ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΚΑΙ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ ΚΡΙΘΑΡΟΥΛΑΣ

ΑΕΜ:10545

E-mail:alexkrit@ece.auth.gr

17/5/2024

ΘΕΜΑ 1

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Για να εφαρμόσουμε την μέθοδο ελάχιστης κλίσης στο σύστημα

$\dot{x} = -ax + bu$,x(0)=0 , στο οποίο θέλουμε να εκτιμήσουμε τις παραμέτρους ,πρέπει αρχικά να το φέρουμε σε γραμμικά παραμετρική μορφή:

$\dot{x} = -ax + bu \rightarrow \dot{x} + a_m x = a_m x - ax + bu$

$$\rightarrow \dot{x} + a_m x = (a_m - a)x + bu \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας Μετασχηματισμό Laplace στην παραπάνω σχέση προκύπτει:

$$sX(s) + a_m X(s) = (a_m - a)x + bu$$

$$\rightarrow X(s) = \frac{1}{s+a_m}[(a_m - a)X(s) + bU(s)]$$

Άρα το φέραμε στην μορφή $x = \theta^{*T}\Phi$,όπου

$$\theta^{*T} = [a_m - a \quad b] \qquad \Phi = [\frac{1}{s+a_m}X \qquad \frac{1}{s+a_m}U]$$

$$\theta^{*T} = [\theta_1^{*T} \quad \theta_2^{*T}\ ]^T \qquad \Phi = [\Phi_1 \quad \Phi_2]^T$$

Άρα προκύπτει ότι για το σύστημα εκτίμησης

έχουμε: $\begin{cases} \dot{\phi}_1 = -\alpha_m \varphi_1 + x \\ \dot{\phi}_2 = -\alpha_m \varphi_2 + u \\ \dot{\widehat{\theta_1}} = \gamma e \varphi_1 \\ \dot{\hat{\theta}}_2 = \gamma e \varphi_1 \\ \dot{\hat{x}} = -(\alpha_m - \hat{\theta}_1)\hat{x} + \hat{\vartheta}_2 u \end{cases}$

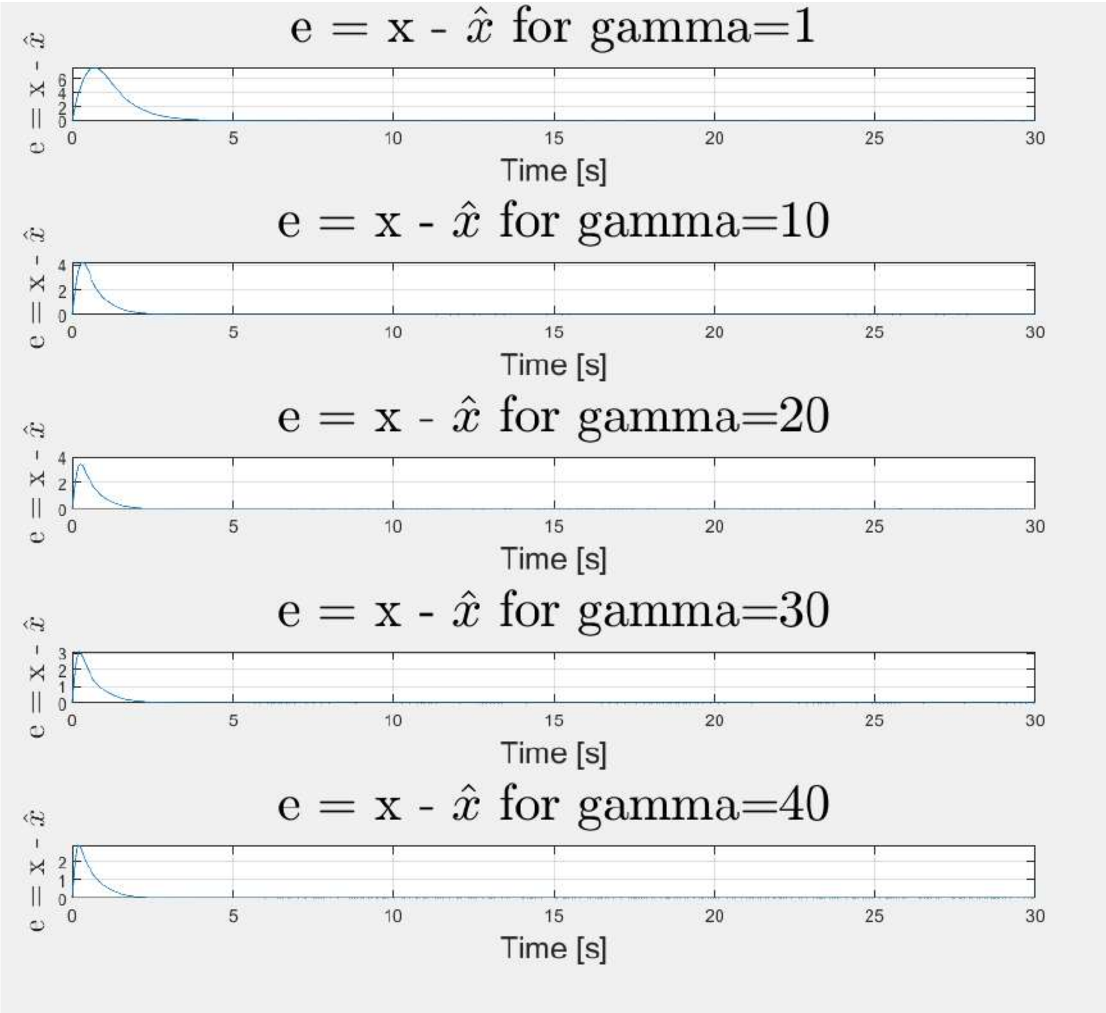
Άρα οι εξισώσεις κατάστασης του συνολικού συστήματος είναι:

$$\begin{cases} x_2 = x \\ x_2 = \hat{\vartheta}_1 \\ x_3 = \hat{\theta}_2 \\ x_4 = \phi_1 \\ x_5 = q_2 \\ x_6 = \hat{x} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = -\alpha x_1 + bu \\ \dot{x}_2 = \gamma x_4(x_1 - (x_2x_4 + x_3x_5)) \\ \dot{x}_3 = \gamma x_5(x_1 - (x_2x_4 + x_3x_5)) \\ \dot{x}_{4=} - a_m x_4 + x_1 \\ \dot{x}_{5=} - a_m x_5 + u \\ \dot{x}_{6=}(x_2 - a_m)x_6 + x_3 u \end{cases}$$

ΕΡΩΤΗΜΑ i

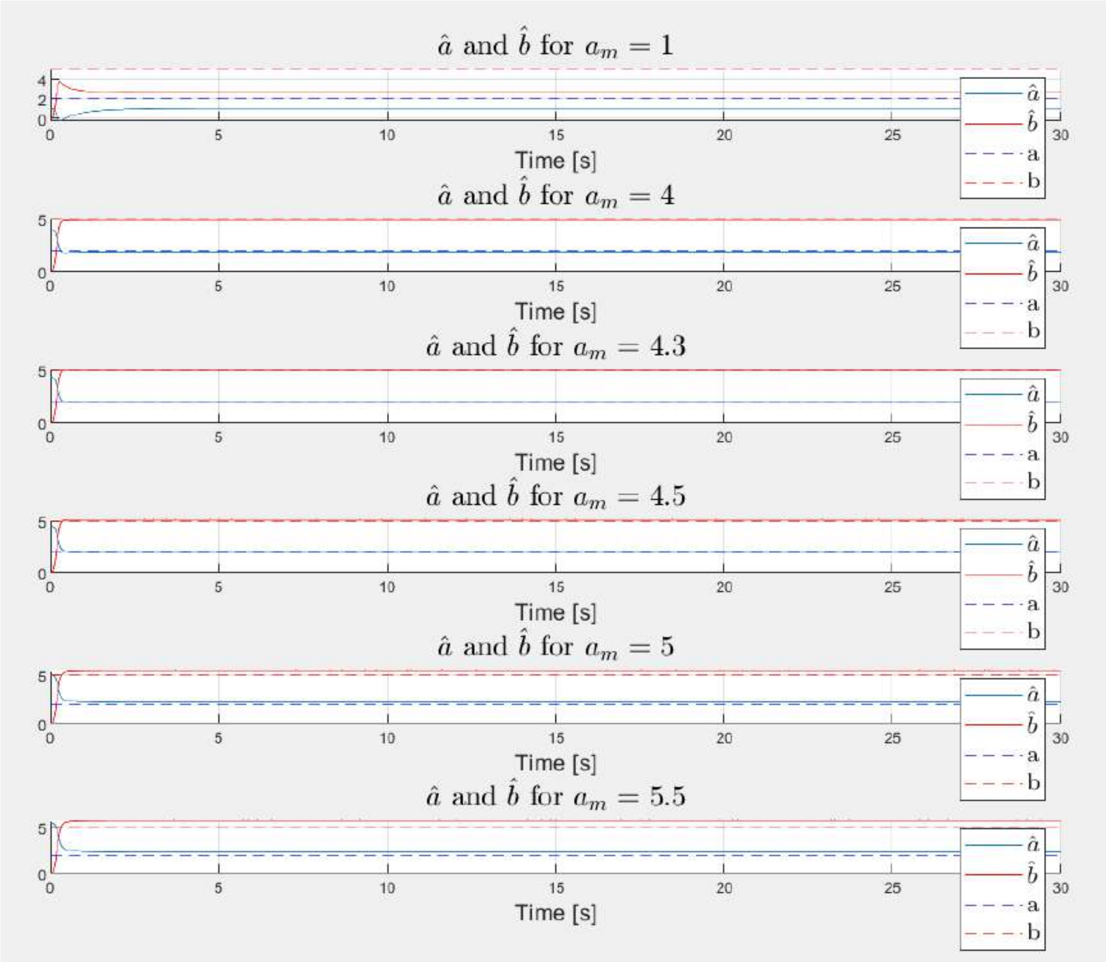
Λύνοντας τις παραπάνω διαφορικές εξισώσεις για σταθερή είσοδο u=5, βρίσκουμε τις εκτιμήσεις των a και b μέσω της μεθόδου κλίσης. Αρχικά πρέπει να βρούμε τις κατάλληλες παραμέτρους γ και a_m

Για a_m=5:



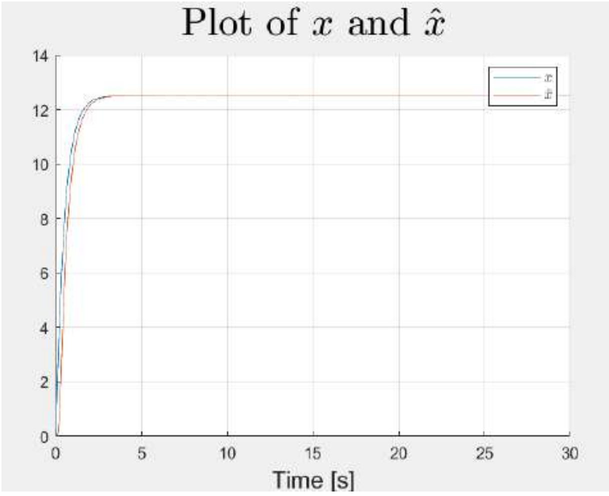
Ευκολά παρατηρεί κανείς ότι όσο μεγαλύτερο το γ τόσο πιο γρηγορά συγκλίνει στο 0 το σφάλμα. Όσο μεγαλώνουν βέβαια οι τιμές του γ μικραίνει και η διαφορά του ρυθμού σύγκλισης οπότε π.χ. δεν έχει μεγάλη διαφορά το γ=20 από το γ=30 .Διαλέγω λοιπόν γ=20

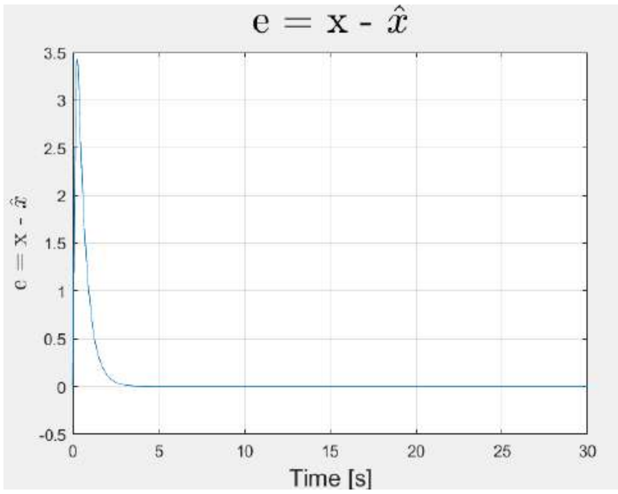
Στην συνέχεια πρέπει να επιλέξουμε τον σταθερό ορό a_m:

