Análisis de Series Temporales

Clase 1 - Introducción

Rodrigo Del Rosso
RDelRosso-ext@austral.edu.ar

14 de Octubre de 2021

UNIVERSIDAD AUSTRAL | INGENIERÍA

CIENCIA DE DATOS
Maestría en **Ciencia de Datos**

Agenda

- Explicación Dinámica de los Fenómenos
- Definiciones
- Clasificación de Procesos Estocásticos
- Definición de Proceso Estocástico
- Autorregresividad
- Estacionariedad
- Ergodicidad
- Estacionalidad
- Descomposición de las Series Temporales

Explicaciones de un Fenómeno

Es posible definir un conjunto infinito numerable, que podría denominarse la **Estructura Causal** de Y, que contenga a todos los fenómenos que de alguna forma afectan al comportamiento de Y,

$$\dot{}\,(y(t)) = \{y(t), x_1(t)\ldots\}$$

Dado este conjunto de información, existe más de una posible función que se puede construir para explicar el comportamiento del fenómeno de interés.

La intención es encontrar, de todas ellas, la función óptima que permita explicar el fenómeno Y para un momento t no transcurrido.

$$y\,(t) = f\,[\omega\,(y\,(t))] + \varepsilon\,(t)$$

Dicho valor $\varepsilon\,(t)$ es, para un t determinado, una variable aleatoria; debe recordarse que las variables aleatorias integran una clase cerrada, es decir, que al realizar operaciones con variables aleatorias, los resultados son variables aleatorias.

Para cada valor de t no transcurrido, el fenómeno y adopta la forma de una variable aleatoria.

Explicaciones de un Fenómeno

La explicación que el observador obtendrá del fenómeno y, es función del conjunto de información con que cuenta; debiendo recordarse que no es menester que dicha información sea de índole matemática.

Las perturbaciones $\varepsilon(t)$ para cada valor de t no transcurrido, constituyen variables aleatorias. Por lo tanto $y(t)$ también es una variable aleatoria.

Ahora bien, **si se observa dicho fenómeno desde el pasado hacia el futuro, tiene el aspecto de una sucesión de variables aleatorias ordenadas en el tiempo, como todo fenómeno dinámico.**.

A esta sucesión de variables aleatorias se denomina **Proceso Estocástico** (más adelante será definido)

Si el fenómeno es aleatorio puro, tendrá infinitas trayectorias posibles, y para el observador éstas son equiprobables.

Explicaciones de un Fenómeno

Las explicaciones de un proceso dinámico pueden clasificarse en dos grandes grupos

- Estáticas
- Dinámicas

Las primeras se caracterizan porque se basan en conjuntos de observaciones obtenidas en igualdad de condiciones (una fotografía del fenómeno).

Como dichas observaciones se realizan en un mismo momento en el tiempo, las condiciones de contorno que afectan al comportamiento de ese fenómeno están fijas, y por lo tanto todas las observaciones pueden considerarse realizadas en igualdad de condiciones.

Las otras buscan hacer variar t y analizar cómo evoluciona el comportamiento de y.

La característica de las **explicaciones dinámicas** es que se basan en conjunto de observaciones obtenidas en condiciones diferentes, dado que las observaciones son obtenidas en momentos distintos, cada uno con sus propias condiciones de contorno. Por lo tanto, no se puede asegurar que todas permanezcan iguales.

Explicación Estática del Fenómeno

Supongamos que el conjunto de información sea deductivamente vacío. Es decir,

$$\omega\left(y\left(t\right)\right) = \emptyset$$

No se trata de un conjunto vacío, sino de un conjunto que no incluye a las variables $x\left(t\right)$ que puede suponerse que están relacionadas.

La explicación de y se va a basar exclusivamente en observaciones realizadas sobre el fenómeno en el mismo momento t.

Como es prácticamente imposible, entonces se supone que son obtenidas en un intervalo de tiempo lo suficientemente corto como para considerar que las condiciones relevantes no han variado.

La independencia de las variables aleatorias es la base de la inferencia; si no se cumple la independencia, la inferencia no funciona.

Esta explicación es la que se hizo foco en "Estadística"

Explicación Estática del Fenómeno

La segunda explicación supone que el conjunto de información $\omega(y(t))$ no es deductivamente vacío, sino que queda supuesto que existe alguna/s variable/s del entorno de la economía que puede/n contribuir a la explicación de otra.

A esta variable (o al vector de variables) se lo denomina variable explicativa, o regresoras.

$$\omega(y(t)) = \{x(t)\}$$

Los $\varepsilon(t)$ representan la influencia que ejercen sobre y todas las variables del entorno de la economía que no son x.

Esta explicación es la que se hizo foco en "Regresión Avanzada"

Explicación Dinámica del Fenómeno

Un tercer caso está dado cuando el **conjunto de información** se compone de **realizaciones anteriores de la variable a explicar**.

$$\omega(y(t)) = y(t-j) \quad (j \geq 0)$$

depende de la propia historia

En este caso, dichas realizaciones representan los regresores, que en este caso serán estocásticos (variables aleatorias).

Existe una **relación temporal** entre la variable explicativa y la variable a explicar, de modo que **la explicación será dinámica**.

Las variables explicativas no son independientes, de hecho en general están altamente correlacionadas. Por lo tanto no puede utilizarse la inferencia clásica, debiendo desarrollarse un nuevo método de inferencia.

Autoregresión

- tiran un dado → AR(0) → no tiene memoria

Variable Aleatoria

Def: Una Variable Aleatoria $X : \Omega \to \mathbb{R}$ es una función medible del conjunto de resultados posibles Ω a los números reales $\mathbb{R}$.

Sea $\mathbf{X} = (X_1, \ldots, X_n)$ un vector de variables aleatorias $X_i : \Omega_i \to \mathbb{R}$.

Sea $P(\mathbf{X} \in A)$ la probabilidad de que $\mathbf{X} \in A$ para $A \subset \mathbb{R}^n$.

