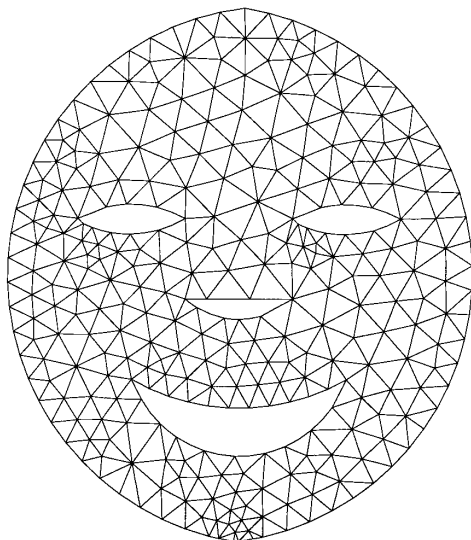


**GENERACJA SIATEK
DLA DOWOLNYCH OBSZARÓW
DWUWYMIAROWYCH**

Siatka:

podział obszaru na skończoną liczbę prostych elementów
spełniających zadane warunki (całkowite pokrycie obszaru, bez nakładających się elementów i dziur)



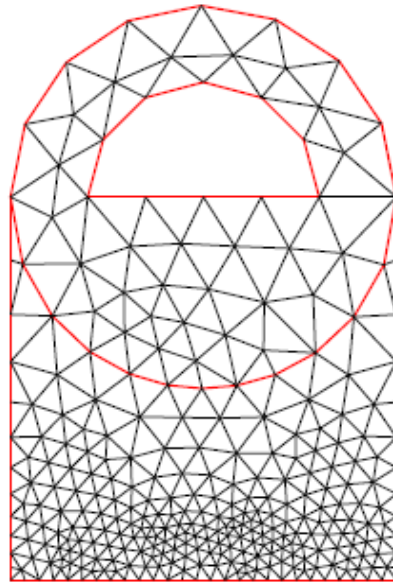
Zastosowania:

- symulacja procesów
(np. metodą elementów skończonych)
- modelowanie i wizualizacja
(głównie siatki powierzchni),
- geometria obliczeniowa
- systemy informacji geograficznej ...

Definicja siatki

Siatka Ω_h - zbiór elementów K pokrywających obszar Ω

- zgodna z Ω $\overline{\Omega} = \bigcup_{K \in \Omega_h} K$
- wszystkie elementy K są o wnętrzu niepustym
- wnętrza różnych elementów są rozłączne, a każda ściana dowolnego elementu jest albo częścią brzegu $\partial\Omega$, albo ścianą sąsiedniego elementu



Wymagania wobec dyskretyzacji obszaru:

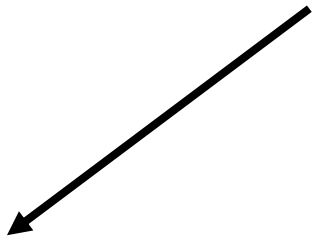
- ✓ zgodność z obszarem,
- ✓ obecność w siatce zadanych brzegów podobszarów,
- ✓ odpowiednia jakość elementów,
- ✓ odpowiednia gęstość i kształt elementów w zadanych podobszarach.

Zagadnienia związane z konstrukcją siatek

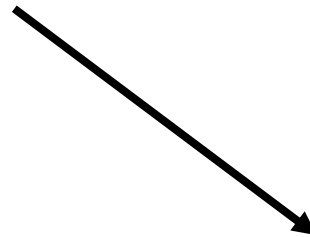
🔗 **Automatyzacja** procedury tak, aby umożliwić generację siatki dla dowolnie złożonego obszaru (przy zapewnieniu kontroli nad rozmiarem, kształtem elementów oraz ogólną strukturą siatki)

🔗 **Adaptacja siatek** do rozpatrywanego zagadnienia, czyli ich optymalizacja przy jednoczesnym zachowaniu możliwie najmniejszej liczby elementów

Topologia siatki



strukturalne

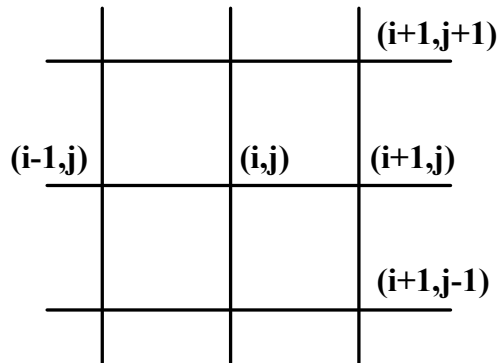


niestrukturalne

Topologia siatki

Siatki strukturalne

Połączenia pomiędzy węzłami i elementami oraz wynikająca stąd orientacja elementów jest zdeterminowana pewnym przepisem lub równaniem algebraicznym

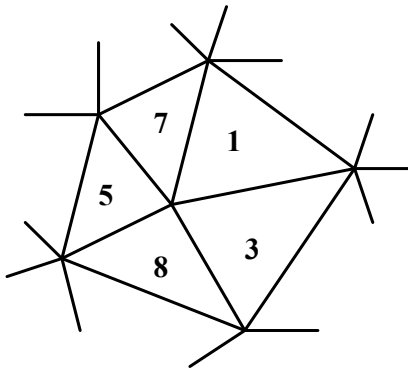


- ♦ prosta definicja węzłów
poprzez indeksy i współrzędne węzłów
- ♦ prosta relacja sąsiedztwa elementów
- ♦ problemy przy dyskretyzacji dowolnej geometrii
- ♦ konieczność znacznej interwencji użytkownika

Topologia siatki

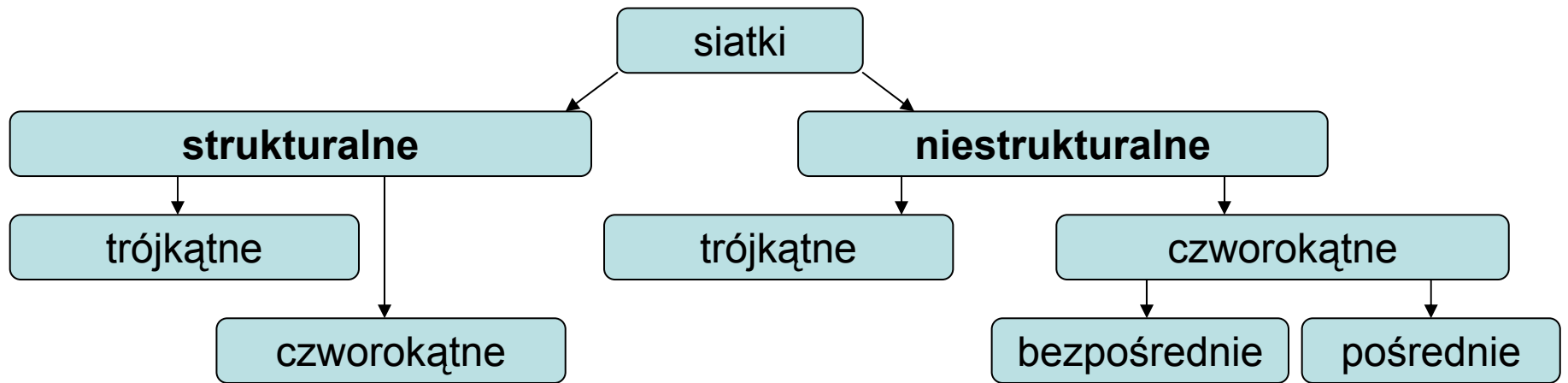
Siatki niestrukturalne

Połączenia pomiędzy węzłami i elementami nie są określone żadną regułą. Liczba elementów wokół węzła nie musi być stała. Relacje między węzłami i elementami – np. *tablica połączeń*

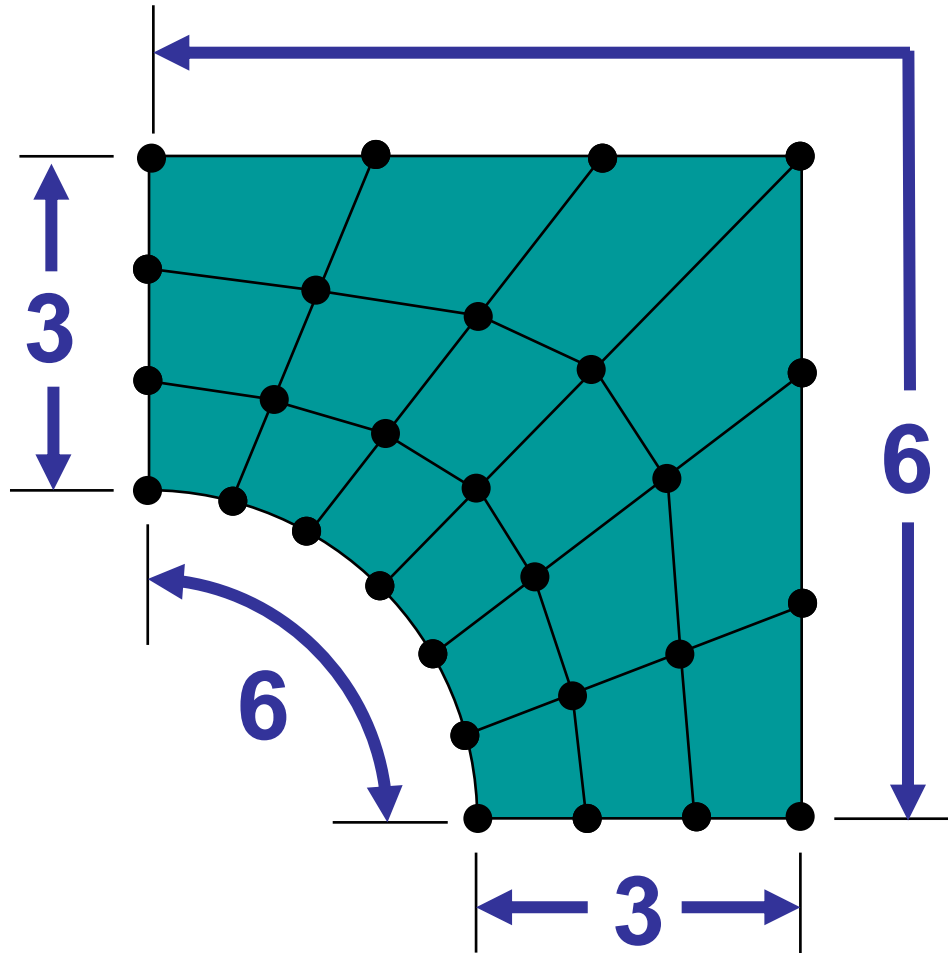


- ◆ konieczność przechowywania:
 - współrzędnych węzłów
 - relacji między węzłami i elementami
- ◆ możliwość rozpatrywania dowolnej geometrii
- ◆ łatwość automatyzacji tworzenia siatki

