

# Verfahren zur Verbesserung von digitalen Bildern

Seminararbeit zum Kurs 21417 Digitale Signalverarbeitung (WS06/07)

Alexander Kühn, Matr.-Nr.: 7122993

30. Januar 2007

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
1.1	Grundlagen der zweidimensionalen Signalverarbeitung . . . . .	3
1.1.1	Aufbau eines digitalen Bildes . . . . .	3
1.1.2	Zweidimensionale Signalverarbeitung . . . . .	3
1.1.3	Zweidimensionale Faltung . . . . .	5
1.2	Gewinnung von digitaler Bildinformation . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Bildverbesserungsverfahren</b>	<b>5</b>
2.1	Klassifizierung der Verfahren . . . . .	6
2.1.1	Punktoperatoren . . . . .	6
2.1.2	Nachbarschaftsoperatoren . . . . .	7
2.2	Verbesserungsverfahren mit Punktoperatoren . . . . .	7
2.2.1	Transformation der Pixelwerte über eine LUT . . . . .	9
2.2.2	Histogrammspreizung . . . . .	11
2.2.3	Gammakorrektur . . . . .	12
2.3	Verbesserungsverfahren mit Nachbarschaftsoperatoren . . . . .	12
2.3.1	Entrauschung . . . . .	13
2.3.2	Bildschärfung . . . . .	15

# 1 Einleitung

Die digitale Signalverarbeitung ermöglicht es, Informationen auf komfortable Art und Weise mit Hilfe von Softwarealgorithmen zu beeinflussen. Die klassische digitale Signalverarbeitung beschäftigt sich hierbei mit eindimensionalen Signalen, d.h. es wird ein diskreter Parameter zu einer anderen diskreten Größe in Relation gesetzt. Abbildung 1 zeigt hier beispielhaft ein digitales Sprachsignal, wobei die abhängige Größe die Zeitinformation darstellt.

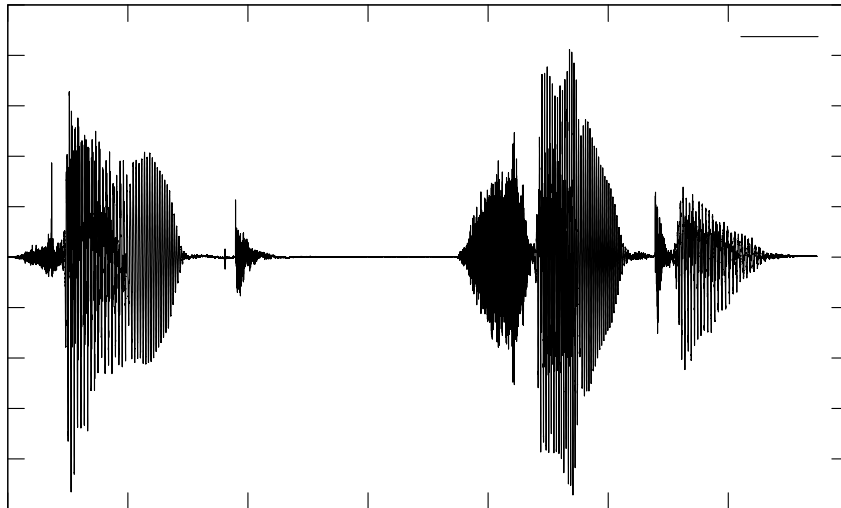


Abbildung 1: Digitales Sprachsignal

Das Signal repräsentiert den digitalisierten Spannungsverlauf eines Mikrofons über konstante Zeitabstände. Indem man die Signalverarbeitung anwendet, ist es möglich, die Information, die von dem Signal getragen wird, zu verbessern. Als Beispiel sei hier das Filtern von Rauschen und die Entfernung von Echos bei Audiosignalen genannt.

Einen Großteil der Informationen aus seiner Umwelt nimmt der Mensch über den Sehsinn wahr, diese visuellen Informationen sind im Gegensatz zu den akustischen Informationen jedoch nicht eindimensional darstellbar.

Ein optisches Bild stellt eine Funktion dar, deren Funktionswerte über eine Ebene definiert sind. Um die digitale Signalverarbeitung auch für diese Art von Signalen nutzen zu können, ist es notwendig die Algorithmen zweidimensional anzuwenden. Einen Überblick über die Methoden und Algorithmen zur Verbesserung von Information in Bildern geben die folgenden Kapitel.

## 1.1 Grundlagen der zweidimensionalen Signalverarbeitung

### 1.1.1 Aufbau eines digitalen Bildes

Abbildung 2 zeigt den Aufbau eines digitalen Bildes.



