

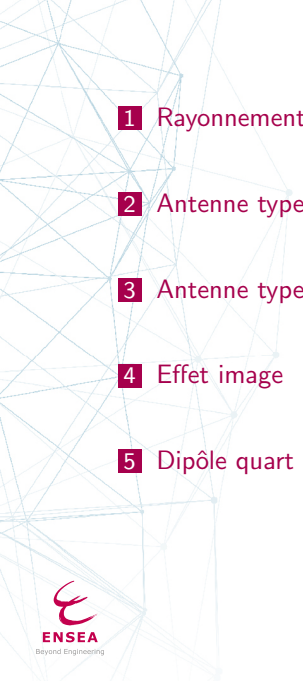


ANTENNES – ESC

Cours 3: Antennes type “dipôle”

Alexis MARTIN

2025

- 
- 1 Rayonnement d'une source quelconque de courants électriques
 - 2 Antenne type "doublet"
 - 3 Antenne type "dipôle"
 - 4 Effet image
 - 5 Dipôle quart d'onde

Rayonnement d'une source quelconque de courants électriques

Potentiel vecteur électrique

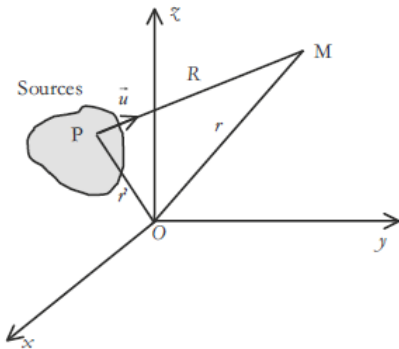
$\text{div}(\vec{B}) = 0 \Rightarrow$ Il existe un vecteur \vec{A} appelé **potentiel vecteur électrique** tel que: $\vec{B} = \text{rot}(\vec{A})$

L'équation de propagation du potentiel vecteur électrique est (en utilisant la jauge de Lorentz):

$$\Delta \vec{A} + k^2 \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{J}$$

La solution de cette équation est:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_{\text{sources}} \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} dV'$$



Rayonnement d'une source quelconque de courants électriques

On note $\Psi(\vec{r}) = \frac{e^{-jk||\vec{r}||}}{||\vec{r}||}$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_{sources} \vec{J}(\vec{r}') \Psi(\vec{r} - \vec{r}') dV'$$

On en déduit le champ électrique rayonné:

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon\mu} \left(\text{grad}(\text{div}(\vec{A})) + k^2 \vec{A} \right)$$

Et le champ magnétique rayonné:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot}(\vec{A})$$

Rayonnement en champ lointain

En champ lointain ($r \rightarrow \infty$), on peut faire l'approximation:

- Pour les phases: $||\vec{r} - \vec{r}'|| \approx ||\vec{r}'|| - \vec{e}_r \cdot \vec{r}'$
- Pour les amplitudes: $||\vec{r} - \vec{r}'|| \approx ||\vec{r}'||$

$$\Psi(\vec{r} - \vec{r}') \approx \frac{e^{-jk||\vec{r}'||}}{||\vec{r}'||} e^{jk \cdot \vec{e}_r \cdot \vec{r}'}$$

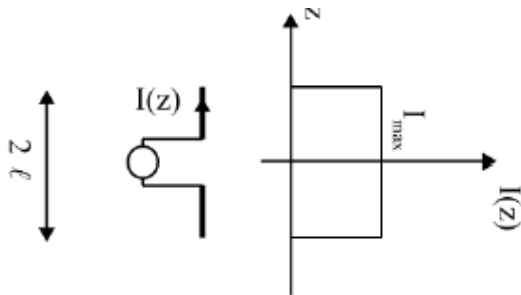
$$\vec{A}(\vec{r}) \approx \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jk||\vec{r}'||}}{||\vec{r}'||} \iiint_{sources} \vec{J}(\vec{r}') e^{jk \cdot \vec{e}_r \cdot \vec{r}'} dV'$$

On peut également montrer que:

$$\vec{E}(\vec{r}) \approx j\omega \vec{e}_r \wedge (\vec{e}_r \wedge \vec{A}(\vec{r}))$$

$$\vec{H}(\vec{r}) \approx \frac{-j \cdot \omega}{\eta} (\vec{e}_r \wedge \vec{A}(\vec{r}))$$

Antenne type “doublet”



L'antenne doublet est un petit dipôle, sur lequel le courant est supposé constant, comme proposé dans l'approximation ci-dessus.