La *Función de Distribución Conjunta* $F_{\mathbf{X}} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ es,

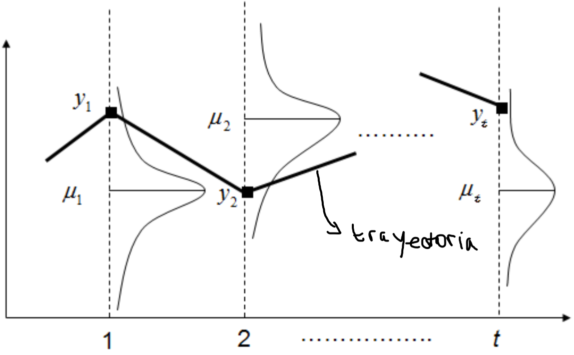
$$F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = P(\mathbf{X} \leq x)$$

Si $\mathbf{X}$ es un vector aleatorio continuo y una función de densidad de probabilidad conjunta $f_{\mathbf{X}}$ existe entonces,

$$F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{x_1} \ldots \int_{-\infty}^{x_n} f_{\mathbf{X}}(s_1, \ldots, s_n) ds_1 \ldots ds_n$$

Proceso Estocástico

Def: Un Proceso Estocástico es una secuencia de variables aleatorias ordenadas en el tiempo.



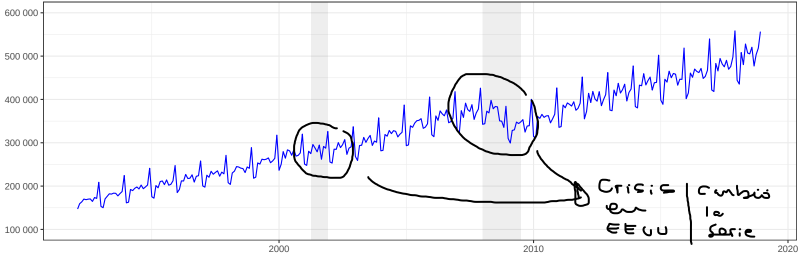
una sola observación

La serie temporal observada es una realización particular de este proceso.

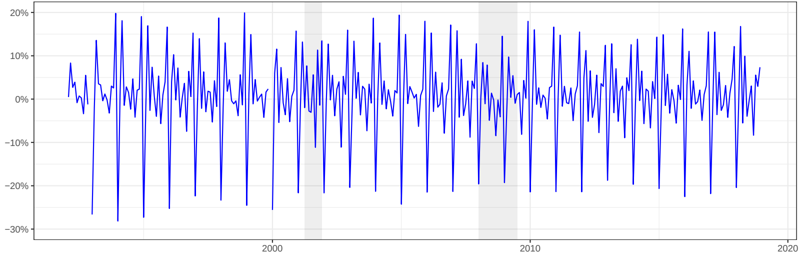
Notación: $\{y_t\}$ Serie de Tiempo, y_t valor en el período t

Trend, Seasonality, Structural Change, Volatility, Outliers

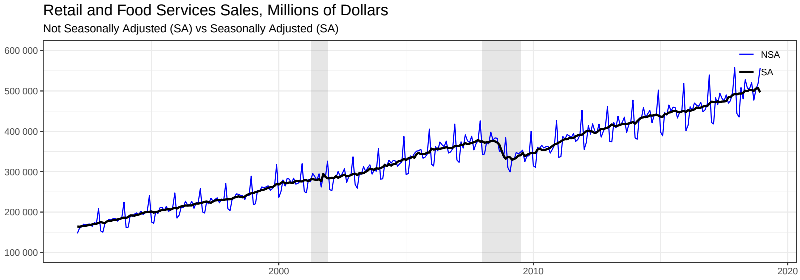
Retail and Food Services Sales, Millions of Dollars

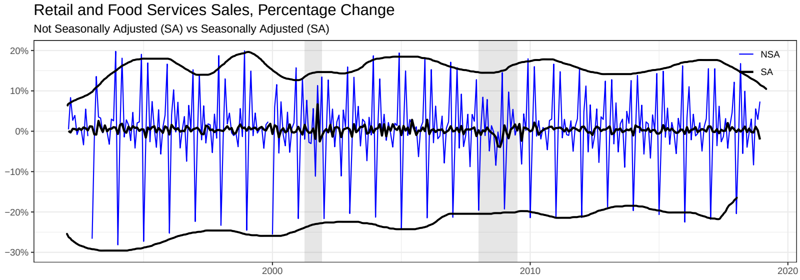


Retail and Food Services Sales, Percentage Change



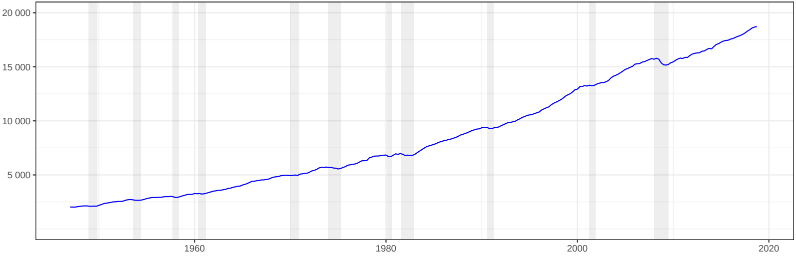
Trend, Seasonality, Structural Change, Volatility, Outliers



