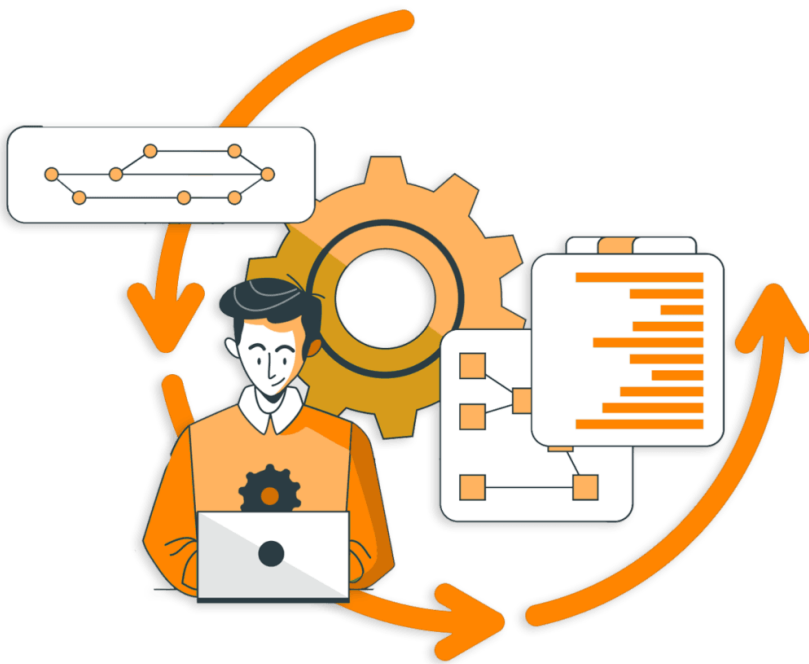


# Projet Systèmes automatisés

16/04/2023  
FISE INFO A4

## Livrable 2 – Mathématiques



Groupe 1 :

AIDI Mohammed-Ikbal

BONNET Josephine

FALIGOT Clémence

SEURIN Alexis



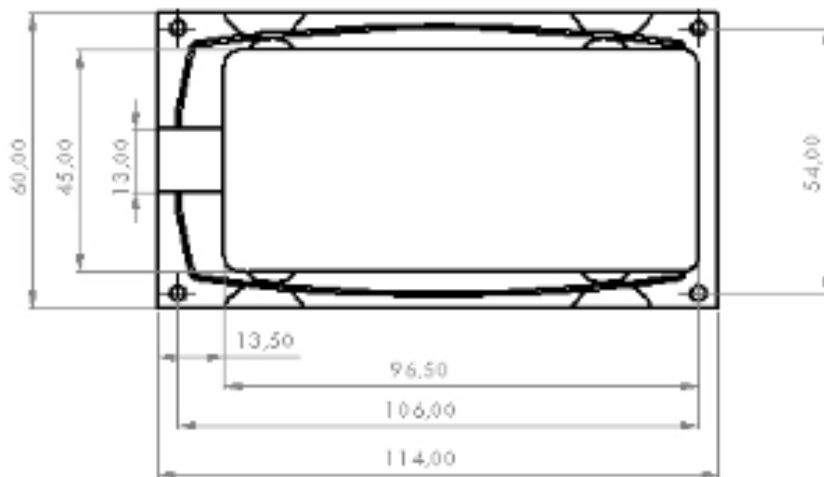
### TABLE DES MATIERES

1. Mathématiques appliquées.....	3
1.1 Détermination de $Q_{st}$ de 0 à $T$ (régime forcé) .....	6
1.2 Détermination de $Q_{st}$ de $T$ à $2T$ (régime libre) .....	7
1.3 Tracé de $Q_{st}$ (régime forcé + régime libre).....	7
2. Automatique .....	9
3. Plan d'expériences et traitement d'images .....	13

## 1. Mathématiques appliquées

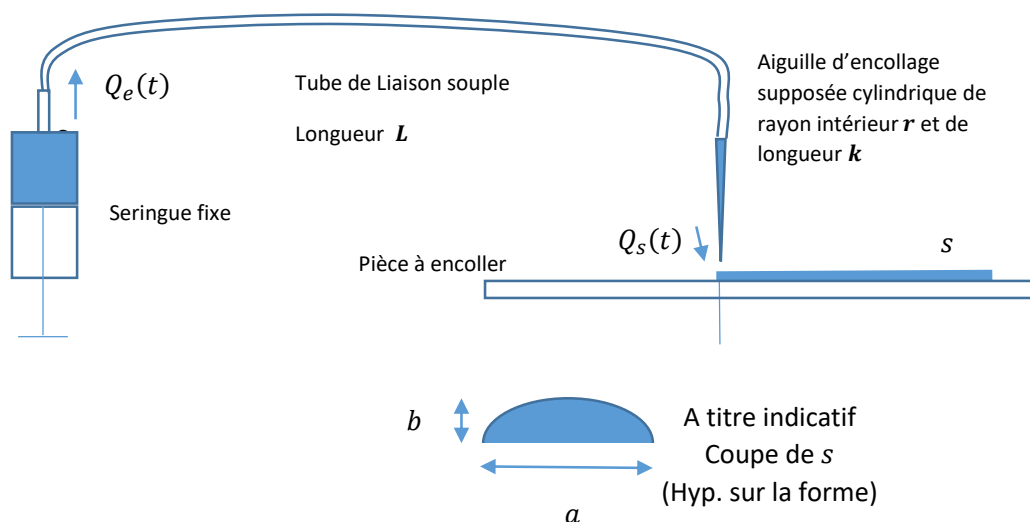
Cette première partie présente la modélisation du débit de colle. Nous avons déterminé l'équation différentielle du système de transfert de colle et modélisé l'allure de la courbe du débit déposé.

Le but final de notre projet étant de déposer un cordon de colle sur le pourtour d'un capot de téléphone.



Dans un premier temps, nous avons étudié le système de dépôt de colle ci-dessous.

La colle est déposée à vitesse constante :

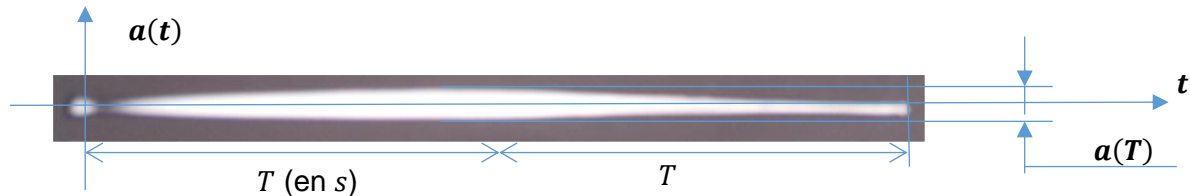


$Q_e(t)$  : Débit de colle à l'entrée du tube

$Q_s(t)$  : Débit de colle à la sortie du tube

$t$  : temps d'encollage

Par ailleurs, nous cherchons à avoir le dépôt de colle le plus régulier possible. Pour ce faire, nous étudions son élasticité. L'image ci-dessous montre un cordon de colle en vue de dessus.



On fait l'hypothèse que le débit de colle  $Q_s(t)$  à la sortie de la buse a le même sens de variation que la largeur du cordon  $a(t)$ .

On voit donc apparaître un transitoire  $Q_s(t)$  avant d'obtenir un dépôt à  $Q_s$  constant !

Au bout de  $T$  secondes, lorsque le débit  $Q_e$  passe à 0,  $Q_s$  baisse progressivement.

Les objectifs du projet sont de modéliser ces transitoires dans le but de maîtriser un **dépôt de colle régulier**. Pour cela il faudra connaître l'équation différentielle du débit de colle  $Q_s(t)$  déposée. On pourra ensuite valider le modèle avec les expériences.

