

Quiz 4 (12월 2일 월 7, 8 교시)

[2013년 2학기 수학 및 연습 2]
(시간은 20분이고, 20점 만점입니다.)

* 답안지에 학번과 이름을 쓰시오. 답안 작성시 풀이과정을 명시하시오.

1. (6점) 곡선

$$X(t) = \left(t^2, \frac{t^3}{3} - t \right), \quad (-\sqrt{3} \leq t \leq \sqrt{3})$$

으로 둘러싸인 부분의 넓이를 그린 정리를 이용하여 구하시오.

2. 곡면 S 가 $z = 4 - x^2 - y^2$, $(D : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0)$ 로 주어질 때, 다음 물음에 답하시오. (단, 곡면 S 의 단위 법벡터장 \mathbf{n} 은 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{k} \geq 0$ 을 만족한다.)

(a) (7점) 곡면 S 의 넓이를 구하시오.

(b) (7점) 벡터장 $\mathbf{F}(x, y, z) = (-x, y, z)$ 가 곡면 S 를 빠져나가는 양을 구하시오.

Quiz 4 모범답안 및 채점기준 예시

$$1. \oint_C x \, dy = \int_X x \, dy = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} t^2(t^2 - 1) \, dt \quad (3\text{점})$$

$$= \frac{8\sqrt{3}}{5} \quad (6\text{점})$$

$$2. X(x, y) = (x, y, 4 - x^2 - y^2), \quad (x, y) \in D : \text{곡면 } S \text{ 의 매개화}$$

$$\Rightarrow N(x, y) = (2x, 2y, 1), \quad dS = \sqrt{4x^2 + 4y^2 + 1} \, dxdy$$

$$(a) \text{ area}(S) = \iint_S dS = \iint_D \sqrt{4x^2 + 4y^2 + 1} \, dxdy$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 \sqrt{4r^2 + 1} \, r \, drd\theta \quad (4\text{점})$$

$$= \frac{17\sqrt{17} - 1}{24} \pi \quad (7\text{점})$$

$$(b) \iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \iint_D (-x, y, 4 - x^2 - y^2) \cdot (2x, 2y, 1) \, dxdy$$

$$= \iint_D (-3x^2 + y^2 + 4) \, dxdy$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 (-3r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta + 4) r \, drd\theta \quad (4\text{점})$$

$$= 2\pi \quad (7\text{점})$$