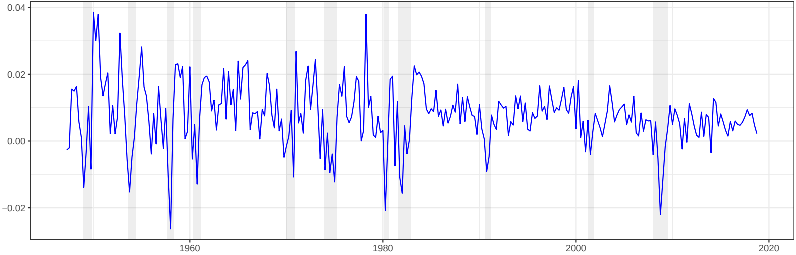


Trend, Seasonality, Structural Change, Volatility, Outliers

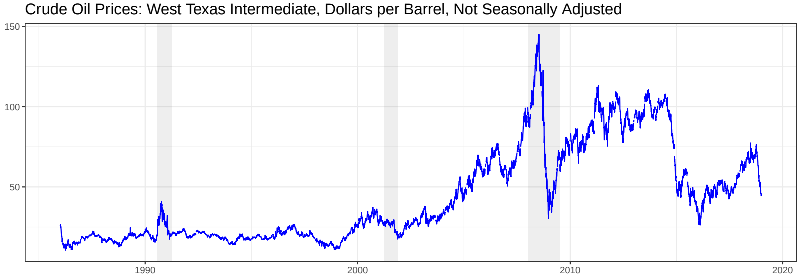
U.S. Real GDP, Billion of 2012 Dollars, Seasonally Adjusted Annual Rate

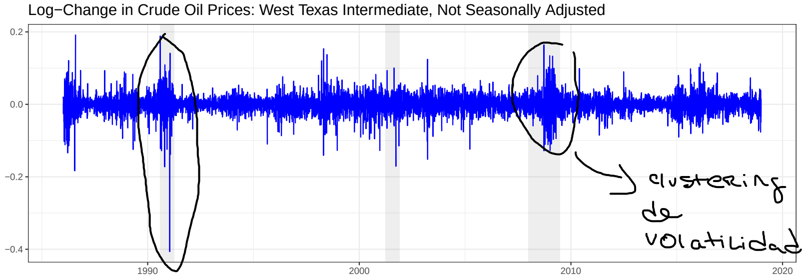


Log−Change in U.S. Real GDP, Seasonally Adjusted Annual Rate

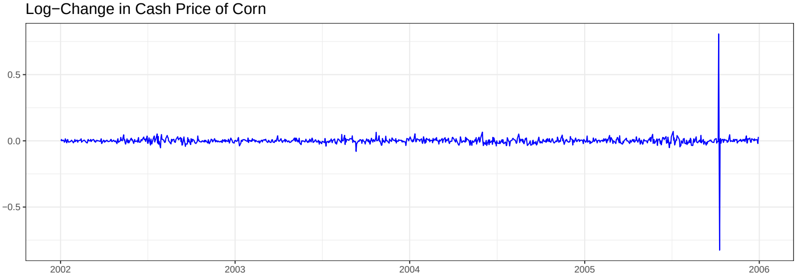


Trend, Seasonality, Structural Change, Volatility, Outliers





Trend, Seasonality, Structural Change, Volatility, Outliers



Clasificación de los Procesos Estocásticos

El proceso se desarrolla sobre la naturaleza de dos dominios,

- **Dominio de las Variables (o de los Espacios)**
- **Dominio del Tiempo**

Formalmente se puede definir como $Y(t, \omega)$, el cual puede ser interpretado como una función aleatoria de dos variables,

- Para un valor fijo de t es una variable aleatoria

$$Y(\omega) = Y(t, \omega) \qquad (\omega \in {}^{\cdot}(Y))$$

- Para un valor dado, ω, del dominio de los estados, es una función del tiempo → Se tiene en cuenta una trayectoria

$$Y(t) = Y(t, \omega) \qquad (t \in \ T)$$

Clasificación de los Procesos Estocásticos

También puede considerarse la naturaleza del proceso en cuanto si está compuesto por una sola variable o más de una. Es decir haremos alusión a procesos,

- **Unidimensionales**

$$\omega\left(y\left(t\right)\right)=\left\{y\left(t-j\right)\right\}\qquad\left(j\geq 0\right)$$

- **Multidimensionales**

$$\omega\left(y\left(t\right)\right)=\left\{y\left(t-j\right),x_1\left(t-h_1\right),x_2\left(t-h_2\right),\ldots,x_k\left(t-h_k\right)\right\}\quad\left(j;h_1;\ldots;h_k\geq 0\right)$$

El conjunto de información es un proceso de $k+1$ dimensiones.

Un proceso que sólo pueda explicarse a partir de realizaciones anteriores de la variable a explicar, es un proceso unidimensional.

Clasificación de los Procesos Estocásticos

- **Discreto en** T

Cuando sus variables se generen en puntos determinados del tiempo, puntos que no están afectados por ningún tipo de aleatoriedad.

- **Continuo en** T

Cuando las variables aleatorias se generen en puntos aleatorios del tiempo, o sea no puede saberse cuando se va a generar la variable aleatoria.

- **Discreto en** $\Omega(Y)$

Cuando los valores que asumen las variables que integran el proceso se corresponden con un Espacio Muestral Finito o Infinito Numerable.

- **Continuo en** $\Omega(Y)$

Cuando los valores que asumen las variables que integran el proceso se corresponden con un Espacio Muestral Infinito No Numerable.

Definición de un Proceso Estocástico

- **Estricta**

Cuando el proceso queda definido en forma única, esto implica definir al proceso "desde adentro", y esto podrá lograrse si pueden definirse, con respecto al proceso, "ciertas reglas de juego".

- **Débil**

Al igual que en el caso de las variables aleatorias, cuando el proceso se define a partir de los momentos. La definición débil es como si se observara al proceso desde afuera.

Es decir, se define el proceso únicamente a partir de la realización que producen sus variables, lo que deriva forzosamente a una definición débil.

Una definición estricta es siempre preferible a una definición débil

Definición Estricta

Un proceso queda definido en forma estricta cuando es posible definir la función de probabilidades conjunta para cualquier sucesión finita de sus variables aleatorias (para todo t y n).

Sea $[Y(t_1), Y(t_2), \ldots, Y(t_n)]$ una sucesión finita de variables aleatorias que conforman el proceso.