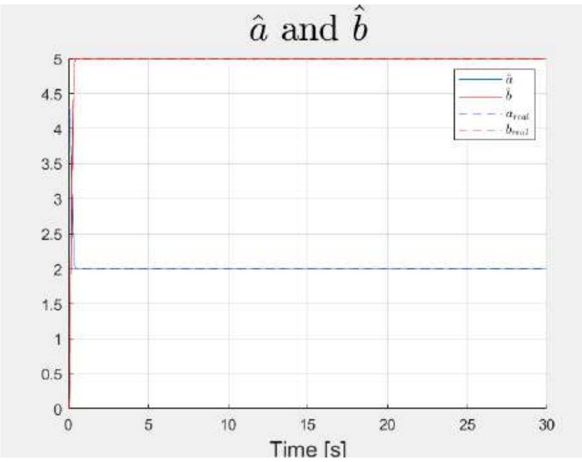


Ευκολά μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι ο αλγόριθμος συγκλίνει στις πραγματικές τιμές του a και b για $a_m = 4.3$

Ακολουθούν λοιπόν οι γραφικές παραστάσεις των x και $\hat{x}$, του σφάλματος e και η γραφική παράσταση των a,b, $\hat{a}, \hat{b}$:

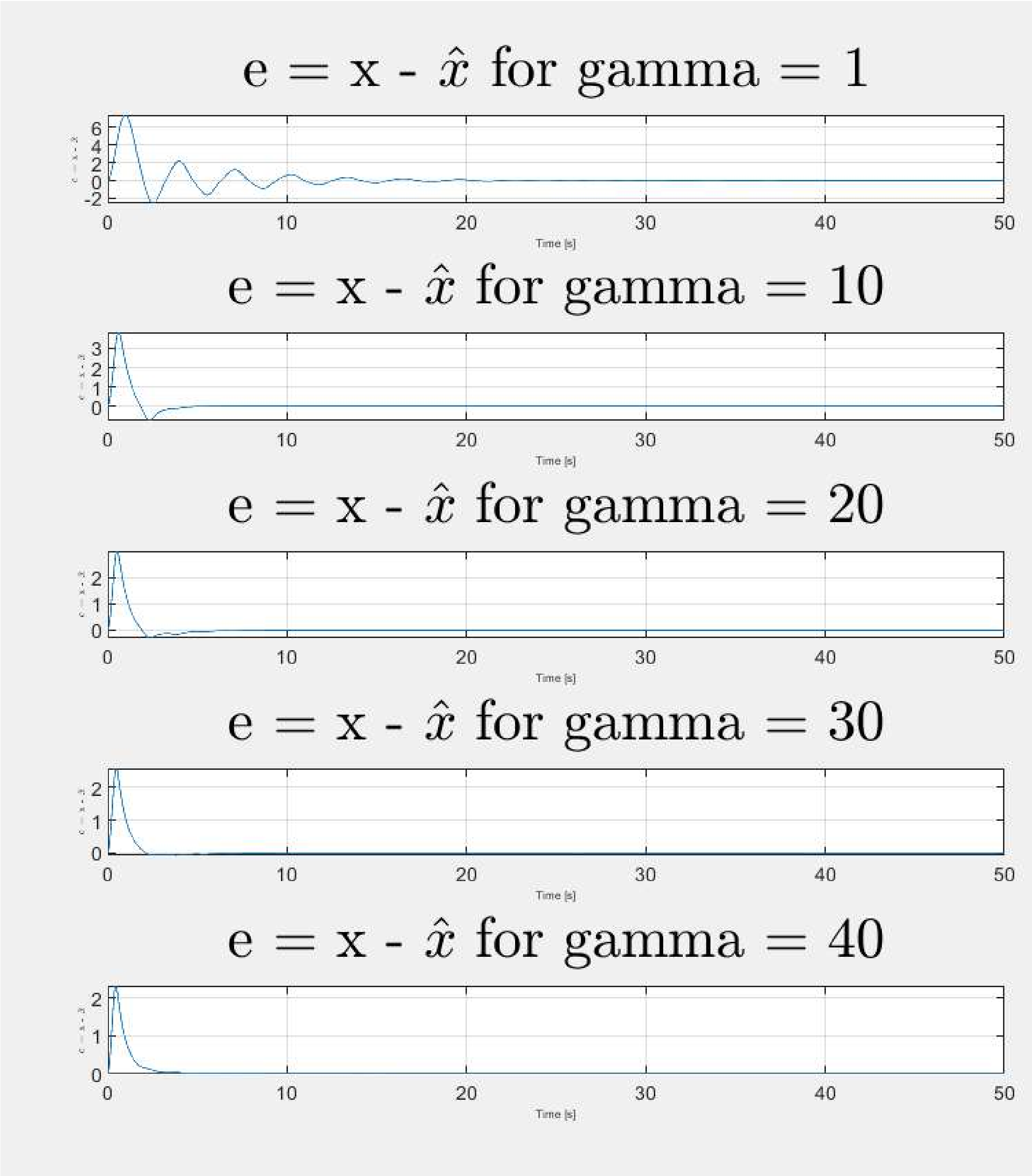




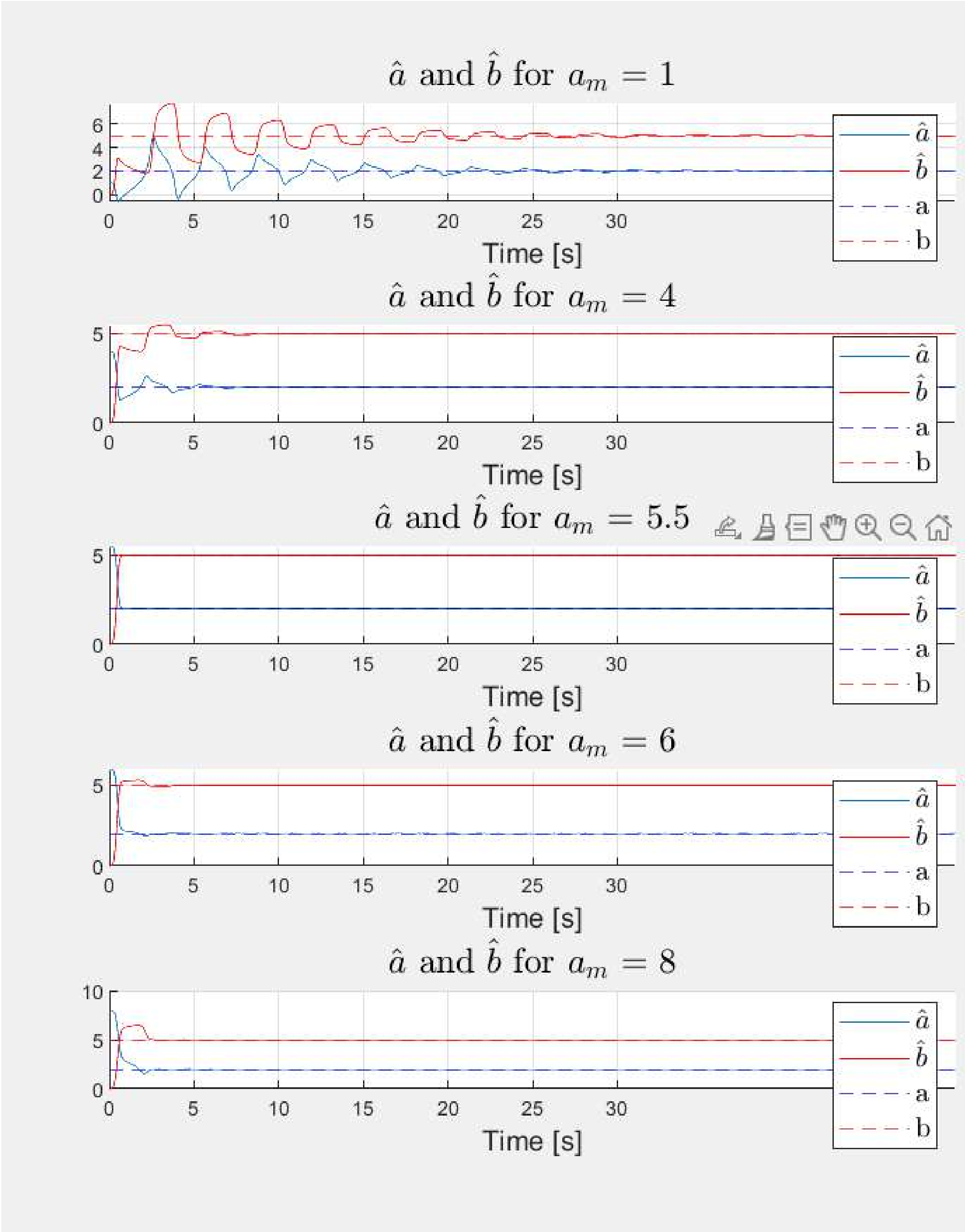


ΕΡΩΤΗΜΑ ii

Εργαζόμαστε ακριβώς με την ίδια λογική απλά πλέον όχι για σταθερή είσοδο αλλά για χρονεξαρτώμενη είσοδο που δίνεται από τον τύπο u(t)=5sin(2t).

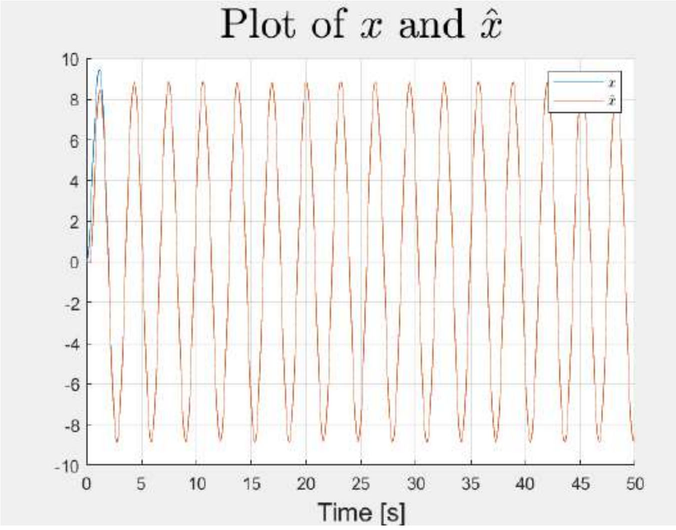


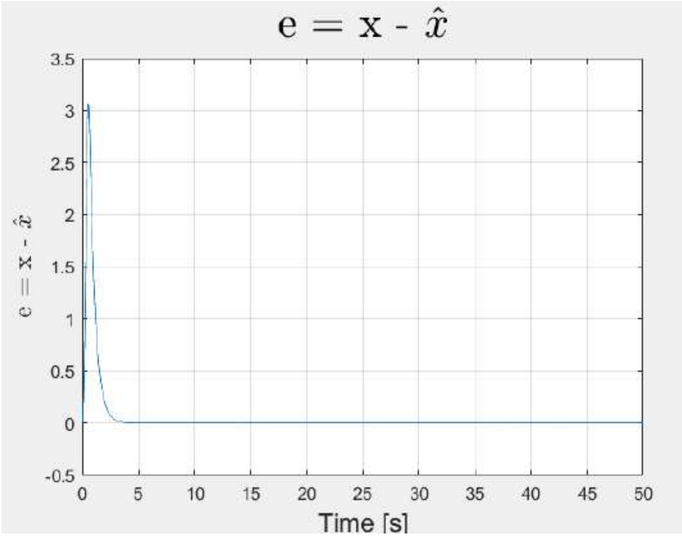
Επιλέγουμε πάλι γ=20.

