État de l'avancement des travaux

Projet de recherche été 2019

Alexandre Lepage, Diamilatou N'Diaye
et Amedeo Zito

École d'actuariat
Université Laval, Québec, Canada

2019-05-31

UNIVERSITÉ
LAVAL

Faculté des sciences et de génie
École d'actuariat

Revue de littérature

Copule archimédienne

- Soit $\Theta_i = \sum_{j=1}^{M} B_{i,j}$, où M et $\underline{B}$ sont indépendants et les $B_{i,j}$ sont i.i.d. pour un même i.

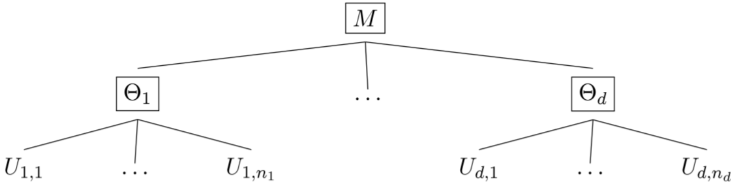

Illustration: Arbre hiérarchique à un niveau.

Revue de littérature

Itre4: Hierarchical Archimedean copulas through multivariate compound distributions [Cossette et al., 2017]

- Copule archimédienne à un niveau:

$$
\begin{aligned}
C(u_1, \ldots, u_k) &= \mathcal{L}_{\Theta}\left(\sum_{i=1}^{k} \mathcal{L}_{\Theta}^{-1}(u_i)\right) \\
&= \mathcal{L}_{M}\left(\sum_{i=1}^{d} -\ln\left(\mathcal{L}_{B_i}\left(\sum_{j=1}^{n_i} \mathcal{L}_{\Theta_i}(u_{i,j})\right)\right)\right), \qquad (1)
\end{aligned}
$$

où d correspond au nombre de liens de dépendance différents à modéliser à travers la copule et $\{n_i,\ i = 1,\ldots,d\}$ correspond au nombre d'uniformes qui sont générées par groupe de dépendance.

Le modèle sous-jacent:

- Soient N, la v.a. du nombre de sinistres et X_k, la v.a. de la sévérité des sinistres.

$$S = \sum_{k=1}^{N} X_k, \tag{2}$$

où N est dépendant de $\underline{X}$ et les X_k sont dépendants entre eux.

Revue de littérature

Itre5: Collective Risk Models Dependence [Cossette et al., 2019b]

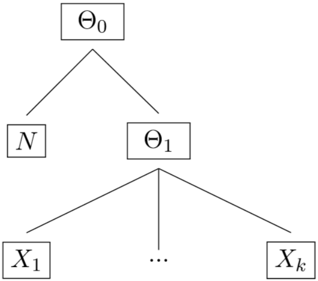

Illustration: Arbre hiérarchique du modèle collectif de risque avec dépendance, où Θ_0 correspond à M et $\Theta_1 = \sum_{i=1}^{M} B_i$, avec les B_i qui sont i.i.d. et indépendants de M.

Revue de littérature

Itre5: Collective Risk Models Dependence [Cossette et al., 2019b]

- Adaptation de la copule archimédienne hiérarchique dont la formule apparaît en (1) au modèle collectif définit en (2).

$$C(u_0, ..., u_k) = \mathcal{L}_M\left(\mathcal{L}_M^{-1}(u_0) - \ln\left(\mathcal{L}_B\left(\sum_{i=1}^{k} \mathcal{L}_{\Theta_1}^{-1}(u_i)\right)\right)\right)$$

Méthode de simulation:

- avec l'algorithme de Itre 4.

Méthodes de calcul exact:

- avec la transformation de Fourrier,
- avec la distribution multivariée de mélange d'Erlang.

Calcul exacte avec la distribution multivariée de mélange d'Erlang:

- Soit V_j, une v.a. permettant d'introduite la dépendance entre les éléments de $\underline{X}$ de telle sorte que les $(X_i|V=v)$ sont conditionnellement indépendants.

$$F_S(x) = Pr(N=0) + \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{v=1}^{\infty} \gamma_{N,V}(n,v) H(x; nv, \beta)$$

$$TVaR_\kappa(S) = \frac{1}{1-\kappa} \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{v=1}^{\infty} \gamma_{N,V}(n,v) \frac{nv}{\beta} \bar{H}(VaR_\kappa(S); nv+1, \beta)$$

Lectures en cours

Lectures en cours

1. Everything You Always Wanted to Know about Copula Modeling but Were Afraid to Ask [Genest and Favre, 2007]

2. Composite Likelyhood Estimation Method for Hierarchical Archimedean Copulas Defined with Multivariate Compound Distributions [Cossette et al., 2019a]

Références

Références I

Cossette, H., Gadoury, S.-P., Marceau, E., and Mtalai, I. (2017).
Hiearchical archimedean copulas trough multivariate compound distributions.
Insurance: Mathematics and Economics, 76.

Cossette, H., Gadoury, S.-P., Marceau, E., and Robert, C. Y. (2019a).
Composite likelyhood estimation method for hierarchical archimedean copulas defined with multivariate compound distributions.
Journal of Multivariate Analysis, 172.

Cossette, H., Marceau, E., and Mtalai, I. (2019b).
Collective risk models with dependance.

Genest, C. and Favre, A.-C. (2007).
Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask.
Journal of Hydrologic Engineering.