UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA

MATEMÁTICAS

FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS

Bono 3

Alexander Mendoza

12 de junio de 2023

Índice general

Capítulo 1

Bono 3

Demuestre que no existen sucesiones estrictamente decrecientes de números naturales.

Una sucesión (x_n) es estrictamente decreciente si $x_n < x_m$ si $n > m$. Si la sucesión es finita, ciertamente existen sucesiones decrecientes en los números naturales, por ejemplo, $\{ 5, 4, 3, 2, 1 \}$. Sin embargo, si la sucesión es infinita contradice al principio del buen orden. La sucesión (x_n) es un subconjunto de $\mathbb{N}$, por el principio del buen orden existe un $m \in (x_n)$ tal que $m < a$ para todo $a \in (x_n)$, lo cual es una contracción ya que m sería el maximal de (x_n), llamemos x_a a m, luego $x_{a+1} < x_a$ lo cual es una contracción.

Demuestre que los números racionales satisfacen la propiedad arquimediana. Propiedad Arquimediana: Si $x, y \in \mathbb{Q}$ y $x > 0$, entonces existe un número entero positivo $n \in \mathbb{N}$ tal que $nx > y$.

Sean y y x números racionales tal que $x > 0$, si $y \leq 0$ como $x > 0$ existe $n = 1 \in \mathbb{Q}$, así $x > yn$. Si $y > 0$, como y y x son racionales podemos reescribirlos como $y = \frac{a}{b}$ y $x = \frac{c}{d}$ donde a, b, c y $d \in \mathbb{Z}$, luego existe $n \in \mathbb{Q}$ tal que $n > \frac{y}{x} = \frac{bc}{ad}$, así $nx > \frac{bc}{ad}x = \frac{bc}{ad} \cdot \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = y$. De esta manera demostramos que los números racionales satisfacen la propiedad Arquimediana.