Abbildung 2: Digitales Bild

Das Bild besteht aus 378.240 Funktionswerten, die in einer Ebene bestehend aus 640 Zeilen und 591 Spalten angeordnet sind. Der Funktionswert repräsentiert in diesem Falle die Helligkeit in 255 Stufen von schwarz (0) bis weiß (255). Die Funktionswerte werden in der Bildverarbeitung als Pixel (picture elements) bezeichnet. Sie müssen nicht zwangsläufig aus Helligkeitsinformationen bestehen. Für Bilder mit Farbinformationen ist es üblich, die Funktionswerte als 3-Farbtupel darzustellen, wobei jedes Tupelelement die Intensität der Grundfarben rot, grün und blau darstellt. Ebenfalls ist es möglich, jedem Pixel einen gemessenen Temperaturwert zuzuordnen; man erhält somit das Abbild der Temperaturverhältnisse über die Ortsinformation. In dieser Arbeit liegt der Schwerpunkt auf der Darstellung der prinzipiellen Algorithmen, daher wird aus Gründen der Übersichtlichkeit mit Graustufenbildern gearbeitet. Die Pixelwerte werden in einem Rechner üblicherweise als  $N \times M$  Matrix verwaltet. Abbildung 3 zeigt einen  $10 \times 10$  Pixel Ausschnitt des Bildes und Tabelle 1 die entsprechenden Pixeldaten.

### 1.1.2 Zweidimensionale Signalverarbeitung

Abbildung 4 zeigt den prinzipiellen Aufbau einer Signalverarbeitungskette für ein Bildverarbeitungssystem.

Im Mittelpunkt steht das Verarbeitungssystem  $S$ , das analog zur eindimensionalen Signalverarbeitung durch eine Impulsantwort  $h(x,y)$  charakterisiert wird. Die Impulsantwort wird in der Bildverarbeitung auch als Punktantwort oder PSF (Point Spread

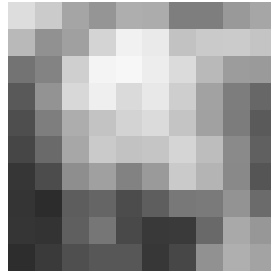


Abbildung 3: Digitales Bild

221	203	165	149	174	172	126	126	153	166
185	145	160	212	241	234	194	202	203	196
115	131	207	244	247	237	219	185	156	154
89	147	216	239	218	232	206	162	125	103
78	126	173	195	211	219	196	161	124	90
70	106	167	202	194	197	213	189	138	96
54	76	142	160	130	154	202	180	137	85
52	44	93	101	76	94	120	122	147	107
53	51	95	118	73	57	58	105	169	151
45	58	79	87	87	55	71	145	175	163

Tabelle 1: Bilddaten

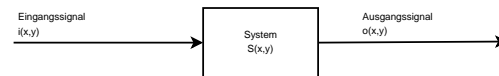


Abbildung 4: Bildverarbeitungskette

Function) bezeichnet. Ein Eingangssignal  $i(x,y)$  wird dem System zugeführt und mit der Impulsantwort gefaltet; das resultierende Signal ist das Ausgangssignal  $o(x,y)$  gemäß der Formel:

$$o(x,y) = i(x,y) * h(x,y)$$

Die Betrachtungen gelten wie in der eindimensionalen Verarbeitung nur für

- lineare und
- ortsinvariante

Systeme. Die Punktantwort ist die Reaktion des Systems auf einen diskreten Dirac-

Impuls als Eingangssignal, wobei dieser folgendermaßen definiert ist:

$$\delta(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{für } x = 0 \wedge y = 0 \\ 0 & \text{für } x \neq 0 \vee y \neq 0 \end{cases}$$

### 1.1.3 Zweidimensionale Faltung

Zur Berechnung des Ausgangssignals muss das Eingangssignal mit der PSF des Systems gefaltet werden. Die Faltungsoperation ist für zweidimensionale diskrete Systeme definiert als:

$$o(x, y) = \sum_{u=-\frac{M}{2}}^{+\frac{M}{2}} \sum_{v=-\frac{N}{2}}^{+\frac{N}{2}} h(u, v) \cdot i(x - u, y - v)$$

M und N beschreiben hierbei die Matrixdimensionen der Punktantwort. Im Gegensatz zur eindimensionalen Faltung wird die PSF symmetrisch zum Mittelpunkt der Funktion gefaltet. Dies hat praktische Vorteile, da in der Bildverarbeitung PSF angewendet werden, die symmetrisch zum Mittelpunkt aufgebaut sind. Weiterführende Literatur zur zweidimensionalen Faltung ist unter [1] zu finden.

