UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA

Matemáticas

Geometría Euclidiana

Examen Final

Alexander Mendoza

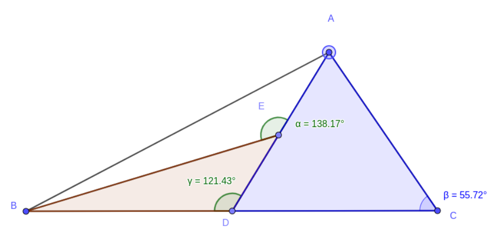
12 de junio de 2023

Índice general

Capítulo 1

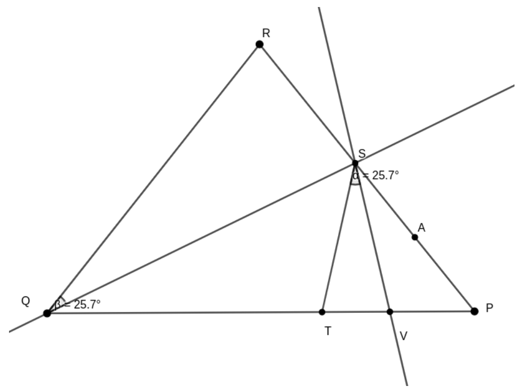
Examen Final

2. Sea el $\triangle ABC, D$ un punto tal que $B - D - C$ y E otro punto tal que $A - E - D$. Demostrar que $m\angle AEB > m\angle ACB$.



Demostración. Sea el $\triangle ABC, D$ un punto tal que $B - D - C$ y E otro punto tal que $A - E - D$. Luego el $\angle AEB$ es externo al $\triangle BED$, en particular $m\angle AEB > m\angle ADB$, esto por el teorema del ángulo externo. De manera similar, el $\angle ADB$ es externo al $\triangle DAC$ y en particular el $m\angle ADB > m\angle ACB$. Por transitividad, $m\angle AEB > m\angle ACB$.

3. El $\triangle PQR$ es isósceles, la bisectriz de uno de los ángulos de la base, $\angle Q$, interseca al lado opuesto en un punto S.T es un punto en la base $\overline{PQ}$ tal que $ST = PT$. La bisectriz del $\angle PST$ interseca al $\overline{PQ}$ en un punto V. Demostrar que $\angle TSV \cong \angle RQS$.



Demostración. Sea $\triangle PQR$ un triángulo isosceles, la bisectriz de uno de los ángulos de la base, $\angle Q$, interseca al lado opuesto en un punto $S.T$ es un punto en la base $\overline{PQ}$ tal que $ST = PT$. La bisectriz del $\angle PST$ interseca al $\overline{PQ}$ en un punto V. Luego como T equidista de S y P, el $\triangle SPT$ es isósceles con base $\overline{SP}$, esto por definición de triángulo isósceles. Luego $\angle TSP \cong \angle TPS$, como $S \in \overline{RP}$ y $T \in \overline{PQ}$, $\angle QPR = \angle TPS$. Luego como $\triangle QRP$ es isósceles, $\angle QPR \cong \angle PQR$, por transitividad $\angle TSP \cong \angle PQR$. De esta manera, $m\angle TSP = m\angle PQR$, como la mediatriz divide el ángulo en dos ángulos iguales tenemos que $\angle TSV \cong RQS$.