

비전하 실험 보고서

서울대학교 전기정보공학부 2018-12432 박정현*
(Dated: September 12, 2023)

본 실험에서는 열방출된 전자빔의 자기장 내에서의 움직임을 측정하여 전자의 전하, 질량비를 측정한다. PASCO SE-9638을 이용해 전자빔을 형성한 뒤 균일한 자기장 내에서 전자를 원운동 시켰으며 실험의 정확도를 증가시키기 위해 전자 반지름을 앞, 뒤 모두에서 측정하였다. 10%내외에서 이론값과 일치하였으며 높은 재현도를 보였다. 실험의 주요 오차 원인은 정확하지 않은 반지름 측정으로 결론지었으며 이를 해결하기 위해 전자빔을 납작한 형태의 장비에서 원운동 시켜야함을 제시하였다.

I. INTROUDCTION

A. Thermonic Emission

금속에 충분한 열이 가해져 온도가 높아지면 전자가 방출 되게 된다. 이러한 현상을 thermonic emission이라고 하며 이 때 방출되는 전류는 금속의 conduction band로부터 금속의 일함수를 넘어 자유전자가 되어 나타나는 전류이다. 이러한 전류는 페르미 분포를 따르는 전자중 충분한 에너지를 가지고 있는 전자가 넘어가는 전류와 터널링 현상을 통해 넘어가는 전류 두 종류가 있으며 아래와 같이 나타난다.[1] 여기서 A 는 Richard 상수이며 T 는 온도, 그리고 φ 는 일함수에 해당한다. 충분히 높은 전압에서 가열된 금속의 온도가 높아짐에 따라 방출되는 전류 값이 증가함을 알 수 있다.

$$J = AT^2 \exp\left(-\frac{\varphi}{kT}\right) \quad (1)$$

B. Helmholtz Coil

반지름 R 을 가지는 코일이 중심으로부터 x 의 거리에 만 드는 자기장은 아래와 같다.

$$B_z = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2 I}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2)$$

쿨롱 게이지에서 원형코일을 포함한 xy 평면에서의 vector potential \vec{A} 는 아래와 같다.[2]

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{z} d^3 r' \quad (3)$$

해당 식은 아래와 같이 전개된다. 단, $\rho = r/R$ 이며 r 은 중심으로부터 벗어난 거리이다. 그리고 $P_l(x)$ 는 르장드르 다항식에 해당한다.

$$= \frac{\mu_0}{4\pi R} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{\sqrt{1 + \rho^2 - 2\rho \cos \theta}} d^3 r' \quad (4)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi R} \sum \int \vec{J}(\vec{r}') \rho^l P_l(\cos \theta) d^3 r' \quad (5)$$

\vec{J} 가 $I/\pi a^2 \delta(\vec{r}-\vec{r}')$ 형태를 가지므로 식은 아래와 같아진다.

$$= \hat{\varphi} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \sum \int_0^{2\pi} \rho^l P_l(\cos \theta) \cos \theta d\theta \quad (6)$$

르장드르 다항식이 짝수차수에서 우함수이므로 적분값이 0 이된다. 따라서 3차항까지만 고려했을 때 식은 아래와 같다.

$$\vec{A}(\vec{r}) \simeq \hat{\varphi} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \rho \cos^2 \theta + \rho^3 \left(\frac{5 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta}{2} \right) \cos \theta d\theta \quad (8)$$

$$= \hat{\varphi} \frac{\mu_0 I}{4} \left(\rho + \frac{3}{8} \rho^3 \right) \quad (9)$$

$$= \hat{\varphi} \frac{\mu_0 I}{4} \left(\frac{r}{R} + \frac{3}{8} \left(\frac{r}{R} \right)^3 \right) \quad (10)$$

따라서 원형 코일 근처에서 자기장은 아래와 같아지며 중심으로부터 멀어질수록 자기장의 세기가 강해짐을 알 수 있으나 반지름 15cm의 코일에 대해서 $r = 3cm$ 인 경우 약 0.03만큼의 오차가 발생하여 해당 항은 큰 기여를 하지 못 함을 알 수 있다.

$$B_z(r) \simeq \frac{\mu_0 I}{2} \left(1 + \frac{3r^2}{4R^2} \right) \quad (11)$$

따라서 거리가 2x만큼 떨어진 헬름홀츠 코일 중심 근방 크게 벗어나지 않는 곳에서의 자기장은 아래와 같이 나타난다고 가정하여도 무방하다.

$$B_z \simeq \frac{\mu_0 N R^2 I}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (12)$$

C. Electron in B field

자기장에서 운동하는 전자의 운동방정식은 아래와 같이 기술된다.