## 1.2 Gewinnung von digitaler Bildinformation

Die Digitalisierung von Bildinformationen ist ein umfangreiches Thema, weshalb hier nur ein kurzer Überblick über den aktuellen Stand der Technik gegeben wird. Das Kernstück für die Gewinnung von Bildinformationen ist der Bildsensor. Bildsensoren werden nach zwei Haupttechniken gefertigt:

- CCD
- CMOS

Beiden ist gemeinsam, dass sie sich den fotoelektrischen Effekt zunutze machen, um ein elektrisches Signal proportional zum Lichteinfall zu generieren. Dieses Signal wird einem A/D-Wandler zugeführt, man erhält am Ende der Verarbeitungskette ein digitales Bild (einen Überblick über die Technologien sowie ein Vergleich der Verfahren ist in [2] aufgeführt). Der Aufbau für die optische Abbildung der Umwelt auf einen Bildsensor entspricht dem einer herkömmlichen Kamera und ist in Abbildung 5 exemplarisch aufgezeigt.

## 2 Bildverbesserungsverfahren

Die beschriebene Theorie der digitalen Bildverarbeitung kann zur Verbesserung der Bildinformationen in digitalen Bildern herangezogen werden. Die unterschiedlichen Verbesserungsverfahren werden in diesem Kapitel vorgestellt.

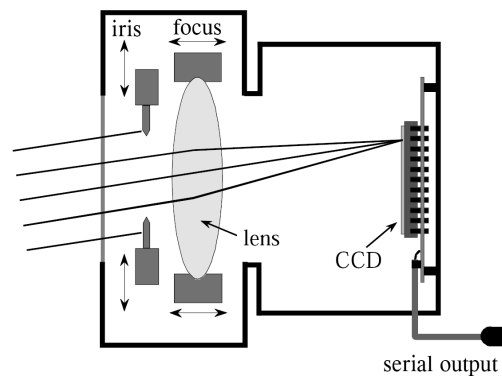


Abbildung 5: Bildsignalgewinnung

## 2.1 Klassifizierung der Verfahren

Die Verbesserung ist im allgemeinen Sinne die Veränderung eines Bildes durch eine Rechenvorschrift – dem sogenannten Operator –, die auf ein Eingangsbild angewendet wird. Eine grobe Unterscheidung der Verfahren wird dabei durch die Komplexität des Operators getroffen.

### 2.1.1 Punktoperatoren

Bei diesen Operatoren hängt der Pixelwert des Ausgangsbildes  $o(x, y)$  nur von dem korrespondierenden Pixelwert des Eingangsbildes ab (siehe Abbildung 6). Der Punktoperator kann als einfache Rechenvorschrift ausgedrückt werden:

$$o(x, y) = T(i(x, y))$$

Die Funktion  $T()$  steht für die Transformationsfunktion des Pixelwertes.

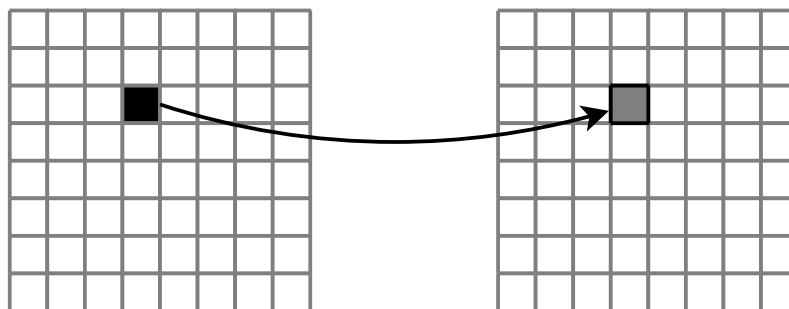


Abbildung 6: Punktoperator

### 2.1.2 Nachbarschaftsoperatoren

Bei den Nachbarschaftsoperatoren werden zur Berechnung des Ausgangsbildes nicht nur die entsprechenden Pixelwerte des Eingangsbildes herangezogen, sondern auch die umgebenden Pixel (siehe Abbildung 7).

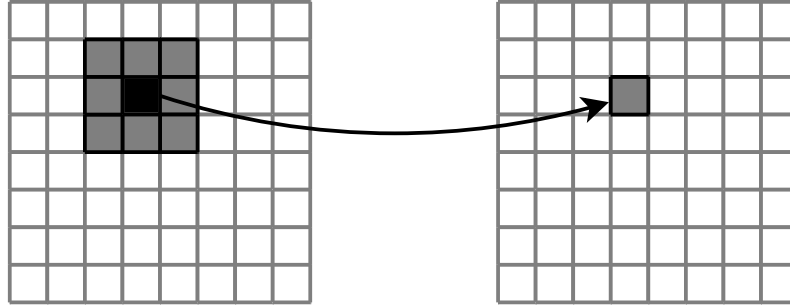


Abbildung 7: Nachbarschaftsoperator

## 2.2 Verbesserungsverfahren mit Punktoperatoren

In der Praxis besteht oftmals das Problem, dass der Helligkeits- und Kontrasteindruck eines Bildes nicht den Ansprüchen genügt. Zur Korrektur dieser Bildeigenschaften ist die Anwendung eines Punktoperators notwendig. Die Anpassung der Helligkeits- und Kontrastparameter erfordert eine Skalierung der einzelnen Pixelwerte anhand von globalen Bildeigenschaften, die unabhängig von Ortsinformationen sind. Der Helligkeitseindruck eines Bildes bestimmt sich durch den Mittelwert  $m$  aller Pixel:

$$m = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} i(x, y)$$

Ein Bild wird heller, je höher der Mittelwert ausfällt. Der Kontrast  $k$  eines Bildes wird durch die Standardabweichung der Pixelwerte vom Mittelwert bestimmt:


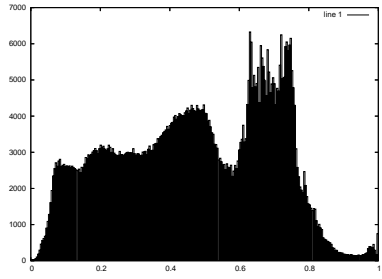

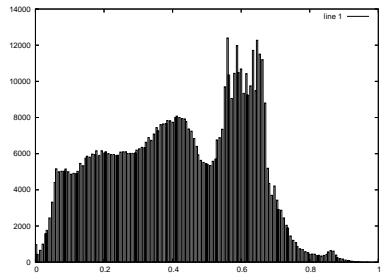

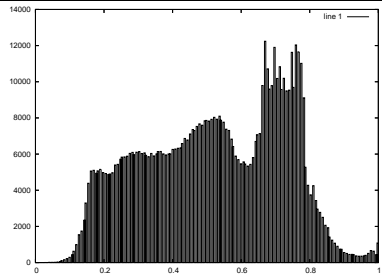

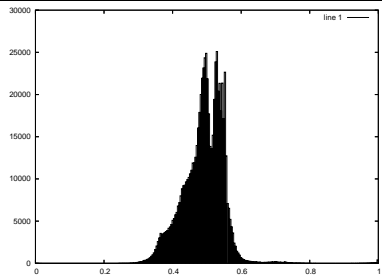
$$k = \sqrt{\frac{1}{M \cdot N} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (i(x, y) - m)^2}$$

Je größer diese Standardabweichung ist, desto größer ist der Kontrastumfang des Bildes.

Zur Ermittlung der Helligkeits- und Kontrastverhältnisse in einem Bild ist die Darstellung der Häufigkeitsverteilung der Pixelwerte in einem Histogramm hilfreich. Dazu wird zu jedem möglichen Amplitudenwert  $w$  die Anzahl der Pixel  $p$ , die diesen Wert annehmen, gezählt und durch Teilung der Bilddimensionen  $M \cdot N$  zwischen 0 und 1 normiert:

$$\text{hist}(w) = \frac{p}{M \cdot N} \text{ mit } w = 0..255$$

Tabelle 2 zeigt eine Bilderserie, deren Helligkeits- und Kontrastparameter verändert wurden<sup>1</sup> mit den daraus resultierenden Histogrammen<sup>2</sup>.

Bild	Histogramm	Bemerkung
		Originalbild
		dunkel
		hell
		flau

<sup>1</sup>Die Parameter wurden mit Hilfe der Helligkeits- und Kontrastregler in der Bildverarbeitung *GIMP* 2.2 manipuliert.

<sup>2</sup>Die Histogramme wurden mit dem Werkzeug *octave* 2.1 mit der Funktion *imhist()* erzeugt. Zu beachten ist, dass *octave* die Histogrammabszisse im Wertebereich 0..1 statt im zugrundeliegenden Wertebereich von 0..255 skaliert.



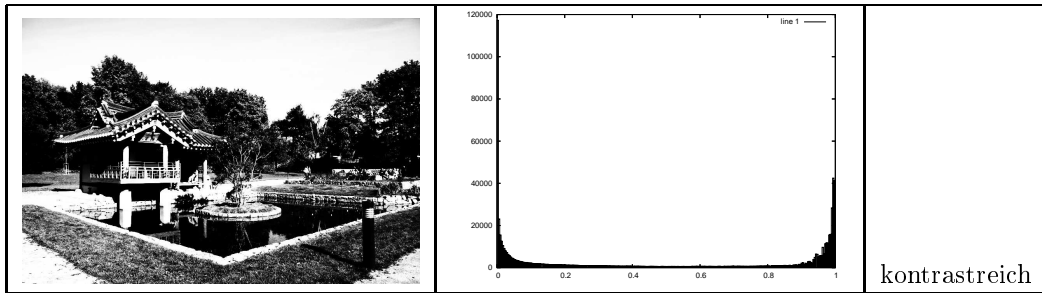


Tabelle 2: Helligkeits- und Kontrastparameter im Vergleich

Das Histogramm zu den einzelnen Bildern zeigt folgende Eigenschaften:

**Originalbild:** Das Originalbild zeigt eine homogene Verteilung über nahezu den gesamten Wertebereich.

**hell:** Die Häufigkeit der Pixelwerte ist im oberen Bereich angesiedelt.

**dunkel:** Die Häufigkeit der Pixelwerte ist im unteren Bereich angesiedelt.

**flau:** Die Pixelwerte sind nur in einem engen Bereich verteilt.

**kontrastreich:** Die Pixelwerte sind weit auseinander gespreizt, wobei sich weit auseinanderliegende Maxima bilden.

Zur Helligkeits- und Kontrastanpassung ist es folglich notwendig, die Histogrammverteilung der Pixelwerte zu verändern. Hierzu bietet sich das Verfahren der Transformation der Pixelwerte über eine LookUpTable (LUT) an.

### 2.2.1 Transformation der Pixelwerte über eine LUT

In einer Tabelle wird jedem möglichen Pixelwert ein neuer Wert zugeordnet. Im Ausgangszustand ist jedem Eingangswert der gleiche Ausgangswert zugeordnet. Abbildung 8 zeigt das dazugehörige Diagramm, das eine lineare Funktion repräsentiert. Die Transformation kann als lineare Funktion aufgefasst werden, deren Eingangsgröße der aktuelle Pixelwert ist; die Parameter  $k_1$  und  $k_2$  der Gleichung bewirken eine Veränderung der Pixelwertzuordnung und somit eine Helligkeits- und Kontrastveränderung:

$$o(x, y) = (i(x, y) + k_1) \cdot k_2 = i(x, y) \cdot k_2 + k_1 \cdot k_2$$

Tabelle 3 zeigt auf, welche Parameteränderung welche Auswirkungen auf die LUT haben:

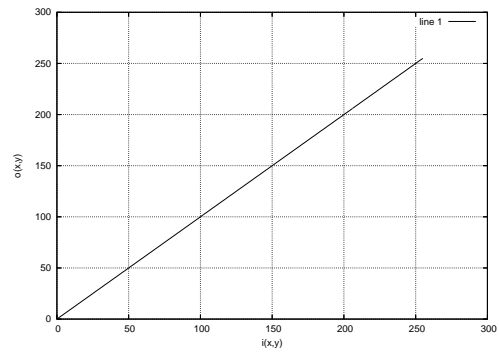


Abbildung 8: LookUpTable im Ausgangszustand

Parametervariation	LUT	Verhalten
$k_1 = 0, k_2 = 1$		neutral
$k_1 > 0$		aufhellen
$k_1 < 0$		abdunkeln
$k_2 > 1$		Kontrastvergrößerung

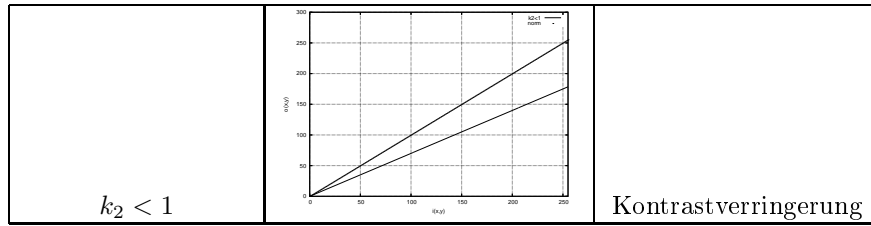


Tabelle 3: LUT Parameter

Da durch die Transformation eine Überschreitung des Wertebereichs auftreten kann, ist es notwendig, eine Sättigung einzuführen, d.h. der Wertebereich der Transformation wird auf den minimalen und maximalen zulässigen Wertebereich beschnitten.

Eine Helligkeitsveränderung wird durch eine Offsetverschiebung der Pixelwerte erreicht, während eine Kontrastveränderung durch Manipulation der Steigung erfolgt. Diese Operationen führen direkt zur Verschiebung des Mittelwerts bzw. der Standardabweichung im dazugehörigen Histogramm.