Un dipôle petit devant la longueur d'onde ne constitue donc pas un dipôle électrique, au sens propre, mais il en réalise une excellente approximation.

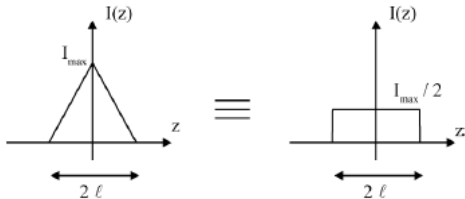
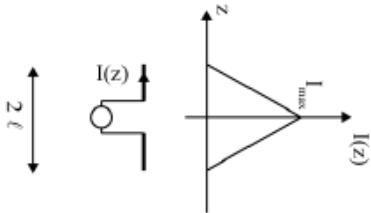
L'antenne doublet est la première antenne réalisée expérimentalement par Hertz.

Antenne doublet électrique

Le dipôle est dit “miniature” si $2.l \ll \lambda$.

Selon l'approximation de la ligne sans pertes équivalente, le courant le long de l'antenne est donc donné par:

L'antenne étant très petite, on peut réaliser l'approximation suivante, pour l'allure du courant sur le fil:



Rayonnement du doublet électrique

La densité de courant sur l'antenne est donnée par (\vec{e}_z est le vecteur unitaire de l'axe Oz):

$$\vec{J}(\vec{r}') = 2.I.l.\delta(\vec{r}').\vec{e}_z$$

Le potentiel vecteur électrique est donc:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{I.l.\mu_0}{2\pi}.\Psi(\vec{r}).\vec{e}_z$$

Les champs sont alors donnés par:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{I.l}{j2\pi\omega\epsilon} \left[\vec{\text{grad}}(\text{div}()) + k^2 \right] (\Psi(\vec{r}).\vec{e}_z)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{I.l}{2\pi}.\vec{\text{rot}} [\Psi(\vec{r}).\vec{e}_z]$$

Rayonnement du doublet électrique

Le calcul donne:

$$\begin{bmatrix} E_r \\ E_\theta \\ E_\varphi \end{bmatrix} = \frac{e^{-j.k.r}}{r} \cdot \frac{I.l.\eta}{j.\lambda} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta \left(\frac{2.j}{k.r} + \frac{2}{k^2.r^2} \right) \\ -\sin \theta \left(1 - \frac{j}{k.r} - \frac{1}{k^2.r^2} \right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} H_r \\ H_\theta \\ H_\varphi \end{bmatrix} = j \cdot \frac{e^{-j.k.r}}{r} \cdot \frac{I.l}{\lambda} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin \theta \left(1 - \frac{j}{k.r} \right) \end{bmatrix}$$

Soit l'approximation en champ lointain:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} E_r \\ E_\theta \\ E_\varphi \end{bmatrix} \approx -\frac{e^{-j.k.r}}{r} \cdot \frac{j.\eta.I.l}{\lambda} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{e^{-j.k.r}}{r} \cdot \frac{j.\eta.I.l}{\lambda} \cdot \sin \theta \vec{e}_\theta$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} H_r \\ H_\theta \\ H_\varphi \end{bmatrix} \approx j \cdot e^{-j.k.r} \cdot \frac{1}{2.r} \cdot \frac{2.I.l}{\lambda} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin \theta \end{bmatrix} = j \cdot e^{-j.k.r} \cdot \frac{1}{2.r} \cdot \frac{2.I.l}{\lambda} \cdot \sin \theta \vec{e}_\varphi$$

Rayonnement du doublet électrique

On retiendra:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{j \cdot \eta \cdot I \cdot l_{tot}}{2\lambda} \frac{e^{-j \cdot k \cdot r}}{r} \cdot \sin \theta \cdot \vec{e}_\theta$$
$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{j \cdot I \cdot l_{tot}}{2\lambda} \frac{e^{-j \cdot k \cdot r}}{r} \cdot \sin \theta \cdot \vec{e}_\varphi$$