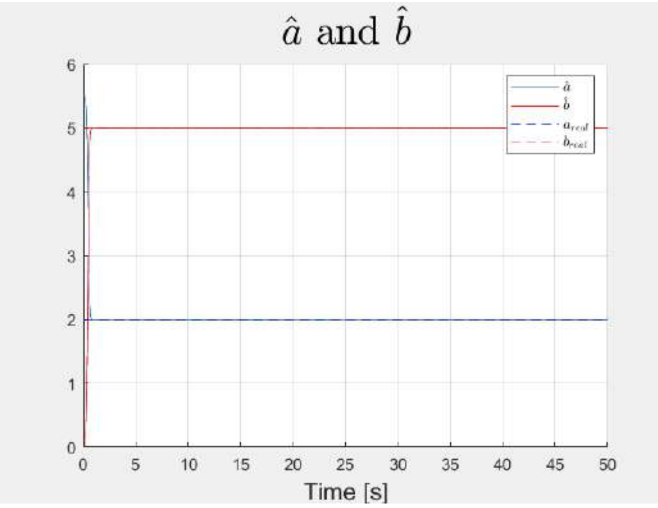


Καταλληλότερο a_m φαίνεται να είναι το $a_m = 5.5$

Και τέλος, ακολουθούν οι γραφικές παραστάσεις των των x και $\hat{x}$, του σφάλματος e και η γραφική παράσταση των a,b, $\hat{a}, \hat{b}$:







<u>**ΘΕΜΑ 2**</u>

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

i)Εκτιμητής πραγματικού χρόνου παράλληλης δομής

Έχουμε λοιπόν το σύστημα $\dot{x} = -ax + bu = -\theta_1 x + \theta_2 u$

Θεωρούμε το σύστημα αναγνώρισης $\dot{\hat{x}} = -\hat{\vartheta}_1 \hat{x} + \hat{\vartheta}_2 u$

Άρα το σφάλμα παράλληλης δομής είναι:

$e = x - \hat{x} \rightarrow \dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}}$

$$\rightarrow \dot{e} = -\theta_1 (x - \hat{x}) + \hat{x}\left(\hat{\theta}_1 - \theta_1\right) - u\left(\hat{\theta}_2 - \theta_2\right)$$

$$\rightarrow \dot{e} = -\theta_1 e + \hat{x}\bar{\theta}_1 - u\overline{\theta_2}$$

Συνεπώς, πρέπει:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}}_1 = -\gamma_1 e \hat{x} \\ \dot{\hat{\theta}}_2 = \gamma_2 e u \end{cases}$$

Όταν έχουμε θόρυβο η αλλαγή είναι ότι : X_{in}=X+n αρά, e=x+n-$\hat{x}$

Για την περίπτωση χωρίς θόρυβο, προκύπτουν οι εξής διαφορικές εξισώσεις:

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \hat{\theta}_1 \\ x_3 = \hat{\theta}_2 \\ x_4 = \hat{x} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = a x_1 + bu \\ \dot{x}_2 = -\gamma_1 (x_1 - x_4) x_4 \\ \dot{x}_3 = \gamma_2 (x_1 - x_4) u \\ \dot{x}_4 = -x_2 x_4 + x_3 u \end{cases}$$

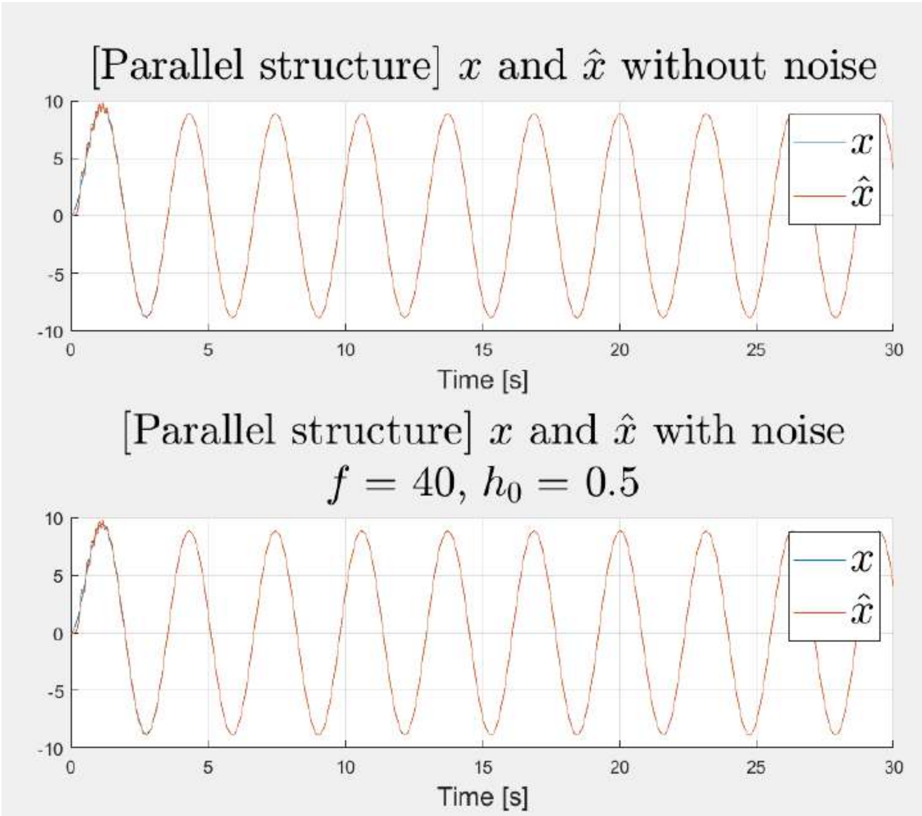
Ενώ όταν το σύστημά μας έχει θόρυβο:

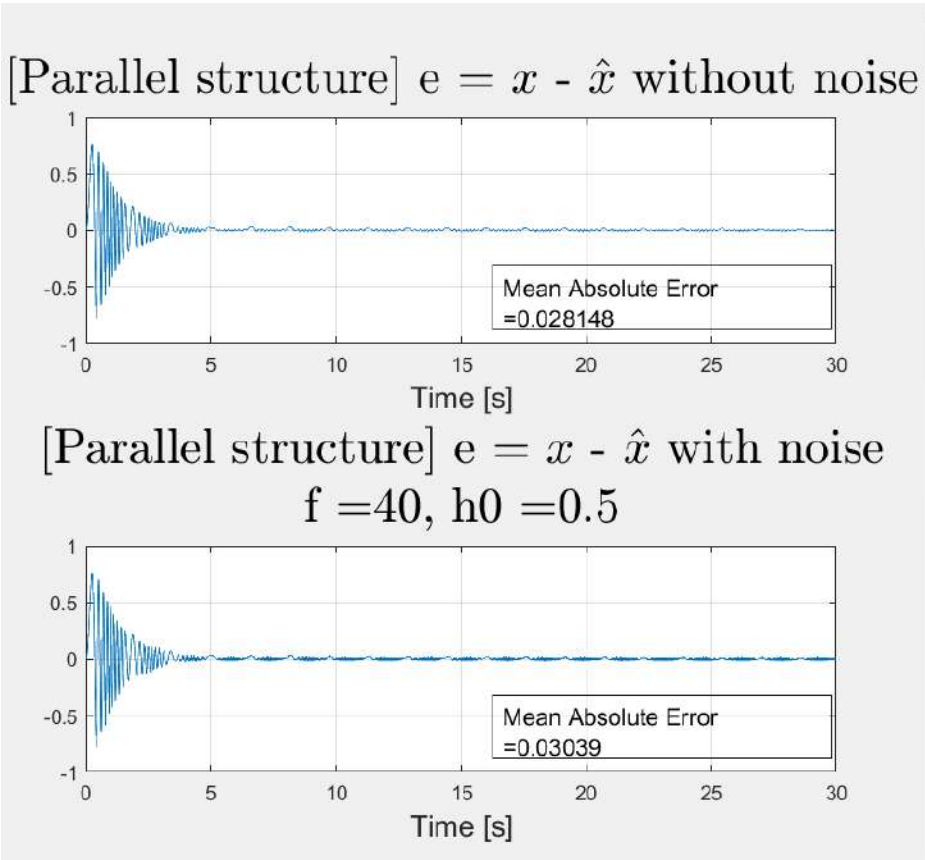
$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \hat{\theta}_1 \\ x_3 = \hat{\theta}_2 \\ x_4 = \hat{x} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = a x_1 + bu \\ \dot{x}_2 = -\gamma_1 (x_1 + n - x_4) x_4 \\ \dot{x}_3 = \gamma_2 (x_1 + n - x_4) u \\ \dot{x}_4 = -x_2 x_4 + x_3 u \end{cases}$$

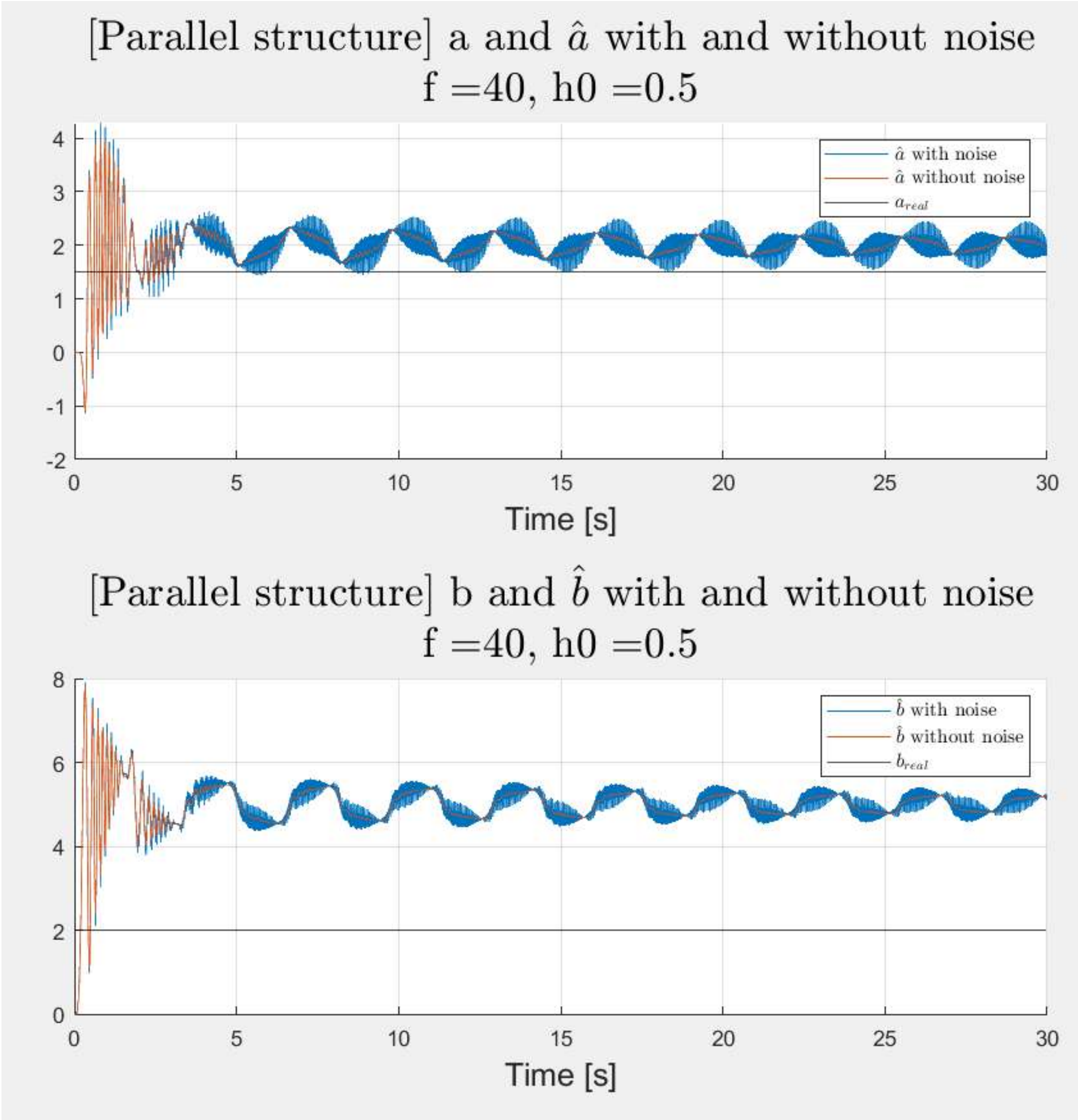
Τρέχοντας τον αλγόριθμο, μέσω της μεθόδου Lyapunov θα προσομοιώσουμε το σύστημα μας. Αρχικά βέβαια, πρεπει να επιλέξουμε τα κατάλληλα γ_1 και γ_2.Για αυτόν τον σκοπό φτιάχνουμε μια συνάρτηση best_g η οποία επιλέγει τα καταλληλότερα γ_1 και γ_2.

```
Best pair: [g1,g2] = [20,30] for f=40
```

Επιλέγωντας λοιπόν τα παραπάνω γ_1 και γ_2 φτιάχνουμε τις γραφικές παραστάσεις των x και $\hat{x}$, του σφάλματος e και των a,b, $\hat{a}, \hat{b}$ για f=40Hz και h_0=0.5.