Pour l'étape de modélisation, on admettra que la variation de volume du tube est proportionnelle à la pression relative de celui-ci :

$$\Delta V = P \cdot K_1$$

Des résultats connus en mécanique des fluides permettent de faire l'hypothèse que si le rayon  $r$  de l'aiguille est petit par rapport au rayon intérieur du tube la pression relative dans le tube est proportionnelle au débit sortant :

$$P(t) = Q_s(t) \cdot K_2$$

$\Delta V$  : Variation de volume dans le tube

$P$  : pression relative dans le tube

$K_1, K_2$  : Constantes qui dépendent uniquement des caractéristiques du tube

En utilisant la loi de conservation des volumes, on détermine **l'équation différentielle de  $Q_s(t)$  en fonction de  $Q_e(t)$** .

On sait que :

- $V_e$  : volume d'entrée du tube ;
- $V_s$  : volume de sortie du tube ;
- $P \cdot K_1$  : constante supplémentaire dû au problème d'élasticité du tuyau souple (gonflement). Cela provoque une variation du volume de sortie du tube.

On peut dire que :

- Le volume d'entrée du tube :  $V_e = V_s + P \cdot K_1$
- Le volume sortant du tube :  $V_s = V_e - P \cdot K_1$

## La loi de conservation des volumes

Le débit volumique  $D_v$  est égal au volume de liquide qui sort du réservoir par unité de temps, c'est-à-dire qu'il est égal au rapport du volume  $V$  de liquide qui sort sur la durée  $\Delta t$  mise pour sortir du réservoir.

$$D_v = \frac{V}{\Delta t}$$

$D_v$  : débit volumique en  $m^3 \cdot s^{-1}$

$V$  : volumique de liquide qui sort du réservoir en  $m^3$

$\Delta t$  : durée en s

Nous allons calculer le débit volumique.

Tout d'abord, nous dérivons puisque la dérivée du volume est le débit :  $\frac{dV_e(t)}{dt} = \frac{dV_s(t)}{dt} + K_1 \frac{dP(t)}{dt}$

Nous faisons en sorte de prendre en compte un débit constant.

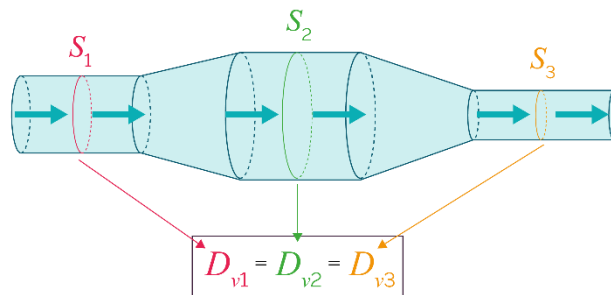


Figure : Conservation du débit volumique (source : Exploiter la conservation du débit volumique - Maxicours)

Débit volumique d'entrée :  $Q_e(t) = Q_s(t) + K_1 \frac{dP}{dt}$

$P(t) = Q_s(t) \cdot K_2$

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{dQ_s(t)}{dt} \cdot K_2$$

On a donc :  $Q_e(t) = Q_s(t) + \frac{dQ_s(t)}{dt} \cdot K_1 \cdot K_2$

**D'après la loi de la conservation des volumes :**  $V_s = V_e - \Delta V$

**Donc** 
$$\frac{dV_s}{dt} = \frac{dV_e}{dt} - \frac{d\Delta V}{dt}$$

**On sait que**  $\Delta V = P \cdot K_1$  **et que**  $P(t) = Q_s(t) \cdot K_2$

**Ainsi**  $Q_s(t) = Q_e(t) - \frac{d\Delta V}{dt} \Leftrightarrow \frac{P(t)}{K_2} = Q_e(t) - P'(t) \cdot K_1$

**On a donc**  $\frac{P(t)}{K_2} + P'(t) \cdot K_1 = Q_e(t) \Leftrightarrow P(t) + P'(t) \cdot K_1 \cdot K_2 = Q_e(t)$

**Ainsi :**  $Q_s(t) + Q'_s(t) \cdot K_1 \cdot K_2 = Q_e(t)$

Equation différentielle :  $Q_s(t) + Q'_s(t) \cdot K_1 \cdot K_2 = Q_e(t)$

## 1.1 Détermination de $Q_s(t)$ de 0 à $T$ (régime forcé)

Conditions initiales : On applique un débit d'entrée constant alors :

$$Q_e(t) = Q_e = \text{Constante}$$

$$Q_s(0) = 0$$

Sachant que notre équation différentielle est  $Q_e = Q_s(t) + Q'_s(t) \cdot \tau$ , alors on cherche :

$$Q_s(t) + Q'_s(t) \cdot \tau = 0$$

Puisque  $r_0 = -\frac{b}{a}$  alors ici  $r_0 = -\frac{t}{\tau}$ .

Donc l'équation homogène est  $y_h = C \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$  avec  $C$  une constante.

On sait que  $Q_e$  est une constante et que le second membre est un polynôme de degré 0. Donc  $y_p = C$  et  $y'_p = 0$ . Ainsi  $y_p = C = Q_e$ .

Au final  $Q_s(t) = C \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + Q_e$ .

On sait que  $Q_s(0) = 0$ .

Ainsi pour  $t = 0$  et  $Q_s(0)$  on a :

$$Q_s(0) = C + Q_e \Rightarrow C = -Q_e$$

Donc  $Q_s(t) = Q_e \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

$$Q_s(t) = Q_e \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

## 1.2 Détermination de $Q_s(t)$ de $T$ à $2T$ (régime libre)

Conditions initiales : On coupe le débit d'entrée alors :

$$Q_e(t) = 0 = \text{Constante}$$

$$Q_s(T) = Q_e$$

Sachant que notre équation différentielle est  $Q_e(t) = Q_s(t) + Q'_s(t) \cdot \tau$ , alors on cherche :

$$Q_s(t) + Q'_s(t) \cdot \tau = 0$$

La solution est l'équation homogène calculée précédemment :  $y_h = C \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$  avec  $C$  une constante.

$$\text{Au final } Q_s(t) = C \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

$$\text{On sait que } Q_s(T) = Q_e.$$

A  $t = T$ , on a  $Q_s(T) = Q_e$  donc :

$$Q_s(T) = C \cdot e^{-\frac{T}{\tau}} \Rightarrow Q_e = C \cdot e^{-\frac{T}{\tau}} \Leftrightarrow C = Q_e \cdot e^{\frac{T}{\tau}}$$

$$\text{Donc } Q_s(t) = Q_e \cdot e^{\frac{(T-t)}{\tau}}$$

$$Q_s(t) = Q_e \cdot e^{\frac{T-t}{\tau}}$$

## 1.3 Tracé de $Q_s(t)$ (régime forcé + régime libre)

Pour un cordon de forme demi-elliptique avec  $a = 3 \text{ mm}$ ,  $b = 0,75 \text{ mm}$ , nous devons choisir un débit  $Q_e$  réaliste et tracer  $Q_s(t)$  pour un régime forcé et libre enchaîné. Ensuite, nous estimerons la constante de temps et tracerons la courbe sur Excel.

Nous allons tout d'abord calculer la surface  $S_C$  du cordon de forme **demi-elliptique**.

L'aire du cordon  $A_C$  peut se calculer avec deux points :  $A_C = \pi \cdot a \cdot b$

$$S_C = \frac{\frac{A_C}{2}}{2}$$

$$S_C = \frac{\pi \times 3 \times 0,75}{4}$$

$$S_C \approx 1,77 \text{ mm}^2$$

Maintenant, nous allons estimer des valeurs et choisir un débit  $Q_e$ .