Vecteur de Poynting radial:

$$\vec{P} = \frac{1}{2} \vec{E} \wedge \vec{H}^* = \frac{\eta}{2} \left(\frac{I}{2 \cdot r} \right)^2 \cdot \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \cdot \sin^2 \theta \cdot \vec{e}_r$$

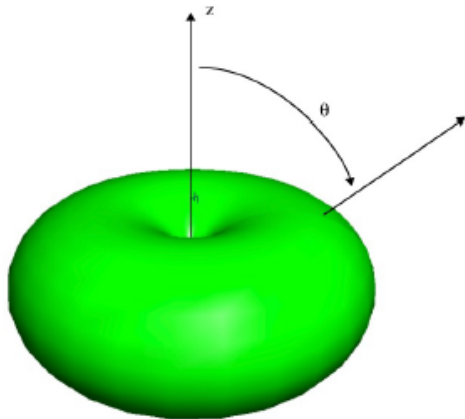
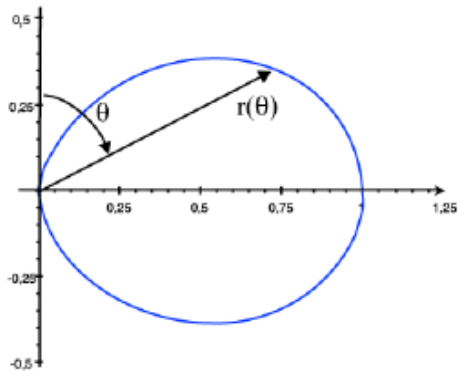
Onde localement plane:

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{\eta} (\vec{e}_r \wedge \vec{E})$$
$$\vec{E}(\vec{r}) = \eta (\vec{H} \wedge \vec{e}_r)$$

Caractéristique de rayonnement:

$$r(\theta, \varphi) = \sin^2 \theta$$

Rayonnement du doublet électrique

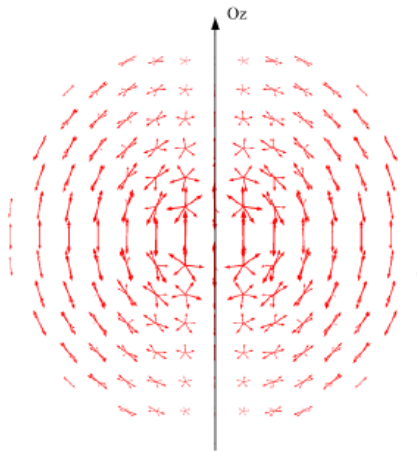


Directivité: $D = \frac{3}{2}$

Rayonnement du doublet électrique

En champ lointain, les lignes de champ électrique sont des cercles portés par \vec{e}_θ .

La polarisation est linéaire, contenue dans un plan vertical:



Impédance d'entrée du doublet électrique

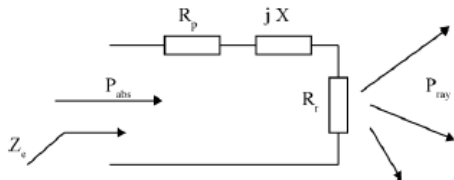
$$R_r = \frac{80\pi^2 \cdot l_{tot}^2}{\lambda^2}$$

$$X = -R_C \cot\left(\frac{\pi l_{tot}}{\lambda}\right) \text{ (avec un modèle de ligne sans pertes)}$$

A.N. avec $l_{tot} = \frac{\lambda}{20}$ et $R_C = 200\Omega$:

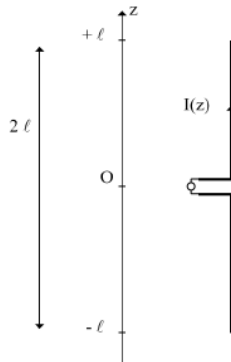
$$R_r = 1.9\Omega \text{ et } X = -615\Omega$$

→ Le doublet électrique est très difficile à adapter, et a certainement un mauvais rendement.