Metody generacji siatek 2D

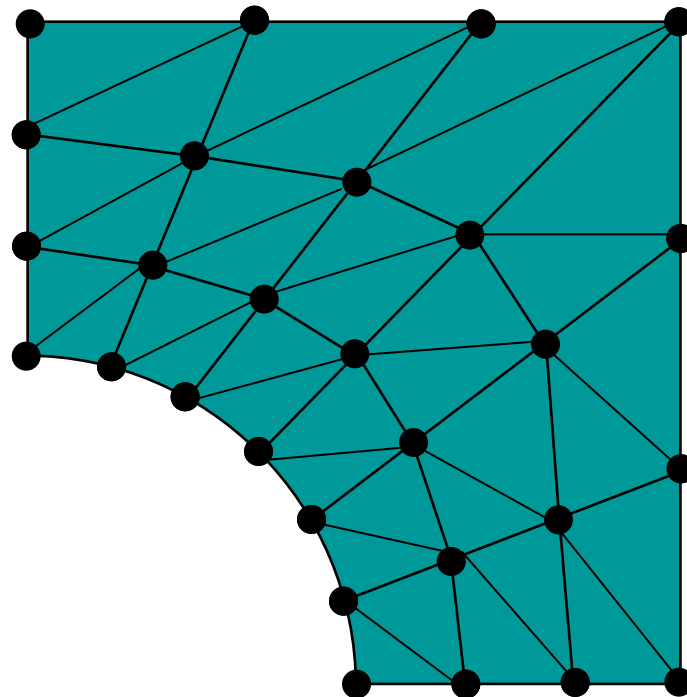


Strukturalne



Przeciwległe
ściany muszą
mieć taką samą
dyskretyzację

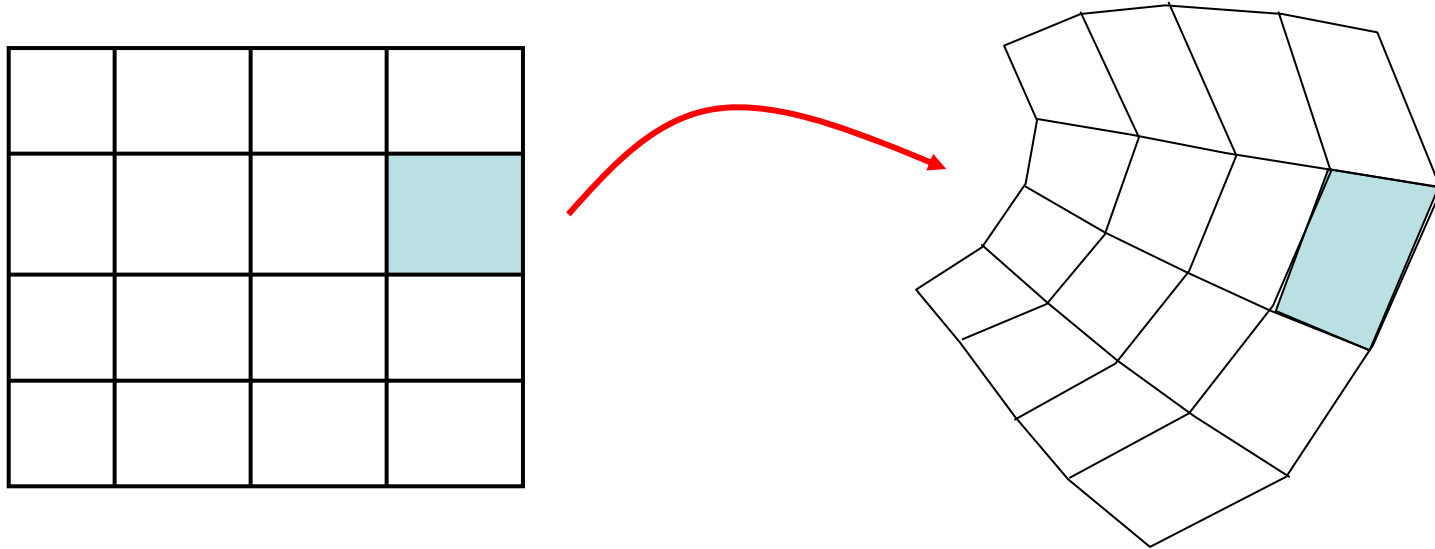
Strukturalne



trójkątne

Strukturalne

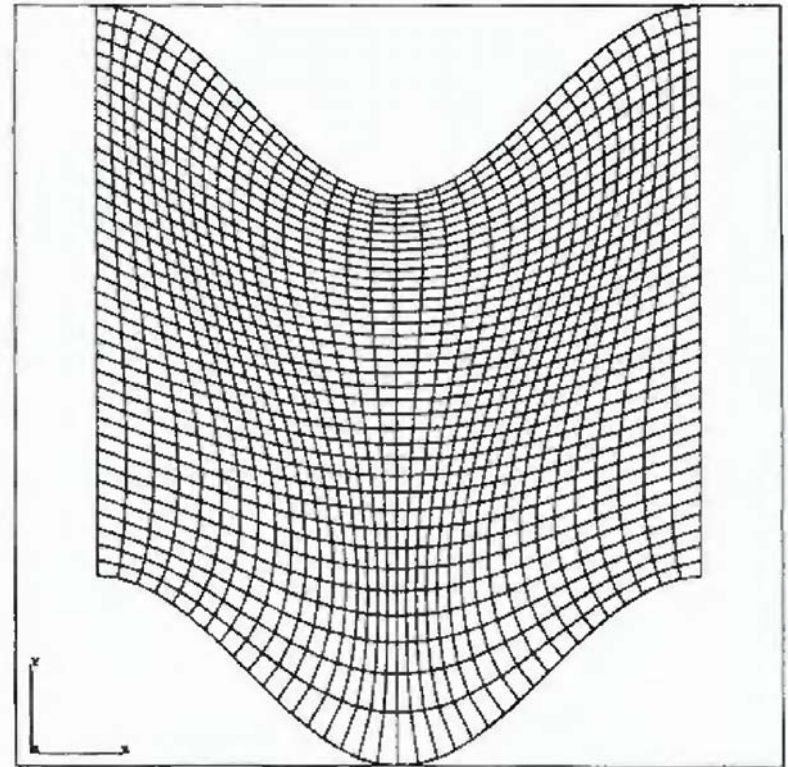
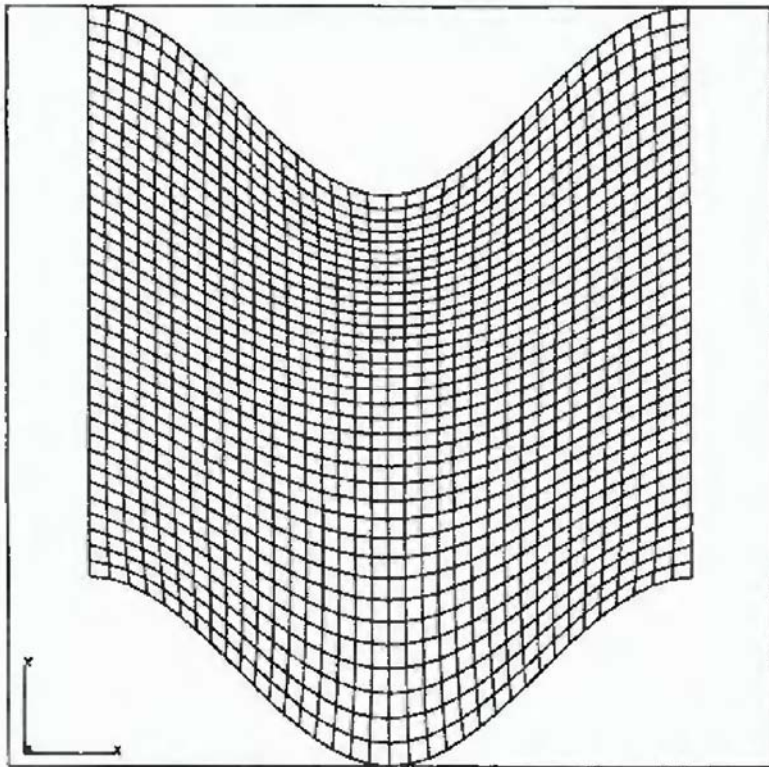
Poprzez odpowiednie odwzorowanie obszaru



Metody

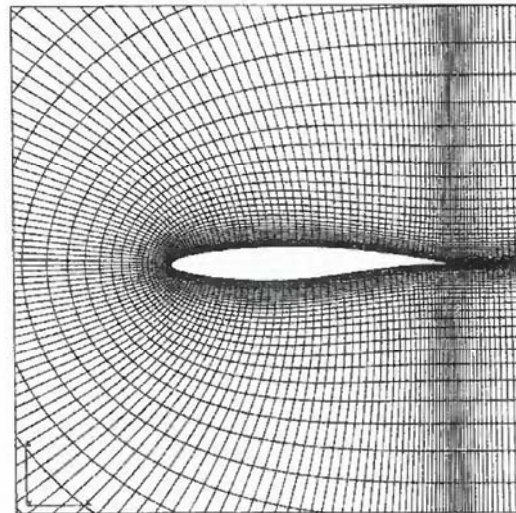
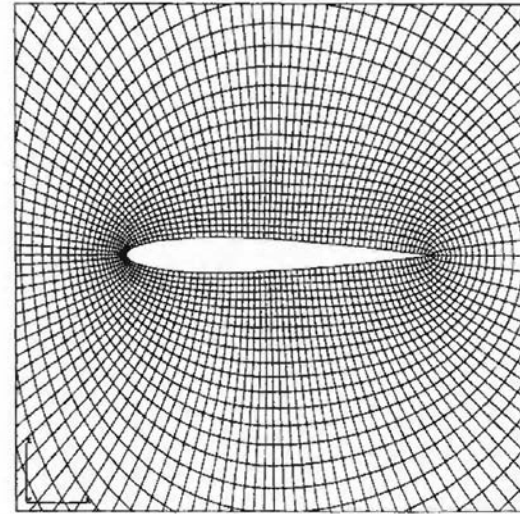
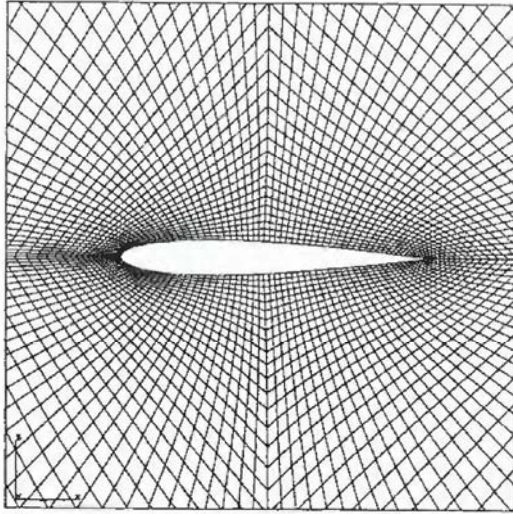
- algebraiczne
- w oparciu o równania różniczkowe

Strukturalne



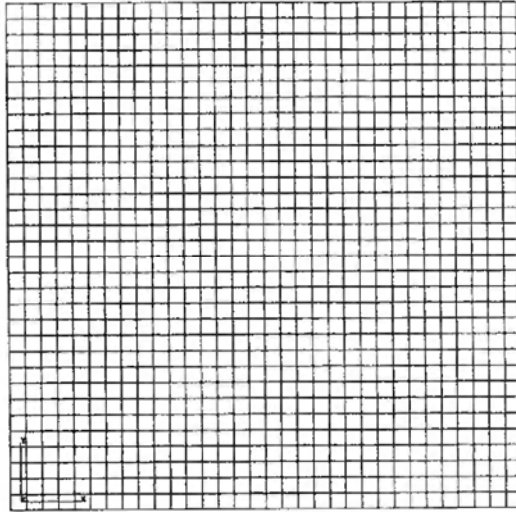
Różne przekształcenia

Strukturalne

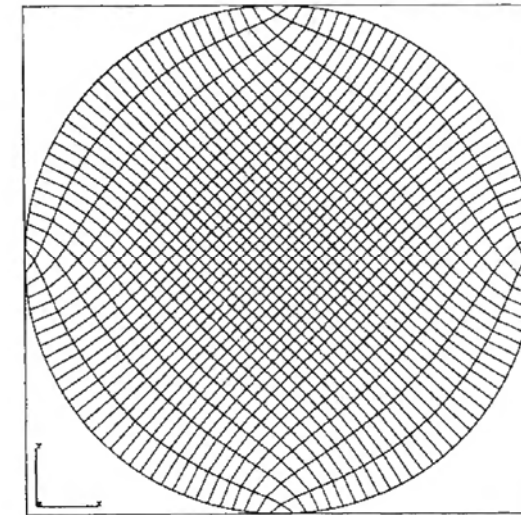
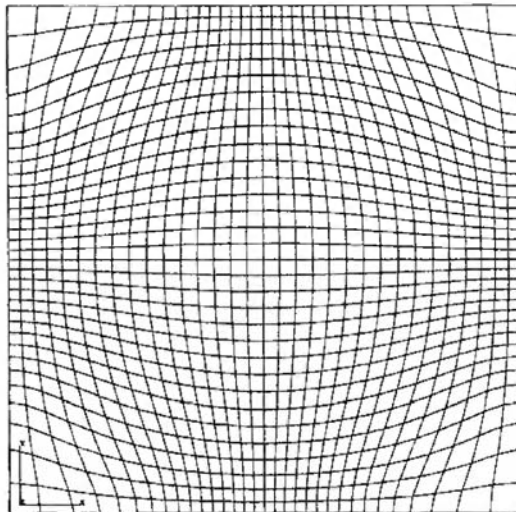
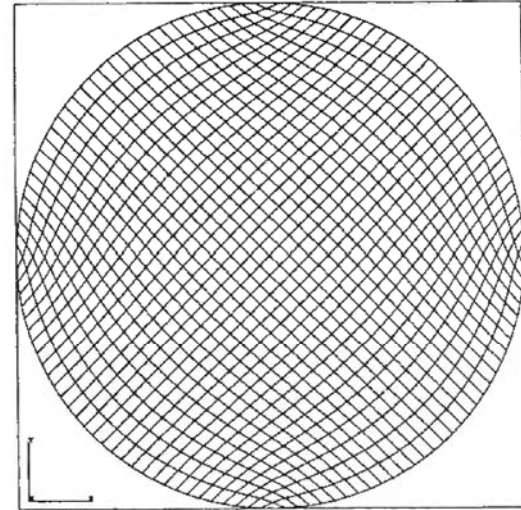


Strukturalne

Siatka w przestrzeni parametrycznej

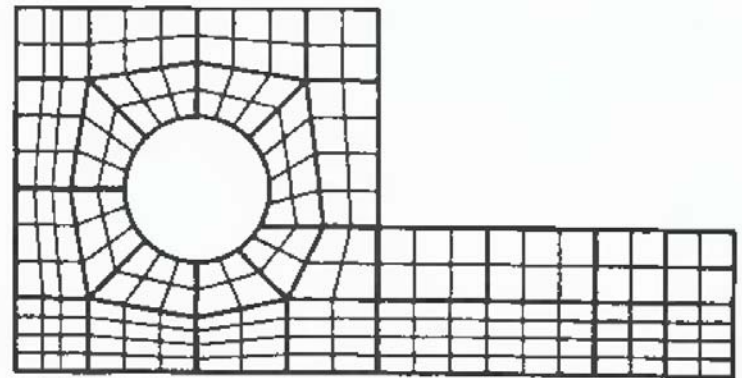
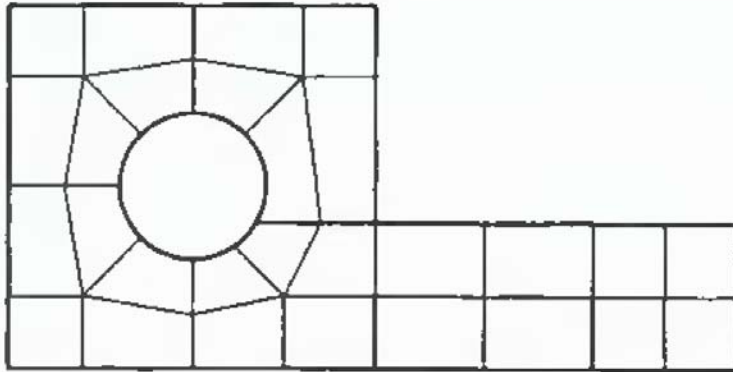


Siatka w przestrzeni fizycznej



Strukturalne

Podział na bloki

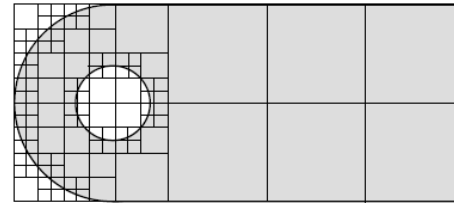


Problemy:

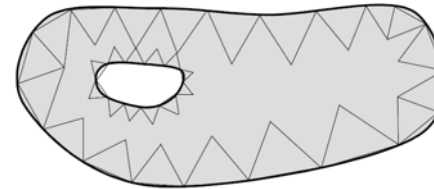
- wyznaczenie bloków
- łączenie siatek bloków