[Parallel structure] x and $\hat{x}$ without noise
x
$\hat{x}$
Time [s]
[Parallel structure] x and $\hat{x}$ with noise
$f = 40,\ h_0 = 0.5$
x
$\hat{x}$
Time [s]


[Parallel structure] e = x - $\hat{x}$ without noise
Mean Absolute Error
=0.028148
Time [s]
[Parallel structure] e = x - $\hat{x}$ with noise
f =40, h0 =0.5
Mean Absolute Error
=0.03039
Time [s]



Για να μελετήσουμε τι γίνεται όταν αλλάζει η συχνότητα:

```
Best pair: [g1,g2] = [20,30] for f=10
[Parallel Structure] f = 10 and h = 5.000000e-01: Mean Absolute Error = 0.175644
Best pair: [g1,g2] = [20,30] for f=20
[Parallel Structure] f = 20 and h = 5.000000e-01: Mean Absolute Error = 0.047315
Best pair: [g1,g2] = [20,30] for f=40
[Parallel Structure] f = 40 and h = 5.000000e-01: Mean Absolute Error = 0.030390
Best pair: [g1,g2] = [20,30] for f=80
[Parallel Structure] f = 80 and h = 5.000000e-01: Mean Absolute Error = 0.027832
Best pair: [g1,g2] = [20,30] for f=120
[Parallel Structure] f = 120 and h = 5.000000e-01: Mean Absolute Error = 0.028224
```

Παρατηρούμε την μεγαλύτερη αύξηση του σφάλματος για την μικρότερη τιμή της συχνότητας που έχουμε βάλει f=10 Hz

Σχετικά με την αύξηση του πλάτους του θορύβου για σταθερή συχνότητα f=40Hz παρατηρούμε:

```
Best pair: [g1,g2] = [20,30] for f=40
[Parallel Structure] f = 40 and h = 1: Mean Absolute Error = 0.035265
Best pair: [g1,g2] = [20,30] for f=40
[Parallel Structure] f = 40 and h = 2: Mean Absolute Error = 0.046862
Best pair: [g1,g2] = [20,30] for f=40
[Parallel Structure] f = 40 and h = 5: Mean Absolute Error = 0.105508
>>
```

Ότι έχει πολύ μεγάλη επίδραση στο μέσο απόλυτο σφάλμα.

ii) Εκτιμητής πραγματικού χρόνου μικτής δομής

Έχουμε λοιπόν το σύστημα $\dot{x} = -ax + bu = -\theta_1 x + \theta_2 u$

Θεωρούμε το σύστημα αναγνώρισης $\dot{\hat{x}} = -\hat{\vartheta}_1 \hat{x} + \hat{\vartheta}_2 u + \theta_m (x - \hat{x})$

Συνεπώς, πρέπει:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}}_1 = -\gamma_1 e x \\ \dot{\hat{\theta}}_2 = \gamma_2 e u \end{cases}$$

Για την περίπτωση χωρίς θόρυβο, προκύπτουν οι εξής διαφορικές εξισώσεις:

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \hat{\theta}_1 \\ x_3 = \hat{\theta}_2 \\ x_4 = \hat{x} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = a x_1 + bu \\ \dot{x}_2 = -\gamma_1 (x_1 - x_4) x_1 \\ \dot{x}_3 = \gamma_2 (x_1 - x_4) u \\ \dot{x}_4 = -x_2 x_4 + x_3 u + \theta_m (x_1 - x_4) \end{cases}$$

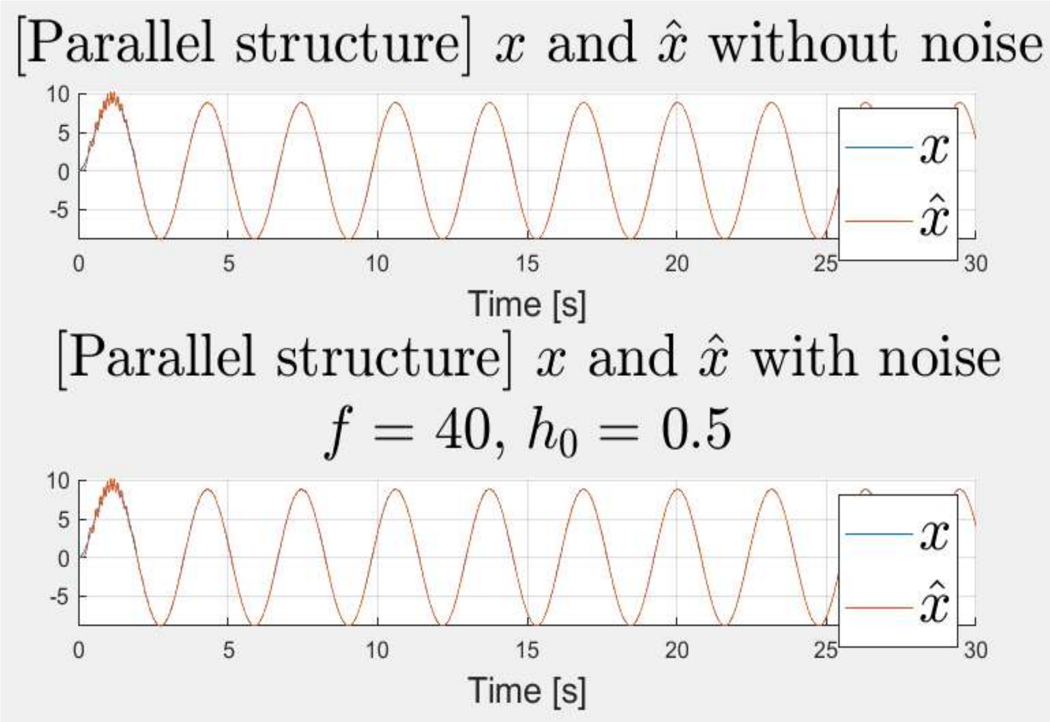
Ενώ όταν το σύστημά μας έχει θόρυβο:

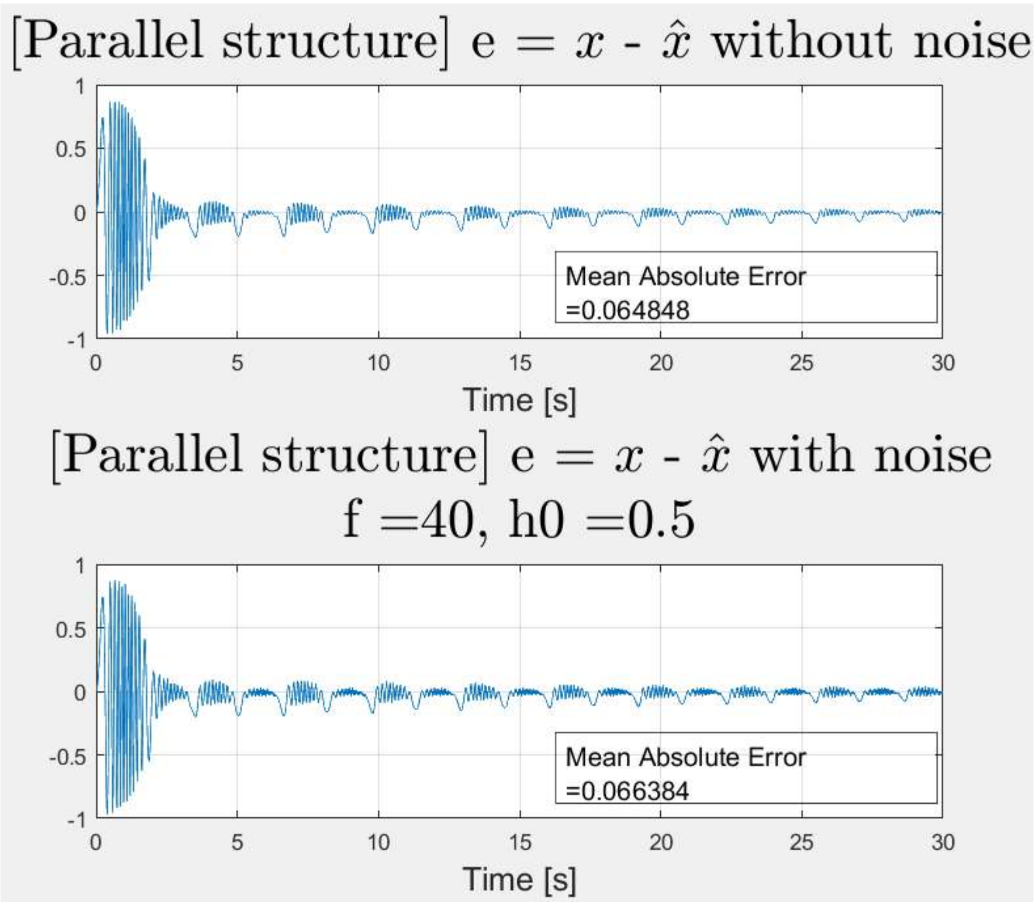
$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \hat{\theta}_1 \\ x_3 = \hat{\theta}_2 \\ x_4 = \hat{x} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = a x_1 + bu \\ \dot{x}_2 = -\gamma_1 (x_1 + n - x_4) x_1 \\ \dot{x}_3 = \gamma_2 (x_1 + n - x_4) u \\ \dot{x}_4 = -x_2 x_4 + x_3 u + \theta_m (x_1 + n - x_4) \end{cases}$$

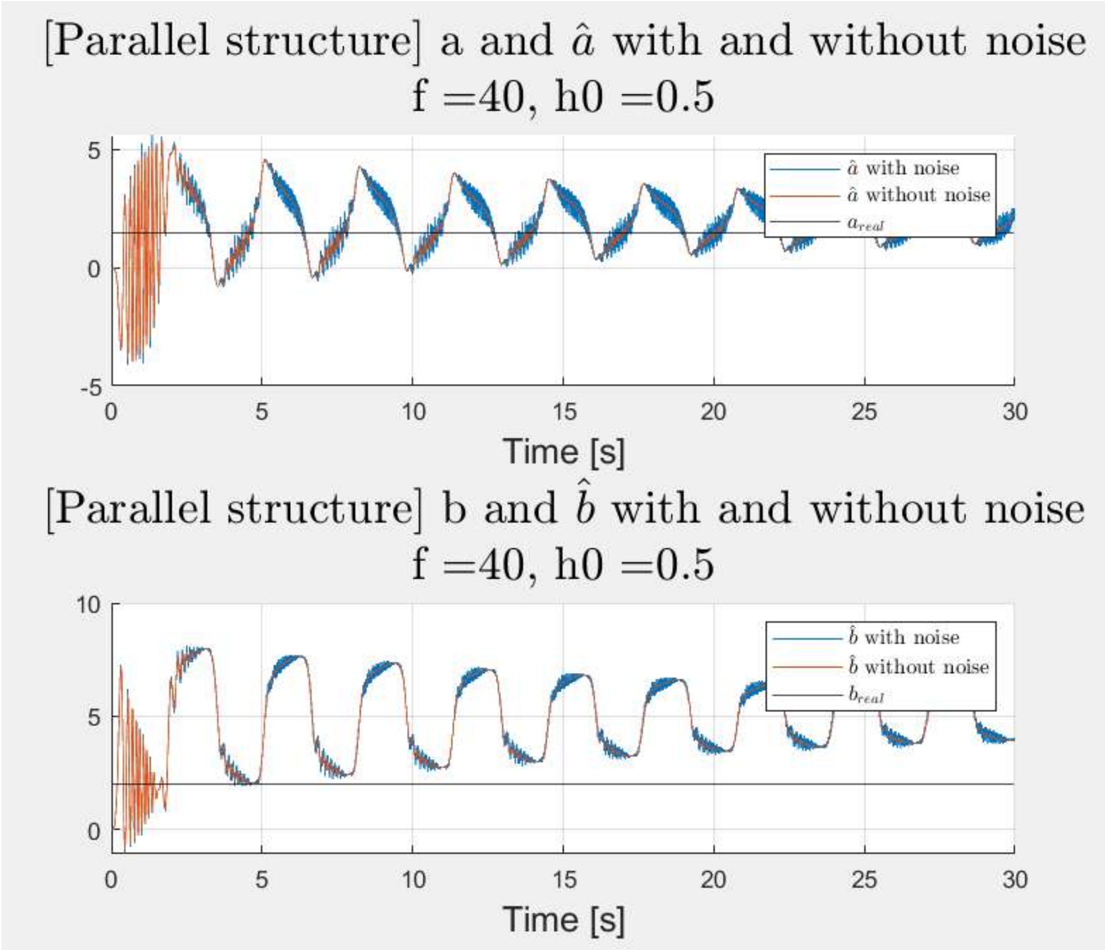
Τρέχοντας τον αλγόριθμο, μέσω της μεθόδου Lyapunov θα προσομοιώσουμε το σύστημα μας. Αρχικά βέβαια, πρέπει να επιλέξουμε τα κατάλληλα γ_1 και γ_2.Για αυτόν τον σκοπό φτιάχνουμε μια συνάρτηση best_g η οποία επιλέγει τα καταλληλότερα γ_1 και γ_2.

```
Best pair: [g1,g2] = [30,30] for f=40
```

Επιλέγοντας λοιπόν τα παραπάνω γ_1 και γ_2 φτιάχνουμε τις γραφικές παραστάσεις των x και $\hat{x}$, του σφάλματος e και των a,b, $\hat{a}, \hat{b}$ για f=40Hz και h_0=0.5.