Se define la función de probabilidad conjunta para dicha sucesión,

$$f_{Y(t_1),Y(t_2),\ldots,Y(t_n)}[y(t_1), y(t_2), \ldots, y(t_n)]$$

A partir de la Función de Distribución,

$$F_{Y(t_1),Y(t_2),\ldots,Y(t_n)}[y(t_1), y(t_2), \ldots, y(t_n)]$$

El valor a asumir por el proceso en un momento dado se denomina **estado** del proceso.

Definición Estricta

La anterior ecuación se puede reexpresar a partir del producto de probabilidades condicionales,

$$P\left\{\left[Y\left(t_1\right) \leq y\left(t_1\right)\right] \cap \left[Y\left(t_2\right) \leq y\left(t_2\right)\right] \cap \ldots \cap \left[Y\left(t_n\right) \leq y\left(t_n\right)\right]\right\}$$

$$\prod_{j=1}^{n} P(Y\left(t_j\right) \leq y\left(t_j\right))/P\left\{\left[Y\left(t_{j-1}\right) = y\left(t_{j-1}\right)\right] \cap \left[Y\left(t_{j-2}\right) = y\left(t_{j-2}\right)\right] \cap \ldots \cap \left[Y\left(t_{j-n}\right) = y\left(t_{j-n}\right)\right]\right\}$$

El vector $\{y\left(t_j\right),\ t \epsilon T\}$ denota la sucesión de realizaciones de las correspondientes variables aleatorias del proceso que constituyen el Flujo de Información Natural que permite definir la familia de probabilidades condicionales.

Cada una de las probabilidades condicionales se denomina probabilidad de transición del proceso.

El conjunto de dichas probabilidades es el conjunto o la familia de las probabilidades de transición del proceso.

Autorregresividad

Para definir el proceso en forma estricta se requiere el conjunto completo de las probabilidades de transición del proceso.

La memoria del proceso es aquello que el proceso **recuerda** de su historia para condicionar su comportamiento futuro.

"Todo proceso se encuentra afectado por su infinito pasado" (Landro)

En algunos casos, la información sobre ese infinito pasado se resume en un conjunto finito de sus estados anteriores.

Esta idea lleva a una nueva clasificación de los procesos, que no se vincula con el dominio sino con la relación que existe entre las variables aleatorias del proceso,

- La forma de la relación de dependencia entre las variables $Y(t)$

Procesos $AR(0)$

Los resultados anteriores del proceso no afectan su comportamiento futuro.

Si las variables son independientes entre sí, el proceso es estrictamente $AR(0)$.

Si en vez de ser independientes fueran incorrelacionadas, el proceso será débilmente $AR(0)$.

- Ejemplo típico: Ruido Blanco (White Noise)

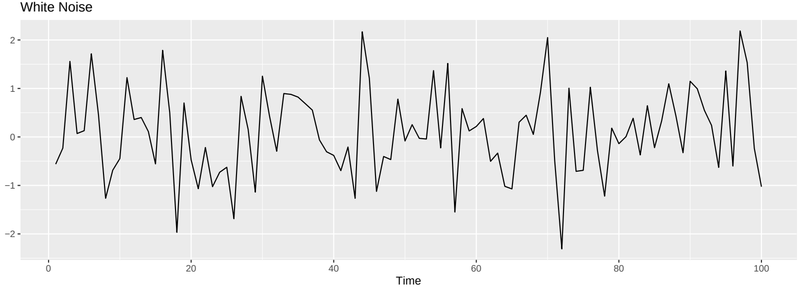
White Noise

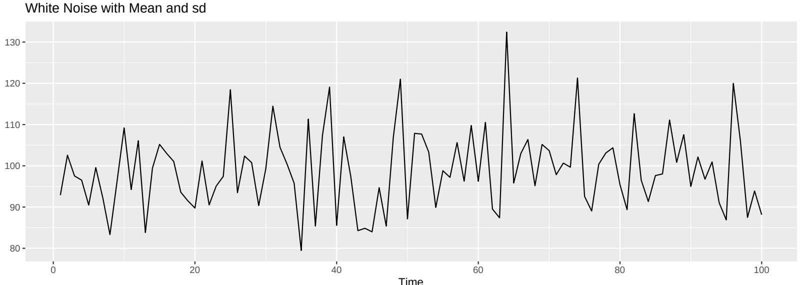
Def:

Un Proceso Estocástico $\{\varepsilon_t\}$ se comporta como un **White Noise (Ruido Blanco)** si ε_t son independiente e identicamente distribuidos (IID) con Valor Esperado igual a cero y varianza finita. En términos formales,

- $E(\varepsilon_t) = 0$
- $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2_\varepsilon < \infty$
- $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0 \; \forall t \neq s$.

White Noise


White Noise
2
1
0
−1
−2
0
20
40
60
80
100
Time


White Noise with Mean and sd
130
120
110
100
90
80
0
20
40
60
80
100
Time

Procesos $AR(1)$

También conocido como Proceso de Markov (Markoviano).

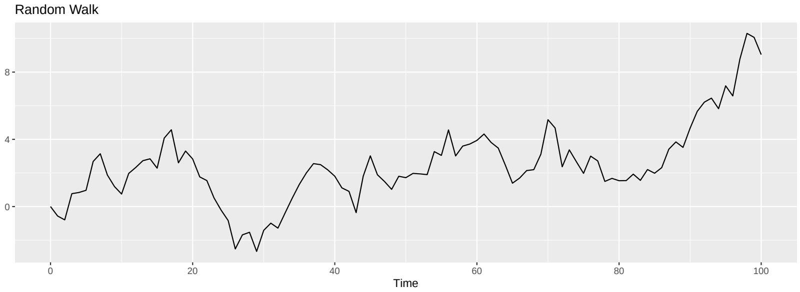
La información sobre su infinito pasado se encuentra resumida estrictamente en su estado inmediato anterior.