Metody generacji siatek trójkątnych niestukturalnych

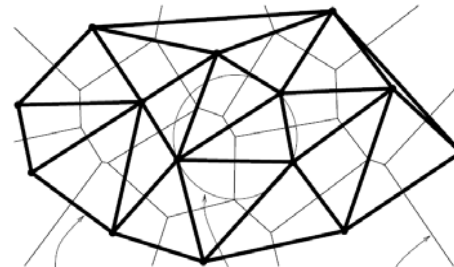
quadtree



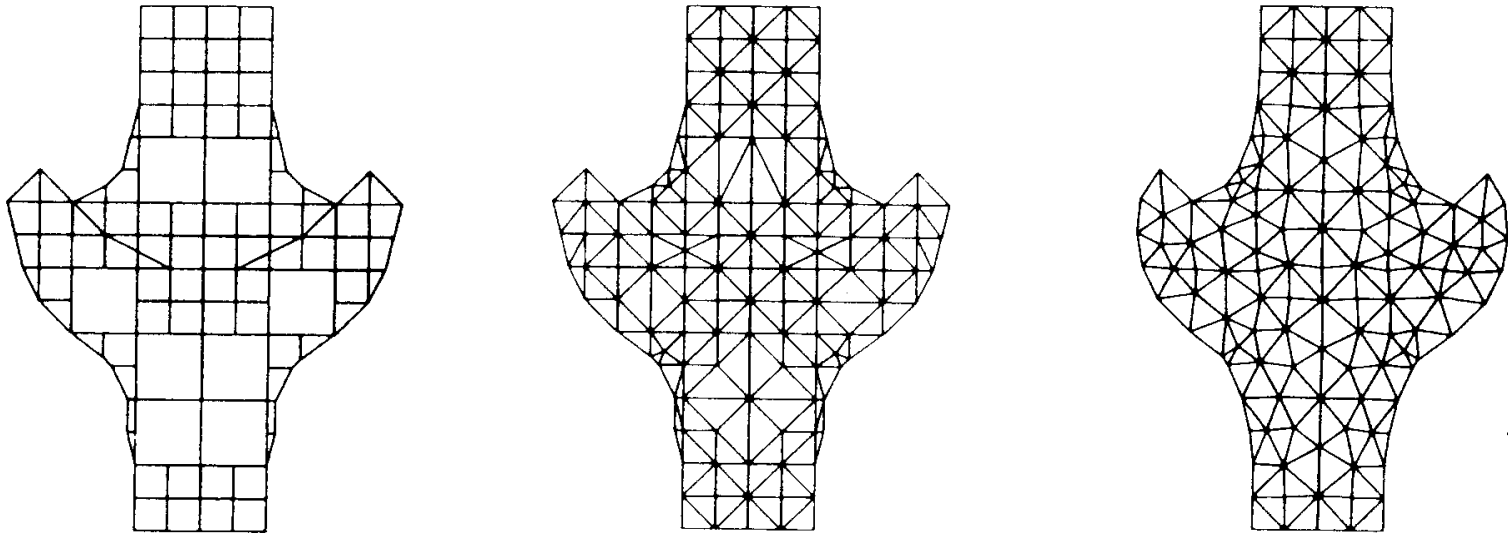
frontalne
Advancing Front



w oparciu
o triangulację
Delaunay'a



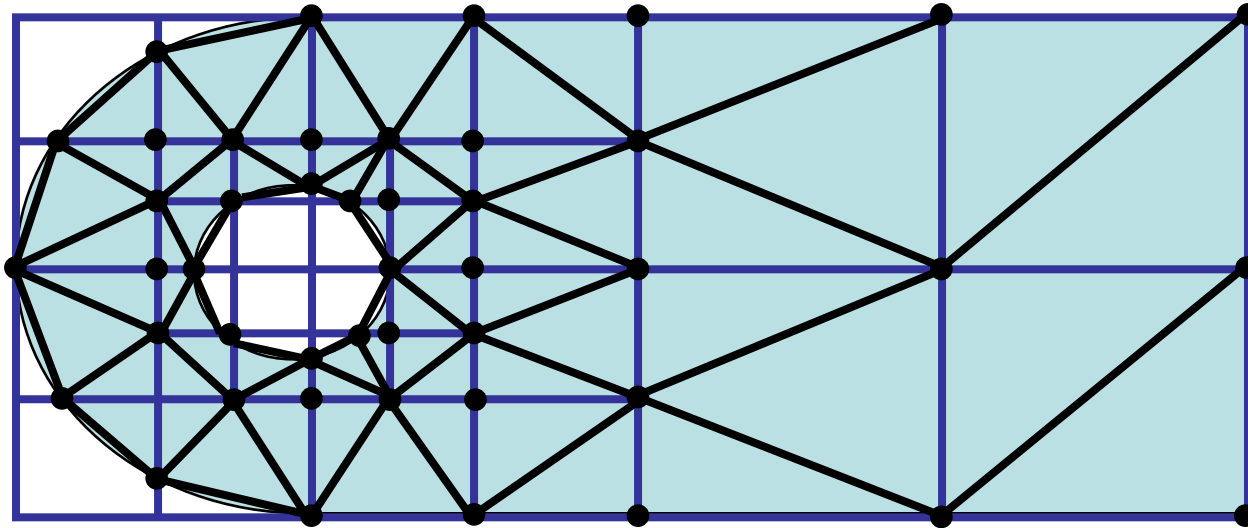
Metoda „quadtree”



Obiekt nałożony na „pre-siatkę”
Struktura hierarchiczna pre-siatki
(niektóre elementy dzielone na 4 części)

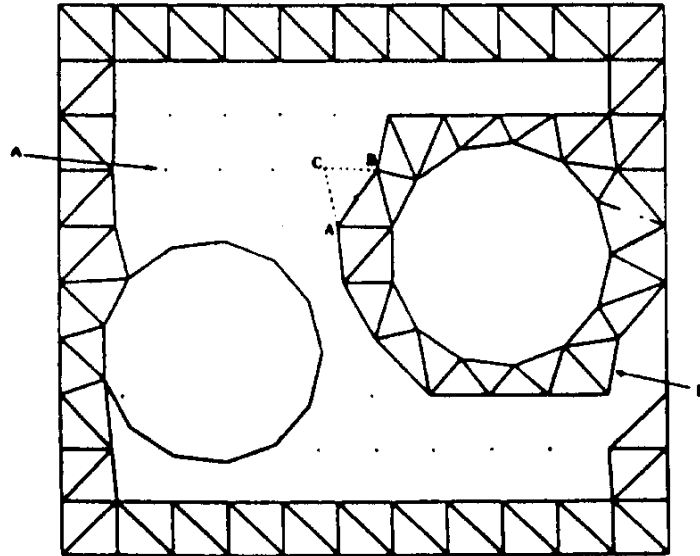
(Yerry and Shephard, 84)

Metoda „quadtree”



- Definiujemy początkowy prostokąt (*root* of quadtree)
- Rekurencyjnie dzielimy na 4 ćwiartki tak, żeby uwzględnić geometrię obszaru
- Znajdujemy przecięcia ćwiartek z brzegiem
- Tworzymy siatkę dla każdego liścia używając węzłów czworokątów i przecięć z brzegiem
- Usuwamy trójkąty zewnętrzne

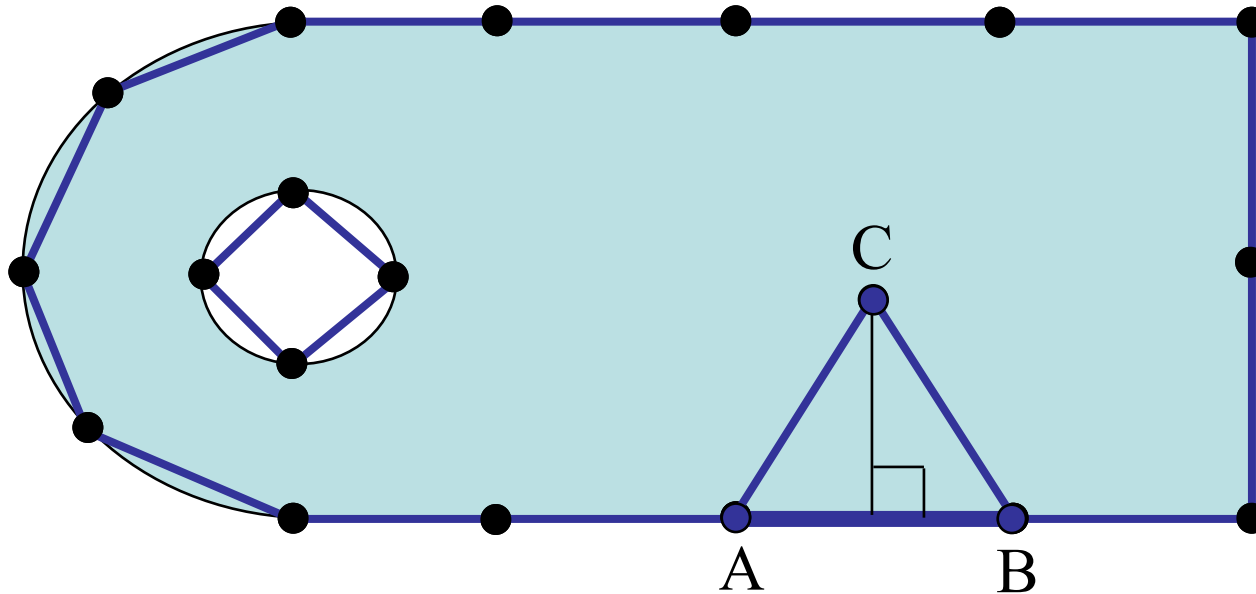
Metoda frontalna



Tworzony jest *front*, który przesuwa się do wnętrza obszaru

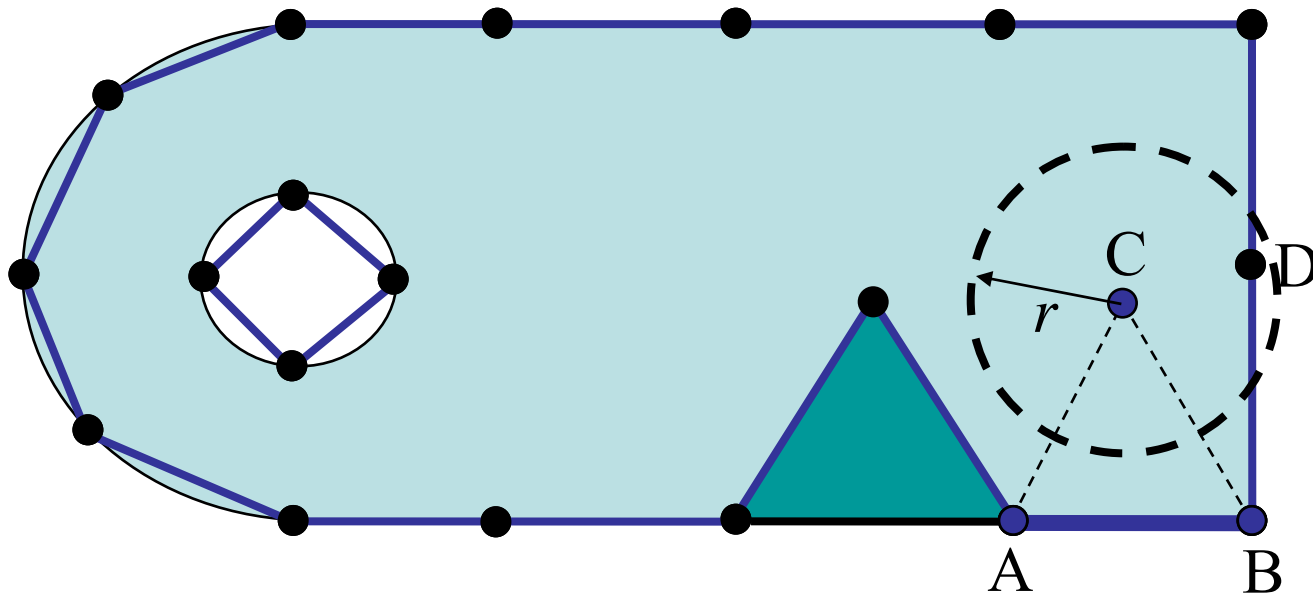
Lo, 85; Löhner, 88

Metoda frontalna



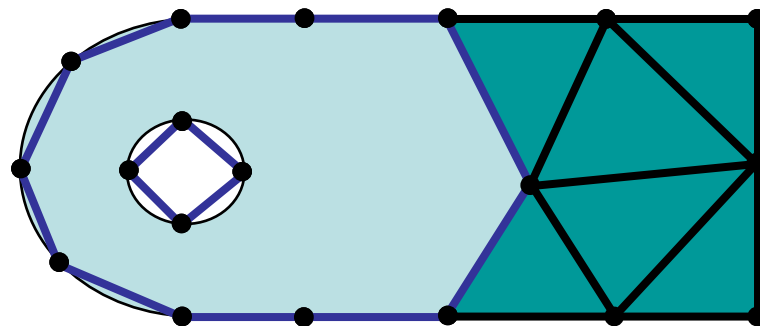
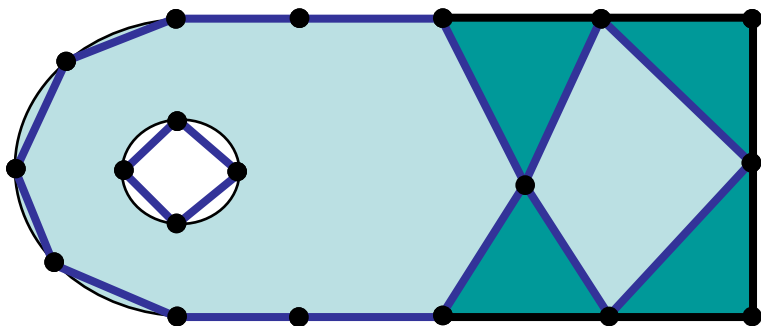
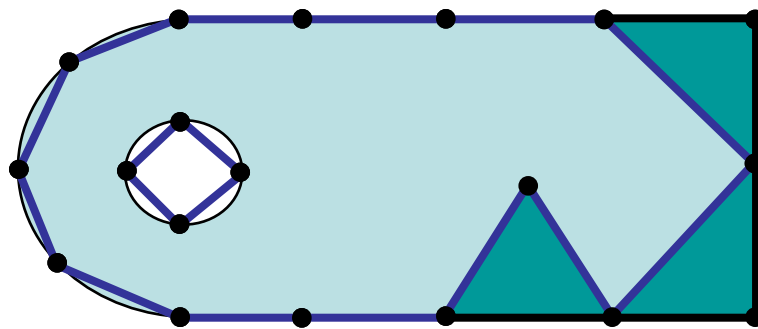
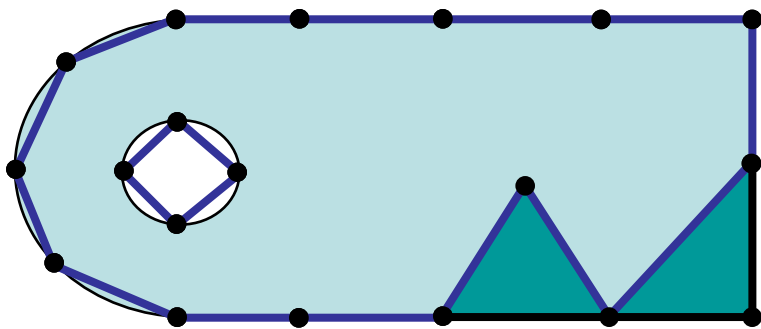
- Definiujemy początkowy *front* jako brzeg obszaru
- Dla każdej krawędzi frontu określamy najlepsze położenie dla węzła C na krawędzi frontu AB

Metoda frontalna



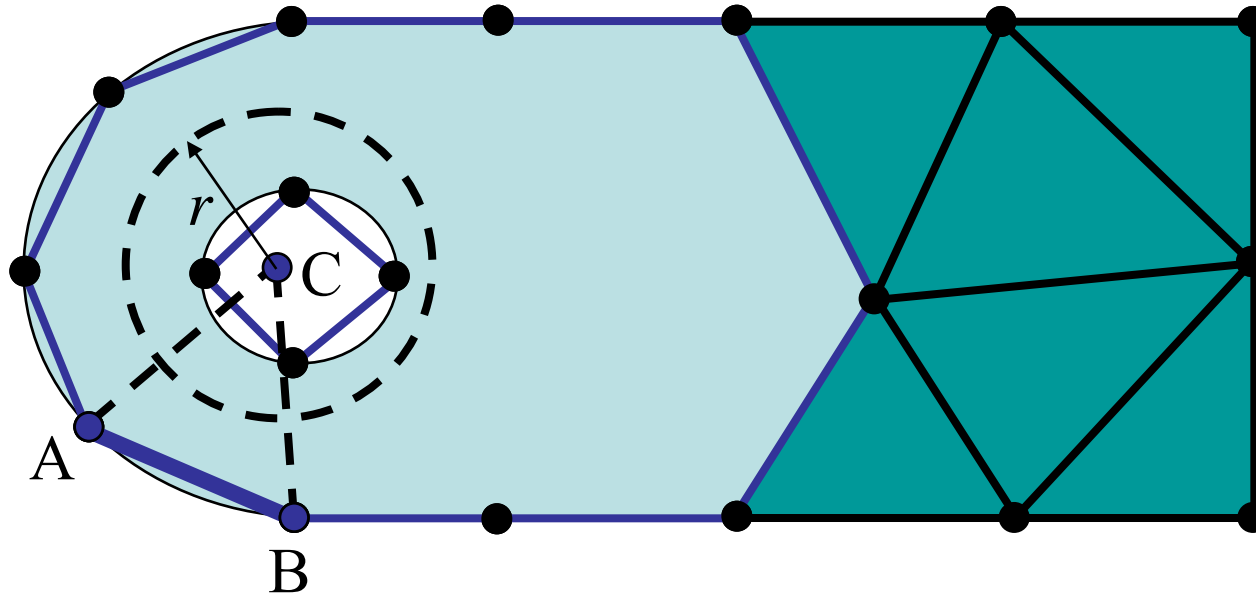
Sprawdzamy, który węzeł frontu powinien zostać wybrany
(D czy C?)

