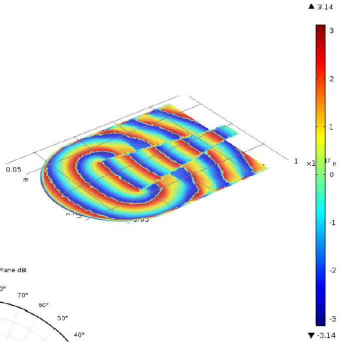
$$k_{apperture} = \frac{Sefficace}{S_{\text{géométrique}}} = \frac{\left|\left|\iint_S E_y dx'dy'\right|\right|^2}{S_{\text{géométrique}} \iint_S \left|\left|E_y\right|\right|^2 dx'dy'} \leq 1$$

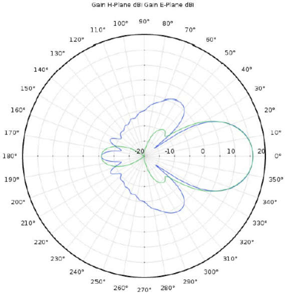
Une valeur $50\% \leq k \leq 80\%$ est assez courante.

ENSEA
Beyond Engineering

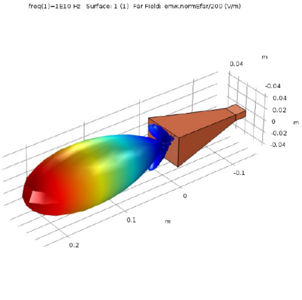
Cornet rectangulaire

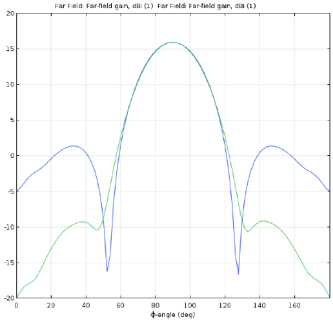






Cornet rectangulaire



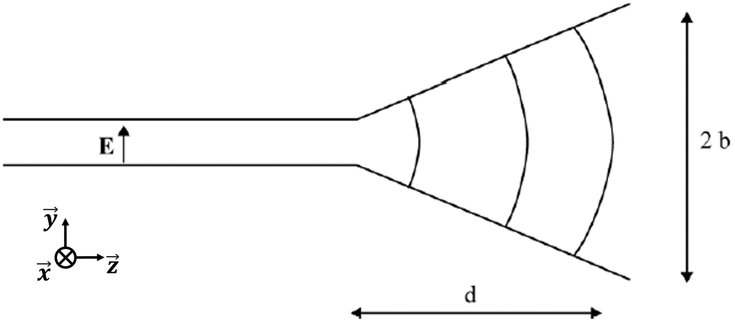


Surface de l'ouverture du cornet: 67,56 mm x 49,53 mm

Valeur de l'efficacité de l'ouverture?

Cornet rectangulaire: modèle approché

On modélise un cornet de dimensions $2a \times 2b$ par une ouverture sur laquelle existe un champ du type "TE_{10} dilaté", avec une phase sphérique:

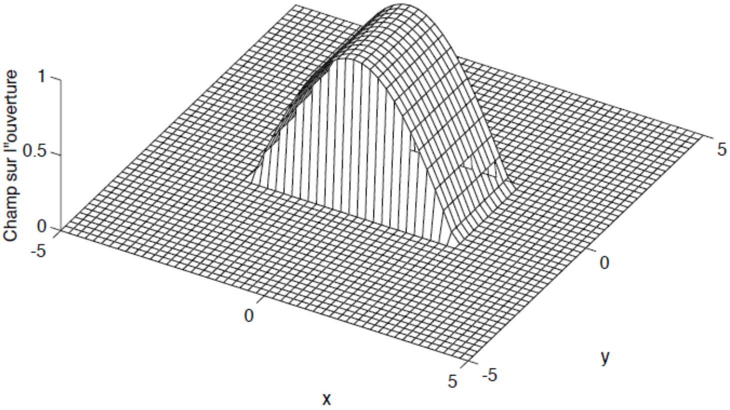


$$E_y(x,y) = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{x^2+y^2+d^2}}$$