Les valeurs choisies sont :

- La longueur du cordon de  $100 \text{ mm}$
- Le temps du dépôt de la colle de  $5 \text{ s}$

$$\text{Calcul du volume : } v = S_C \times 100 = 177 \text{ mm}^3$$



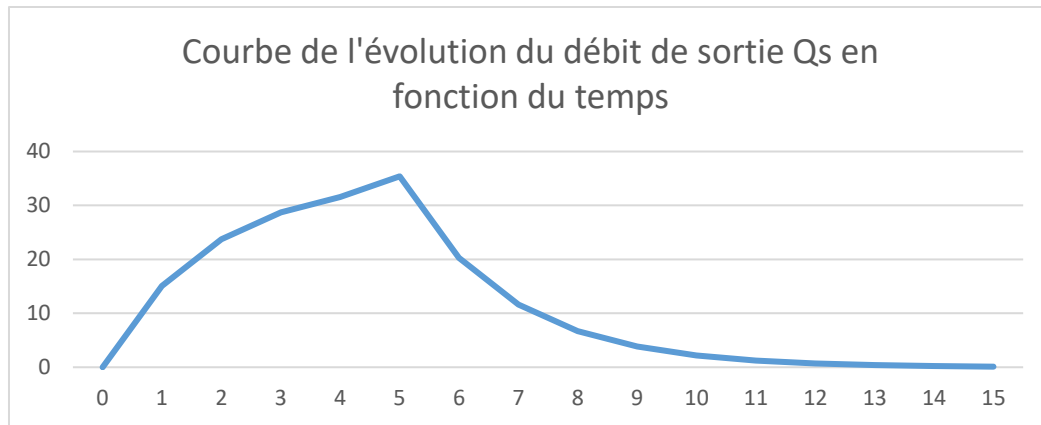
Calcul du débit :  $Q_e = \frac{177}{5} = 35,4 \text{ mm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

Nous considérons que  $Q_s$  atteint 95 % (soit 0,95) de  $Q_e$  en 5 s. Nous pouvons donc estimer une constante de temps  $\tau$  de 1,8 s.

$$35,4 \times 0,05 \approx 1,8 \text{ s}$$

$$\tau = 1,8$$

*Courbe Excel*

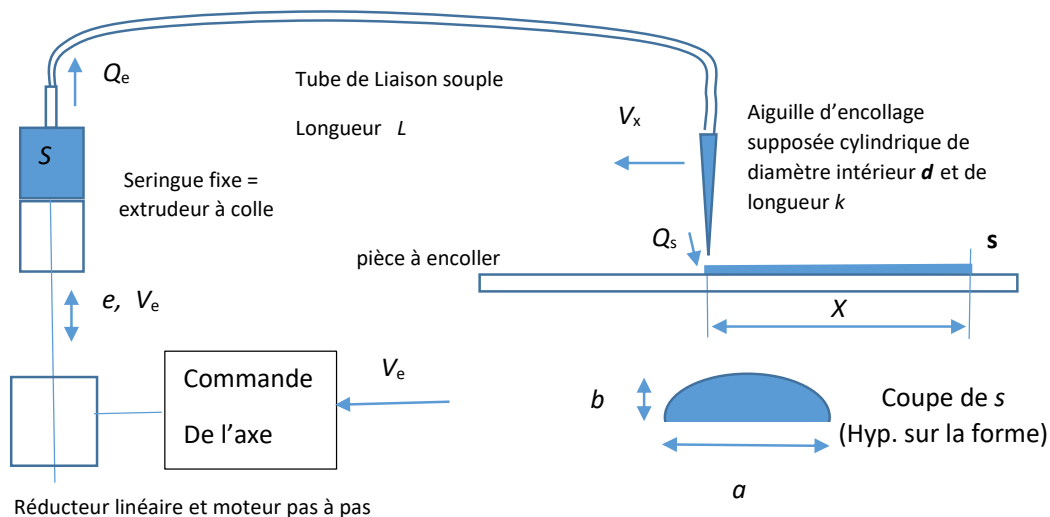


## 2. Automatique

Nous reprenons le schéma précédent et d'autres paramètres ont été rajoutés dans cette partie.

La colle est déposée à la vitesse  $V_x$  ; c'est la vitesse relative entre l'aiguille et la pièce à encoller.

Les essais d'encollage se feront suivant l'axe  $x$ .



### Constantes du système

$R$  : Rayon intérieur du piston seringue en mm ;  $S$  : Surface du piston seringue en  $\text{mm}^2$

$L$  : Longueur du tube déployé

### Grandeurs commandables

$X$  : Longueur encollée en mm ;  $s$  : section du cordon de colle en  $\text{mm}^2$  ;  $0 < x(t) \leq X$

$e$  : Déplacement du piston de la seringue en mm

$V_x$  : Vitesse d'avance en mm/min;

$h$  : Distance entre la base de l'aiguille et la pièce (pour  $h = 0$  l'aiguille est au plus près de la pièce)

### Grandeur influente non commandable

$d$  : diamètre de l'aiguille de dépôt de colle

### Grandeurs intermédiaires de calcul

$Q_e$  : Débit de colle en  $\text{mm}^3/\text{min}$  ;  $W_e$  : volume de colle poussée par le piston seringue en  $\text{mm}^3$

$Q_s$  : Débit de colle en  $\text{mm}^3/\text{min}$  ;  $W_s$  : volume de colle de sortie en  $\text{mm}^3$

$t$  : Variable temps d'encollage en mn ou en s

$V_e$  : Vitesse de déplacement du piston de la seringue en mm/min suivant l'axe de celle-ci

Nous prenons aussi en compte les commandes de déplacements et du dépôt de colle comme **X, e,  $V_x$  et h**.

On peut agir sur le diamètre de l'aiguille **d** en la remplaçant manuellement.

### Exemple de programme de commande (Gcode) :

**G1 Zh F100** : positionnement de l'aiguille à h mm de haut suivant l'axe Z à la vitesse de 100 mm/min

**G1 X50 Ee FVx** : déplacement de 50 mm suivant l'axe X positif à la vitesse de  $V_x$  mm/min et de e mm suivant l'axe E positif à une vitesse  $V_e$  calculée par le système afin que la quantité de colle soit répartie sur tout le déplacement ( $Q_e = \text{Cte}$ ).

**G1 X100** : déplacement de 50 mm suivant X à la même vitesse sans dépôt de colle

Ces commandes ont une influence sur l'allure de notre cordon de colle et l'objectif de cette partie est de déterminer ce lien entre les paramètres de commande du GCODE avec les grandeurs caractéristiques du cordon  $a(x)$ , tau, etc.

Il faut aussi savoir que notre **problème d'automatique et de commande de système en boucle ouverte**.

Grâce à notre équation différentielle  $Q_s(t)$ , nous allons pouvoir déterminer la fonction de transfert.

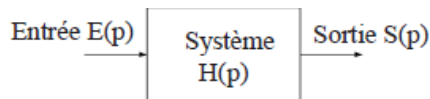
Nous savons que les encollages se font à **vitesse de piston-seringue constante** et que la commande e est donné pour tout le cordon, ce qui entraîne un débit  $Q_e$  constant durant le temps de dépôt de colle.

Traduction dans le domaine de Laplace les équations de fonctionnement.

$$Q_s(t) = Q_e \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \rightarrow Q_s(p) = Q_e \cdot \left(1 - e^{-\frac{p}{\tau}}\right)$$

Fonction de transfert

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$$



$$F(p) = \frac{Q_s(p)}{Q_e(p)} = 1 - e^{-\frac{p}{\tau}}$$

Pour obtenir rapidement des solutions et se ramener à des équations algébriques, on fait appel à la représentation fréquentielle des signaux grâce à la transformation de Laplace.