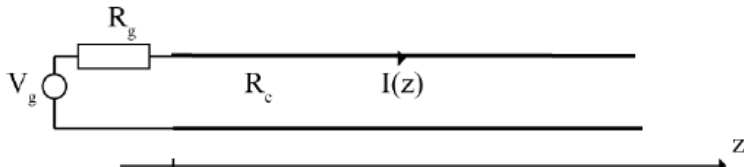


Antenne "type dipôle"

Un signal électrique est appliqué sur un fil de longueur 2ℓ selon le montage:



Il est possible de calculer une valeur approchée du courant sur le fil selon le modèle de la ligne sans pertes équivalente:

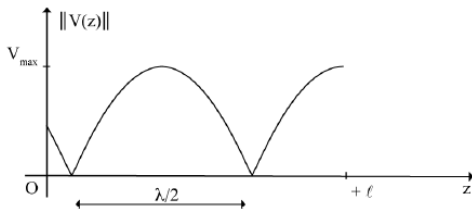
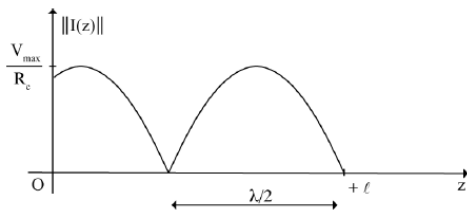


Antenne "type dipôle"

On a alors:

$$V(z) = V_{\max} \cos(\beta(l - z))$$

$$I(z) = j \cdot \frac{V_{\max}}{R_c} \cos(\beta(l - z))$$

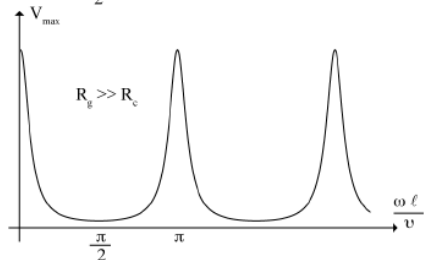
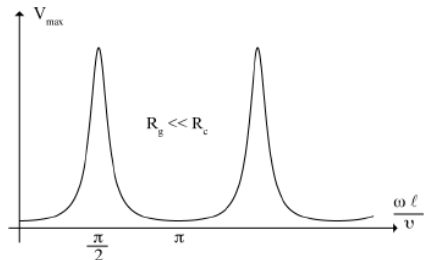


Antenne "type dipôle"

V_{\max} varie avec la fréquence selon:

$$V_{\max} = \frac{V_g}{\sqrt{\cos^2\left(\frac{\omega l}{v}\right) + \frac{R_g^2}{R_c^2} \sin^2\left(\frac{\omega l}{v}\right)}}$$

Le cas des dipôles correspond au 1er cas:
celui où $R_g \ll R_c$



Fréquence de résonance du dipôle

Les fréquences de résonance des antennes type dipôle s'obtiennent pour:

$$\frac{\omega l}{v} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \dots$$

Soit: $l_{tot} = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots$

Le premier cas est le cas le plus courant, cette antenne est appelée:

Dipôle demi-onde

Dipôle demi-onde

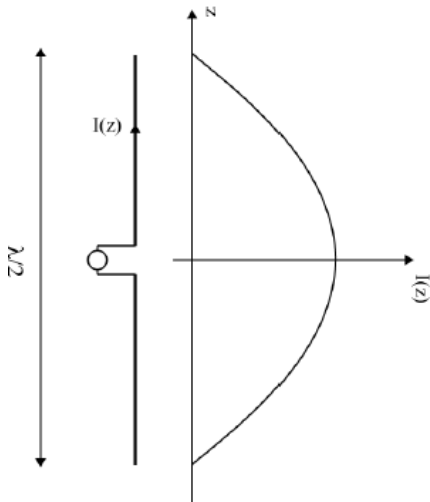
Selon l'approximation de la ligne sans pertes équivalente, le courant le long de l'antenne est donc donné par:

Pour $|z| \leq \frac{\lambda}{4}$:

$$I(z) = I(0) \cdot \cos\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right)$$

