

Quiz 4 (11월 29일 금 5, 6 교시)

[2013년 2학기 수학 및 연습 2]

(시간은 20분이고, 20점 만점입니다)

\* 답안지에 학번과 이름을 쓰시오. 답안 작성시 풀이과정을 명시하시오.

1. (6점) 향이 반시계 방향으로 주어진 곡선  $C : (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$  에 대하여 다음 선적분을 구하시오.

$$\int_C (6y + x)dx + (y + 2x)dy$$

2. (7점) 구  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$  위에서 평면  $z = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 와  $z = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  사이의 영역을  $S$  라고 하자. 밀도함수  $\mu(x, y, z) = |z|$  에 대하여 곡면  $S$  의 질량을 구하시오.
3. (7점) 벡터장  $\mathbf{F} = yx\mathbf{i} + x\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$  가 곡면  $y = x^2$ ,  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq z \leq 4$  를 빠져나가는 양(플럭스)의 절댓값을 구하시오.

### Quiz 4 모범답안 및 채점기준 예시

1. 영역  $D$  를 곡선  $C$  의 내부라고 하자. 그러면 그린 정리에 의해서

$$\int_C (6y + x)dx + (y + 2x)dy = \iint_D (-4)dV_2 \quad (3\text{점})$$

$$= -4 \times \text{area}(D) = -16\pi \quad (6\text{점})$$

이다.

2.  $X(\varphi, \theta) = (\sqrt{3} \sin \varphi \cos \theta, \sqrt{3} \sin \varphi \sin \theta, \sqrt{3} \cos \varphi)$ ,

$$\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{2\pi}{3}, 0 \leq \theta \leq 2\pi : \text{곡면 } S \text{ 의 매개화}$$

$$\Rightarrow dS = 3 \sin \varphi d\varphi d\theta$$

구하고자 하는 질량  $M$  은

$$M = \iint_S \mu dS = 2 \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} 3\sqrt{3} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi d\theta \quad (4\text{점})$$

$$= 6\pi\sqrt{3} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin(2\varphi) d\varphi = \frac{3\pi\sqrt{3}}{2} \quad (7\text{점})$$

이다.

3.  $X(x, z) = (x, x^2, z)$ ,  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq z \leq 4$  : 주어진 곡면( $S$ )의 매개화

$$\Rightarrow X_x \times X_z = (1, 2x, 0) \times (0, 0, 1) = (2x, -1, 0)$$

$$\left| \iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} \right| = \left| \int_0^4 \int_0^1 (x^3, x, -z^2) \cdot (2x, -1, 0) dx dz \right|$$

$$= \left| \int_0^4 \int_0^1 (2x^4 - x) dx dz \right| \quad (4\text{점})$$

$$= \frac{2}{5} \quad (7\text{점})$$