### 2.2.2 Histogrammspreizung

Der Kontrasteindruck wird durch die Breite des Histogramms bestimmt. Zu flauere Bilder haben daher nur einen eingeschränkten Wertebereich. Um eine Kontrastverbesserung zu erzielen, wird versucht, den Wertebereich auf den gesamten Wertebereich zu spreizen. Die Parameter der LUT-Transformation ergeben sich aus den minimalen und maximalen Werten des Originalbildes<sup>3</sup>:

$$k_1 = -i_{min}; k_2 = \frac{255}{i_{max} - i_{min}}$$

Tabelle 4 zeigt beispielhaft die Transformation. Mit Hilfe des Originalhistogramms wurden  $i_{min} = 66$  und  $i_{max} = 218$  ermittelt, womit sich folgende Korrekturparameter ergeben:  $k_1 = -66$  und  $k_2 = 1,6$ .

---

<sup>3</sup>In der Formel wird mit der Konstanten 255 gerechnet, was der maximale Pixelwert in einem Bild mit 8bit Graustufenumfang ist

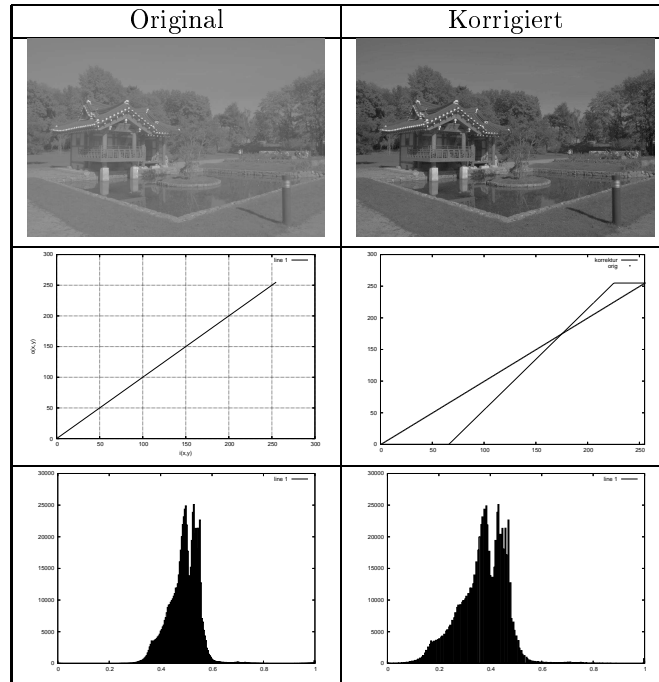


Tabelle 4: Beispiel zur Histogrammspreizung

### 2.2.3 Gammakorrektur

Technische Systeme zur Bildaufzeichnung sowie zur Bildwiedergabe haben die Eigenschaft, die Helligkeit linear mit dem Pixelwert darzustellen. Gemäß dem Gesetz von Weber-Fechner ([3]) bildet das menschliche Auge die Helligkeit nicht linear ab, weshalb es notwendig ist, eine sog. Gammakorrektur einzuführen. Die TransformationsLUT entspricht damit also keiner linearen Funktion mehr. Das Maß für die Nichtlinearität wird mit dem Exponent  $\gamma$  bezeichnet;  $\gamma = 1$  entspricht wieder der linearen Zuordnung. Der Operator zur Gammakorrektur auf ein 8bit Graustufenbild ist folgender:

$$o(x, y) = 255 \cdot \left( \frac{i(x, y)}{255} \right)^\gamma$$

## 2.3 Verbesserungsverfahren mit Nachbarschaftsoperatoren

Nachbarschaftsoperatoren ermöglichen die Einbeziehung der um den Bildpunkt  $i(x, y)$  liegenden Nachbarpunkten. Da hier eine Gewichtung der benachbarten Pixel stattfindet, liegt diesen Operatoren die Rechenvorschrift der zweidimensionalen Faltung zugrunde.

Die Operatoren können symmetrisch als  $N \times N$  Matrix aufgebaut sein (wie beispielsweise  $3 \times 3$  Operatoren), aber auch zeilen- oder spaltenförmige Operatoren sind möglich.

Diese Matrix wird in der Bildverarbeitung auch als Filterkern bezeichnet. Ein Problem bei der Anwendung der Nachbarschaftsoperatoren stellt die Überlappung an den Rändern des Bildes dar. Für die Ränder sind u.U. keine Pixelwerte definiert, weshalb eine der folgenden Maßnahmen notwendig ist, um noch eine sinnvolle Verarbeitung zu ermöglichen:

- Das Ausgangsbild wird entsprechend verkleinert;
- die fehlenden Pixelwerte werden als Wert 0 angenommen oder
- das Eingangsbild wird periodisch fortgesetzt.

Das neutrale Element bei der zweidimensionalen Faltung ist der Dirac-Stoß, d.h. man faltet das Eingangsbild mit folgendem Filterkern, womit das Bild nicht verändert wird:

$$h = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Im folgenden werden einige gebräuchliche Filterkerne zur Verbesserung von Bildinformationen vorgestellt.