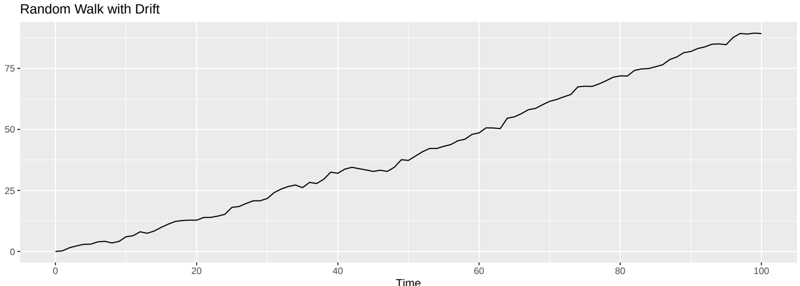
$$P\left(Y\left(t_j\right) \leq y\left(t_j\right) / Y\left(t_{j-1}\right) \leq y\left(t_{j-1}\right)\right)$$

Todo el infinito pasado queda resumido en el estado anterior que asume el proceso.

Ejemplo típico: Proceso de Precios de Activos Financieros o Random Walk

Random Walk $AR(1)$





Procesos $AR(2)$ y $AR(p)$

Conocido como Proceso de Yule. La información sobre su infinito pasado está resumida estrictamente en los períodos anteriores. En términos formales,

$$P\left(Y\left(t_j\right) \leq y\left(t_j\right) / \left[Y\left(t_{j-1}\right) \leq y\left(t_{j-1}\right)\right] \cap \left[Y\left(t_{j-2}\right) \leq y\left(t_{j-2}\right)\right]\right)$$

Todo el infinito pasado queda resumido en los dos estados anteriores que asume el proceso.

En cambio, si el infinito pasado del proceso puede resumirse en forma aproximada en las p realizaciones inmediatamente anteriores se dice que es un $AR(p)$. En términos formales,

$$P\left(Y\left(t_j\right) \leq y\left(t_j\right) / \left[Y\left(t_{j-1}\right) \leq y\left(t_{j-1}\right)\right] \cap \left[Y\left(t_{j-2}\right) \leq y\left(t_{j-2}\right)\right] \cap \ldots \cap \left[Y\left(t_{j-p}\right) \leq y\left(t_{j-p}\right)\right]\right)$$

Autorregresividad

Cuando un proceso queda definido a partir de los momentos se dice que ha sido definido débilmente.

La información sobre el proceso está conformada por la sucesión de sus realizaciones anteriores (observaciones sobre el proceso). Pero dicha información consiste en un conjunto de observaciones discretas, aun cuando refieran a un proceso continuo, dado que las observaciones se vinculan inevitablemente con un momento t del tiempo.

La explicación que se logrará será una aproximación discreta al comportamiento continuo del proceso.

A estos procesos se los conoce como **procesos de parámetro discreto o procesos de series cronológicas**. Cambio de nomenclatura para discretizar el proceso en el dominio del tiempo,

En lugar de usar $\{y(t)\}$ usaremos $\{y_t\}$ con $(t = 1, 2, \ldots)$

Estacionariedad

IID

AR(0)

Nunca podrá explicarse el comportamiento de un fenómeno dinámico, salvo que se exija al proceso la condición adicional de **Estacionariedad**, es decir, que **su estructura de momentos o de probabilidades se mantiene invariante en el tiempo**. Un proceso se puede clasificar en forma,

- **Estricta**

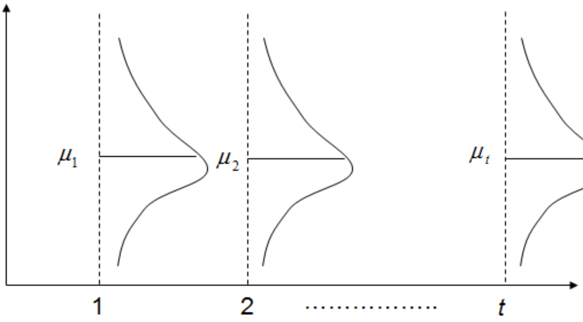
Cuando la función de distribución de probabilidades conjunta para cada sucesión finita de variables se mantiene invariante para todo h y para cualquier subconjunto de t_i

- **Débil**

Un proceso es débilmente estacionario de orden s si sus momentos de orden s son independientes del tiempo, o sea invariantes con respecto al tiempo:

Estacionariedad Estricta

Un Proceso Estocástico $\{y_t\}$ es **Estrictamente Estacionario** si la Función de Distribución Conjunta $F(y_{t_1}, \ldots, y_{t_k})$ y $F(y_{t_1+h}, \ldots, y_{t_k+h})$ son idénticas para todo h, k y para todo $t_1, \ldots, t_k$



Cuando para cada sucesión finita de variables se mantiene invariante para todo h y para cualquier subconjunto de t_i.

Estacionariedad Estricta

Las funciones de distribución de probabilidades son independientes del tiempo, todas las variables tienen la misma distribución de probabilidades.

$$\{Y(t_1), Y(t_2), \ldots, Y(t_n)\} = \{Y(t_{1+h}), Y(t_{2+h}), \ldots, Y(t_{n+h})\}$$

La función de distribución conjunta depende de la distancia que separa a las variables del proceso $t_i - t_j$ pero no depende de t_i ni t_j.

Dado un proceso Y_t estrictamente estacionario y una función continúa $g(*)$, se demuestra que el proceso $g(Y_t)$ también es estrictamente estacionario.