Metoda frontalna



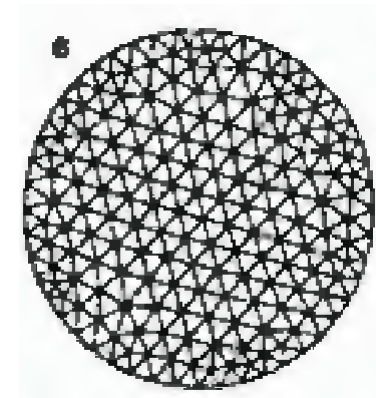
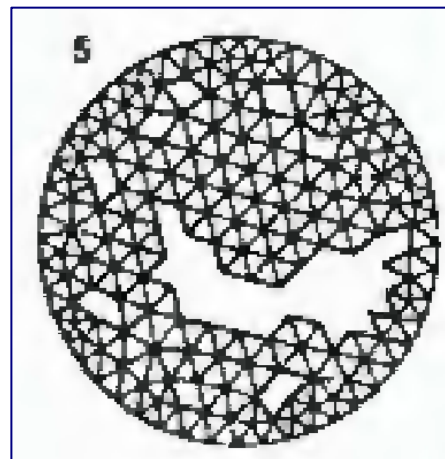
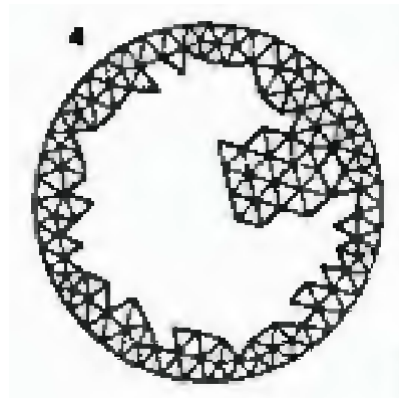
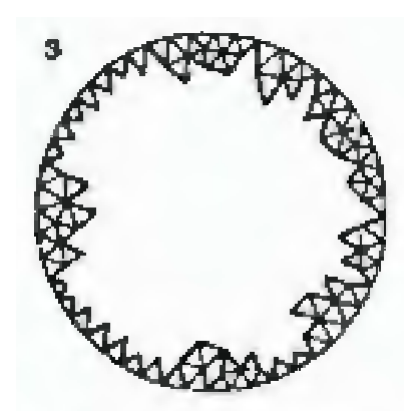
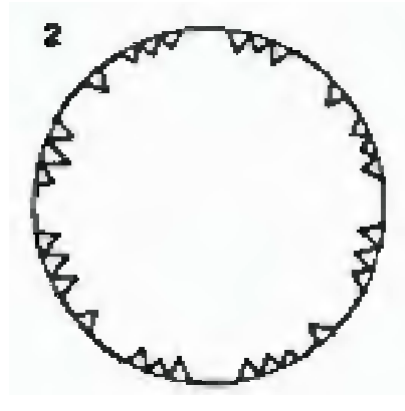
Nowe *krawędzie frontu* dodawane
i usuwane, gdy tworzone są trójkąty

Metoda frontalna



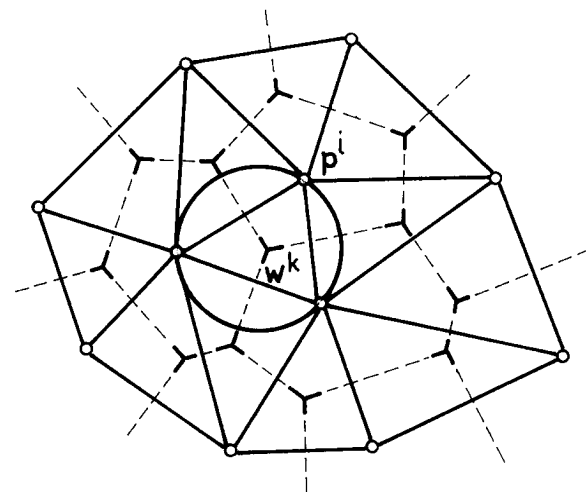
- Gdy możliwe kilka lokalizacji punktu, wybieramy najlepszą
- Krawędzie nie mogą przecinać frontu
- Trójkąty nie mogą być odwrócone

Metoda frontalna



W oparciu o triangulację Delaunay'a

Triangulacja Delaunay'a jest jedyną triangulacją powłoki wypukłej zbioru S , w której żaden punkt chmury nie leży we wnętrzu kuli opisanej na dowolnym k -sympleksie.



W 2D:

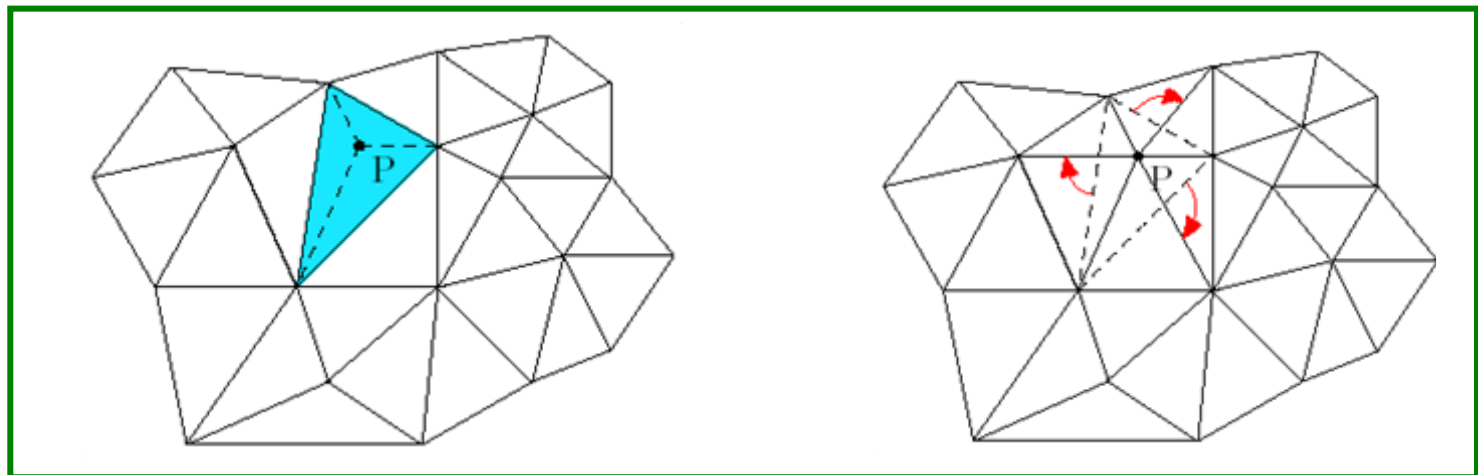
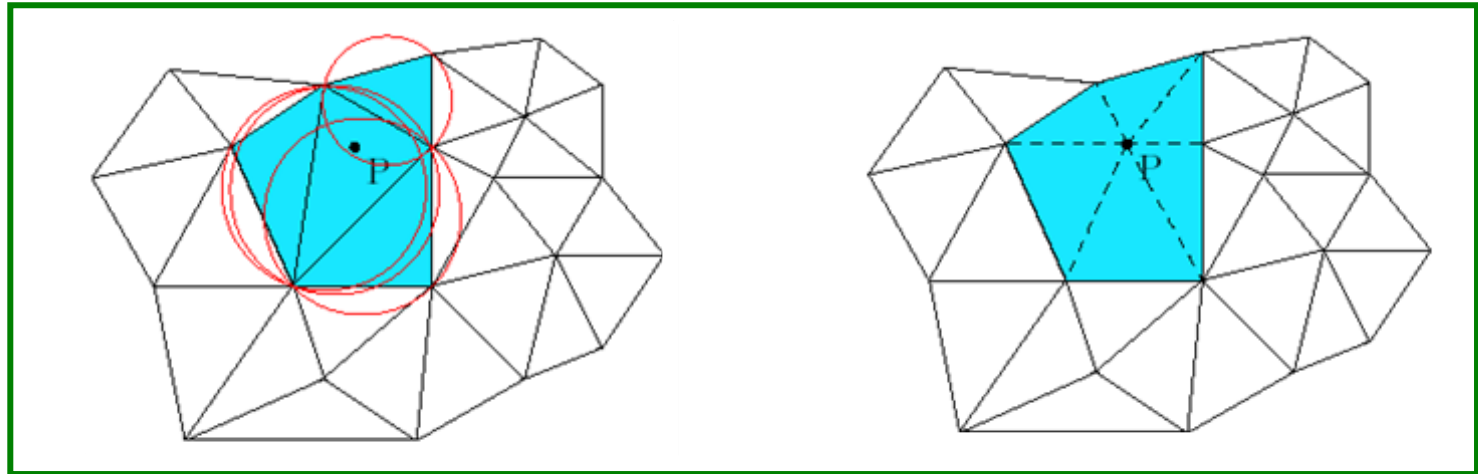
Dla zadanej chmury punktów triangulacja Delaunay'a, maksymalizuje minimum sześciu kątów w każdym dwóch przylegających trójkątów.

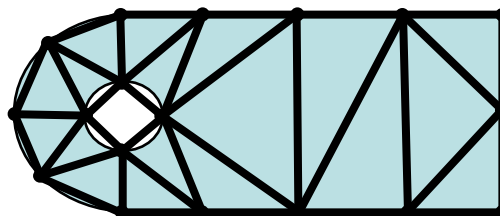
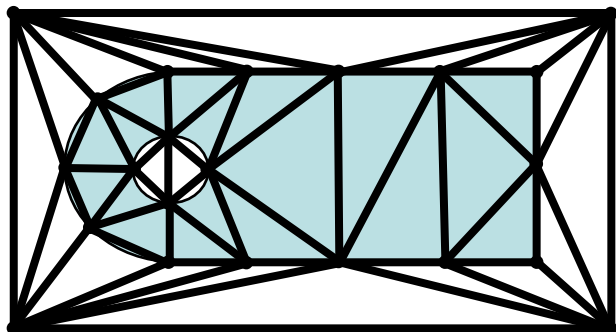
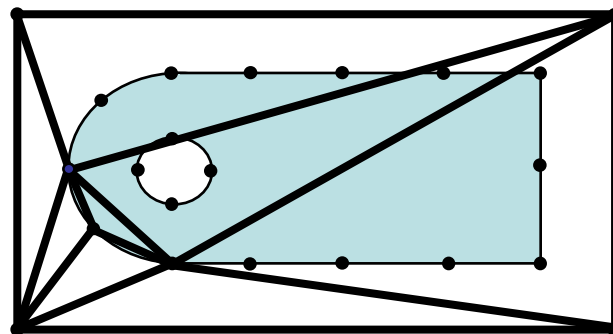
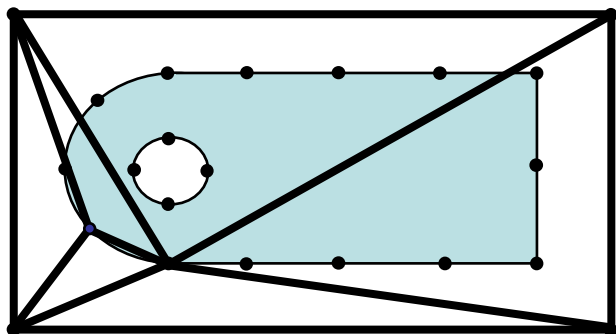
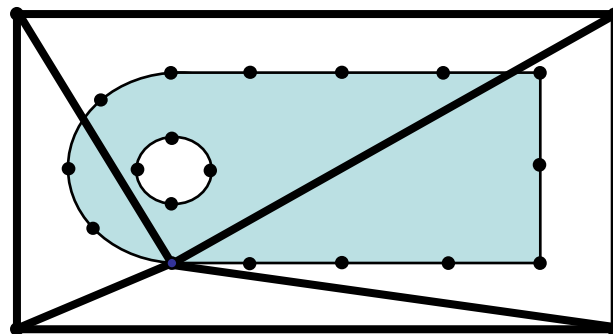
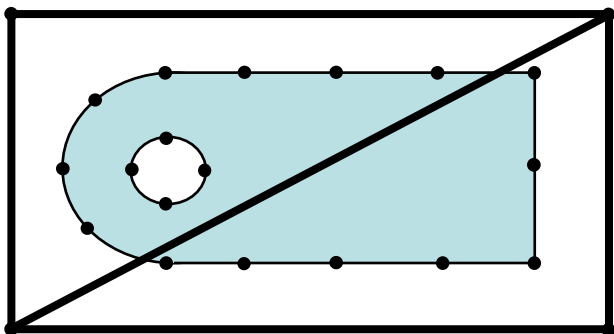
W oparciu o triangulację Delaunay'a

Algorytm iteracyjny:

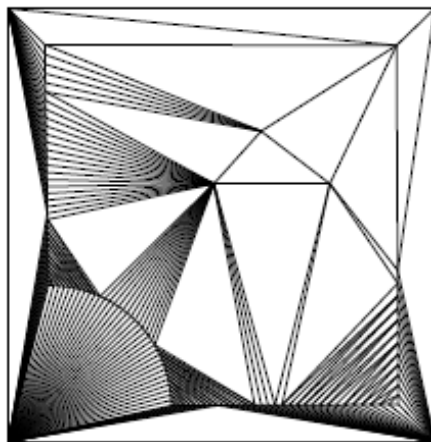
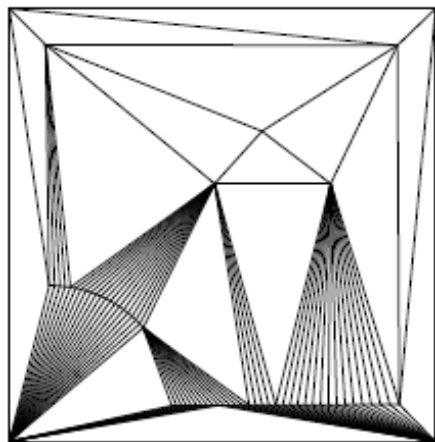
- Tworzymy początkową triangulację T_0
- Wprowadzamy do istniejącej triangulacji T_i kolejny punkt P_{i+1}

2 sposoby uaktualniania triangulacji



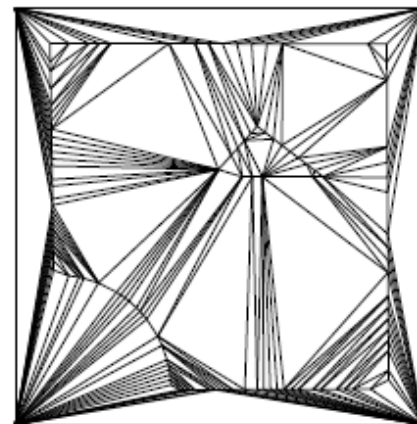
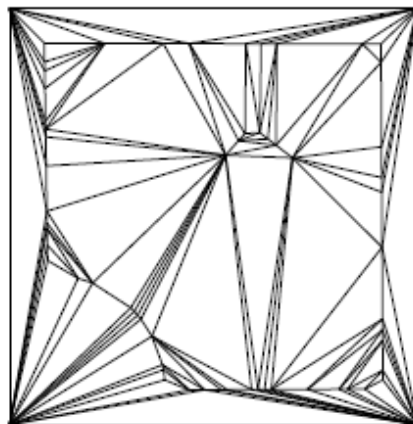


Kolejność wprowadzania punktów brzegowych

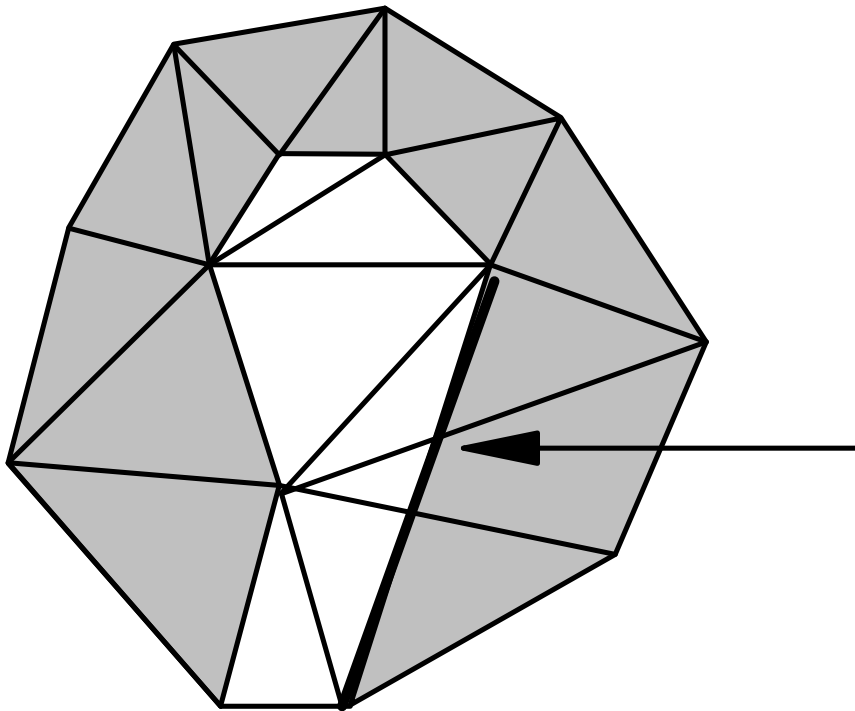


dodawane zgodnie
z kolejnością generowania

dodawane
w kolejności losowej



Respektowanie geometrii obszaru



bok, który nie jest reprezentowany
w zbiorze krawędzi triangulacji

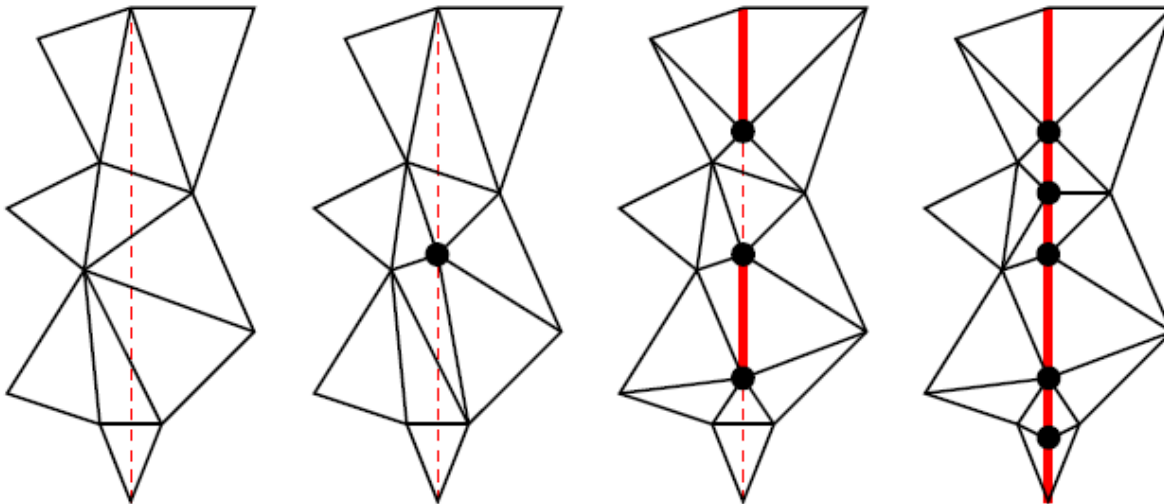
Triangulacja Delaunay'a z ograniczeniami

Może być definiowana jako:

- Triangulacja powłoki chmury punktów, w której wybrano pewien podzbiór trójkątów, które nie mogą być modyfikowane ani usunięte.
- Triangulacja, która musi zawierać pewne odcinki w zbiorze krawędzi.
- Jeśli dwuwymiarową triangulację Delaunay'a traktować jako graf planarny $G(P)$ rozpięty na zbiorze wierzchołków P , to triangulację z ograniczeniami rozpatrywać można jako graf z ograniczeniami $G(P, L)$, gdzie L reprezentuje zbiór nieprzecinających się krawędzi, których wierzchołki należą do P , a L stanowić musi podgraf grafu G .
- Triangulacja obszaru wklęsłego ograniczonego brzegiem, którego odcinki stanowią krawędzie triangulacji.
Jeśli w takiej triangulacji jakiś punkt P_i znajduje się we wnętrzu koła opisanego na trójkącie Δ , to punkt ten jest oddzielony od Δ brzegiem obszaru

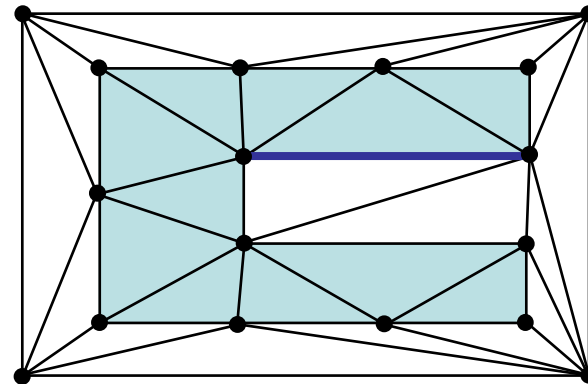
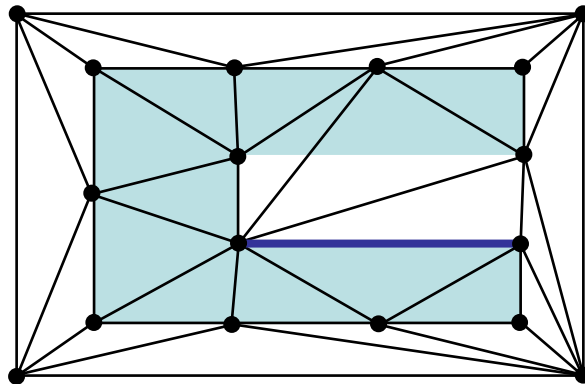
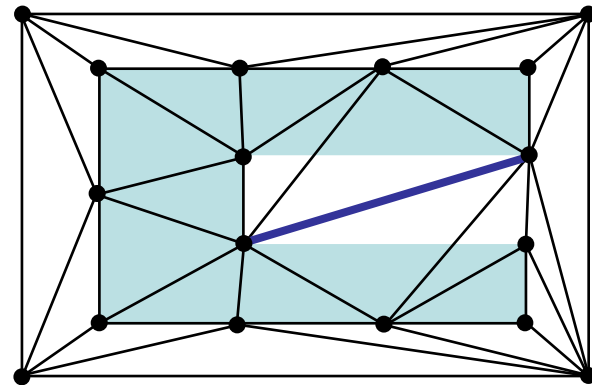
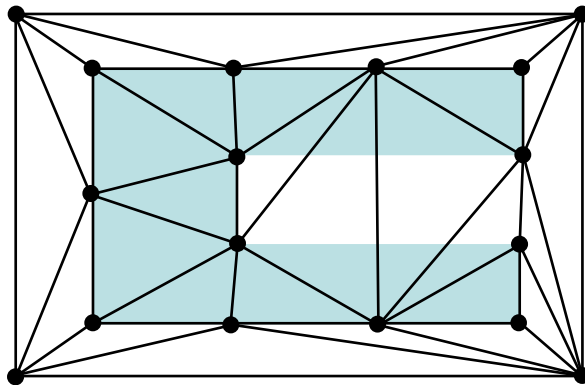
Odzyskanie brzegu w triangulacji

Poprzez wprowadzenie dodatkowych punktów:

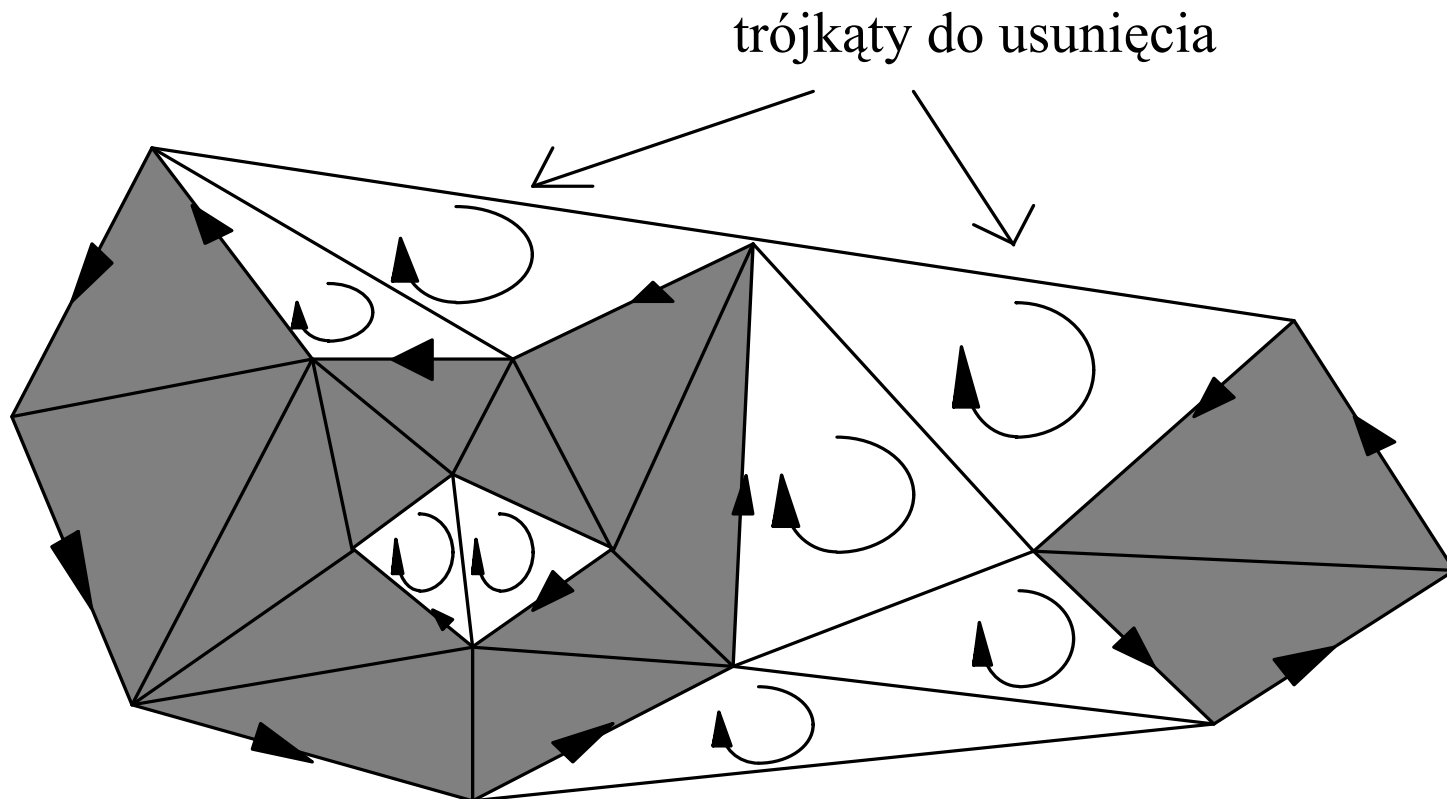


Odzyskanie brzegu w triangulacji

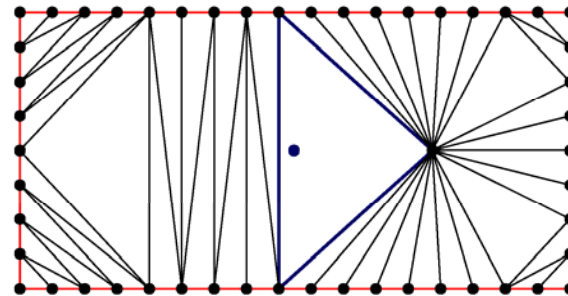
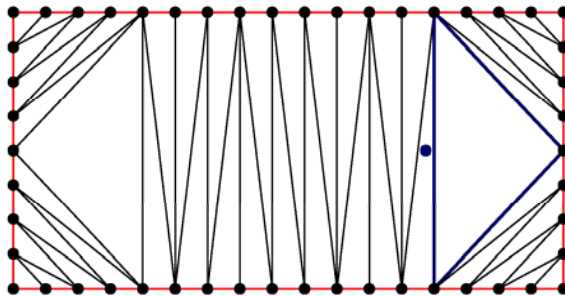
Poprzez zamianę przekątnych:



Usunięcie elementów zewnętrznych

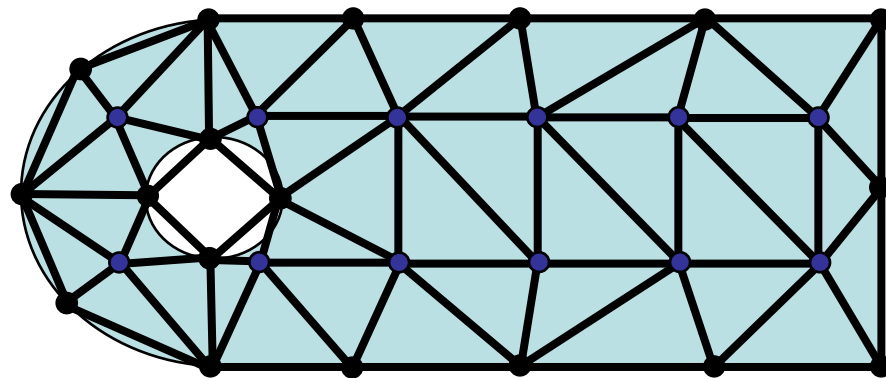
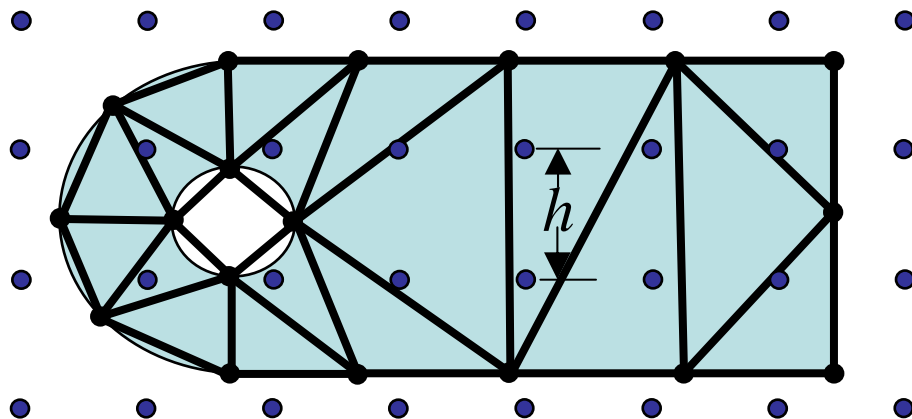


Wprowadzanie węzłów wewnętrznych



Wprowadzanie węzłów wewnętrznych

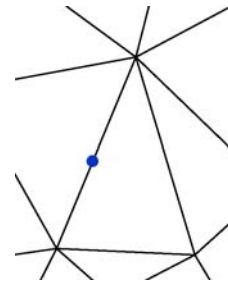
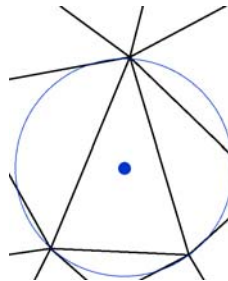
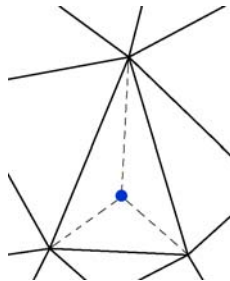
Równomierna siatka węzłów



Wprowadzanie węzłów wewnętrznych

Kiedy należy dodać węzeł
i gdzie go umieścić ?

- Ocena **jakości** elementów według zadanego **kryterium**
- Sposób umieszczenia nowego węzła



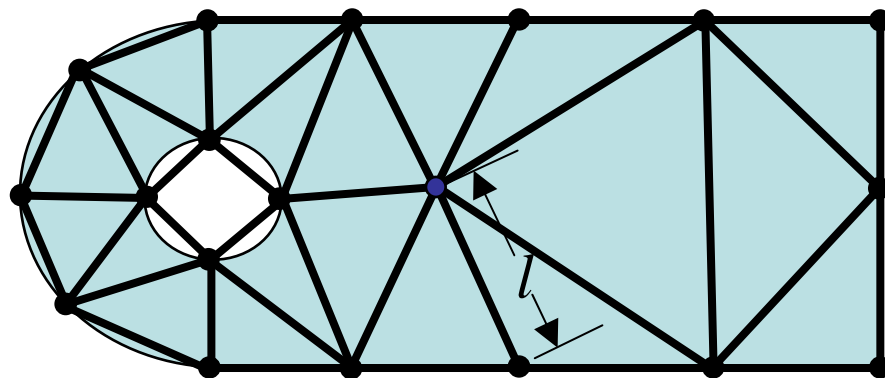
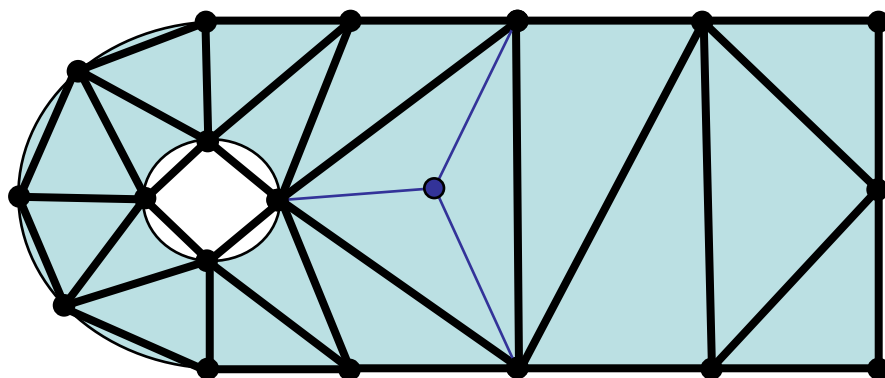
Wprowadzanie węzłów wewnętrznych

Kryteria oceny trójkąta:

- wagowe
- równoboczności
- rozmiaru ...

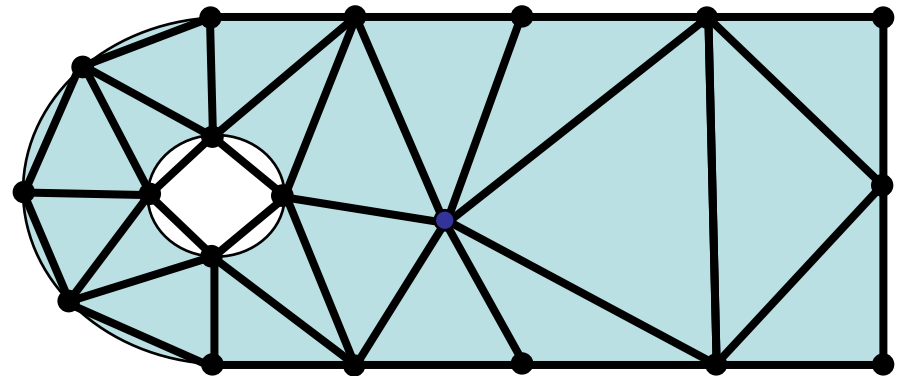
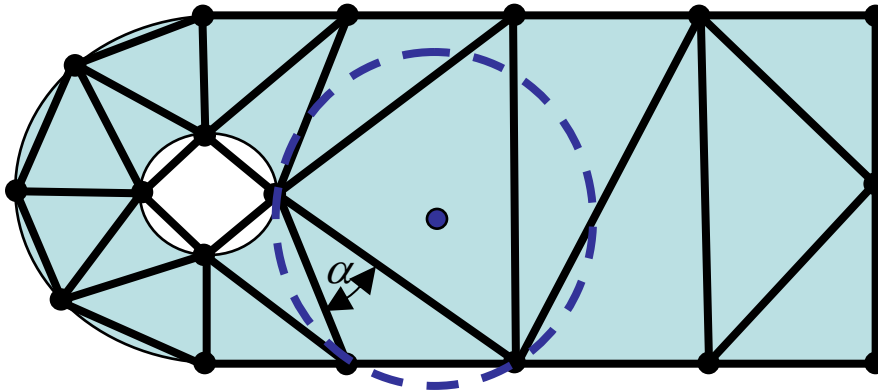
Wprowadzanie węzłów wewnętrznych

W środku trójkąta



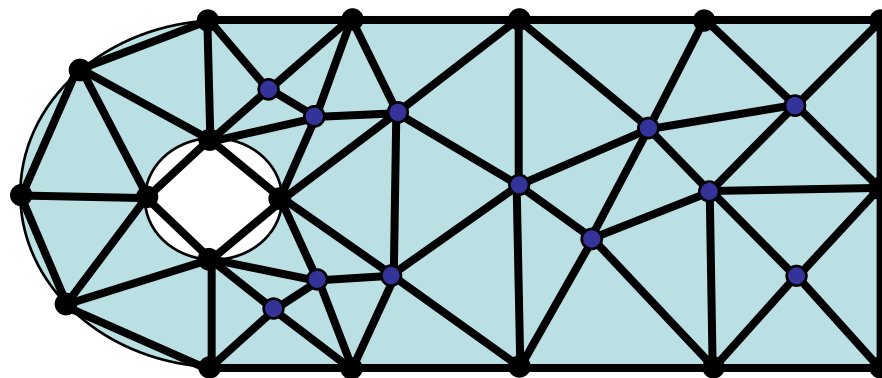
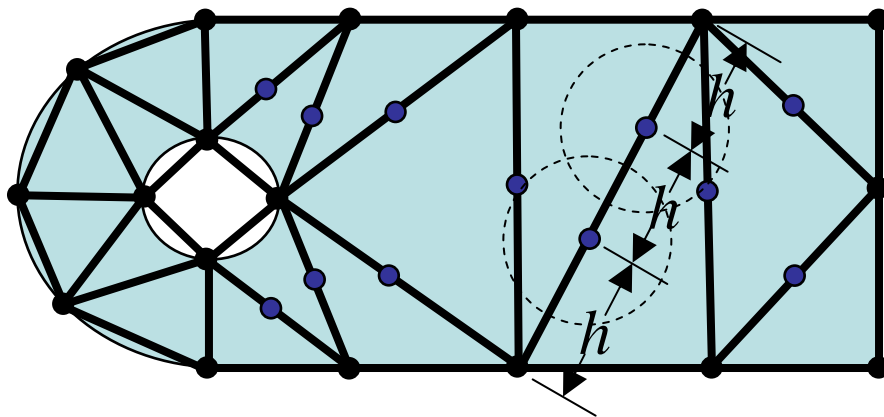
Wprowadzanie węzłów wewnętrznych

W środku okręgu opisanego na trójkącie



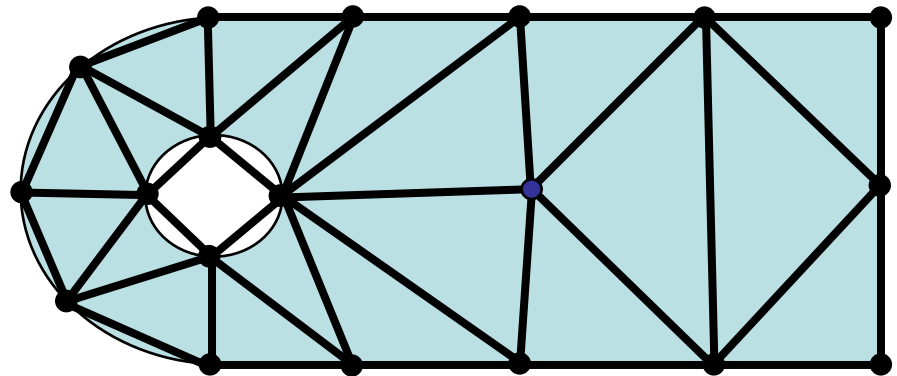
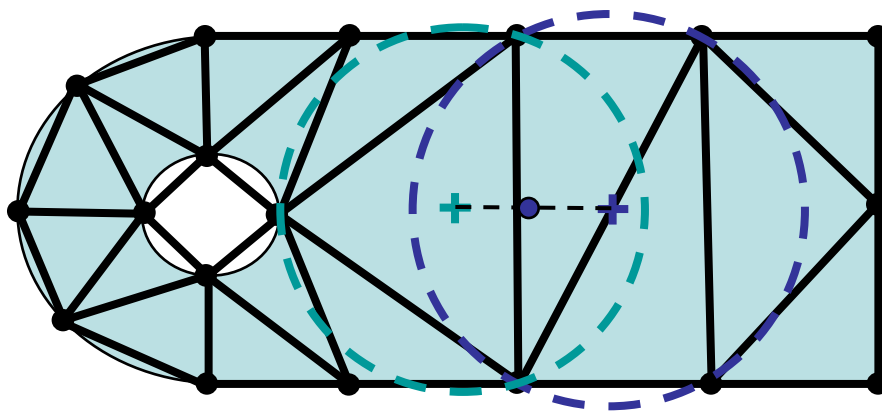
Wprowadzanie węzłów wewnętrznych