Nous reprenons les solutions de l'équation différentielle de  $Q_s(t)$  pour le régime forcé et pour le régime libre

**Régime forcé : Entrée échelon  $Q_e = \text{constante}$ .**

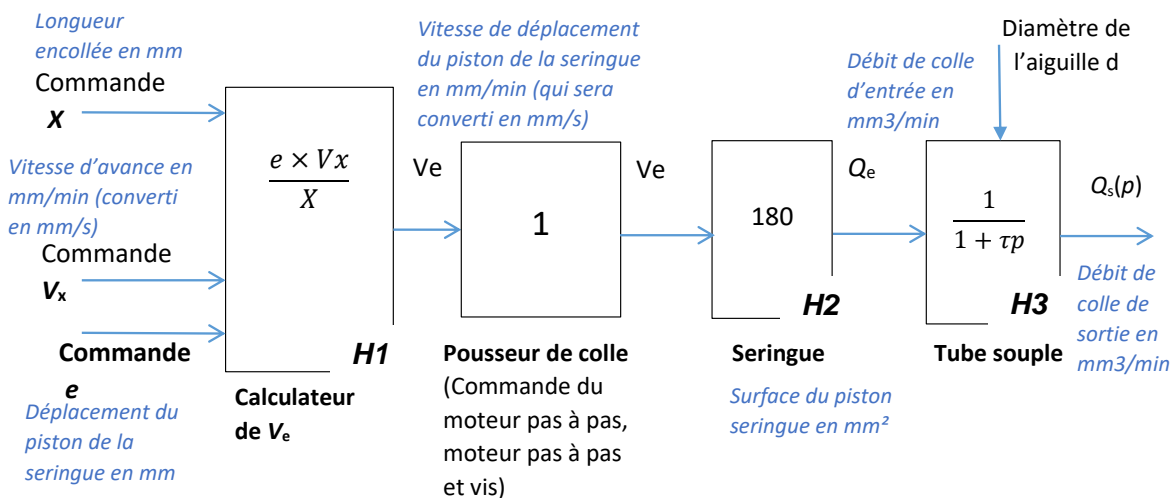
$$Q_s(t) \text{ de } 0 \text{ à } T \text{ (régime forcé)} : Q_s(t) = Q_e \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

**Régime libre : Entrée  $Q_e = 0$ .**

$$Q_s(t) \text{ de } T \text{ à } 2T \text{ (régime libre)} : Q_s(t) = Q_e \cdot e^{-\frac{T-t}{\tau}}$$

Ensuite, nous réalisons un schéma bloc de l'axe E (extrudeur) de colle.

**Réponse dans le schéma blocs**



**H1 :** Pour trouver une vitesse  $V_e$ , nous devons donc utiliser  $X$ ,  $V_x$  et  $e$ .  $V_x$  est une vitesse également, et  $X$  et  $e$  des distances. Pour trouver une vitesse nous devons donc obtenir une solution de la forme  $\frac{\text{distance} \times \text{vitesse}}{\text{distance}}$  vu que les distances vont s'annuler.  $V_x$  étant la vitesse de déplacement et  $X$  la distance de déplacement, ces deux valeurs sont liées, donc  $\frac{V_x}{X}$ . Comme nous devons trouver une vitesse, il faut annuler les déplacements, et donc multiplier par  $e$ . Ce qui nous donne la forme  $\frac{V_x}{X} * e$ .

**H2 :** En entrée nous avons  $V_e$  une vitesse et en sortie  $Q_e$  un débit. On sait que  $\text{débit} = \text{vitesse} * \text{surface}$ . Ainsi, notre H2 sera la surface en question.

Cette surface se calcule comme suit :  $\pi * r^2$ . On sait que notre seringue a pour diamètre 15cm selon la documentation. Donc notre surface ici est  $\pi * r^2 = \pi * \left(\frac{15}{2}\right)^2 \approx 178mm^2 \approx 180mm^2$ .

**H3** : En entrée nous avons  $Q_e$  un débit, et  $d$  une distance. En sortie nous avons  $Q_s$ , un débit également. On sait que  $H = \frac{\text{sortie}}{\text{entrée}}$ , donc ici  $H_3 = \frac{Q_s}{Q_e}$ . Notre fonction de transfert est  $Q_e(t) = \tau Q'_s + Q_s$ . On met cette fonction dans le domaine de Laplace  $Q_e(p) = Q_s(p) + \tau \times p Q_s(p) \Leftrightarrow Q_e(p) = Q_s(p) \times (1 + \tau p)$ .

$$\text{Donc : } H_3 = \frac{Q_s(p)}{Q_e(p)} = \frac{Q_s(p)}{Q_s(p) \times (1 + \tau p)} \Leftrightarrow \frac{Q_s(p)}{Q_e(p)} = \frac{1}{1 + \tau p}.$$

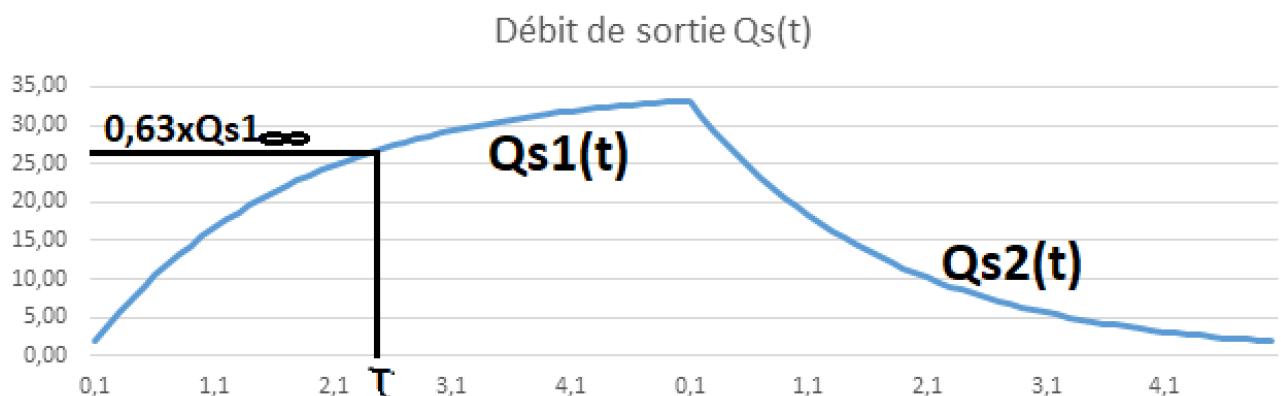
Les études empiriques ont montré que  $a(x)$  peut se mettre sous la forme :

- Pour le régime forcé :  $a(x) = a_\infty \sqrt{1 - e^{-\frac{x}{\tau \cdot V_x}}}$  ;
- Pour le régime libre :  $a(x) = a'' \sqrt{e^{-\frac{x}{\tau \cdot V_x}}}$  ;

$a_\infty$  : largeur maxi que prendrait le cordon au bout d'un temps très long (La largeur n'augmente quasiment plus)

$a''$  : Valeur de  $a(x)$  à la fin du régime forcé qu'il ne faut pas confondre avec  $a_\infty$  car  $a'' < a_\infty$

On rappelle que nous avons déterminé l'évolution du débit de colle à la sortie du tuyau souple :



Le débit dans le régime forcé est  $Q_{s1}(t) = Q_E \left[ 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$

Le débit dans le régime libre est  $Q_{s2}(t) = Q_E e^{-\frac{t}{\tau}}$

La photo ci-dessous représente la largeur du cordon  $a(x)$ . Déterminer la valeur de la constante de temps  $T$  en s sachant qu'elle a été relevée dans le régime libre à la cote de 22,41 mm à  $V_x = 200$  mm/min



Nous utiliserons la forme du régime libre dans notre cas pour déterminer dans cet exemple la constante de temps  $T$ .

$$a(x) = a'' \sqrt{e^{-\frac{x}{\tau \cdot V_x}}}$$

$$a(\tau \cdot V_x) = a'' \sqrt{e^{-\frac{\tau \cdot V_x}{\tau \cdot V_x}}}$$

$$a(\tau \cdot V_x) = 3,27 \times \sqrt{e^{-1}}$$

$$a(\tau \cdot V_x) \approx 3,27 \times 0,61$$

$$a(2,01) \approx 2,24$$

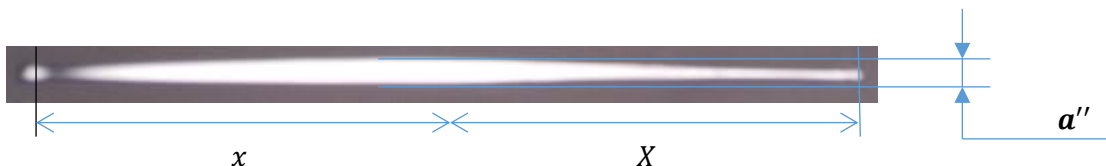
## 3. Plan d'expériences et traitement d'images

Cette dernière partie présente le plan d'expériences et la réalisation des cordons de colle.