Για να μελετήσουμε τι γίνεται όταν αλλάζει η συχνότητα:

```
Best pair: [g1,g2] = [30,30] for f=10
[Mixed Structure] f = 10 and h = 5.000000e-01: Mean Absolute Error = 0.388838
Best pair: [g1,g2] = [30,30] for f=20
[Mixed Structure] f = 20 and h = 5.000000e-01: Mean Absolute Error = 0.085098
Best pair: [g1,g2] = [30,30] for f=40
[Mixed Structure] f = 40 and h = 5.000000e-01: Mean Absolute Error = 0.066384
Best pair: [g1,g2] = [30,30] for f=80
[Mixed Structure] f = 80 and h = 5.000000e-01: Mean Absolute Error = 0.064808
Best pair: [g1,g2] = [30,30] for f=120
[Mixed Structure] f = 120 and h = 5.000000e-01: Mean Absolute Error = 0.065078
```

Παρατηρούμε μία ταλάντωση γύρω από το μηδέν σχετικά με την τιμή του μέσου απόλυτου σφάλματος όσο αυξάνεται η τιμή της συχνότητας.

```
Best pair: [g1,g2] = [30,30] for f=40
[Mixed Structure] f = 40 and h = 5.000000e-01: Mean Absolute Error = 0.093313
Best pair: [g1,g2] = [30,30] for f=40
[Mixed Structure] f = 40 and h = 7.500000e-01: Mean Absolute Error = 0.166475
Best pair: [g1,g2] = [30,30] for f=40
[Mixed Structure] f = 40 and h = 1: Mean Absolute Error = 0.375089
```
``

Ενώ σχετικά με το πλάτος του θορύβου, όπως είναι λογικό όσο αυξάνεται ,επηρεάζει αρνητικά και την τιμή του μέσου απόλυτου σφάλματος.

ΘΕΜΑ 3

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

i)Εκτιμητής πραγματικού χρόνου παράλληλης δομής

Έχουμε λοιπόν το σύστημα $\dot{x} = -Ax + Bu$

Θεωρούμε το σύστημα αναγνώρισης $\dot{\hat{x}} = -\hat{A}\hat{x} + \hat{B}u$

Προκύπτουν λοιπόν οι εξισώσεις:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_1u \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_2u \\ \dot{\hat{x}}_1 = \hat{a}_{11}\hat{x}_1 + \hat{a}_{12}x_2 + \hat{b}_1u \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{a}_{21}\hat{x}_1 + \hat{a}_{22}x_2 + \hat{b}_2u \end{cases}$$

Πρέπει επίσης :$\dot{\hat{A}} = \gamma_1 e\hat{x}^T$ και $\dot{\hat{B}} = \gamma_2 eu$

Προκύπτουν δηλαδή:

$$\dot{\hat{a}}_{11} = \gamma_1\hat{x}_1(x_1 - \hat{x}_1)$$

$$\dot{\hat{a}}_{12} = \gamma_1\hat{x}_2(x_1 - \hat{x}_1)$$

$$\dot{\hat{a}}_{21} = \gamma_1\hat{x}_1(x_2 - \hat{x}_2)$$

$$\dot{\hat{a}}_{22} = \gamma_1\hat{x}_2(x_2 - \hat{x}_2)$$

$$\dot{\hat{b}}_1 = \gamma_2 u(x_1 - \hat{x}_1)$$

$$\dot{\hat{b}}_2 = \gamma_2 u(x_2 - \hat{x}_2)$$

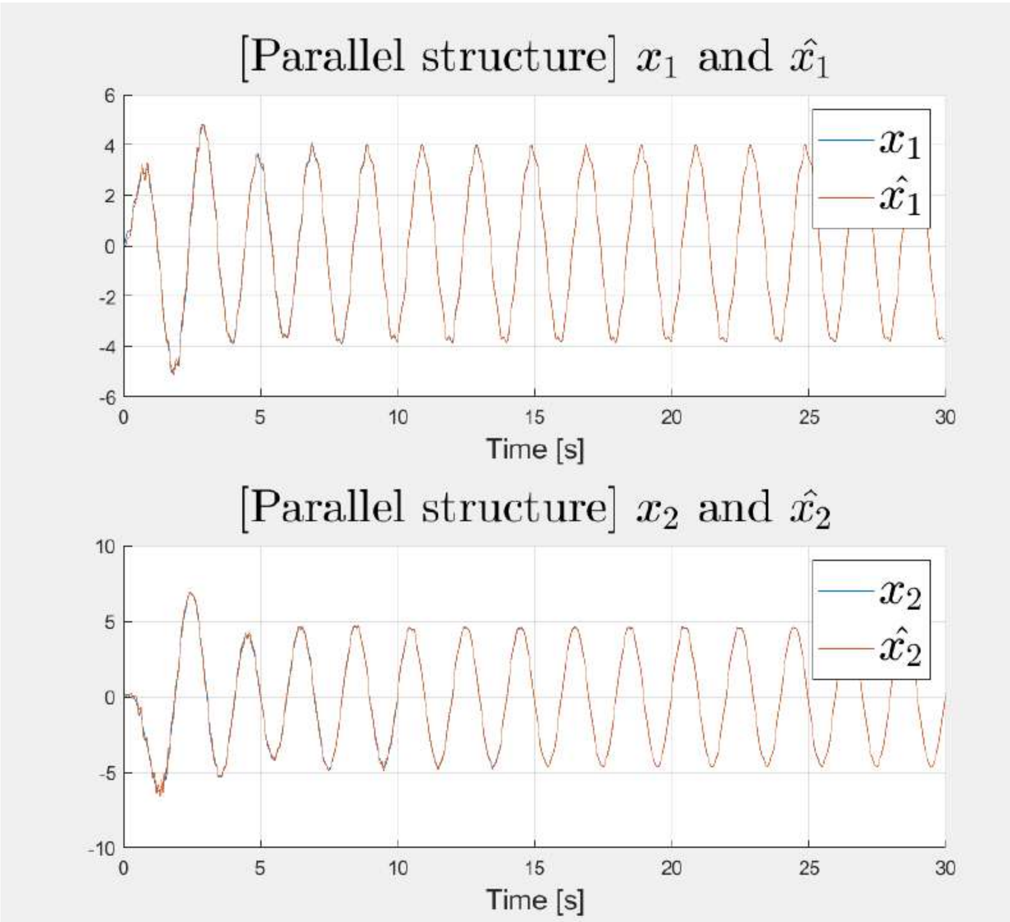
Έχουμε λοιπόν τις εξής διαφορικές εξισώσεις:

$$\begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = x_2 \\ y_3 = \hat{a}_{11} \\ y_4 = \hat{a}_{12} \\ y_5 = \hat{a}_{21} \\ y_6 = \hat{a}_{22} \\ y_7 = \hat{b}_1 \\ y_8 = \hat{b}_2 \\ y_9 = \hat{x}_1 \\ y_{10} = \hat{x}_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{y}_1 = a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + b_1 u \\ \dot{y}_2 = a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + b_2 u \\ \dot{y}_3 = \gamma_1 y_9 (y_1 - y_9) \\ \dot{y}_4 = \gamma_1 y_{10} (y_1 - y_9) \\ \dot{y}_5 = \gamma_1 y_9 (y_2 - y_{10}) \\ \dot{y}_6 = \gamma_1 y_{10} (y_2 - y_{10}) \\ \dot{y}_7 = \gamma_2 u (y_1 - y_9) \\ \dot{y}_8 = \gamma_2 u (y_2 - y_{10}) \\ \dot{y}_9 = y_3 y_9 + y_4 y_{10} + y_7 u \\ \dot{y}_{10} = y_5 y_9 + y_6 y_{10} + y_8 u \end{cases}$$

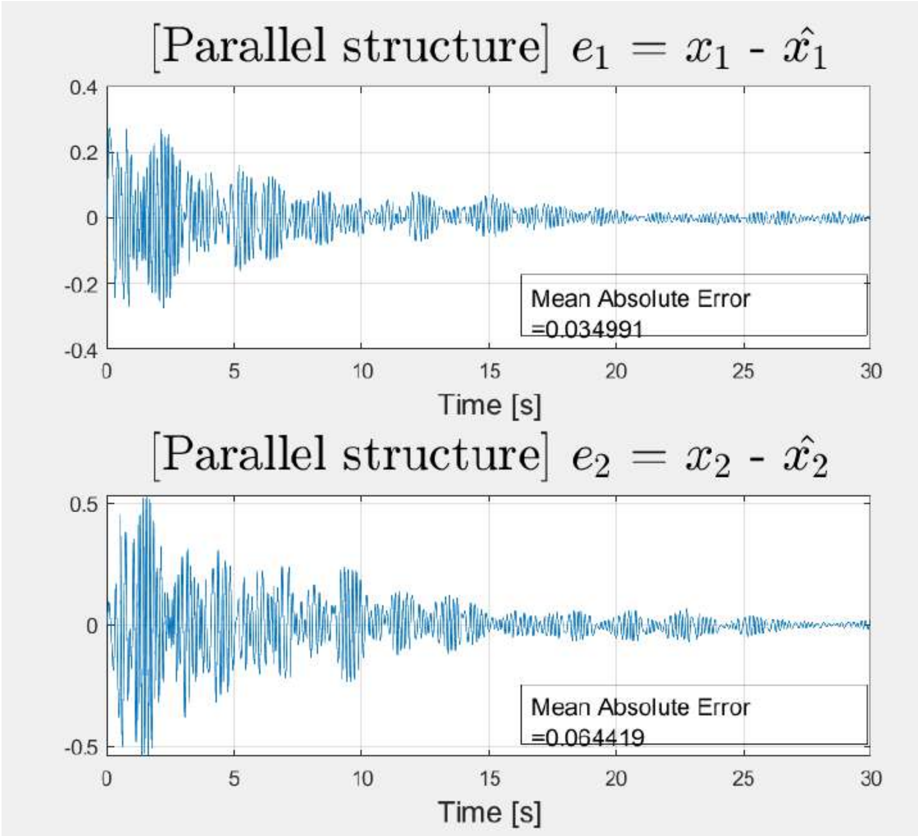
Ακριβώς με την ίδια λογική του θέματος 2,επιλεγω τα κατάλληλα γ_1 και γ_2:

```
Best pair: [g1,g2] = [50,50] for parralel structure
>>
```

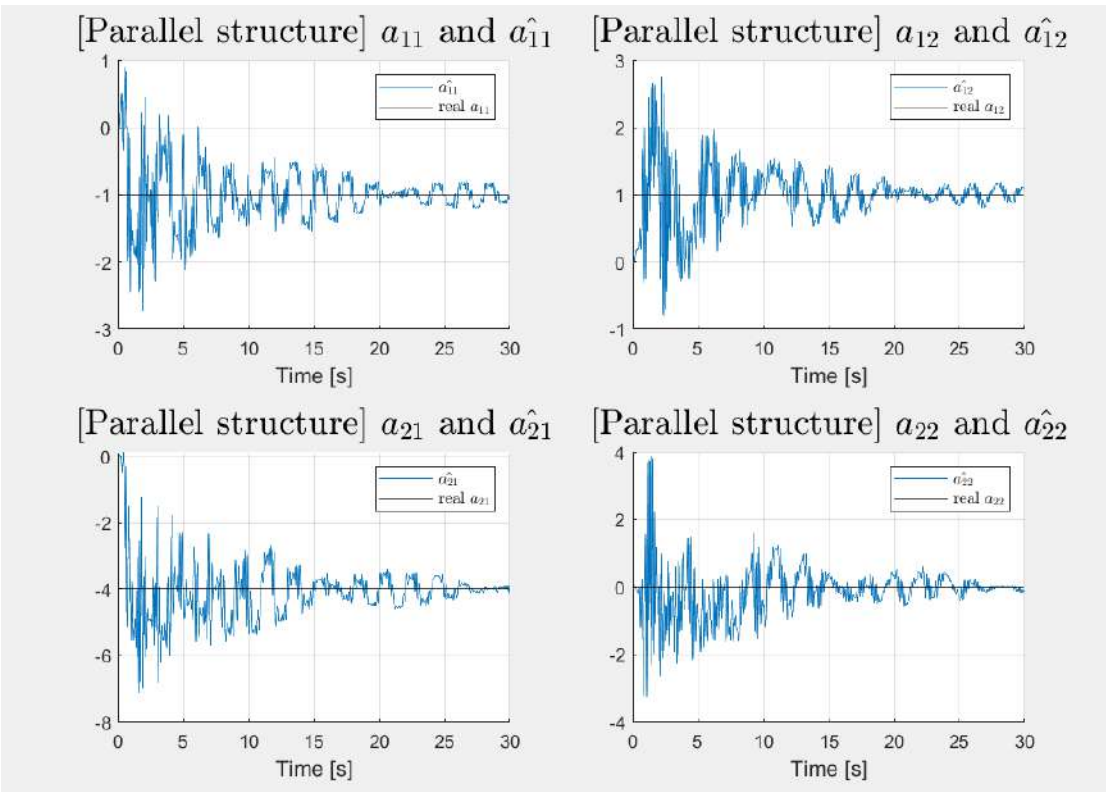
Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις που ζητούνται:

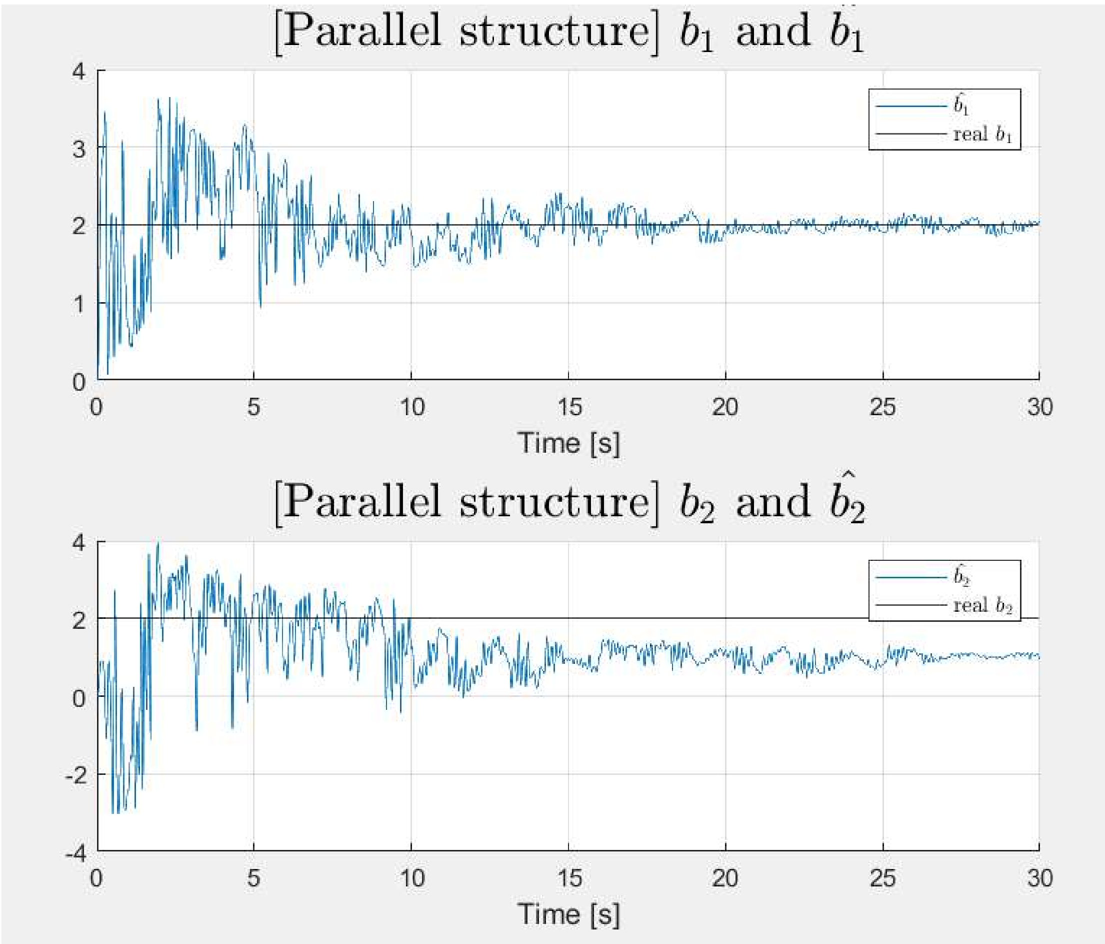


Παρατηρουμε ότι εχει γινει πολύ καλη προσέγγιση των x_1 και x_2.



Το σφάλμα μπορουμε να παρατηρήσουμε ότι τίνει στο 0 και στις δυο περιπτώσεις.





Με εξαίρεση το b_2 παρατηρώ ότι μετά από μικρό χρονικό διάστημα όλες οι παράμετροι συγκλίνουν στις πραγματικές τους τιμές.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

ii)Εκτιμητής πραγματικού χρόνου μικτής δομής

Έχουμε λοιπόν το σύστημα $\dot{x} = -Ax + Bu$

Θεωρούμε το σύστημα αναγνώρισης $\dot{\hat{x}} = -\hat{A}\hat{x} + \hat{B}u + \theta_m(x - \hat{x})$

Προκύπτουν λοιπόν οι εξισώσεις:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_1 u \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_2 u \\ \dot{\hat{x}}_1 = \hat{a}_{11}\hat{x}_1 + \hat{a}_{12}x_2 + \hat{b}_1 u + \theta_m(\mathrm{x}_1 - \hat{\mathrm{x}}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{a}_{21}\hat{x}_1 + \hat{a}_{22}x_2 + \hat{b}_2 u + \theta_m(\mathrm{x}_2 - 2) \end{cases}$$

Πρέπει επίσης :$\dot{\hat{A}} = \gamma_1 e x^T$ και $\dot{\hat{B}} = \gamma_2 e u$

Προκύπτουν δηλαδή:

$$\dot{\hat{\mathrm{a}}}_{11} = \gamma_1 x_1(\mathrm{x}_1 - \hat{\mathrm{x}}_1)$$

$$\dot{\hat{a}}_{12} = \gamma_1 x_2(x_1 - \hat{x}_1)$$

$$\dot{\hat{a}}_{21} = \gamma_1 x_1(x_2 - \hat{x}_2)$$

$$\dot{\hat{a}}_{22} = \gamma_1 x_2(x_2 - \hat{x}_2)$$

$$\dot{\hat{b}}_1 = \gamma_2 u(x_1 - \hat{x}_1)$$

$$\dot{\hat{b}}_2 = \gamma_2 u(x_2 - \hat{x}_2)$$

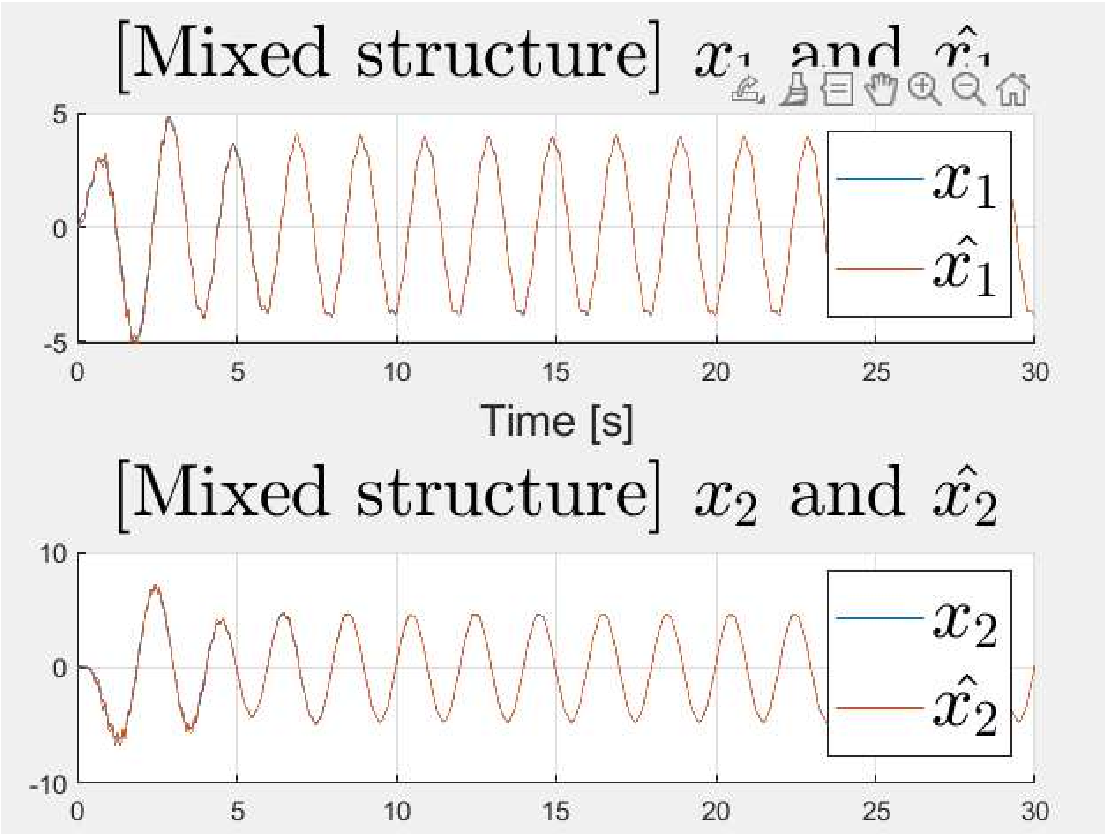
Έχουμε λοιπόν τις εξής διαφορικές εξισώσεις: $\dot{y}_1$

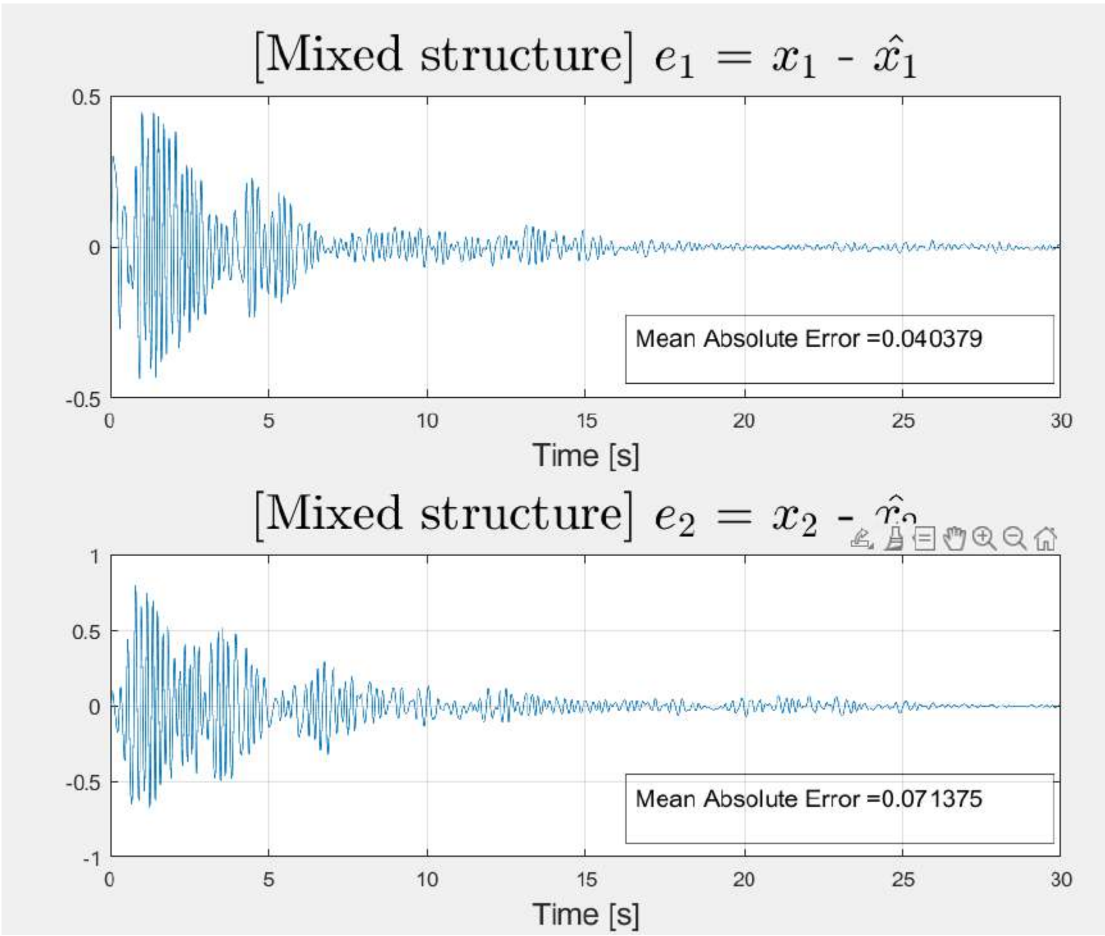
$$\begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = x_2 \\ y_3 = \hat{a}_{11} \\ y_4 = \hat{a}_{12} \\ y_5 = \hat{a}_{21} \\ y_6 = \hat{a}_{22} \\ y_7 = \hat{b}_1 \\ y_8 = \hat{b}_2 \\ y_9 = \hat{x}_1 \\ y_{10} = \hat{x}_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{y}_1 = a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + b_1 u \\ \dot{y}_2 = a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + b_2 u \\ \dot{y}_3 = \gamma_1 y_1(y_1 - y_9) \\ \dot{y}_4 = \gamma_1 y_2(y_1 - y_9) \\ \dot{y}_5 = \gamma_1 y_1(y_2 - y_{10}) \\ \dot{y}_6 = \gamma_1 y_2(y_2 - y_{10}) \\ \dot{y}_7 = \gamma_2 u(y_1 - y_9) \\ \dot{y}_8 = \gamma_2 u(y_2 - y_{10}) \\ \dot{y}_9 = y_3 y_9 + y_4 y_{10} + y_7 u + \theta_m(y_1 - y_9) \\ \dot{y}_{10} = y_5 y_9 + y_6 y_{10} + y_8 u + \theta_m(y_2 - y_{10}) \end{cases}$$