### 2.3.1 Entrauschung

Ein häufiger Anwendungsfall zur Bildverbesserung ist das Entrauschen von Bildern. Gerade der allgemeine Trend zu geringeren Chipgrößen (vgl. dazu [4]) bei Bildsensoren führt zu einem verringerten Signal-/Rauschabstand, so dass digitale Fotoapparate auf eine leistungsfähige Entrauschungsfunktion angewiesen sind. Auch in Grenzbereichen, wie der Astrofotografie, muss auf Entrauschungsfunktionen zurückgegriffen werden, um akzeptable Ergebnisse zu erzielen.

Das Rauschen ist eine statistische Störgröße, die dem Nutzsignal überlagert ist; daher ist es möglich, das Rauschen durch eine Mittelwertbildung über mehrere Pixel zu verringern. Ein einfacher Filterkern zur Mittelwertbildung ist folgendermaßen definiert:

$$h = \frac{1}{9} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Dieser Filterkern gewichtet den Eingangspixel mit den umgebenden Pixeln zu gleichen Teilen und wird wiederum mit dem Faktor  $\frac{1}{9}$  normiert.

Tabelle 5 zeigt verrauschtes Eingangsbild<sup>4</sup> und verarbeitetes Bild im Vergleich. Die Bilder wurden in der Software *octave* mit Hilfe der Funktion *conv2()* bearbeitet. Diese Funktion implementiert die zweidimensionale Faltung gemäß der vorgestellten Rechenvorschrift.

---

<sup>4</sup>Das Bild zeigt die Galaxie NGC4565. Das Bild wurde von Herrn Arne Rodemer zur Verfügung gestellt; weitere Astroaufnahmen sind unter [5] zu finden.

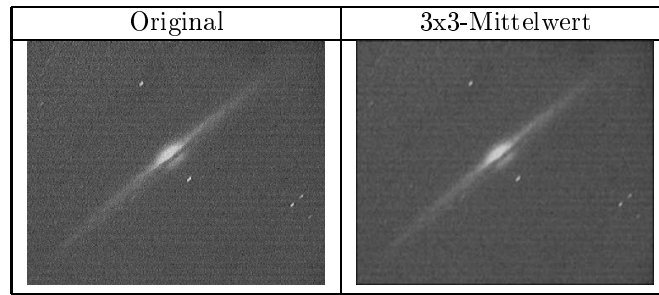


Tabelle 5: Einfacher Mittelwertfilter

Eine noch bessere Entrauschung ist möglich, wenn der Nachbarschaftsoperator auf eine Umgebung von 5x5-Pixeln vergrößert wird:

$$h = \frac{1}{25} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Tabelle 6 zeigt das Ergebnis der Operation.

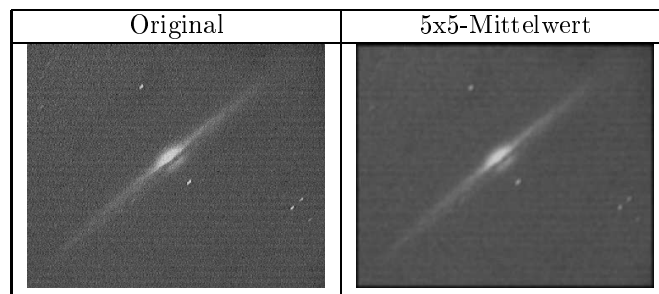


Tabelle 6: Einfacher Mittelwertfilter mit 5x5-Umgebung

In den Beispielen wird deutlich, dass die Entrauschung auch negative Einflüsse auf das Bild hat. Durch die Tiefpasscharakteristik einer Mittelwertbildung wird zwar das Rauschen minimiert, wobei jedoch auch die hochfrequenten Anteile des Bildes, wie Kanten und feine Strukturen, geglättet; somit entsteht der Eindruck eines verwaschenen Bildes. Ein besseres Ergebnis bei der Entrauschung erhält man, wenn die Nachbarelemente nicht gleichmäßig zur Mittelung einbezogen werden, sondern mit einer Gaußfunktion gewichtet werden. Ein 5x5-Filterkern für einen Gaußtiefpass ist defi-

niert als:

$$h = \frac{1}{256} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Das Ergebnis ist in Tabelle 7 dargestellt. Hierbei ist deutlich zu sehen, dass eine gute Rauschminderung möglich ist und dabei die feinen Strukturen erhalten bleiben.