Nous savons que les commandes programmées sont  $h$ ,  $X$ ,  $e$  et  $V_x$  ;  $r = \frac{d}{2}$  dépendent de l'aiguille placée manuellement.

La problématique soulevée dans cette partie est la difficulté de réaliser un dépôt constant.

Le système de transfert de colle présente globalement une élasticité comme en témoigne l'image ci-dessous (Image d'un cordon de colle de  $2X$  mm en vue de dessus déposé à la vitesse  $V_x$ , sur  $X$  mm avec  $e$  mm, puis sur  $X$  mm avec  $e = 0$ ).



Si on admet que la largeur du cordon  $a$  a le même sens de variation que le débit instantané de colle  $Q_s$  :

- On voit apparaître un transitoire  $Q_s$  avant d'obtenir un dépôt à  $Q_s$  constant !
- Lorsque le débit  $Q_e$  passe à 0,  $Q_s$  baisse progressivement sur plus de  $X$  mm

Les objectifs du projet devront permettre de qualifier ces transitoires dans le but de les maîtriser et de réaliser un **cordon de colle fermé régulier** avec un **temps d'encollage optimisé**. Nous cherchons à optimiser la constante de temps  $\tau$  du système.

Tout d'abord, nous avons pris en main le simulateur fournit et modifié le diamètre des aiguilles sur celui-ci pour déterminer la plus pertinente. Nous devons choisir l'aiguille que nous allons utiliser pour notre encolleuse. Nous disposons de plusieurs modèles :

Référence Nordson	Couleur	Diamètre <i>inch</i>	Diamètre <i>mm</i>	Diamètre retenu en <i>mm</i>
7018049	Olive	0.063	1.6002	1.6
7018097	Grey (gris)	0.047	1.1938	1.19
7018147	Green (vert)	0.033	0.8382	0.84
7005006	Pink (rose)	0.023	0.5842	0.58

Nous avons également un simulateur V0 fournit. En utilisant ce simulateur nous avons pu faire varier la taille de l'aiguille et déterminé laquelle nous allons utiliser.

Le programme indique les paramètres d'encollage suivants :

- Le déplacement du piston seringue  $e$  : 0,5 mm
- Le déplacement de l'aiguille  $X$  : 70 mm
- Vitesse de déplacement aiguille/table  $V_x$  : 500 mm  $\cdot$  min<sup>-1</sup>
- Hauteur aiguille  $h$  : 0,5 mm
- Diamètre aiguille  $2r$  : A faire varier
- Tau  $\tau$  : constante de temps de l'aiguille

Les résultats de la simulation vont varier selon le diamètre de l'aiguille nommé  $2r$ . Les autres variables ne pourront pas être modifiées. Nous allons donc réaliser quatre simulations avec les diamètres différents afin de choisir le bon diamètre pour réaliser nos essais par la suite.

Entrées :  $e = 0.5\text{mm}$ ,  $X = 70\text{mm}$ ,  $V_x = 500\text{mm/min}$ ,  $h = 0.5\text{mm}$ ,  $2r = 0.58\text{mm}$ ,  
 Relevés courbe  $a(70) = 2.715\text{mm}$ ,  $\tau \cdot V_x = 36.95\text{mm}$ ,  
 Calculés :  $s_{\text{max}} = 1.092\text{mm}^2$ ,  $s_{\text{infini}} = 0.021\text{mm}^2$ ,  $a_{\text{infini}} = 2.946\text{mm}$ ,  $\tau = 4.434\text{s}$ ,

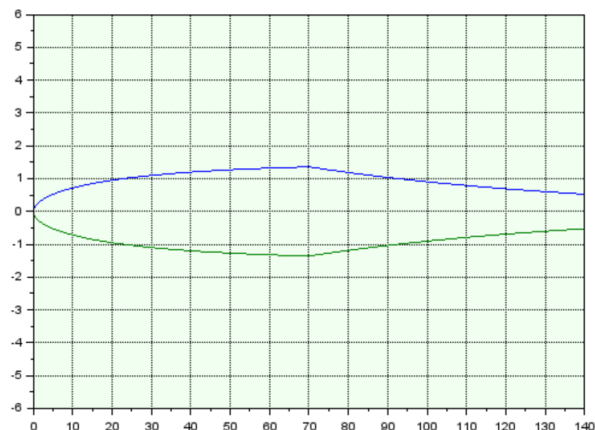


Figure 1 - Simulation avec l'aiguille rose

Entrées :  $e = 0.5\text{mm}$ ,  $X = 70\text{mm}$ ,  $V_x = 500\text{mm/mn}$ ,  $h = 0.5\text{mm}$ ,  $2r = 0.84\text{mm}$ ,  
 Relevés courbe  $a(70) = 2.818\text{mm}$ ,  $\tau \cdot V_x = 33.78\text{mm}$ ,  
 Calculés :  $s_{\text{max}} = 1.124\text{ mm}^2$ ,  $s_{\text{infini}} = 0.021\text{mm}^2$ ,  $a_{\text{infini}} = 3.014\text{mm}$ ,  $\tau = 4.054\text{s}$ ,

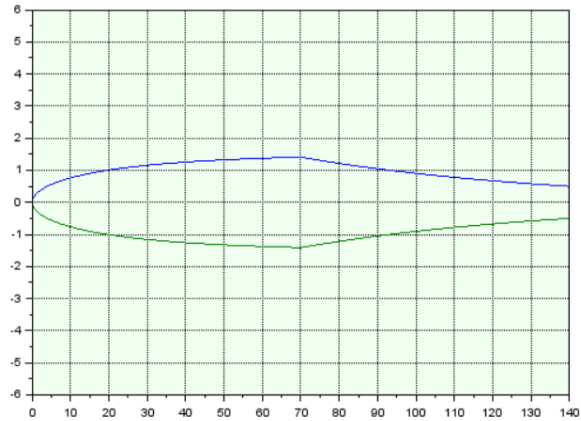


Figure 2 - Simulation avec l'aiguille verte

Entrées :  $e = 0.5\text{mm}$ ,  $X = 70\text{mm}$ ,  $V_x = 500\text{mm/mn}$ ,  $h = 0.5\text{mm}$ ,  $2r = 1.19\text{mm}$ ,  
 Relevés courbe  $a(70) = 2.957\text{mm}$ ,  $\tau \cdot V_x = 29.52\text{mm}$ ,  
 Calculés :  $s_{\text{max}} = 1.166\text{ mm}^2$ ,  $s_{\text{infini}} = 0.021\text{mm}^2$ ,  $a_{\text{infini}} = 3.106\text{mm}$ ,  $\tau = 3.542\text{s}$ ,

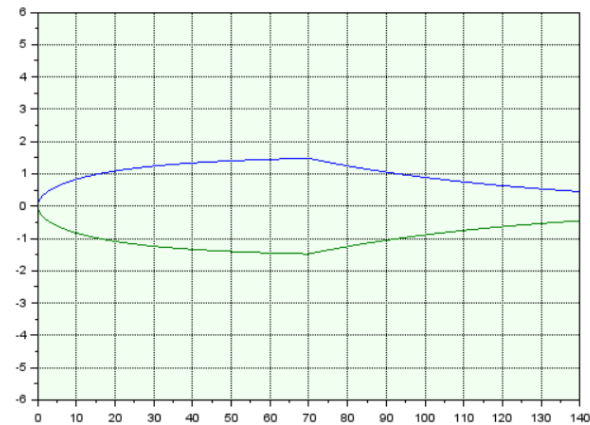


Figure 3 - Simulation avec l'aiguille grise



Entrées :  $e = 0.5\text{mm}$ ,  $X = 70\text{mm}$ ,  $V_x = 500\text{mm/mn}$ ,  $h = 0.5\text{mm}$ ,  $2r = 1.6\text{mm}$ ,  
 Relevés courbe  $a(70) = 3.12\text{mm}$ ,  $\tau \cdot V_x = 24.52\text{mm}$ ,  
 Calculés :  $s_{\max} = 1.212\text{mm}^2$ ,  $s_{\infty} = 0.021\text{mm}^2$ ,  $a_{\infty} = 3.214\text{mm}$ ,  $\tau = 2.942\text{s}$ ,