$$m\ddot{\vec{r}} = e\dot{\vec{r}} \times \vec{B} \quad (13)$$

$\vec{B} = B_0 \hat{z}$ 으로 기술된다고 가정하고 초기 속도가 $(v \cos \theta, v \sin \theta)$ 로 주어질 때 자기장에 수직인 방향은 원 운동하게 되고 자기장과 평행한 방향은 등속운동을 하게 된다. 따라서 원운동의 경우 아래와 기술할 수 있다. 이 때

* alexist@snu.ac.kr

$v \cos \theta$ 는 자기장과 수직한 속도 성분, $v \sin \theta$ 는 자기장과 평행한 성분에 해당한다.

$$\frac{mv^2 \cos^2 \theta}{R} = ev \cos \theta B_0 \quad (14)$$

$B_0 = CI$ 로 주어지는 경우 식은 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$I = \frac{m v \cos \theta}{Ce R} \quad (15)$$

$mv^2/2 = eV$ 이므로 해당식은 다시 아래와 같이 정리된다.

$$I^2 = \frac{m^2 v^2 \cos^2 \theta}{C^2 e^2 R^2} \quad (16)$$

$$= \frac{m}{C^2 e} \frac{2V \cos^2 \theta}{R^2} \quad (17)$$

$$I^{-2} = \left(\frac{m}{e} 2V \cos^2 \theta \right)^{-1} R^2 \quad (18)$$

$$= AR^2 \quad (19)$$

따라서 기울기 A 와 전하비 e/m 은 아래의 관계식을 가진다.

$$A = \left(\frac{m}{C^2 e} 2V \cos^2 \theta \right)^{-1} \quad (20)$$

$$\frac{e}{m} = \frac{2AV \cos^2 \theta}{C^2} \quad (21)$$

II. EXPERIMENTAL

헬름홀츠 코일 및 전자 방출기로 PASCO SE-9638을 사용하였다. 헬름홀츠 코일에 약 7V가량의 전압을 인가하였으며 전자를 방출하는 금속을 가열시키기 위해 6.3V의 전압을 인가하였다. 이후에 전자를 가속시키기 위해 150V, 200V의 전압을 각각 인가하였으며 헬름홀츠 코일에 흐르는 전류를 전자빔이 bulb에 접촉하지 않는 범위 내에서 linear하게 증감하면서 전자빔의 원운동 반지름을 측정하였다. 이 때 흐르는 전류는 DC power supply에서 공급되는 전류량을 통해 측정하였다. 전자장비들의 연결은 아래와같이 구성되었다.

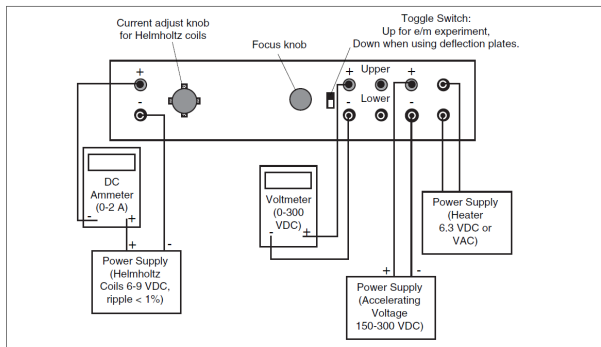


Figure 4 Connections for e/m Experiment

FIG. 1. 실험 장비 연결 구성

이 때 측정시 전자빔의 반지름은 frontside ruler를 이용하는 경우 아래와 같이 정확한 값이 아닌 더 축소된 값을

측정하게 된다. 따라서 Backside ruler와 비교하여 비율을 구한뒤 삼각비를 이용해 정확한 전자빔의 반지름을 측정해야함에 주의한다.

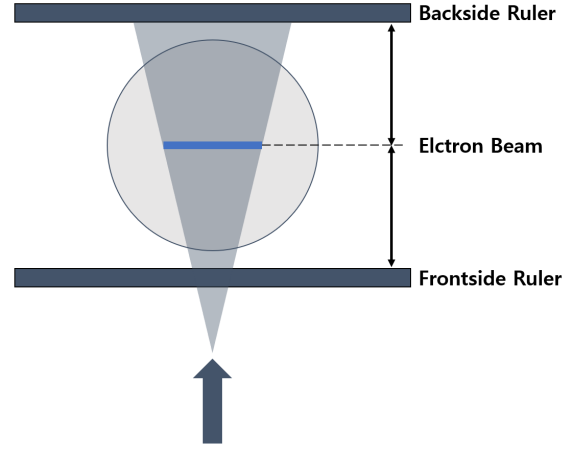


FIG. 2. 전자빔 반지름 측정 모식도

III. RESULTS

각각의 전압에서 측정된 전류대비 반지름은 아래와 같다. 단, 이 때 backside ruler와 frontside ruler의 비는 1 : 2로 frontside ruler에서 측정된 값에 1.5를 곱하여 실제 전자빔의 반지름을 추산하였다. 또한 오차범위는 error propagation을 이용해 계산하였다.