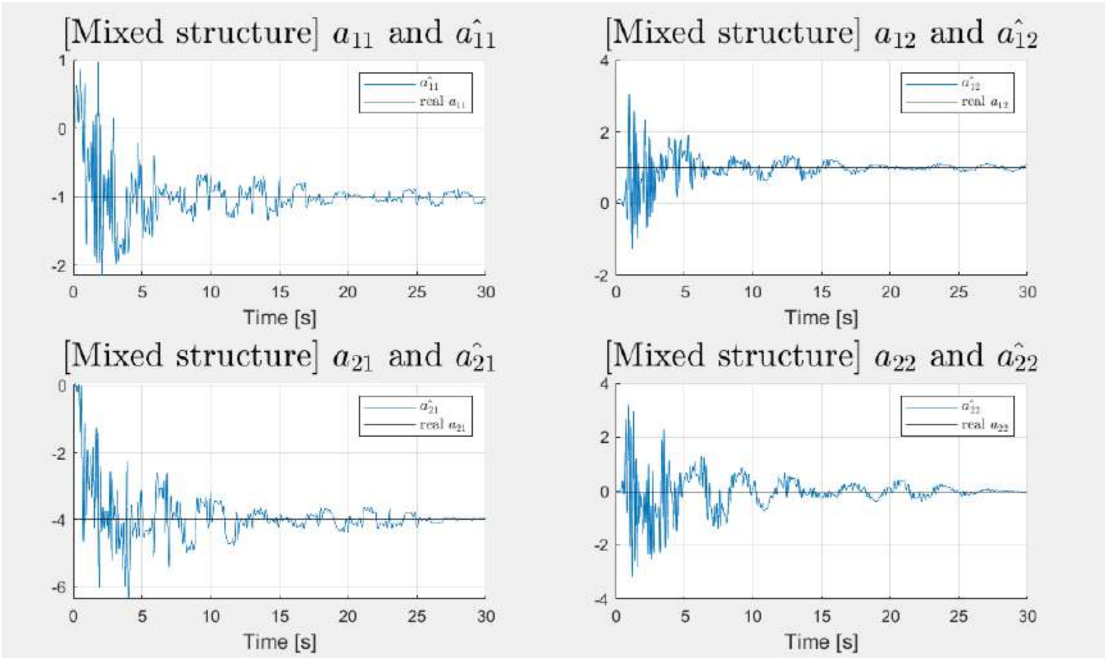
Ακριβώς με την ίδια λογική του θέματος 2,επιλεγω τα κατάλληλα γ_1 και γ_2:

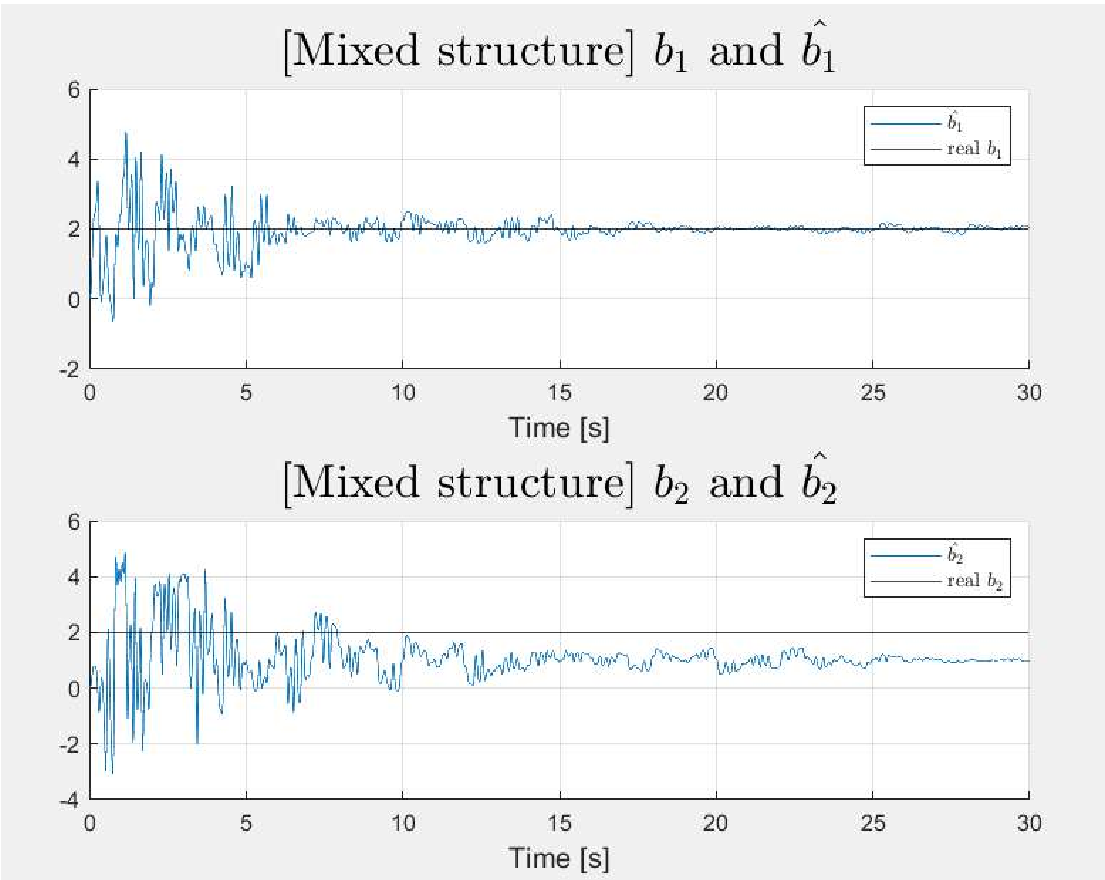
```
Best pair: [g1,g2] = [25,40] for mixed structure
>>
```

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις που ζητούνται:


[Mixed structure] x_1 and $\hat{x}_1$
Time [s]
x_1
$\hat{x}_1$
[Mixed structure] x_2 and $\hat{x}_2$
x_2
$\hat{x}_2$


[Mixed structure] $e_1 = x_1$ - $\hat{x}_1$
Mean Absolute Error =0.040379
Time [s]
[Mixed structure] $e_2 = x_2$ -
Mean Absolute Error =0.071375
Time [s]





Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η μικτή δομή λειτούργησε καλύτερα από την παράλληλη καθώς έχουμε και πιο γρήγορη αλλά και πιο ακριβή σύγκλιση.

ΘΕΜΑ 4

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Εκτιμητής πραγματικού χρόνου μικτής δομής

Έχουμε λοιπόν το σύστημα $\dot{x} = -\theta_1 * x + \theta_2 * u$

Θεωρούμε το σύστημα αναγνώρισης $\dot{\hat{x}} = -\hat{\vartheta}_1 f(x) + \hat{\vartheta}_2 u + \alpha_m (x - \hat{x})$

Συνεπώς, πρέπει:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}}_1 = -\gamma_1 e f(x) \\ \dot{\hat{\theta}}_2 = \gamma_2 e u \end{cases}$$

Για την περίπτωση χωρίς θόρυβο, προκύπτουν οι εξής διαφορικές εξισώσεις:

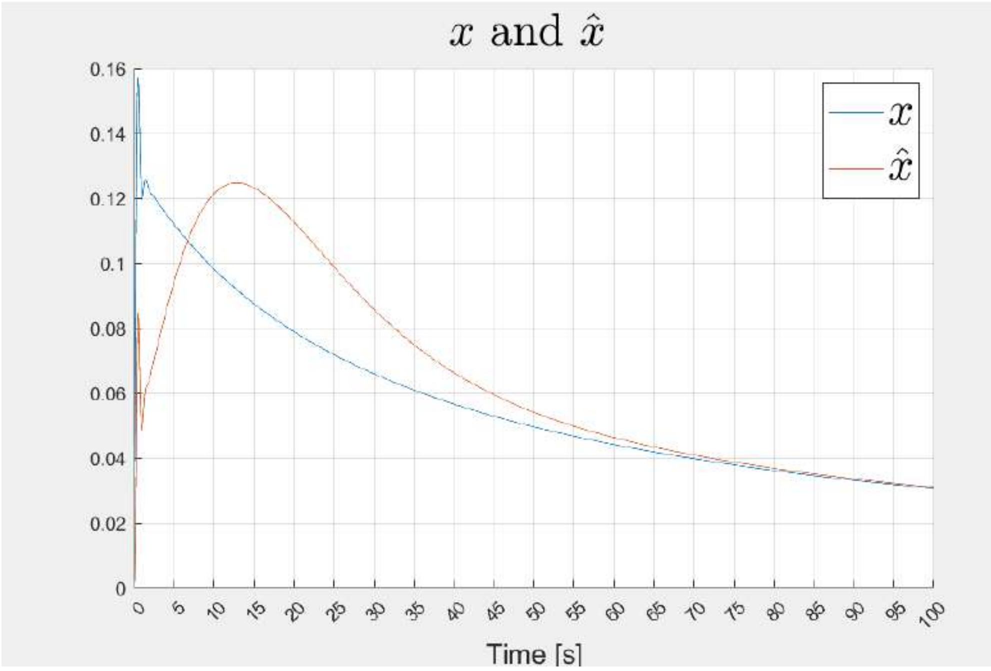
$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \hat{\theta}_1 \\ x_3 = \hat{\theta}_2 \\ x_4 = \hat{x} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = -\theta_1 * f(x_1) + \theta_2 * u \\ \dot{x}_2 = -\gamma_1 (x_1 - x_4) f(x_1) \\ \dot{x}_3 = \gamma_2 (x_1 - x_4) u \\ \dot{x}_4 = -x_2 f(x_1) + x_3 u + \alpha_m (x_1 - x_4) \end{cases}$$

i)Για την περίπτωση που η f(x) είναι f(x)= 0.5 sin(x)x:

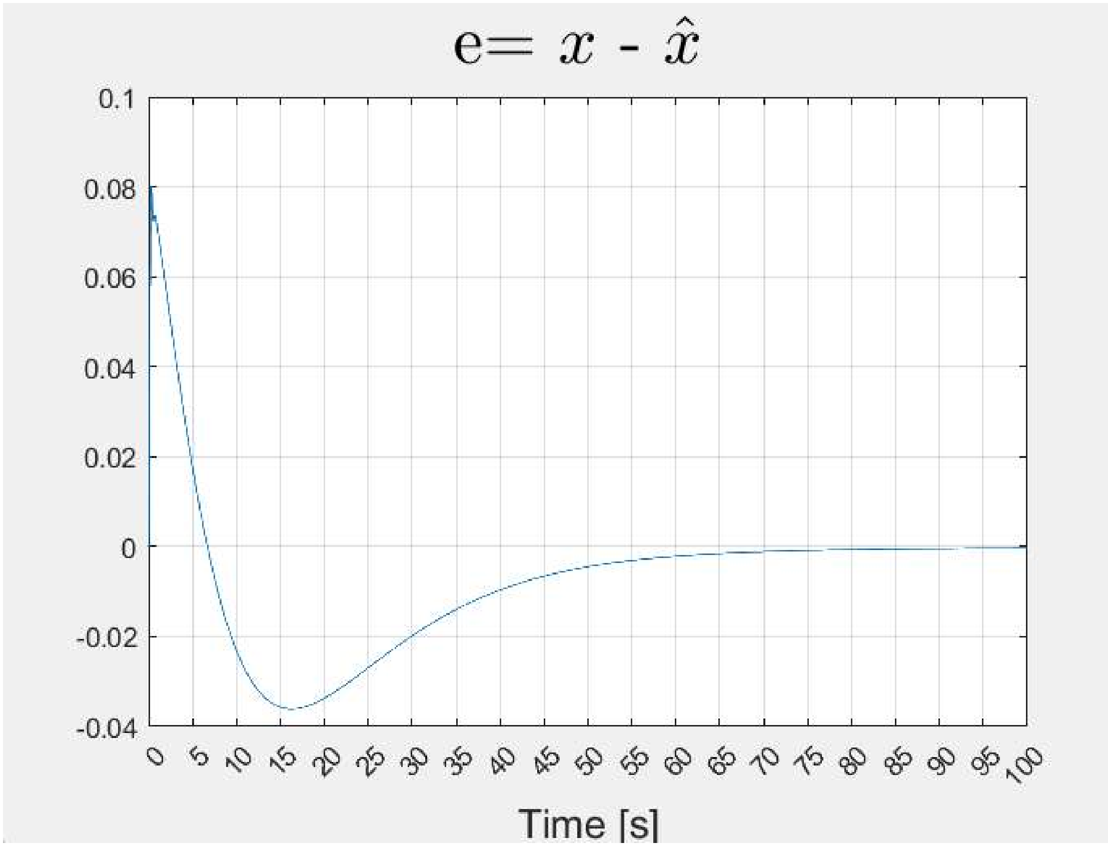
Τα κατάλληλα γ_1 και γ_2 είναι:

```
Best pair: [g1,g2] = [600,600]
>>
```