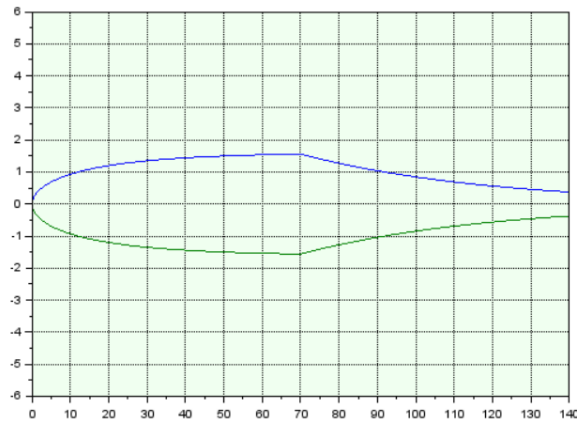


Figure 4 - Simulation avec l'aiguille olive

$$a(X) = a''$$

$a''$ : largeur du cordon (en mm)

Nous savons que la largeur du cordon doit être dans un domaine entre 2,4 et 3,5 mm. Chaque largeur est comprise entre ces valeurs.

- $V_x$  - Les essais d'encollage permettent de fixer  $V_x$  en  $\text{mm} \cdot \text{min}^{-1}$  :  $V_{x\min} = 200$  ;  $V_{x\max} = 600$

Nous étudions l'influence des aiguilles sur  $\tau \cdot V_x$  et cherchons à minimiser le  $\tau \cdot V_x$ . Sachant que  $V_x$  reste à  $500\text{mm} \cdot \text{min}^{-1}$ .

Pour un diamètre de 0,58 mm, le  $\tau \cdot V_x$  est de 36,95 mm.

Pour un diamètre de 0,84 mm, le  $\tau \cdot V_x$  est de 33,78 mm.

Pour un diamètre de 1,19 mm, le  $\tau \cdot V_x$  est de 29,52 mm (pour un  $\tau$  de 3,542 s).

Pour un diamètre de 1,6 mm, le  $\tau \cdot V_x$  est de **24,52 mm** (pour un  $\tau$  de 2,942 s).

Notre choix est l'aiguille « Olive » d'un diamètre de 1,6 mm. Son  $\tau$  et son  $V_x$  qui ont un  $\tau \cdot V_x$  sont les plus bas.

Par ailleurs, les surfaces  $\max (s_{\max})$  sont en-dessous de  $2\text{mm}^2$ , ce qui est important puisque la section régulière du cordon de colle obtenu ne devra pas dépasser  $2\text{mm}^2$ .

Ainsi, nous avons pu choisir la meilleure aiguille d'encollage à utiliser pour nos essais. On suppose que les encollages se font à vitesse de piston seringue constante, ce qui donne un débit  $Q_e$  constant durant le temps de dépôt de colle. Le débit  $Q_s(t)$ , lui, ne l'est pas. Un régime

transitoire s'impose donc, proportionnellement à  $Tau$  qu'on essaiera de caractériser par le biais d'une série de mesures de  $\tau \cdot V_x$ .

Pour planifier nos essais nous allons utiliser le modèle ci-dessous :

N° Essai	$V_x$	$\frac{e}{X}$	$h$	$V_x \cdot \left(\frac{e}{X}\right)$	$\frac{V_x}{h}$	$\left(\frac{e}{X}\right) \cdot h$	$V_x \cdot \left(\frac{e}{X}\right) \cdot h$	$\tau \cdot V_x$	$a_x$
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1		
2	-1	-1	1	1	-1	-1	1		
3	-1	1	-1	-1	1	-1	1		
4	-1	1	1	-1	-1	1	-1		
5	1	-1	-1	1	1	1	-1		
6	1	-1	1	1	-1	-1	1		
7	1	1	-1	-1	1	-1	1		
8	1	1	1	-1	-1	1	-1		

Dans notre cas, nous avons 2 types de variables :

- Les paramètres fixes :
  - Le déplacement de l'aiguille de l'encolleuse ( $X = 70 \text{ mm}$ )
  - Le diamètre de sortie de l'aiguille non programmable ( $2r$  en  $\text{mm}$ , dans notre cas  $1,6\text{mm}$  (aiguille olive))
- Les paramètres variables qui seront donc nos facteurs :
  - Le déplacement du piston seringue (discrète minimum  $e = 0,4$  et maximum  $e = 0,8$ )
  - La hauteur de l'aiguille (discrète minimum  $h = 0,2$  et maximum  $h = 0,8$ )
  - La vitesse de déplacement de l'aiguille (discrète minimum  $V_x = 200$  et maximum  $V_x = 600$ )

Chaque facteur peut prendre sa valeur minimum comme sa valeur maximum, ils possèdent donc 2 niveaux.

Nous allons donc observer les réponses suivantes :

- $a_0 \text{ (mm)}$  : la largeur maximale du cordon de colle.
- $\tau V_x \text{ (mm)}$  : la distance pendant laquelle le cordon de colle devient régulier et constant.

La table d'expérience proposée est un plan complet à 3 facteurs qui ont 2 niveaux, donc  $2^3$ . On cherche à faire une étude précise des interactions dans notre cas, l'utilisation d'un plan complet est donc justifiée puisqu'on souhaite étudiée toutes les combinaisons possibles des niveaux des facteurs.

Ainsi, une fois nos 8 essais réalisés, nous avons mesuré la distance à partir de laquelle nos cordons de colle devenaient réguliers grâce au logiciel « Piximètre », mais également la largeur maximale de notre cordon de colle. A noter que la photo a été prise à côté d'une règle, et que le logiciel à été étalonné à  $10\text{mm}$ .

Pour mesurer notre  $\tau \cdot V_x$ , nous avons utilisé la formule  $a(\tau \cdot V_x) = a'' * \sqrt{e^{-1}}$ .

Expérience	$a''$	$a(x)$
1	2,14	1,29797561

2	2,11	1,27977969
3	3,31	2,00761648
4	3,14	1,90450627
5	1,61	0,97651436
6	1,98	1,20093071
7	3,24	1,96515934
8	3,34	2,0258124