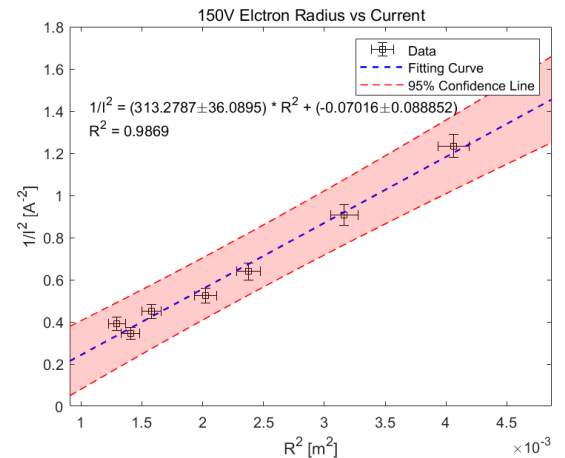


FIG. 3. 150V로 가속하였을 때 전자빔의 반지름과 전류 관계

이 때 측정된 각각의 비전하는 Tab.I과 같다. 이 때 오차는 기울기의 분산을 이용해 계산하였으며 C 값은 $7.8 \times 10^{-4} T/A$ 을 이용해 계산하였다.

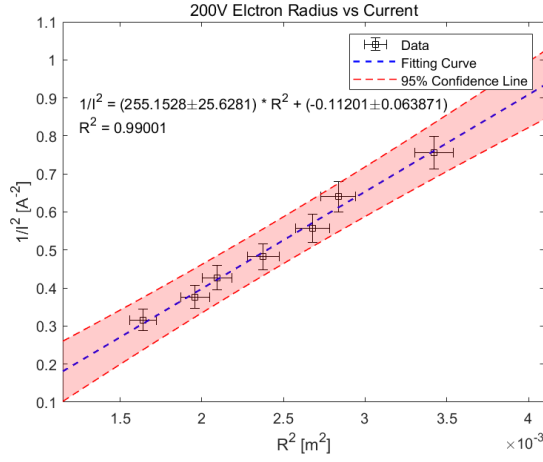


FIG. 4. 200V로 가속하였을 때 전자빔의 반지름과 전류 관계

	150V	200V
측정값 [C/kg]	1.54×10^{11}	1.67×10^{11}
오차 [C/kg]	0.18×10^{11}	0.17×10^{11}

TABLE I. 측정된 비전하

IV. CONCLUSION AND DISCUSSION

잘 알려진 전하비 값은 $1.76 \times 10^{11} C/kg$ 으로 측정된 전하비 값은 모두 10% 내외의 오차를 가진다. 또한 선형회귀의 R^2 값이 모두 1에 매우 가까운 값이므로 재현도 또한

매우 높다고 할 수 있다.

실험에서 나타날 수 있는 오차로는 정확하지 않은 자기장 값, 그리고 나선형태를 띠고 움직이는 전자를 고려할 수 있다. 첫번째의 경우 처음에 계산한 자기장 값은 중심에서 벗어나도 큰 오차를 주지 않는다. 또한 첫번째, 두번째 오차 요소는 전하비를 더 큰 값으로 측정되도록 하는 오차이므로 본 실험에서의 주요한 오차 요인이 아님을 알 수 있다.

따라서 해당 실험에서 나타난 주요한 오차 요인은 측정된 전자빔의 반지름 측정값의 불확정성 때문이다. 전자빔이 둥그런 유리구 내에 있어 직접 정확한 반지름을 측정하기에 어려움이 있어 앞, 뒤 반지름을 측정한 뒤 중간값을 취하는 방식으로 반지름을 계산하였다. 하지만 정확한 전자빔을 보는 위치에 따라 거리값은 크게 변화하므로 해당 방식이 항상 정확한 값을 나타낸다고 할 수 없다. 예를 들어 전자빔이 두 자의 중간이 아닌 0.4배의 위치에 있는 경우 측정값은 14% 변화하게 된다. 따라서 정확한 전자빔의 반지름을 측정하기 위해 납작한 형태의 전자빔을 이용해야만 한다.

V. REFERENCE

- [1] S.M. Sze, Y. Li, and K.K. Ng, *Physics of Semiconductor Devices* (Wiley-Interscience, Hoboken, , 2021).
- [2] Griffiths, *Introduction to Electrodynamics* (Cambridge University Press, 2017).
- [3] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, and S.-B. Liao, *Fundamentals of Physics* (Wiley, Hoboken, NJ, 2013).