Estacionariedad Débil

Def: Un Proceso Estocástico $\{y_t\}$ es (2do Orden) **Débilmente Estacionario** si,

(i) $m_1(Y_t) = m_1(Y) = m(Y)$

(ii) $E\left(Y_t{}^2\right) < \infty$ → converge

(iii) $\gamma(Y_{t-j}; Y_t) = \gamma_j(Y) = \gamma_{-j}(Y) \quad (j = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$ → autocovarianza

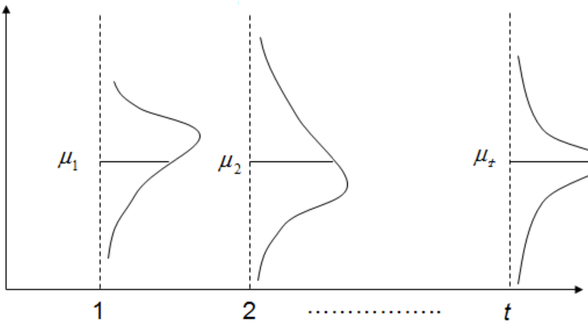
En otras palabras, es estacionario de orden s, cuando sus momentos de orden s son invariantes respecto al tiempo, es decir, son independientes del tiempo.

$$m_s(Y_t) = m_s(Y) \qquad (s = 1, 2, \ldots)$$

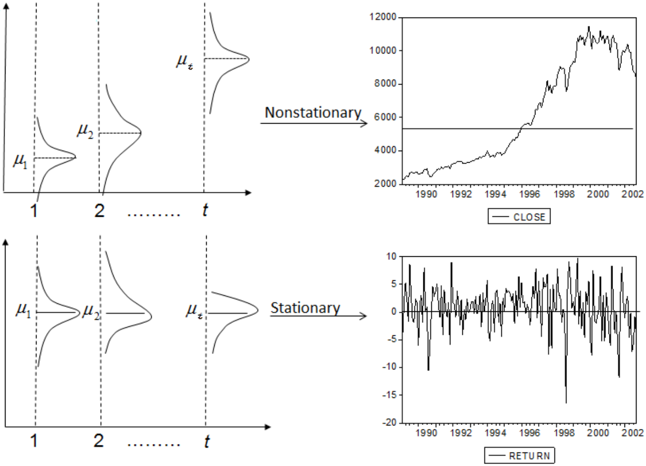
Nota: Si (i) se satisface pero no se satisfacen las restantes, entonces el proceso es Débilmente Estacionario de 1er Orden.

Nota: Para $j = 0$ se cumple que $Var(Y_t) = Cov(Y_t, Y_t) = \gamma_0$ para todo t, lo que implica que la varianza es constante en el tiempo.

Estacionariedad Débil



Estacionariedad Débil



Ergodicidad

↳ los estimadores muestrales son buenos estimadores de los parametros poblacionales → Ley de grandes numeros

- la estacionariedad débil permite utilizar los momentos muestrales para estimar los momentos poblacionales, dado que el valor no varía respecto del momento en el que se decide realizar la medición (tendrán un valor similar en cualquier momento del tiempo)
- Por ejemplo, dada una serie de tiempo débilmente estacionaria $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_t\}$, el primer momento $E(Y_t)$ puede ser estimado mediante $\frac{1}{t}\sum_{j=1}^{t} Y_j$
- Para Procesos no estacionarios $\frac{1}{t}\sum_{j=1}^{t} Y_j$ no es un estimador útil, donde $E(Y_1) \neq E(Y_2) \neq \dots \neq E(Y_t)$
- Si un proceso es estacionario de orden s se verifica que es de orden $s-1$, $s-2$,etc. La implicancia no se verifica.

Ergodicidad

La condición de estacionariedad permite resolver un problema en el dominio de las variables y hallar su solución en el dominio del tiempo, donde se conocen los valores de la serie cronológica (Teorema de la Inversión del Dominio)

Un proceso es ergódico cuando sus momentos muestrales finitos, obtenidos a partir de una serie cronológica finita convergen a los correspondientes momentos muestrales infinitos, que coinciden con los momentos poblacionales del proceso.

La estructura generadora del proceso, a pesar de ser considerada en el dominio de las variables, puede ser inferida en el dominio del tiempo a partir de la observación de la muestra finita que constituye la serie cronológica formada por una de sus realizaciones posibles (Teorema de Birkhoff-Khinchin).

La ergodicidad permite que el proceso de inferencia pueda realizarse de una forma adecuada.

Representa la condición necesaria y suficiente para garantizar la Estacionariedad del proceso.

Función de Autocovarianzas y de Autocorrelación

$$\gamma_j(Y) = E\left[(y_t - m(Y))(y_{t-j} - m(Y))\right] \quad (j = 0, 1, 2, \ldots)$$

Si $j = 0$ entonces obtendremos la autocovarianza de orden 0 que representa la varianza del proceso. Es decir,

$$\gamma_0(Y) = E\left[(y_t - m(Y))(y_t - m(Y))\right] = E\left[(y_t - m(Y))^2\right] = \sigma_Y^2$$

Si las autocovarianzas las dividimos por la autocovarianza de orden 0 obtendremos la Función de Autocorrelación del proceso. En términos formales,

$$\rho_j(Y) = \frac{\gamma_j(Y)}{\gamma_0(Y)} \qquad (j = 0, 1, 2, \ldots)$$

Donde se cumple que $|\rho_j(Y)| \leq 1$

Se verifica que si $j = 0 \Rightarrow \rho_0(Y) = 1$

Función de Autocovarianzas y de Autocorrelación

La función de autocorrelación (FAC o ACF en inglés) representa una herramienta muy importante para estudiar las características del proceso estacionario.

Al no conocer los momentos 1 y 2 de la sucesión, es necesario que se cumpla estacionariedad y ergodicidad (convergencia a la no existencia de auto correlación, la ergodicidad suele ser imposible de comprobar en una sucesión finita).

El estimador Media muestral es consistente y converge en probabilidad al verdadero valor del parámetro,

$$\bar{Y}_n = \sum_{t=1}^{n} \frac{Y_t}{n} \rightarrow m(Y)$$

Las autocovarianzas y autocorrelaciones de orden j de la serie se calculan de la forma siguiente,

$$\hat{\gamma}_j\left(Y\right) = \sum_{t=1}^{n-j} \frac{(Y_t - m(Y))(Y_{t+j} - m(Y))}{n} \qquad (j = 0, 1, 2, \ldots)$$

$$\hat{\rho}_j\left(Y\right) = \frac{\hat{\gamma}_j(Y)}{\hat{\gamma}_0(Y)}$$

Cuestiones no comentadas

Un proceso estacionario en sentido estricto que posea además momentos de segundo orden finitos, es además estacionario en las covarianzas.