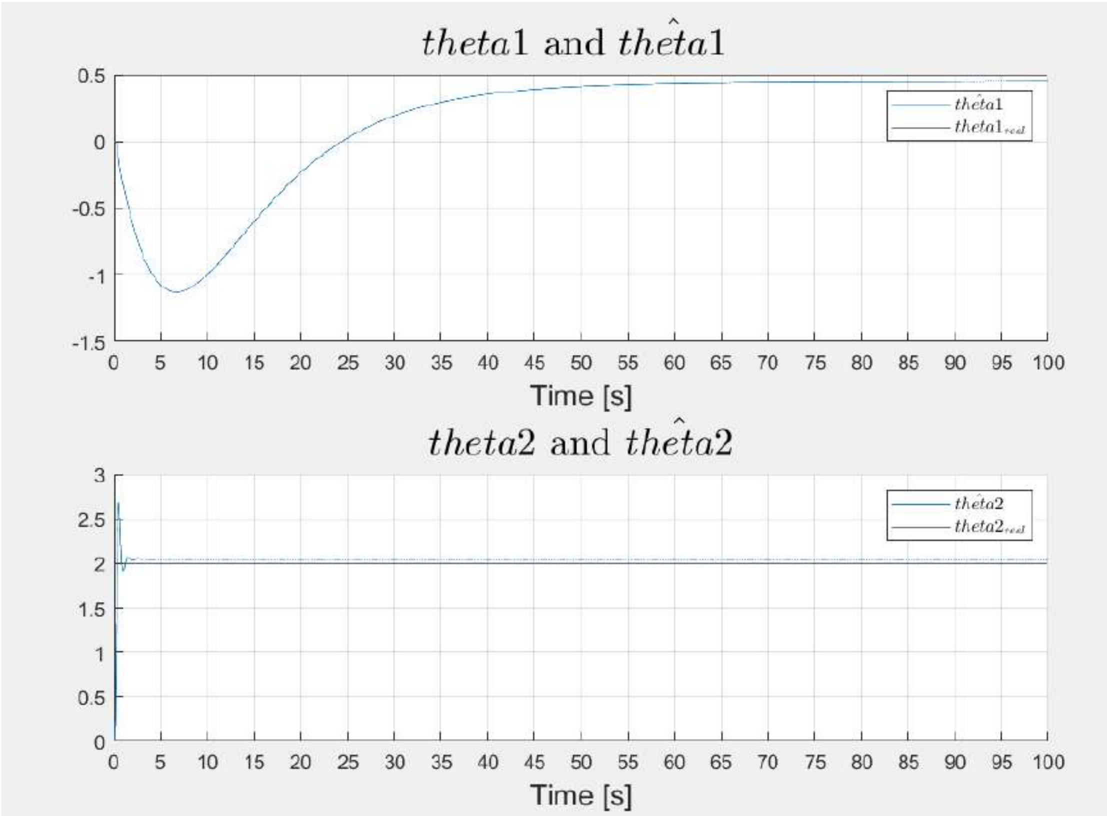
Και οι γραφικές παραστάσεις:



Παρατηρούμε ότι μέσα σε σύντομο χρονικό διάστημα αποκτούν κοινή πορεία.



Παρατηρούμε ότι το σφάλμα τείνει στο 0.



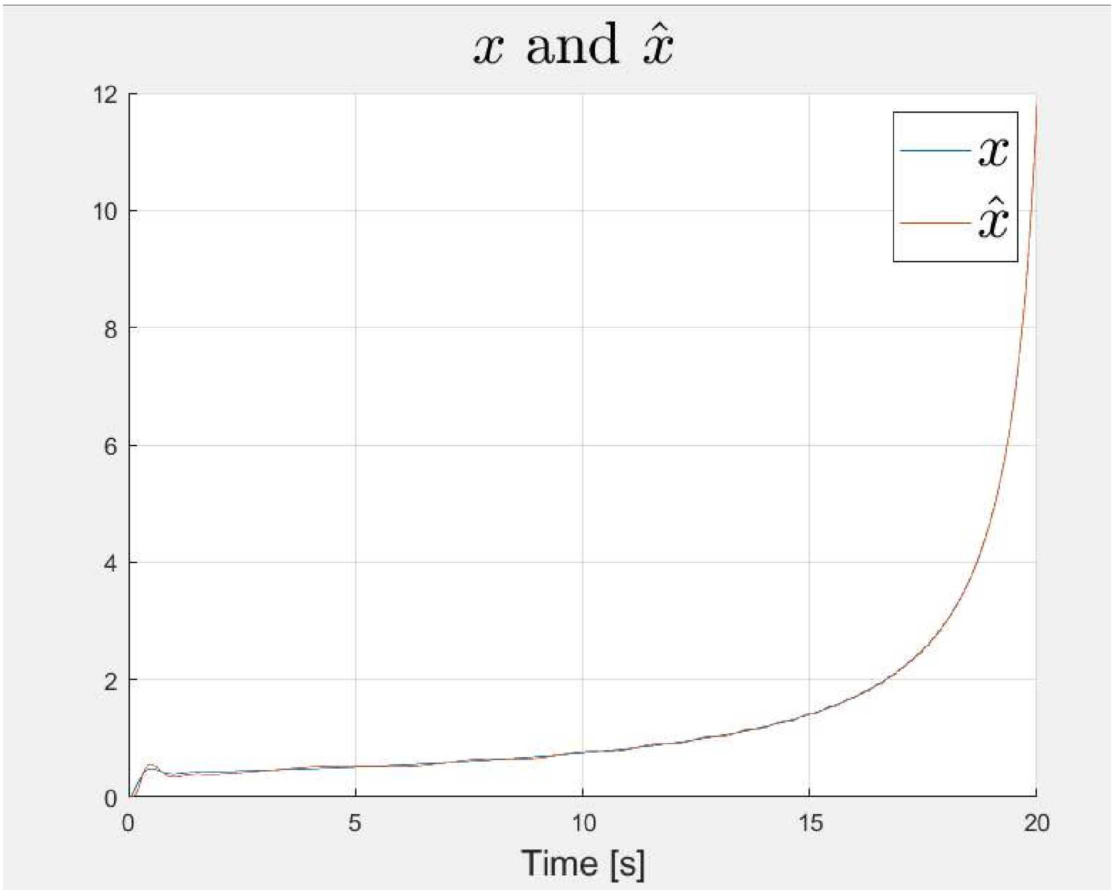
Και οι δυο παράμετροι συγκλίνουν στις πραγματικές τους τιμές.

ii)Για την περίπτωση που η f(x) είναι f(x)= -0.25x^2:

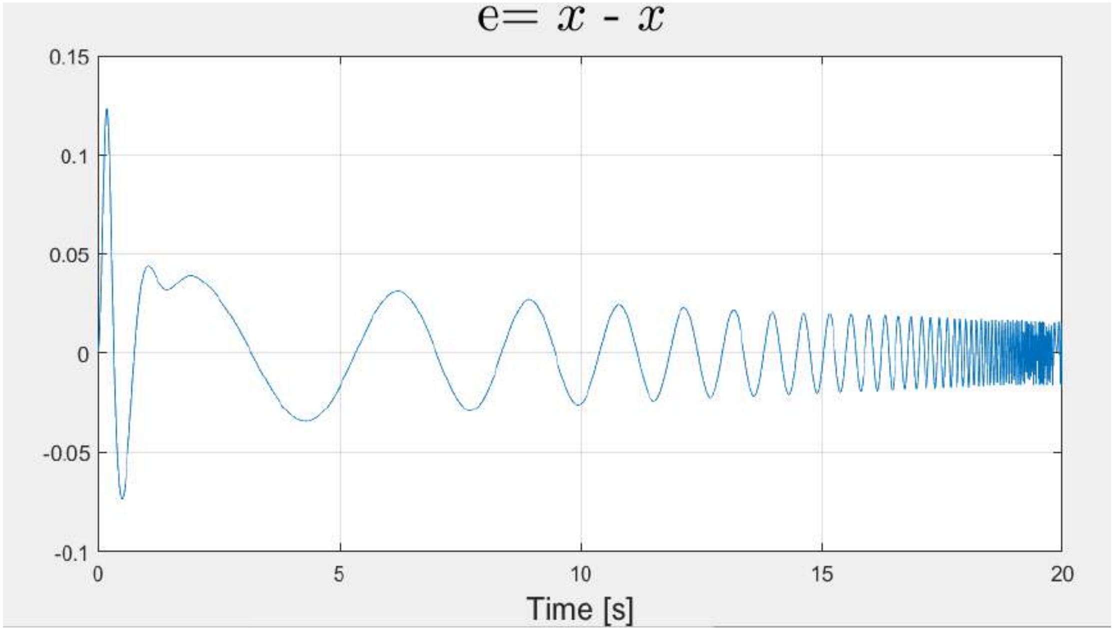
Τα κατάλληλα $γ_1$ και $γ_2$ είναι:

```
Best pair: [g1,g2] = [600,260]
>>
```

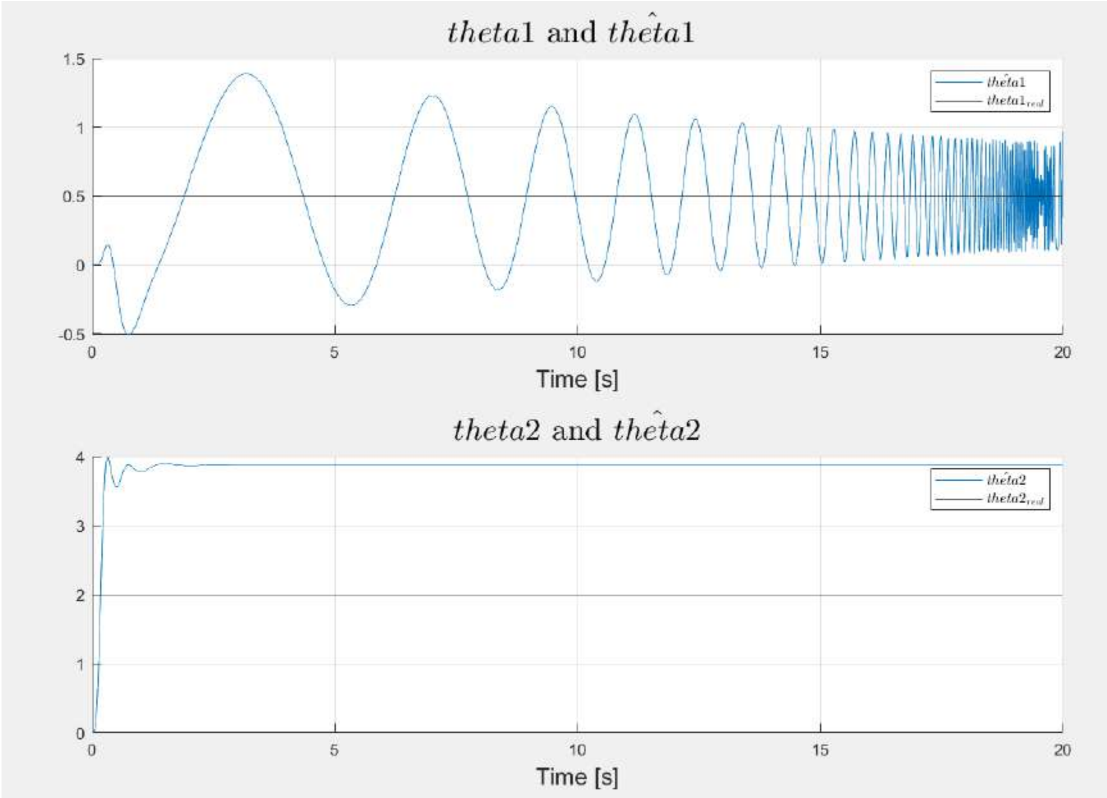
Οι γραφικές παραστάσεις:



Παρατηρούμε ότι και οι δύο συναρτήσεις τείνουν στο άπειρο



Το σφάλμα με αργό ρυθμό τείνει στο 0.



Το θ_1 σε αντίθεση με το θ_2 συγκλίνει στην πραγματική του τιμή ,με αργό ρυθμό.