

PRÁCTICA 4 - Números Complejos

1. Calcular:

a) $(6, 2) - (3, \frac{2}{3})$

c) $(1 + i)^2$

e) $1 \frac{\pi}{2} 1 \frac{3\pi}{2}$

b) $(4, -1) \cdot (-2, 3)$

d) $\frac{(3+i)^2 + (1-i)^2 - 2 \cdot (2+i)}{4+2i}$

f) $3 \frac{\pi}{5} : 4$

2. Representar gráficamente y escribir en forma polar y trigonométrica cada uno de los siguientes números complejos:

a) $\sqrt{3} - i$

c) -1

b) $\frac{1+i}{1-i}$

d) $-2 + 6i^{10}$

3. Representar gráficamente y escribir en forma binómica los siguientes números complejos:

a) 3

b) 1_{-45°

c) $\sqrt{2}_{420^\circ}$

d) $3(\cos \frac{\pi}{6} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{6})$

4. Indicar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justificar las respuestas.

a) Si $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ entonces $|a| \leq |z|$.

b) $\arg(z) = \arg(\bar{z}) \quad \forall z \in \mathbb{C}$.

c) $\exists z \in \mathbb{C} / \arg(z) = \arg(\bar{z})$.

d) Si $z = -4(\cos \frac{7\pi}{3} + i \operatorname{sen} \frac{7\pi}{3})$ entonces $\arg(z) = \frac{7\pi}{3}$.

5. Expresar en forma polar los resultados de las operaciones indicadas:

a) $2 \cdot (2\sqrt{3} - 2i) \cdot (1 + i)$

c) $\frac{660^\circ \frac{1}{2} 30^\circ}{\frac{1}{4} \frac{\pi}{4}}$

b) $(-1 + \sqrt{3}i)^6$

6. a) Representar gráficamente los siguientes conjuntos:

1) $A_1 = \{z \in \mathbb{C} / |z| = 1\}$.

2) $A_2 = \{z \in \mathbb{C} / \arg(z) = \frac{\pi}{6}\}$.

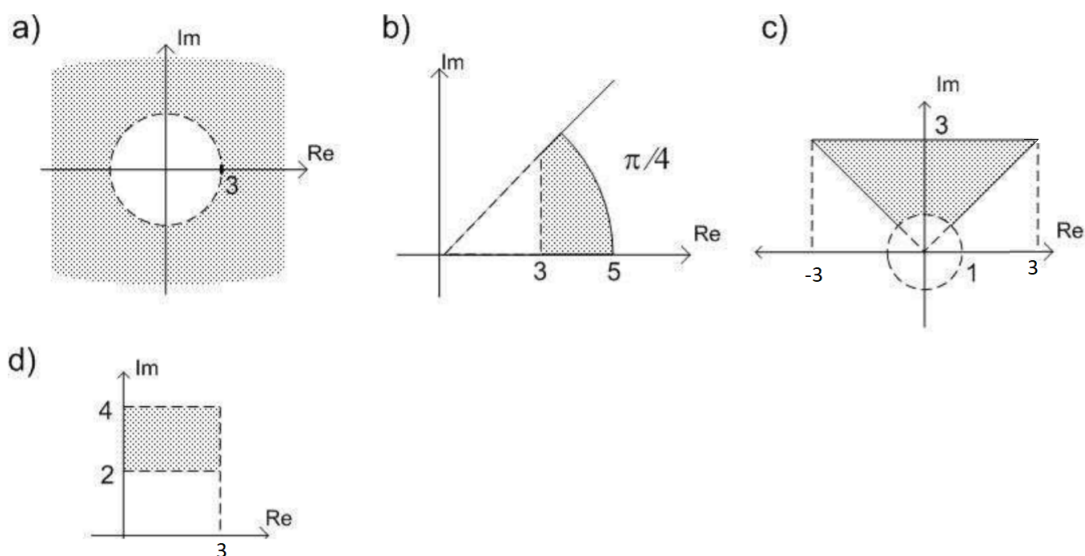
3) $A_3 = \{z \in \mathbb{C} / |z| = 2, \frac{\pi}{4} \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{2}\}$.

4) $A_4 = \{z \in \mathbb{C} / 1 < \operatorname{Re}(z) \leq 3, 2 \leq \operatorname{Im}(z) \leq 4\}$.

5) $A_5 = \{z \in \mathbb{C} / |z - i| = |z + i|\}$.

b) Dar en cada uno de los casos anteriores dos números complejos que pertenezcan y dos que no pertenezcan al conjunto indicado.

7. Caracterizar las siguientes regiones graficadas mediante un subconjunto de \mathbb{C} .



8. Hallar las soluciones reales de cada una de las ecuaciones lineales con dos incógnitas a coeficientes en \mathbb{C} :

a) $x + iy = 1$

c) $(1 + i)x + (2 - i)y = 7$

b) $ix + y = 1 + i$

d) $(3 + i)(x + iy) = 6 + 2i$

9. Hallar las soluciones complejas de cada una de las ecuaciones lineales con una incógnita a coeficientes en \mathbb{C} :

a) $z = 1$

c) $(3 + i)z = 6 + 2i$

b) $(3 + i)z = 4i$

d) $4iz = 7 + 2i - 6z$

10. Calcular

a) $\sqrt{2i}$

d) $\sqrt[4]{1}$

b) $\sqrt[3]{-27}$

e) $\sqrt[3]{-1}$

c) $\sqrt[5]{-\sqrt{2} - \sqrt{2}i}$

f) $\sqrt[6]{-i}$

11. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $z^5 - 32 = 0$

c) $(i - 1) - z^3 = 0$

b) $z + \bar{z} = 5 + 3i$

d) $1 + z^4 + i = 0$

12. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $z^2 - (1 - i)z - i = 0$

b) $z^2 - (3 - 2i)z + 5 - 5i = 0$