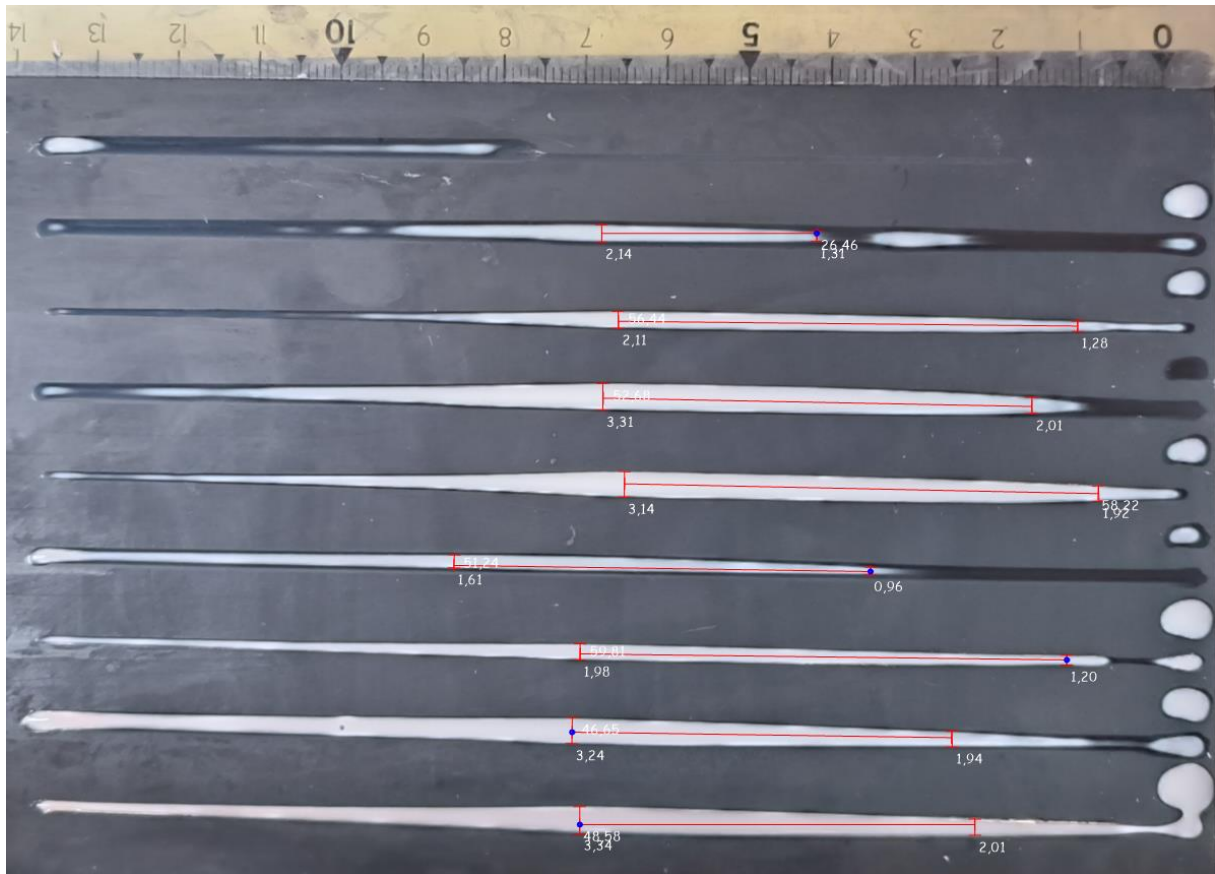


Figure 5 - Mesures de  $a_x$  et  $\tau \cdot V_x$

Ensuite nous avons pu remplir le plan d'expérience avec nos mesures.

N° Essai	$V_x$	$\frac{e}{X}$	$h$	$V_x \cdot \left(\frac{e}{X}\right)$	$V_x \cdot h$	$\left(\frac{e}{X}\right) \cdot h$	$V_x \cdot \left(\frac{e}{X}\right) \cdot h$	$a_x$
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	2.14
2	-1	-1	1	1	-1	-1	1	2.11
3	-1	1	-1	-1	1	-1	1	3.31
4	-1	1	1	-1	-1	1	-1	3.14
5	1	-1	-1	1	1	1	-1	1.61
6	1	-1	1	1	-1	-1	1	1.98
7	1	1	-1	-1	1	-1	1	3.24
8	1	1	1	-1	-1	1	-1	3.34

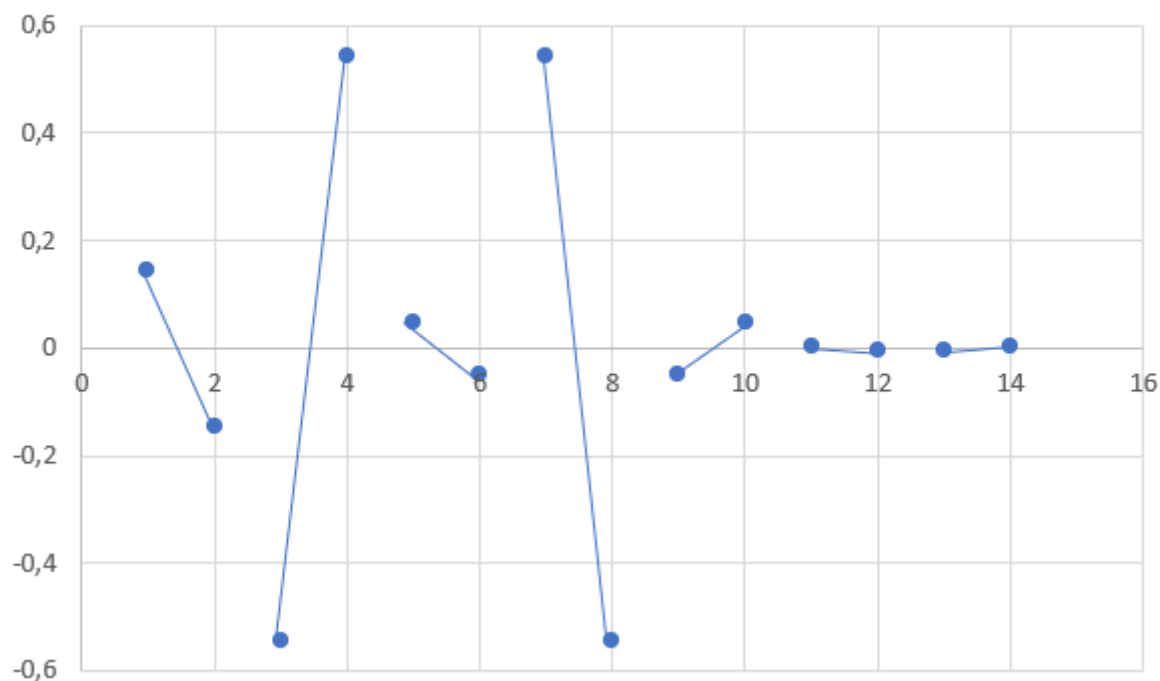
N° Essai	$V_x$	$\frac{e}{X}$	$h$	$V_x \cdot \left(\frac{e}{X}\right)$	$V_x \cdot h$	$\left(\frac{e}{X}\right) \cdot h$	$V_x \cdot \left(\frac{e}{X}\right) \cdot h$	$\tau \cdot V_x$
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	26.46
2	-1	-1	1	1	-1	-1	1	56.44
3	-1	1	-1	-1	1	-1	1	52.68
4	-1	1	1	-1	-1	1	-1	58.22
5	1	-1	-1	1	1	1	-1	51.24
6	1	-1	1	1	-1	-1	1	59.81
7	1	1	-1	-1	1	-1	1	46.65
8	1	1	1	-1	-1	1	-1	48.58

Par la suite, nous avons pu calculer les effets des différents facteurs sur nos réponses. Ainsi nous avons pu déterminer les facteurs importants dans notre étude.

Pour  $a_x$  :

	$V_x$	$\frac{e}{X}$	$h$	$V_x \cdot \left(\frac{e}{X}\right)$	$V_x \cdot h$	$\left(\frac{e}{X}\right) \cdot h$	$V_x \cdot \left(\frac{e}{X}\right) \cdot h$
Effet moy	-0,06625	0,64875	0,03375	-0,64875	-0,03375	-0,05125	0,05125
Effets - 1	0,06625	-0,64875	-0,03375	0,64875	0,03375	0,05125	-0,05125
Effet 1	-0,06625	0,64875	0,03375	-0,64875	-0,03375	-0,05125	0,05125