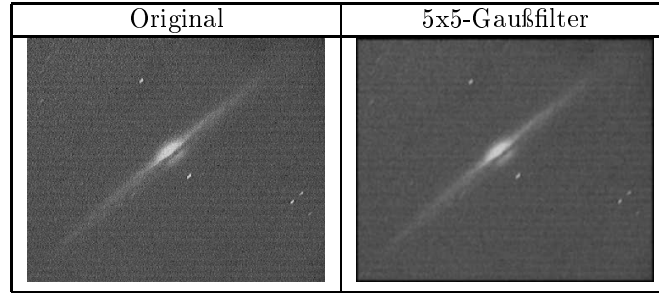


Tabelle 7: Gaußfilter mit 5x5-Umgebung

### 2.3.2 Bildschärfung

Der Schärfeeindruck eines Bildes wird durch das Auftreten von ausgeprägten hell/dunkel Übergängen, den sogenannten Kanten, bestimmt. Das mathematische Verfahren zur Bestimmung von Wertänderungen ist die Ableitung. Zur Erhöhung des Schärfeeindrucks ist es somit zielführend, wenn die Kanteninformationen in dem Bild hervorgehoben wird. Zweckmäßig ist hierbei die Nutzung der zweiten Ableitung, da sie an jedem Kantenübergang ein Maximum und Minimum enthält. Tabelle 8 zeigt exemplarisch eine Zeile eines Bildes, das einen harten Kantenübergang enthält und die dazugehörige zweite Ableitung.

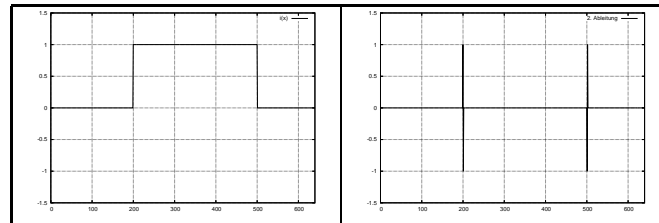


Tabelle 8: Zweite Ableitung über eine Kante

Die diskrete zweite Ableitung in x-Richtung für ein Bild ist definiert als:

$$\frac{\delta^2 i}{\delta x^2} = \frac{\delta}{\delta x} [i(x+1, y) - i(x, y)] = \frac{\delta}{\delta x} [i(x+1, y)] - \frac{\delta}{\delta x} [i(x, y)]$$

$$\begin{aligned}
&= [i(x+1, y) - i(x, y)] - [i(x, y) - i(x-1, y)] \\
&= i(x+1, y) - 2 \cdot i(x, y) + i(x-1, y)
\end{aligned}$$

In Operatorschreibweise entspricht dies

$$h_x = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Bildet man analog dazu die zweite Ableitung in y-Richtung,

$$\begin{aligned}
\frac{\delta^2 i}{\delta y^2} &= \frac{\delta}{\delta y} [i(x, y+1) - i(x, y)] = \frac{\delta}{\delta y} [i(x, y+1)] - \frac{\delta}{\delta y} [i(x, y)] \\
&= [i(x, y+1) - i(x, y)] - [i(x, y) - i(x, y-1)] \\
&= i(x, y+1) - 2 \cdot i(x, y) + i(x, y-1)
\end{aligned}$$

so wird der Operator

$$h_y = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

erzeugt.

Wird nun die Summe der beiden Ableitungen gebildet, entsteht der Laplaceoperator:

$$\nabla^2 i(x, y) = \frac{\delta^2 i(x, y)}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 i(x, y)}{\delta y^2}$$

Dieser Operator kann invertiert in Operatorschreibweise dargestellt werden:

$$h_L = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Die Anwendung des Operators ergibt ein Bild, das nur die Kantenübergänge enthält. Verknüpft man den Laplaceoperator  $h_L$  mit dem Originalbild, so erhält man ein Bild mit hervorgehobenen Kanten und somit ein schärferes Bild. Der Schärfungsoperator ist definiert als

$$h_S = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Die Anwendung von Laplaceoperator und Schärfungsoperator ist in Tabelle 9 zu sehen.






Original	Laplaceoperator	Schärfungsoperator
		

Tabelle 9: Anwendung des Schärfungsoperators

## Literatur

- [1] Steven W. Smith: *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing* California Technical Publishing, 1997, S. 397ff.
- [2] Daniel Göhring: *Digitalkameratechnologien. Eine vergleichende Betrachtung, CCD vs CMOS.* HU Berlin, 2002, <http://www2.informatik.hu-berlin.de/goehring/papers/ccd-vs-cmos.pdf>
- [3] Wikipedia-Artikel: *Weber-Fechner-Gesetz.* Stand: 21.01.2007, <http://de.wikipedia.org/wiki/Weber-Fechner-Gesetz>
- [4] Dr. Klaus Peeck: *Bildwerke*, ct-Magazin 2/2007, S. 120ff, Heise Verlag
- [5] Arne Rodemer: *Webcam-Astronomie.* Stand: 21.01.2007, <http://drklahn.de.vu>