ENSEA
Beyond Engineering

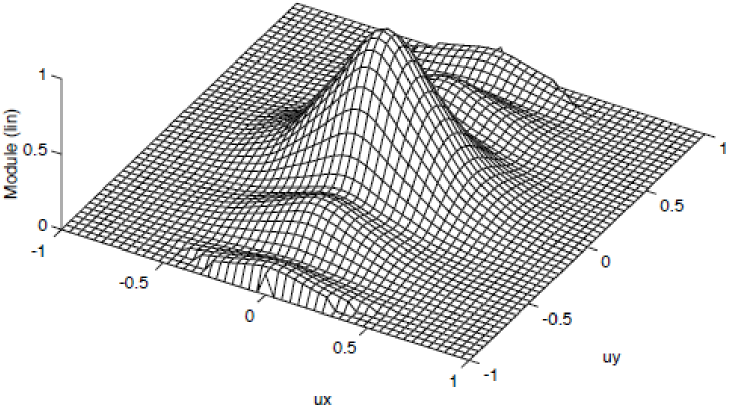
Cornet rectangulaire: modèle approché

Soit, pour un cornet tel que $2a = 5\lambda$, $2b = 2.5\lambda$, $d = 5\lambda$:



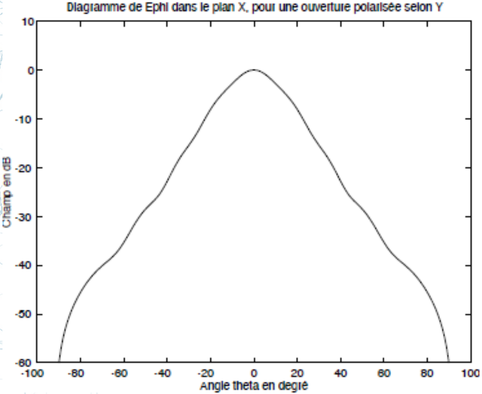
Cornet rectangulaire: modèle approché

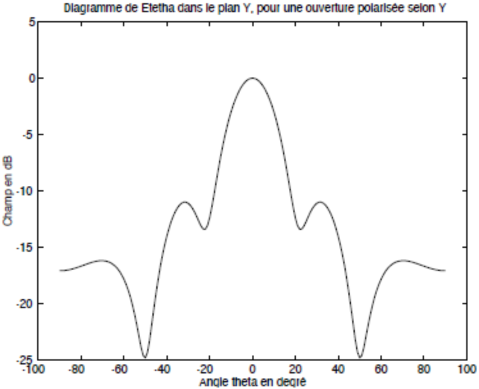
Diagramme de rayonnement:



Cornet rectangulaire: modèle approché

Diagramme de rayonnement:





Intérêt d'un cornet, par rapport à un simple guide d'onde ouvert

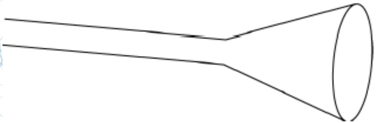
Plus grande surface d'ouverture $\Rightarrow$ antenne plus directive

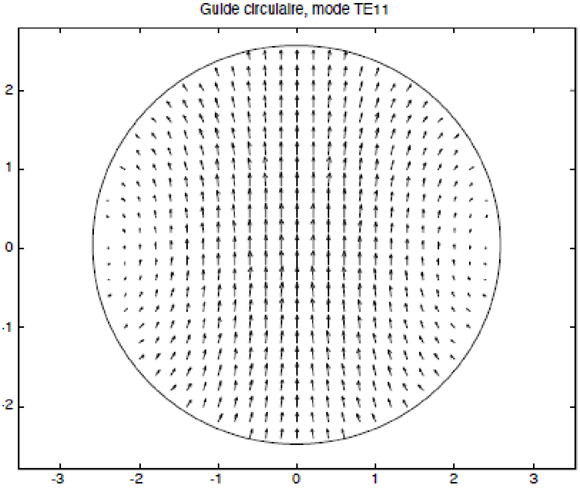
Coefficient de réflexion quasi nul dans une "large" bande $\Rightarrow$ meilleure adaptation