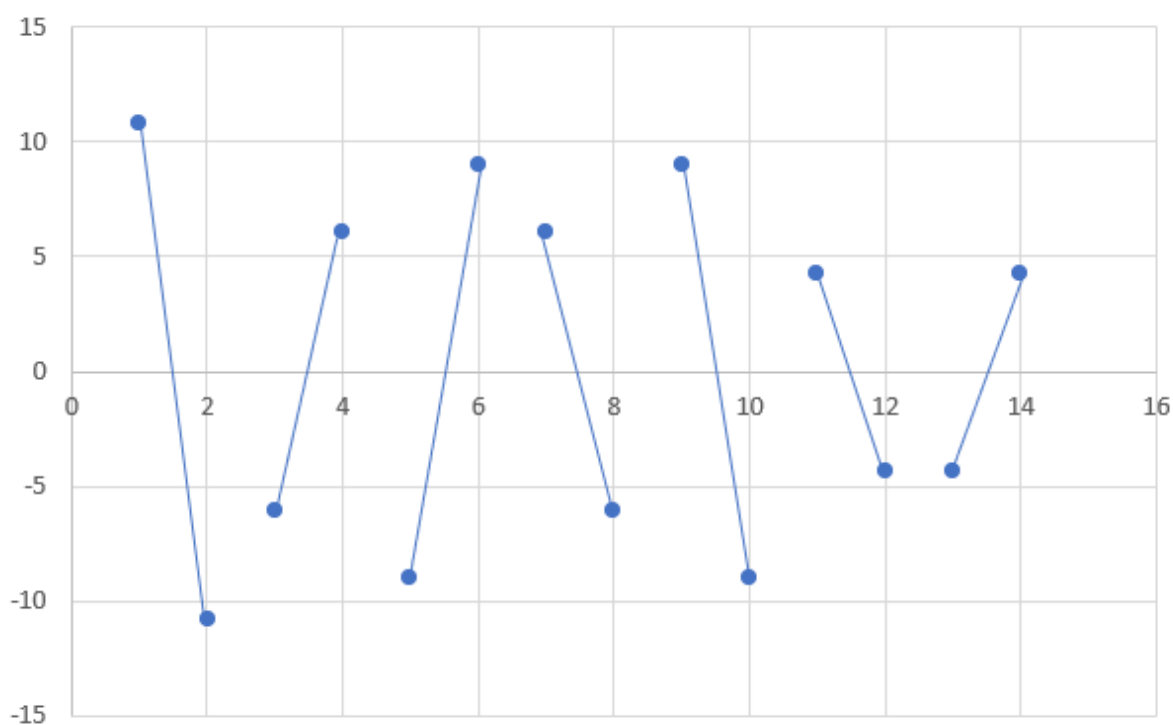
Graphs des effets ax



Pour  $\tau \cdot V_x$  :

	$V_x$	$\frac{e}{X}$	$h$	$V_x \cdot \left(\frac{e}{X}\right)$	$V_x \cdot h$	$\left(\frac{e}{X}\right) \cdot h$	$V_x \cdot \left(\frac{e}{X}\right) \cdot h$
Effet moy	1,55875	1,52375	5,75125	-1,52375	-5,75125	-3,88625	3,88625
Effets - 1	-1,55875	-1,52375	-5,75125	1,52375	5,75125	3,88625	-3,88625
Effet 1	1,55875	1,52375	5,75125	-1,52375	-5,75125	-3,88625	3,88625

Graphs des effets  $\tau \cdot V_x$



Ainsi on remarque que tous les facteurs ont des effets sur  $\tau \cdot V_x$ . Au contraire on remarque que les facteurs  $\left(\frac{e}{X}\right) \cdot h$  et  $V_x \cdot \left(\frac{e}{X}\right) \cdot h$  n'ont pas d'effets sur  $a_x$ , et les facteurs  $h$  et  $V_x \cdot h$  ont très peu d'effets.

Grâce à cela, nous pouvons déterminer les réglages de l'encolleuse qui sont les meilleurs pour nous. Rappelons que nous savons que la largeur du cordon doit être dans un domaine entre 2,4 et 3,5 mm, et que nous devons minimiser  $\tau \cdot V_x$ .

N° Essai	$V_x$	$\frac{e}{X}$	$h$	$V_x \cdot \left(\frac{e}{X}\right)$	$V_x \cdot h$	$\left(\frac{e}{X}\right) \cdot h$	$V_x \cdot \left(\frac{e}{X}\right) \cdot h$	$\tau \cdot V_x$	$a_x$
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	26.46	2.14
2	-1	-1	1	1	-1	-1	1	56.44	2.11
3	-1	1	-1	-1	1	-1	1	52.68	3.31
4	-1	1	1	-1	-1	1	-1	58.22	3.14

5	1	-1	-1	1	1	1	-1	51.24	1.61
6	1	-1	1	1	-1	-1	1	59.81	1.98
7	1	1	-1	-1	1	-1	1	46.65	3.24
8	1	1	1	-1	-1	1	-1	48.58	3.34

Expérimentalement on remarque donc que l'expérience qui correspond à nos deux critères est le 7<sup>ème</sup> essai. Elle avait les paramètres suivants :

- Le déplacement du piston seringue à  $e = 0,8$ .
- La hauteur de l'aiguille à  $h = 0,2$ .
- La vitesse de déplacement de l'aiguille à  $V_x = 600$ .

Grâce à nos résultats expérimentaux, nous avons pu déterminer les fonctions objectives de «  $\tau \cdot V_x$  » et de «  $a_x$  » en fonction des facteurs étudiés.

$$\tau \cdot V_x = a_0 + a_1 \cdot V_x + a_2 \cdot \frac{e}{x} + a_3 \cdot h + a_{1a2} \cdot \left( V_x \cdot \left( \frac{e}{x} \right) \right) + a_{1a3} \cdot (V_x \cdot h) + a_{2a3} \cdot \left( \frac{e}{x} \cdot h \right) + a_{1a2a3} \cdot \left( V_x \cdot \left( \frac{e}{x} \right) \cdot h \right)$$

$$a_x = a_0 + a_1 \cdot V_x + a_2 \cdot \frac{e}{x} + a_3 \cdot h + a_{1a2} \cdot \left( V_x \cdot \left( \frac{e}{x} \right) \right) + a_{1a3} \cdot (V_x \cdot h) + a_{2a3} \cdot \left( \frac{e}{x} \cdot h \right) + a_{1a2a3} \cdot \left( V_x \cdot \left( \frac{e}{x} \right) \cdot h \right)$$

Nous pouvons donc reprendre le simulateur que nous avons utilisé au début et inclure ces fonctions dedans. Ainsi, nous allons pouvoir également modifier les autres facteurs pour voir si le simulateur s'approche des essais réels.

$\tau \cdot V_x = 50,01125 - 1,55875 \cdot V_x + 1,52375 \cdot \frac{e}{x} + 5,75125 \cdot h - 1,52375 \cdot V_x \cdot \frac{e}{x} - 5,75125 \cdot V_x \cdot h - 3,88625 \cdot \frac{e}{x} \cdot h + 3,88625 \cdot V_x \cdot \frac{e}{x} \cdot h$ ;

$a_0 = -2,60875 - 0,06625 \cdot V_x + 0,64875 \cdot \frac{e}{x} + 0,03375 \cdot h - 0,64875 \cdot V_x \cdot \frac{e}{x} - 0,03375 \cdot V_x \cdot h - 0,05125 \cdot \frac{e}{x} \cdot h + 0,05125 \cdot V_x \cdot \frac{e}{x} \cdot h$ ;

Entrer les paramètres d'encollage

Déplacement e en mm (Impossible à modifier dans la version de Ruby)

Déplacement x en mm (20-200)(Impossible à modifier dans la version de Ruby)

vitesse Vx en mm/mn (Impossible à modifier dans la version de Ruby)

hauteur h en mm (Impossible à modifier dans la version de Ruby)

diamètre aiguille 2r (Là tu peux modifier :) signé Ruby)

Ok

Annuler

Entrées :  $e = 0.8\text{mm}$ ,  $X = 70\text{mm}$ ,  $V_x = 600\text{mm/mn}$ ,  $h = 0.2\text{mm}$ ,  $2r = 1.6\text{mm}$ ,

Relevés courbe  $a(70) = 2\text{mm}$ ,  $\tau \cdot V_x = 50\text{mm}$ ,

Calculés :  $s_{\text{max}} = 1.55\text{ mm}^2$ ,  $s_{\text{infini}} = 0.034\text{mm}^2$ ,  $a_{\text{infini}} = 2.304\text{mm}$ ,  $\tau = 5\text{s}$ ,

