

Introducción a la programación lineal

Alex Muñoz

18 September 2023

1 Introducción

En este proyecto vamos a resolver un problema en el que tenemos un conjunto de recursos limitados y dadas ciertas restricciones trataremos de encontrar la solución más óptima con la que tendremos el poder máximo con el ejército.

Para ello utilizaremos la herramienta Google OR-Tools para resolver nuestras funciones.

2 Enunciado

Disponemos de los siguientes recursos:

- Comida: 1200
- Madera: 800
- Oro: 600

Las diferentes unidades posibles y su coste:

- Espadachín: 60 de comida, 20 de madera, 0 de oro y 70 de poder.
- Arquero: 80 de comida, 10 de madera, 40 de oro y 95 de poder.
- Jinete: 140 de comida, 0 de madera, 100 de oro y 230 de poder.

Usando la programación lineal, como he comentado antes intentaremos obtener la solución en la que nuestro ejército tenga el máximo poder.

3 Restricciones

Como estamos buscando números enteros positivos:

$$0 \leq \textit{espadachín} < \infty$$

$$0 \leq \textit{arquero} < \infty$$

$$0 \leq \textit{jinete} < \infty$$

Según la tabla nuestras tropas tienen un coste cada una de:

- Espadachín: 60 de comida y 20 de madera
- Arquero: 80 de comida, 10 de madera y 40 de oro
- Jinete: 140 de comida y 100 de oro

Es decir extraemos las siguientes ecuaciones de costes:

$$60 \cdot \text{espadachin} + 80 \cdot \text{arquero} + 140 \cdot \text{jinete} \leq 1200$$

$$20 \cdot \text{espadachin} + 10 \cdot \text{arquero} \leq 800$$

$$40 \cdot \text{arquero} + 100 \cdot \text{jinete} \leq 600$$

4 Objetivo

Una vez que tenemos las variables y las restricciones definidas queremos definir nuestra función objetivo, como estamos tratando de conseguir el máximo poder posible la función objetivo quedará de la siguiente manera:

$$\max 70 \cdot \text{espadachin} + 95 \cdot \text{arquero} + 230 \cdot \text{jinete}$$

5 Optimización

El cálculo de la solución óptima se realiza con `solver.Solve()`. Esta función devuelve un estado que se puede utilizar para comprobar que la solución es realmente óptima.

Después de ejecutar el programa obtenemos que la solución que buscamos es: 6.0000000000000036 espadachines y 5.999999999999999 jinetes, es decir, 6 espadachines y 6 jinetes, con los que obtendremos un poder total de 1800!

Como podemos observar no hemos obtenido resultados enteros con el programa a pesar de que lo habíamos especificado en las restricciones, pero por qué?

Para responder a esta pregunta requiere una inmersión profunda en la programación lineal... Para simplificar las cosas en esta introducción, digamos que se debe a GLOP. Los solucionadores tienen características que debemos tener en cuenta, y GLOP no maneja números enteros. Esta es otra prueba de que construir modelos reutilizables es más que conveniente.

6 Conclusiones

Hemos utilizado la programación lineal porque este enfoque es especialmente efectivo para abordar situaciones en las que se busca maximizar o minimizar una función lineal sujeta a ciertas restricciones. Esto se debe a:

Estructura del Problema: La programación lineal es ideal cuando el problema tiene una estructura matemática lineal clara, es decir, cuando las relaciones entre las variables son lineales. Esto significa que las relaciones entre las variables se pueden expresar de manera sencilla a través de ecuaciones lineales.

Función Objetivo y Restricciones Lineales: En este caso, debíamos maximizar o minimizar una función (llamada función objetivo) sujeta a un conjunto de restricciones lineales. La programación lineal se especializa precisamente en este tipo de situaciones, donde se busca optimizar una función lineal bajo ciertas limitaciones también expresables de manera lineal.

Eficiencia Computacional: Los algoritmos de resolución de problemas de programación lineal están altamente optimizados y pueden encontrar soluciones óptimas en un tiempo razonable incluso para problemas de gran tamaño. Esto significa que la programación lineal es muy eficiente en términos de recursos computacionales.

Interpretación y Solución Óptima: La naturaleza lineal de los problemas de programación lineal permite una interpretación clara y directa de los resultados. Por ejemplo, si estabas tratando de asignar recursos de manera óptima, los valores óptimos de las variables te indicarán exactamente cuántos recursos asignar a cada actividad.

Generalización y Flexibilidad: Aunque el problema que hemos resuelto era sencillo, la programación lineal es una técnica muy versátil y se aplica en una amplia gama de campos como la economía, la ingeniería, la logística, la gestión de operaciones y muchos otros. Esta técnica es la base para abordar problemas más complejos en programación no lineal y optimización combinatoria.

Siempre seguiremos los mismos pasos para resolver estos problemas:

- 1. Elegir un solucionador: Esta vez hemos usado GLOP por conveniencia
- 2. Declaración de variables: Los parámetros a optimizar fueron el número de espadachines, arqueros y jinetes.
- 3. Declaración de restricciones :Cada una de estas unidades tiene un coste. El costo total no podía exceder nuestros recursos limitados.
- 4. Objetivo definitorio : El criterio a maximizar era el poder total de este ejército. Podría haber sido otra cosa, como el número de unidades.
- 5. Optimización : GLOP encontró una solución óptima a este problema en menos de un segundo.