Et l'impédance d'entrée:

$$Z_e = -j \cdot R_c \cot\left(\frac{\pi l_{tot}}{\lambda}\right)$$



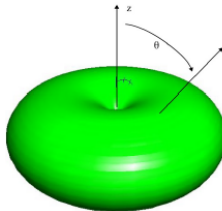
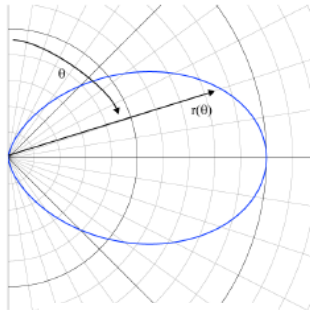
Rayonnement du dipôle demi-onde

$$\vec{E}(\vec{r}) = j \frac{\eta I(0)}{2\pi r} e^{-j.k.r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \vec{u}_\theta$$

$$U(\theta, \varphi) = \frac{\eta |I(0)|^2}{8\pi^2} \cdot \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta}$$

$$r(\theta, \varphi) = \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta}$$

Directivité = 1.64



Impédance d'entrée du dipôle demi-onde

$$R_r = 73\Omega$$

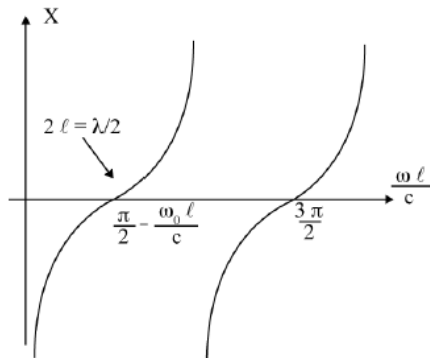
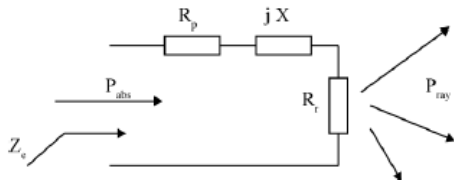
$$X = 0\Omega \text{ (à la fréquence de résonnance)}$$

Variations de X en fonction de la fréquence:

$$X = -R_c \cot\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)$$

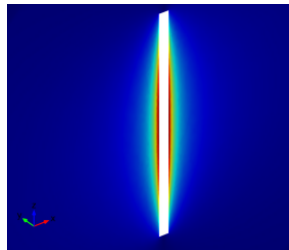
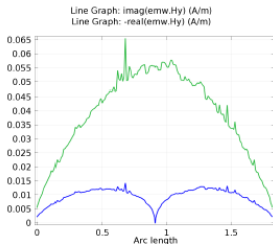
$$R_c = 200 \ln\left(\frac{l}{a}\right)$$

a = rayon du fil

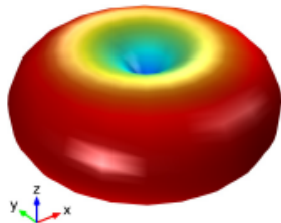
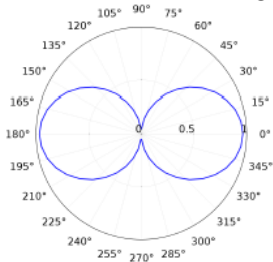


Simulation 3D d'un dipôle demi-onde

Courant sur le fil:



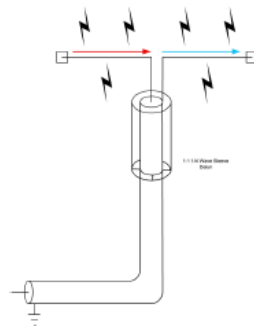
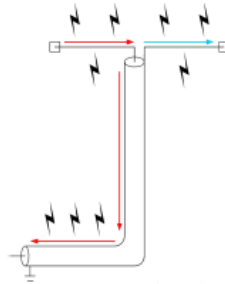
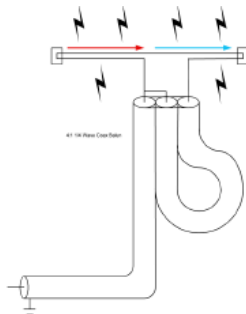
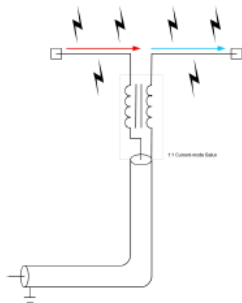
Digramme de rayonnement:



Alimentation d'un dipôle demi-onde

Alimentation incorrecte:

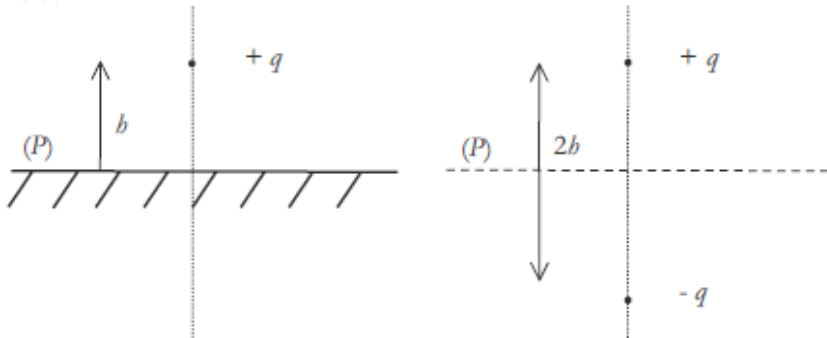
Alimentation par un balun:



Effet image

Au niveau d'un plan parfaitement conducteur, le champ électrique est normal au plan, et le champ magnétique est tangent.

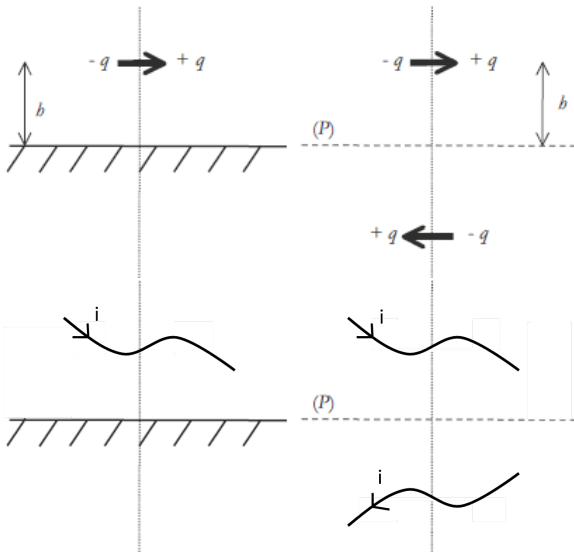
Il en résulte que le champ créé par une charge électrique ponctuelle au dessus d'un plan de masse est équivalent à celui créé par cette charge et son image, qui est une charge de même valeur mais de signe opposé, placée symétriquement par rapport au plan de masse.



Effet image

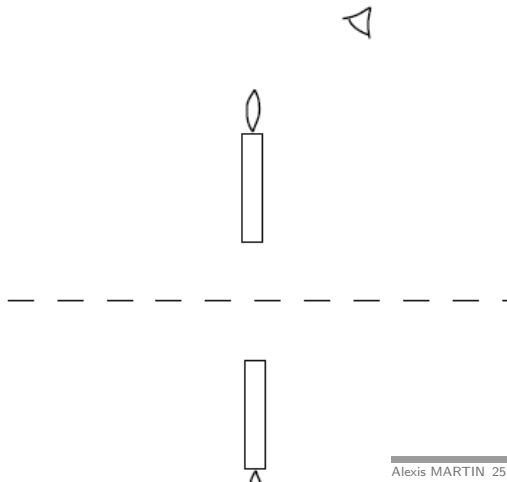
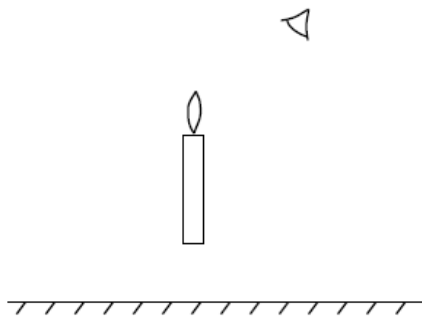
Il en va de même pour des charges en mouvement, comme dans le cas d'un dipôle électrique placé au-dessus d'un plan de masse.

