

# État de l'avancement des travaux

## Projet de recherche été 2019

Alexandre Lepage, Diamilatou N'Diaye  
et Amedeo Zito

École d'actuariat  
Université Laval, Québec, Canada

2019-05-31



UNIVERSITÉ  
**LAVAL**

Faculté des sciences et de génie  
École d'actuariat

# Table des matières I

---

## 1 Objectifs du projet

## 2 Revue de littérature

- Titre 4

- Titre 5

## 3 Lectures en cours

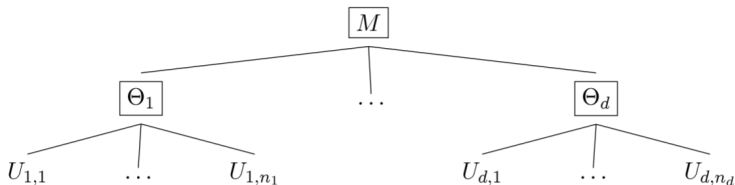
## 4 Références

# Objectifs du projet

# Revue de littérature

### Copule archimédienne hiérarchique

- Soit  $\Theta_i = \sum_{j=1}^M B_{i,j}$ , où  $M$  et  $\underline{B}$  sont indépendants et les  $B_{i,j}$  sont i.i.d. pour un même  $i$ .



**Illustration:** Arbre hiérarchique à un niveau.

- Copule archimédienne hiérarchique à un niveau:

$$\begin{aligned} C(u_1, \dots, u_k) &= \mathcal{L}_{\Theta} \left( \sum_{i=1}^k \mathcal{L}_{\Theta}^{-1}(u_i) \right) \\ &= \mathcal{L}_M \left( \sum_{i=1}^d -\ln \left( \mathcal{L}_{B_i} \left( \sum_{j=1}^{n_i} \mathcal{L}_{\Theta_i}^{-1}(u_{i,j}) \right) \right) \right), \quad (1) \end{aligned}$$

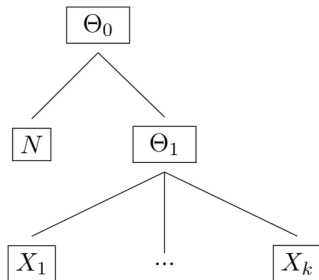
où  $d$  correspond au nombre de liens de dépendance différents à modéliser à travers la copule et  $\{n_i, i = 1, \dots, d\}$  correspond au nombre d'uniformes qui sont générées par groupe de dépendance.

### Le modèle sous-jacent:

- Soient  $N$ , la v.a. du nombre de sinistres et  $X_k$ , la v.a. de la sévérité des sinistres.

$$S = \sum_{k=1}^N X_k, \quad (2)$$

où  $N$  est dépendant de  $\underline{X}$  et les  $X_k$  sont dépendants entre eux.



**Illustration:** Arbre hiérarchique du modèle collectif de risque avec dépendance, où  $\Theta_0$  correspond à  $M$  et  $\Theta_1 = \sum_{i=1}^M B_i$ , avec les  $B_i$  qui sont i.i.d. et indépendants de  $M$ .



- Adaptation de la copule archimédienne hiérarchique dont la formule apparaît en (1) au modèle collectif définit en (2).

$$C(u_0, \dots, u_k) = \mathcal{L}_M \left( \mathcal{L}_M^{-1}(u_0) - \ln \left( \mathcal{L}_B \left( \sum_{i=1}^k \mathcal{L}_{\Theta_1}^{-1}(u_i) \right) \right) \right)$$

### Méthode de simulation:

- avec l'algorithme de Itre 4.

### Méthodes de calcul exact:

- avec la transformation de Fourier:
  - ▶ Soient  $f_{X_{i\Theta_0, \Theta_{0,1}}} = f_{X_i|\Theta_0, \Theta_{0,1}}(x|\theta_0, \theta_{0,1})$ ,  
 $P_{N_{\Theta_0}}(t) = E[t^n|\Theta_0 = \theta_0]$ ,  $\mathbb{F}$  est la transformation de Fourier et  $\mathbb{F}^{-1}$  est son inverse, alors

$$f_{S_{\Theta_0, \Theta_{0,1}}} = \mathbb{F}^{-1} \left( P_{N_{\Theta_0}} \left( \mathbb{F} \left( f_{X_{i\Theta_0, \Theta_{0,1}}} \right) \right) \right).$$

- avec la distribution multivariée de mélange d'Erlang.

**Calcul exacte** avec la distribution multivariée de mélange d'Erlang:

- Soit  $V_j$ , une v.a. permettant d'introduire la dépendance entre les éléments de  $\underline{X}$  de telle sorte que les  $(X_i|V = v)$  sont conditionnellement indépendants.

$$F_S(x) = Pr(N = 0) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} \gamma_{N,V}(n,v) H(x; nv, \beta)$$

$$TVaR_{\kappa}(S) = \frac{1}{1 - \kappa} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} \gamma_{N,V}(n,v) \frac{nv}{\beta} \bar{H}(VaR_{\kappa}(S); nv + 1, \beta)$$




# Lectures en cours


- 1 Everything You Always Wanted to Know about Copula Modeling but Were Afraid to Ask [Genest and Favre, 2007]
- 2 Composite Likelihood Estimation Method for Hierarchical Archimedean Copulas Defined with Multivariate Compound Distributions [Cossette et al., 2019a]

# Références

# Références I

---

-  Cossette, H., Gadoury, S.-P., Marceau, E., and Mtalai, I. (2017). Hierarchical archimedean copulas through multivariate compound distributions.  
*Insurance: Mathematics and Economics*, 76.
-  Cossette, H., Gadoury, S.-P., Marceau, E., and Robert, C. Y. (2019a).  
Composite likelihood estimation method for hierarchical archimedean copulas defined with multivariate compound distributions.  
*Journal of Multivariate Analysis*, 172.
-  Cossette, H., Marceau, E., and Mtalai, I. (2019b).  
Collective risk models with dependence.

-  Genest, C. and Favre, A.-C. (2007).  
Everything you always wanted to know about copula modeling  
but were afraid to ask.  
*Journal of Hydrologic Engineering.*