La inversa no se verifica ya que el proceso puede no ser estacionario para momentos superiores al segundo.

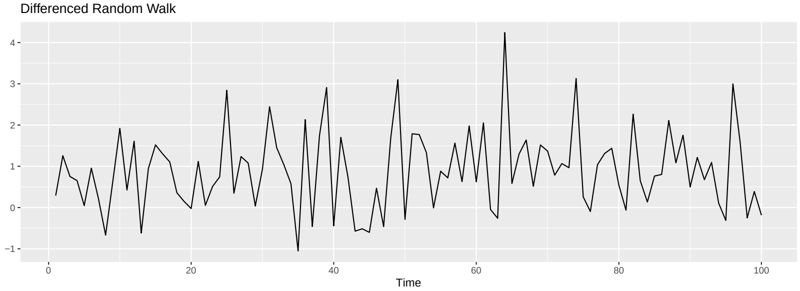
Si un proceso estacionario en las covarianzas es Normal, se verifica que también es Estrictamente Estacionario.

Las variables del proceso estocástico NO son independientes entre sí y además están autocorrelacionadas. Por lo tanto, NO es posible aplicar inferencia clásica. No es lo mismo que una muestra, una trayectoria sobre muestras de tamaño 1 correlacionadas entre sí.

Cuestiones no comentadas

Así como la independencia es condición necesaria y suficiente para inferencia clásica, para efectuar inferencias sobre un proceso estocástico es preciso imponer restricciones tales como estacionariedad y ergodicidad. No todos los fenómenos cumplen con la condición de estacionariedad.

Sin embargo, casi siempre es posible aplicar a los fenómenos no estacionarios algún tipo de transformación que los convierta en fenómenos estacionarios.



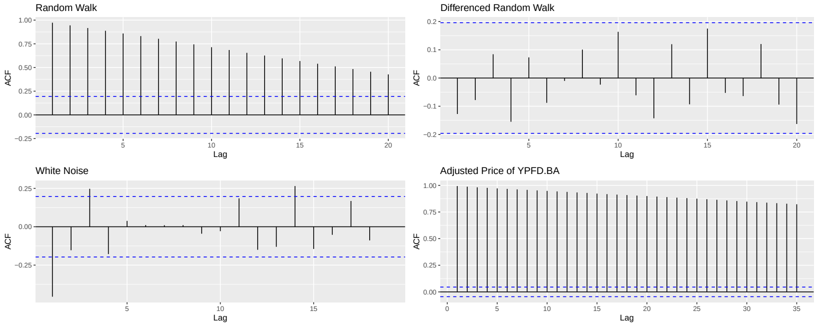
Correlogramas

Se denomina a la representación gráfica de la Función de Autocorrelación (FAC en español o ACF en inglés).

Se utiliza como herramienta de identificación de los modelos y para medir el grado de influencia de un rezago de j períodos con el período actual. Se verifica si la memoria del proceso (FAC) es corta o larga.

- La FAC de un proceso $AR(0)$ posee como único valor significativo el primero. En este caso no se debe construir ningún modelo ya que no existe dependencia temporal.
- Si el fenómeno no está afectado por factores periódicos la FAC será decreciente. A medida que las variables se alejan entre sí, la influencia de los errores es cada vez menor.
- Si el proceso es estacionario de 2do orden, la FAC decrece en forma exponencialmente decreciente en valor absoluto o en forma sinusoidal amortiguada.
- Si el proceso está afectado por factores periódicos, entonces la FAC presenta picos. Presencia de Estacionalidad.

Correlogramas



Estacionalidad

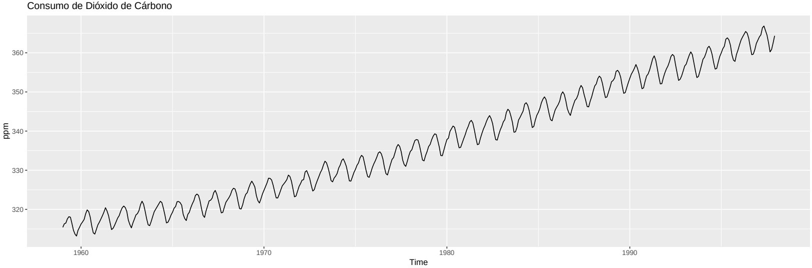
Es la influencia de las estaciones climáticas. Se presenta una función cíclica con medidas que caracterizan el ciclo, es decir, ciertas efemérides que se repiten con regularidad.

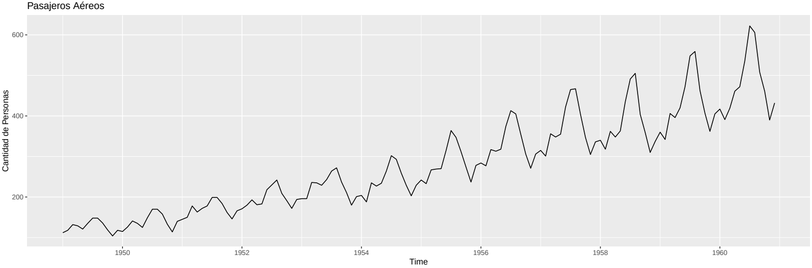
Se denomina T al largo del ciclo, es decir, lo que se tarda en completar un ciclo.

En caso de encontrar ciclos, se coloca un filtro de desestacionalización de la serie. Las medidas que caracterizan al factor cíclico son la amplitud del ciclo y el período del ciclo. La frecuencia del ciclo es inversamente proporcional al período.

