UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA

MATEMÁTICAS

GEOMETRÍA EUCLIDIANA

Demostración

Teorema pertenecia de punto en rayo

Alexander Mendoza

June 12, 2023

Contents

Chapter 1

Demostración

Si $C \in \mathcal{S}_{\overleftrightarrow{AB},D}$, $C \in \mathcal{S}_{\overleftrightarrow{AD},\neg B}$ y $\overline{CB} \cap \overleftrightarrow{AD} = \{X\}$, entonces, $X \in \overrightarrow{AD} - A$.

Demostracion. Sea $\overleftrightarrow{AB}$ y sean C y D dos puntos distintos tales que $C \in \mathcal{S}_{\overleftrightarrow{AB},D}$, $C \in \mathcal{S}_{\overleftrightarrow{AD},\neg B}$ y $\overline{CB} \cap \overleftrightarrow{AD} = \{X\}$. Luego, por defininción de intersección, $X \in \overline{CB}$ y $X \in \overleftrightarrow{AD}$. Así, o $X = C$ o $C - X - B$ o $X = B$, por definición de segmento.

Si $X = C$, entonces $X \in \mathcal{S}_{\overleftrightarrow{AD},\neg B}$, lo cual contradice $X \in \overleftrightarrow{AD}$, esto por el postulado de separación del plano.

Si $X = B$, entonces $D \in \overleftrightarrow{AB}$, lo cual contradice $C \in \mathcal{S}_{\overleftrightarrow{AB},D}$, esto por el postulado de separación del plano. Así tenemos que $C - X - B$ lo cual implica que C y X están del mismo lado de $\overleftrightarrow{AB}$ esto debido al teorema de interestancia - puntos en el mismo semiplano.

Luego como $X \in \overleftrightarrow{AD}$, entonces o $A - X - D$ o $X = A$ o $X \in \overrightarrow{A} - A$.

Si $X - A - D$, entonces $X\mathcal{S}_{\overleftrightarrow{AB},\neg D}$ pero esto produce una contradicción ya que sabemos que $C \in \mathcal{S}_{\overleftrightarrow{AB},D}$ y que $X \in \mathcal{S}_{\overleftrightarrow{AB},C}$.

Si $X = A$, entonces $C \in \overleftrightarrow{AB}$, lo cual contradice $C \in \mathcal{S}_{\overleftrightarrow{AB},D}$. Por lo tanto $X \in \overrightarrow{A} - A$.