Na krawędziach trójkątów



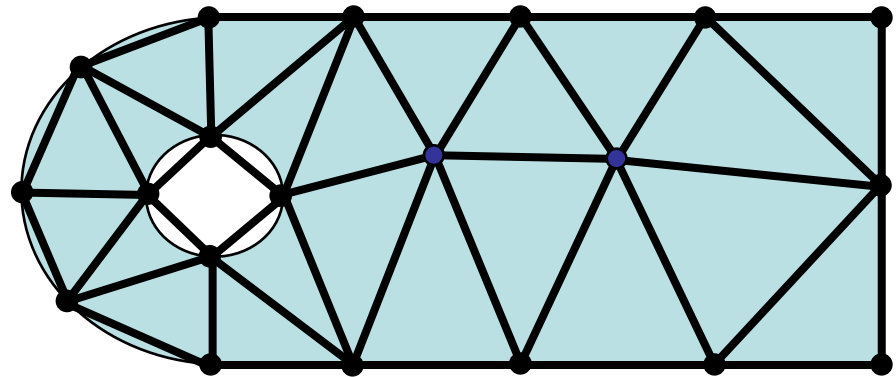
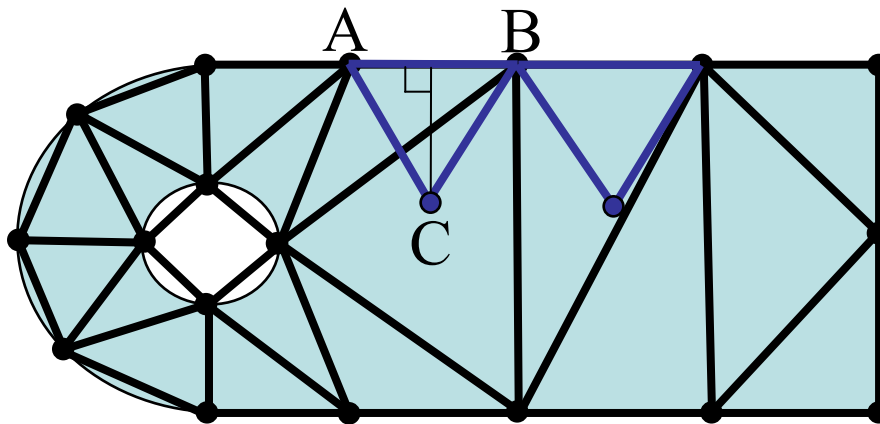
Wprowadzanie węzłów wewnętrznych

Na środku odcinka łączącego środki okręgów opisanych na dwóch sąsiednich trójkątach



Wprowadzanie węzłów wewnętrznych

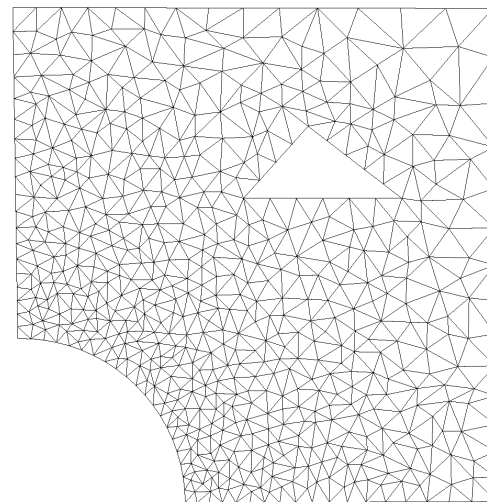
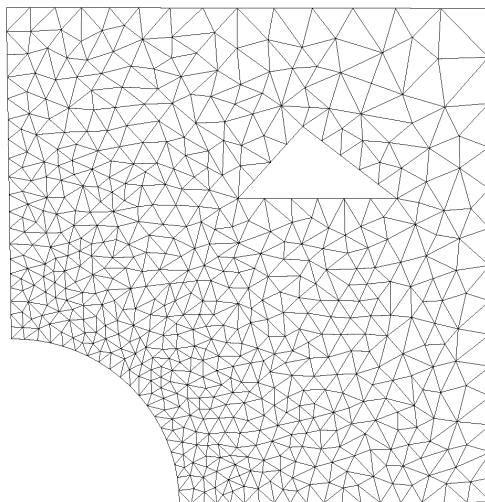
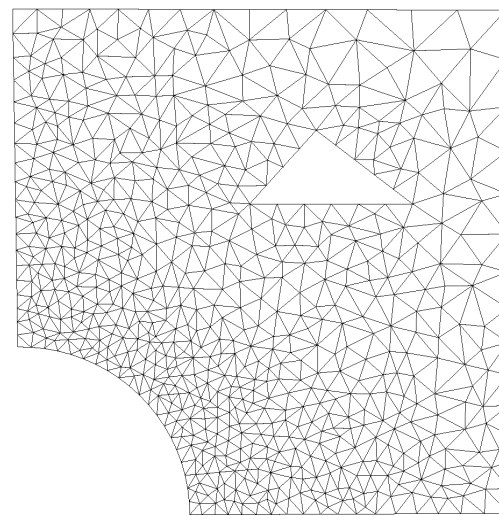
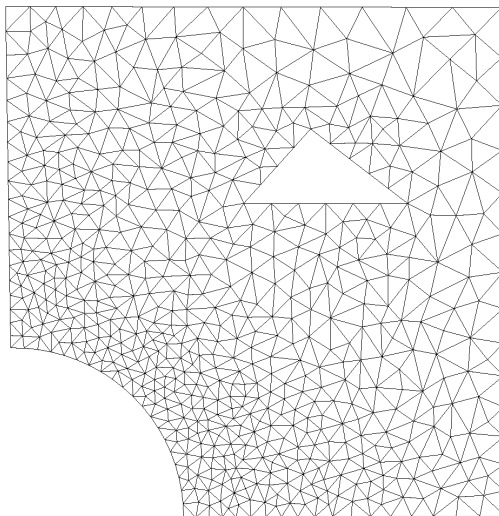
Na „wzór” metody frontalnej



Wprowadzanie węzłów wewnętrznych

Kwestia kryterium stopu

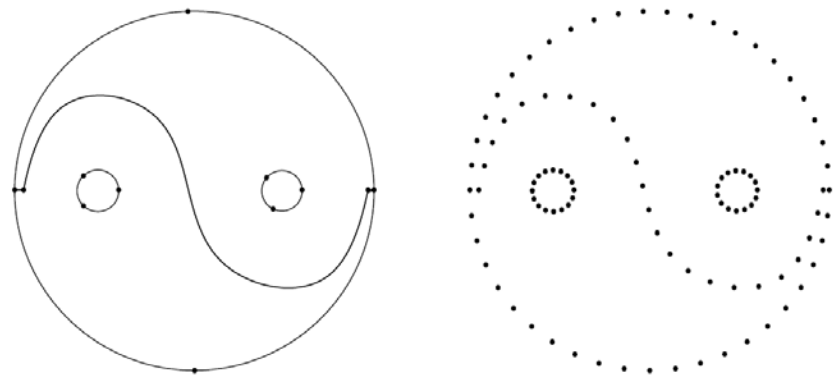
W zależności od kryterium jakości
i sposobu lokalizacji punktu



Siatki utworzone na bazie tych samych węzłów brzegowych
przy różnych kryteriach oceny elementów
i różnej lokalizacji węzłów wewnętrznych

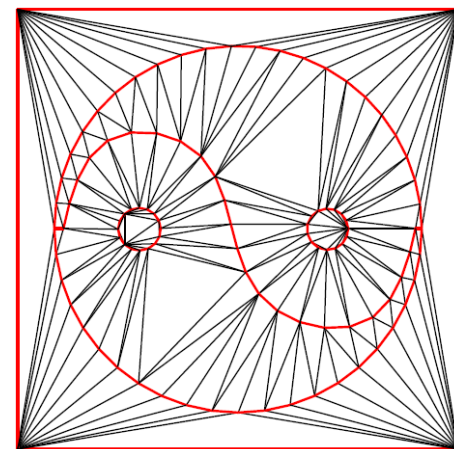
Etapy generowania siatki

- Dyskretyzacja konturów



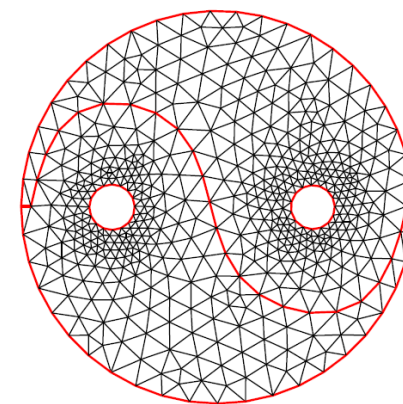
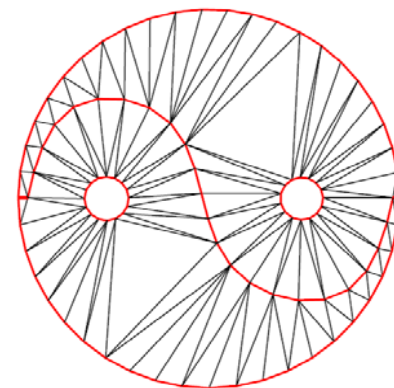
- Triangulacja węzłów brzegowych

- Odzyskiwanie krawędzi brzegowych

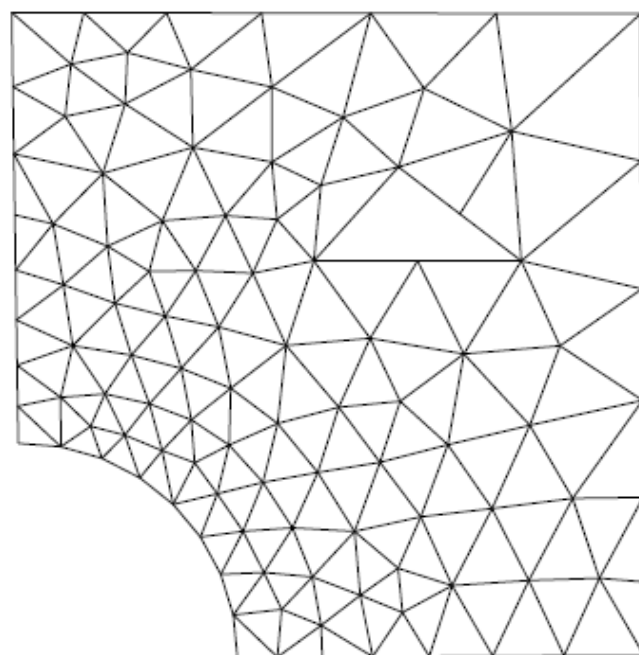
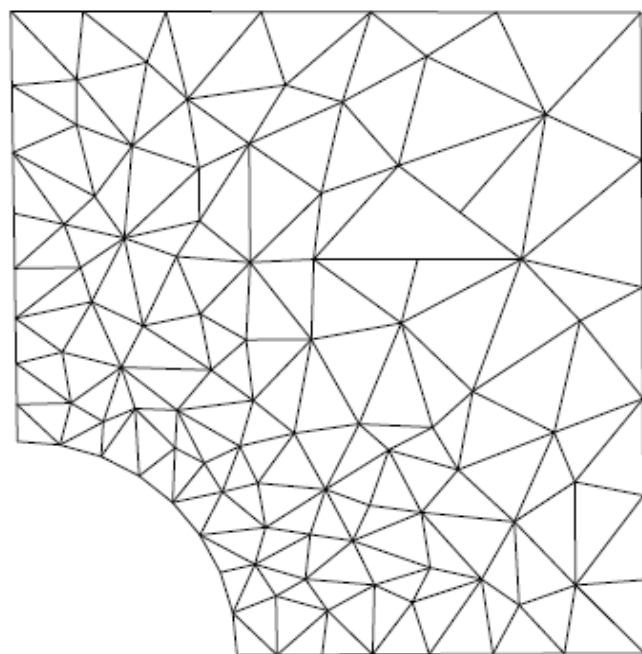


Etapy generowania siatki

- Usunięcie trójkątów zewnętrznych
- Wprowadzenie węzłów wewnętrznych
- Poprawa jakości siatki



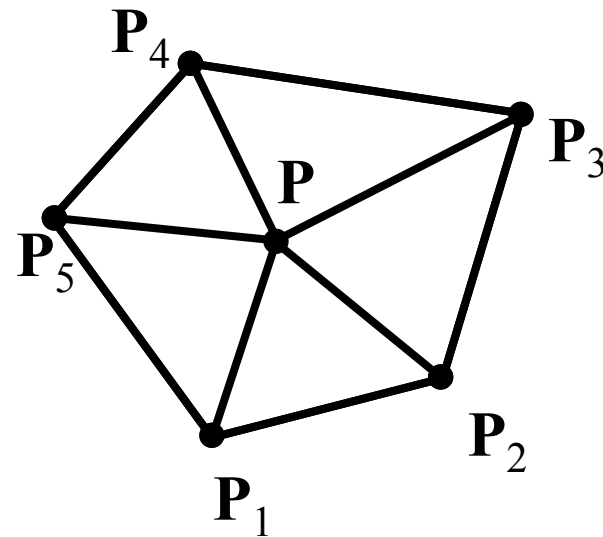
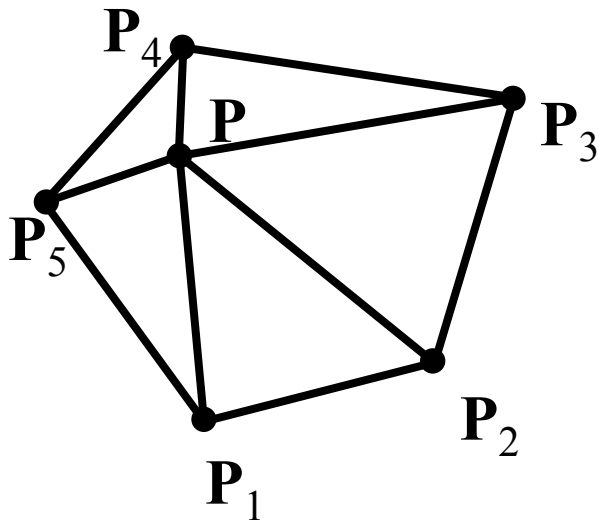
Poprawa jakości siatki



Poprawa jakości siatki

- Metody geometryczne
 - modyfikacja pozycji węzłów
- Metody topologiczne
 - zamiana krawędzi
 - tworzenie/usuwanie składników siatki