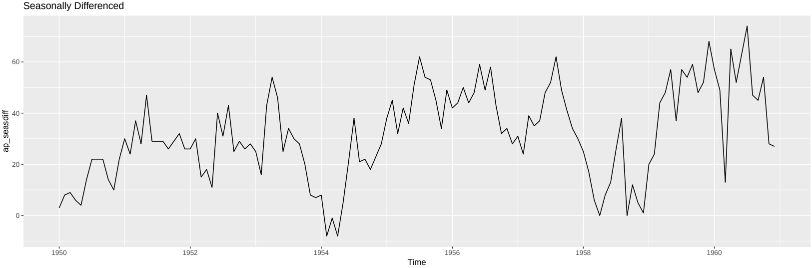
Los ciclos de período largo son de baja frecuencia, y los de período corto son de alta frecuencia.

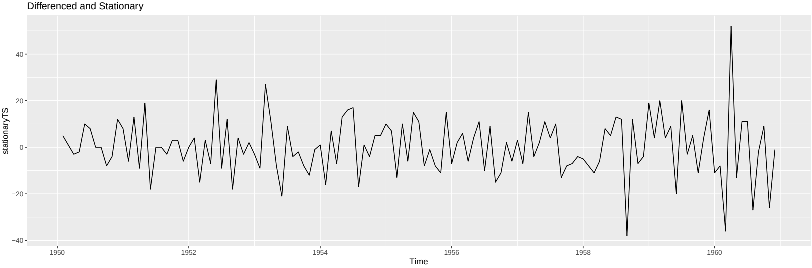
Estacionalidad





Estacionalidad





Descomposición de las Series Temporales

Cualquier serie Y_t se puede descomponer (en forma aditiva o multiplicativa) a partir de 4 (cuatro) componentes que son inobservables,

- Factor Ciclico C_t
- Tendencia T_t
- Movimiento Estacional S_t
- Movimiento Irregular ϵ_t

En forma Aditiva $Y_t = C_t + T_t + S_t + \epsilon_t$

En forma Multiplicativa $Y_t = C_t * \ T_t * \ S_t * \epsilon_t$

Estos 4 componentes **son inobservables para cualquier observador**.

Sin embargo, es posible descomponer la serie mediante métodos de descomposición.

Descomposición de las Series Temporales

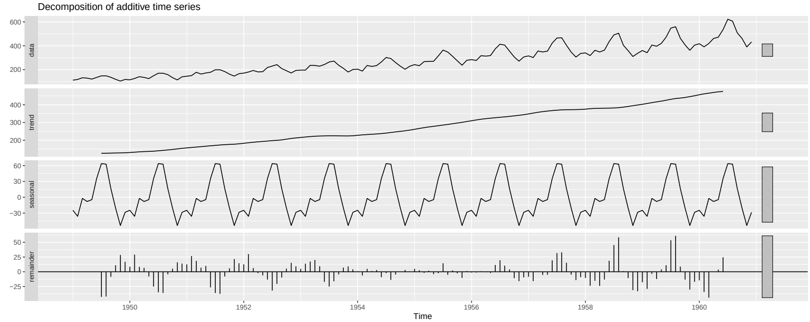
Se parte de un esquema previo y se trata de aislar cada uno de los componentes. Particularmente la tendencia y la estacionalidad son los que presentan menos dificultades para su aislamiento.

En lo que se refiere al cálculo de la tendencia, el procedimiento consiste en ajustar una curva a los datos mediante una ecuación matemática y después hacer proyecciones en el futuro con dicha ecuación.

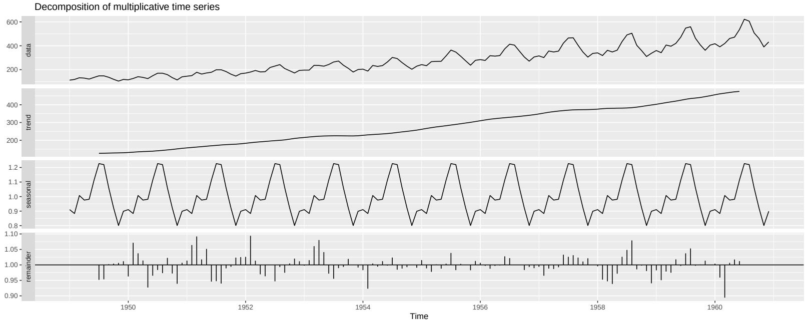
Las funciones matemáticas más empleadas son,

- Recta Lineal
- Parábola
- Función Exponencial
- Curva Logística
- Curva de Gompertz
- Etc.

Descomposición de Series Temporales



Descomposición de Series Temporales



Tarea Individual

Buscar un data set público de interés, descargarlo e importarlo con RStudio (o cualquier otro lenguaje). Pueden buscar en,

Dataset Google

Datos Argentina

- Configurar la/s variables de interés como serie/s de tiempo
- Graficar la/s variable/s en el tiempo
- Graficar Correlograma y analizar su comportamiento
- Realizar Estadística Descriptiva de la/s variable/s

Próxima Clase

Se dará el Teorema de Descomposición de Wold, análisis de Modelos Autorregresivos $AR(p)$ y algunos casos de aplicación.

Se recomienda repasar,

- Resolución de Ecuaciones en Diferencias
- Análisis de Estabilidad
- Función de Autocorrelación y Autocovarianzas

Lecturas

Básicas e Introductorias

Enders. Applied Econometric Time Series. Fourth Edition. Wiley Series. Leer Capítulos 1 - 2.

Hyndman. Forecasting: Principles and Practice. Second Edition. Monash University, Australia. Leer Capítulo 2.

Uriel. Análisis de Series Temporales. Modelos ARIMA. Leer Capítulo 2 destinado a Procesos Estocástico

Peña. Análisis de Series Temporales. Alianza Editorial. Leer Capítulos 1 - 3

Para profundizar

Box Jenkins. Time Series Analysis. Wiley Series in Probability and Statistics. Leer Capítulo 1.

Chatfield. The Analysis of Time Series: An Introduction with R. CRC Press. Seventh Edition. Leer Capítulo 2.

Landro. Elementos de Econometría de los Fenómenos Dinámicos. Leer Capítulo 1 de pagínas 3-20 y de 26-37.

Fin