ENSEA
Beyond Engineering

Cornet circulaire: modèle approché

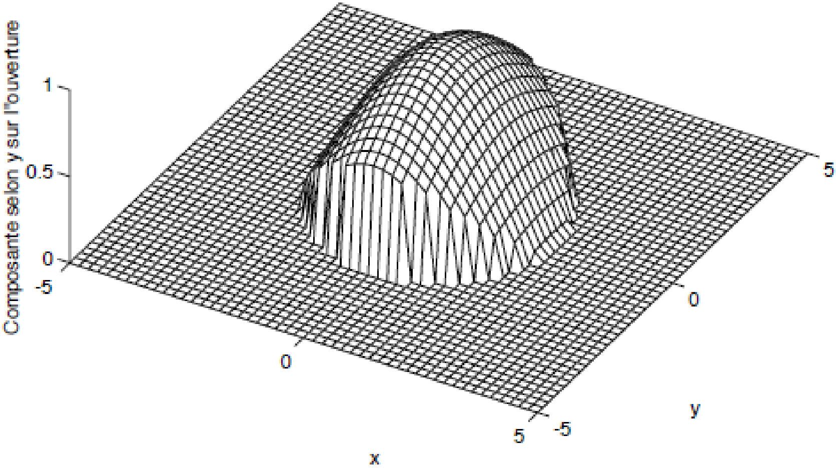
Mode TE_{11}:





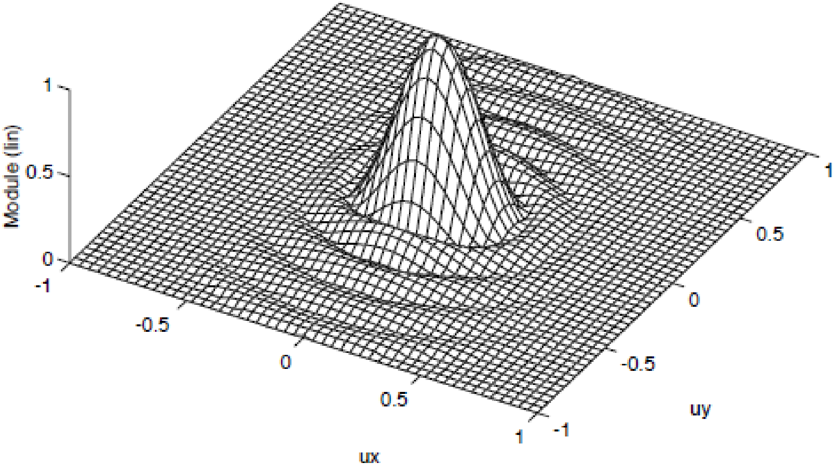
Cornet circulaire: modèle approché

Composante verticale du champ sur l'ouverture:

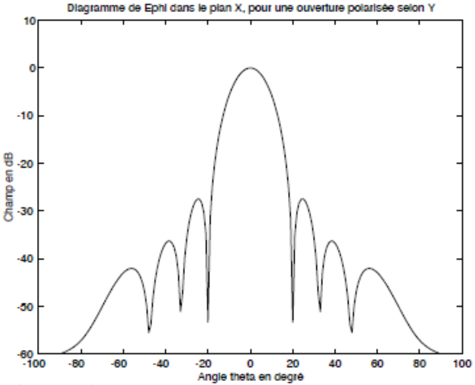


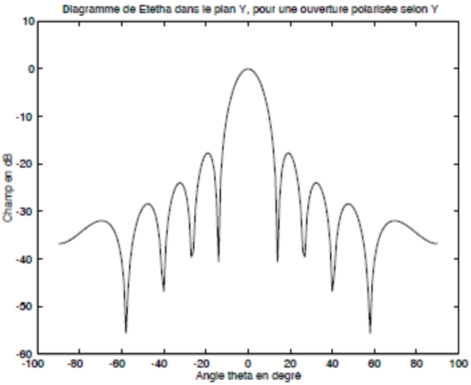
Cornet circulaire: modèle approché

Diagramme en polarisation verticale:



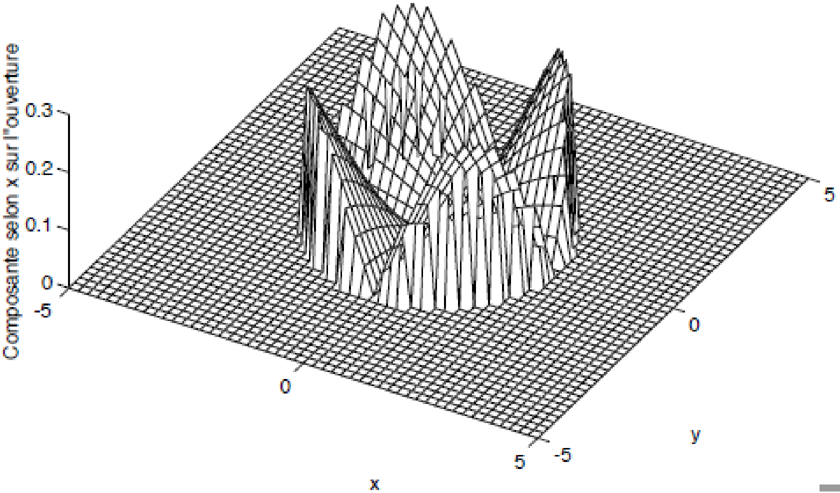
Cornet circulaire: modèle approché





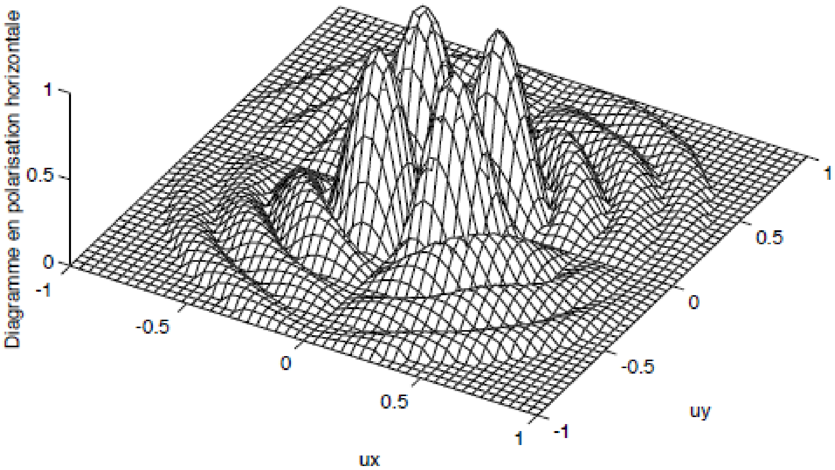
Cornet circulaire: modèle approché

Composante horizontale du champ sur l'ouverture:

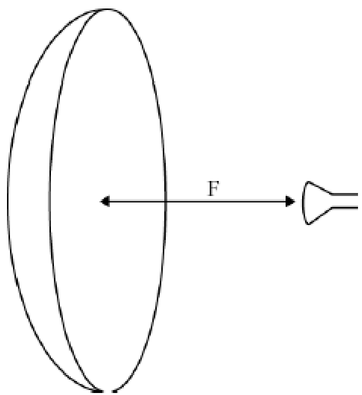


Cornet circulaire: modèle approché

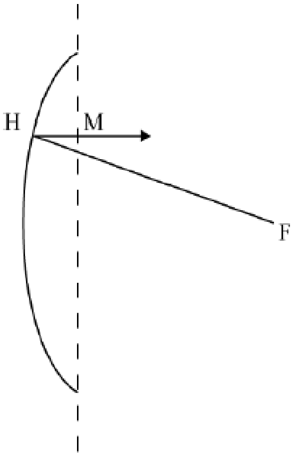
Diagramme de rayonnement en polarisation croisée:



Antenne à réflecteur parabolique



Ouverture équiphase:



FHM = constante

Antenne à réflecteur parabolique

Ouverture équi-phase $\Rightarrow$ Gain et directivité maximum possible pour la surface choisie.

On obtient souvent une valeur de k proche de 0,8.

ENSEA
Beyond Engineering