On peut donc généraliser l'effet image à toute répartition de courants au-dessus d'un plan de masse.



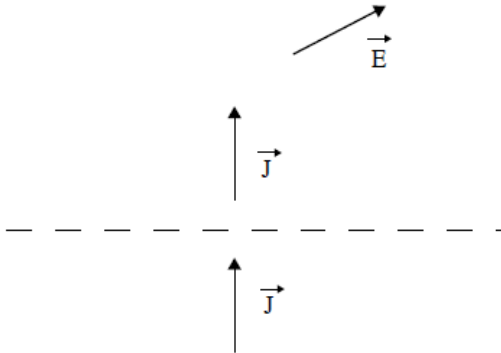
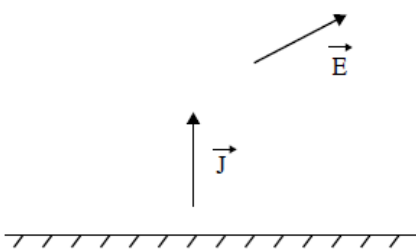
Analogie optique

Pour un observateur placé au-dessus du plan de masse, les deux scènes suivantes sont équivalentes:



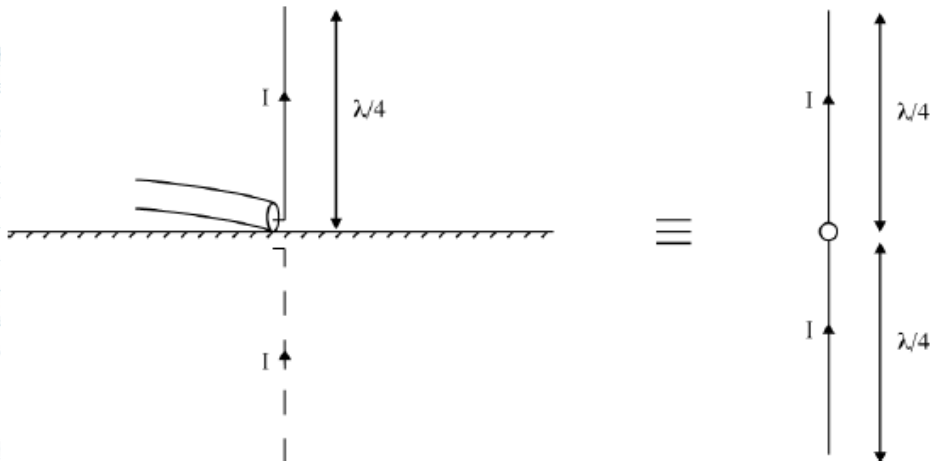
Effet image "électrique"

Les champs au-dessus du plan de masse sont identiques dans les deux situation suivantes:

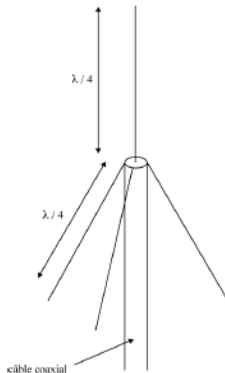
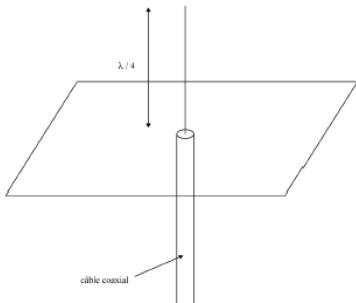
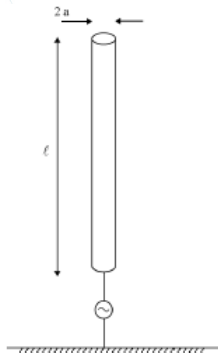


Dipôle quart d'onde

Un dipôle quart d'onde se comporte comme un demi-onde, pour le courant et les champs au-dessus du plan de masse:



Dipôle quart d'onde



$$R_r = 37 \, \Omega$$

$$R_c = 60 \ln \left(\frac{l}{a} \right)$$

$D = 1.64$ ou $D = 3.28$ selon que l'on considère l'espace entier ou bien un 1/2 espace.