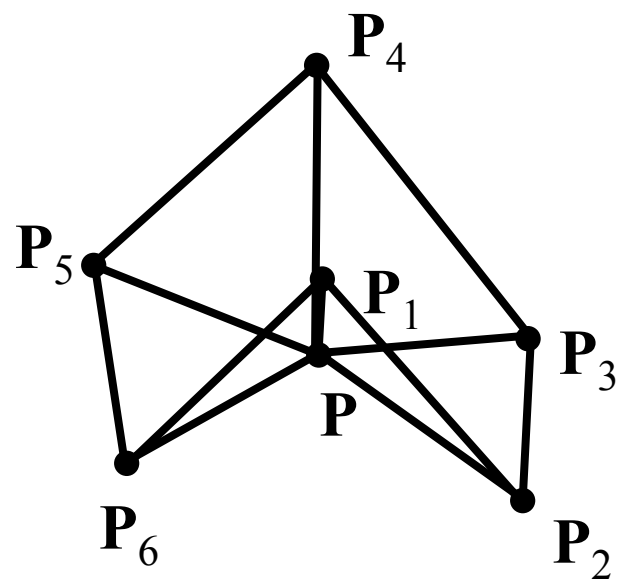
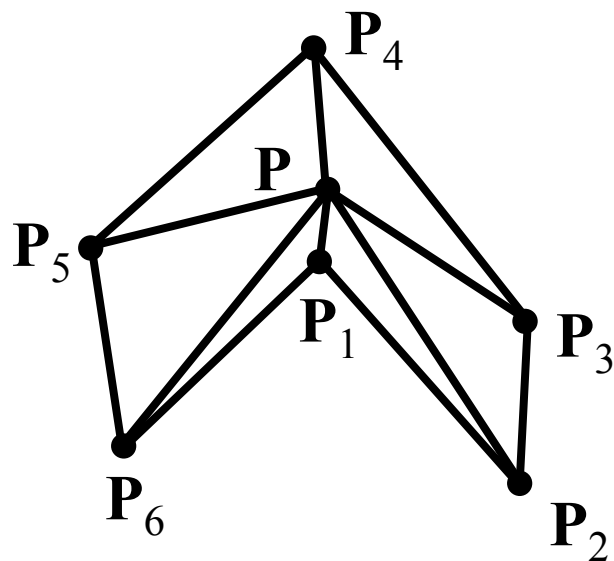
Wyglądanie Laplace'a



$$\mathbf{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{P}_i}{n}$$

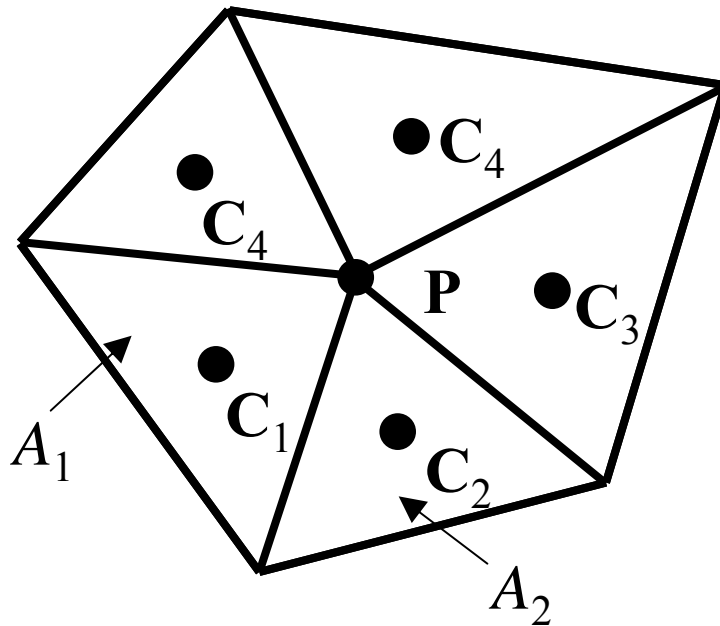
Wygładzanie Laplace'a

zagrożenia



odwrócone elementy

Wygładzanie ważone



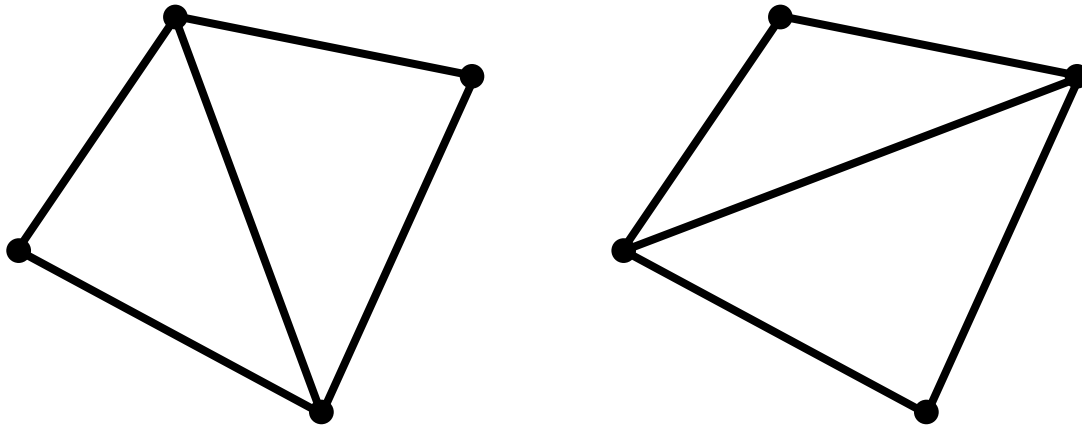
$$\mathbf{P} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \mathbf{C}_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

A_i = pole trójkąta i

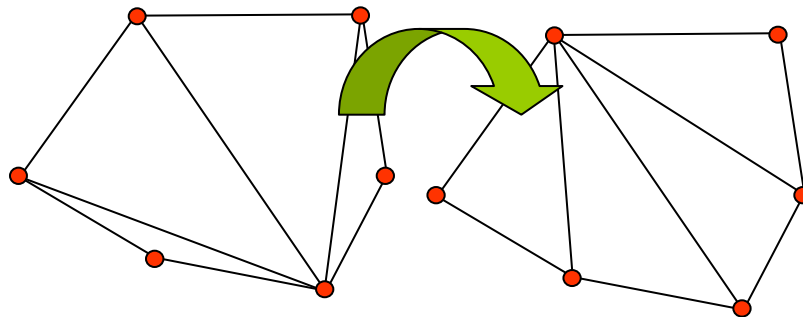
\mathbf{C}_i = środek trójkąta i

Modyfikacje topologiczne

Zamiana przekątnych

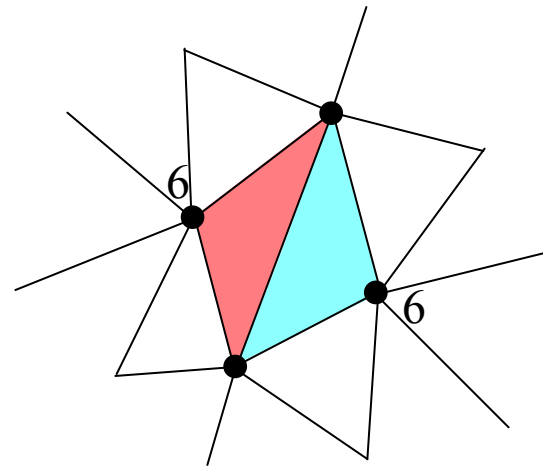
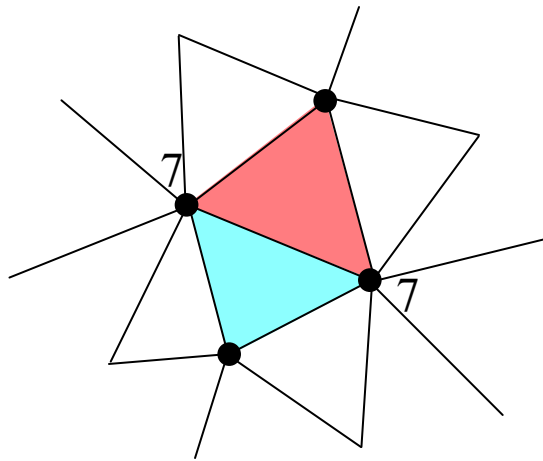


Możliwe różne metody oceny



Modyfikacje topologiczne

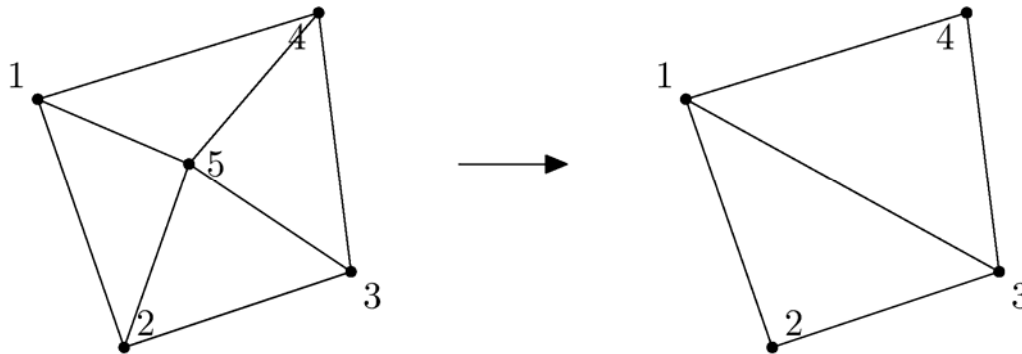
Zamiana przekątnych



W celu zmiany krotności wierzchołka

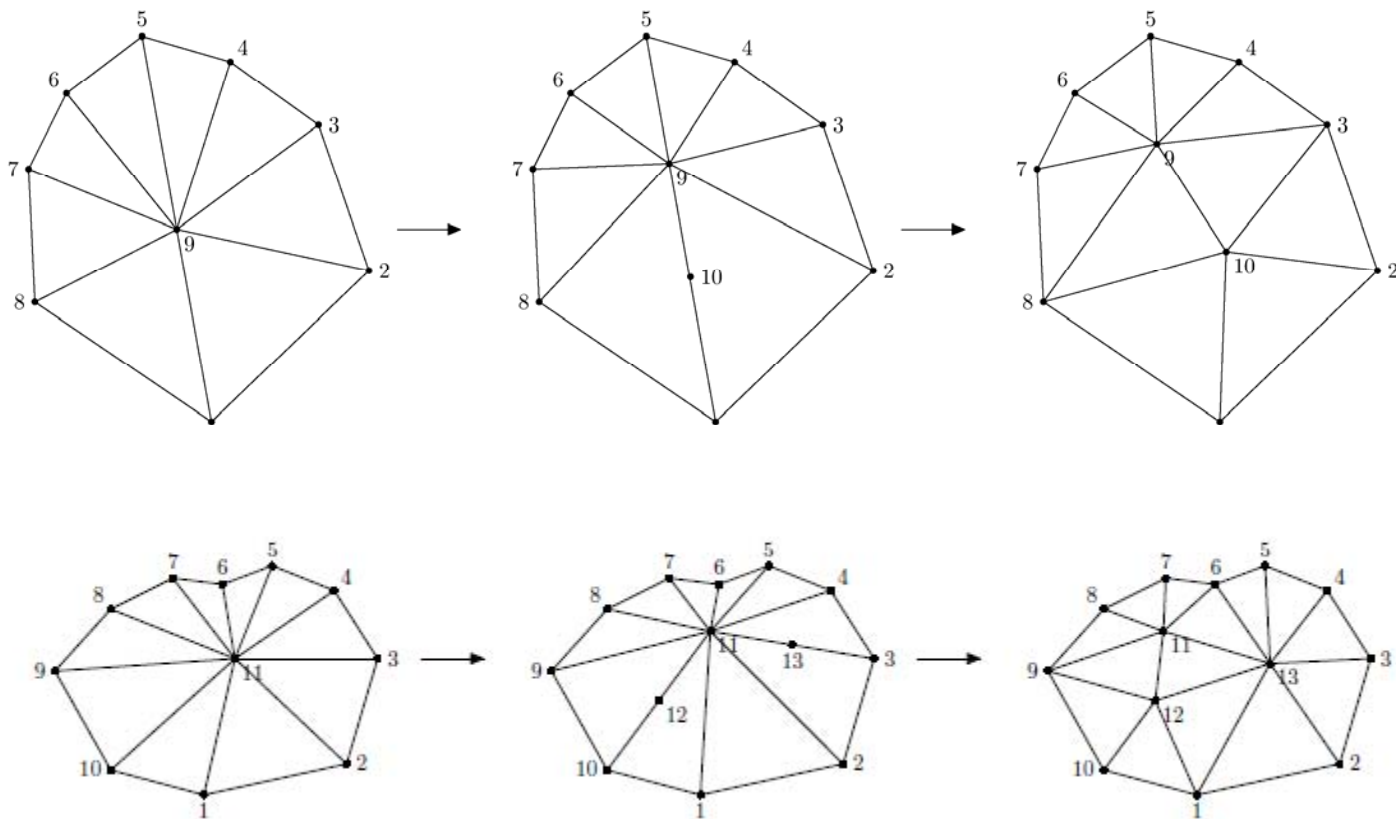
Modyfikacje topologiczne

Usuwanie wierzchołków



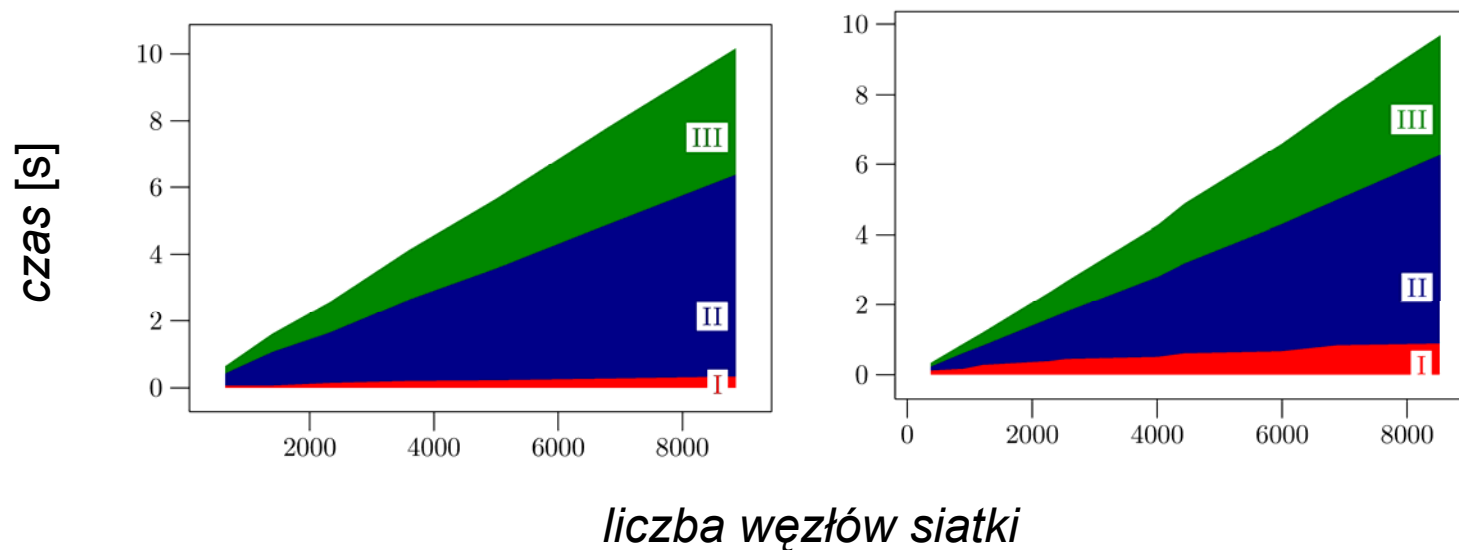
Modyfikacje topologiczne

Połączenie przesunięcia wierzchołków oraz dodanie wierzchołka
– lepszy kształt trójkątów i zmiana krotności wierzchołka



Złożoność obliczeniowa

Przykłady

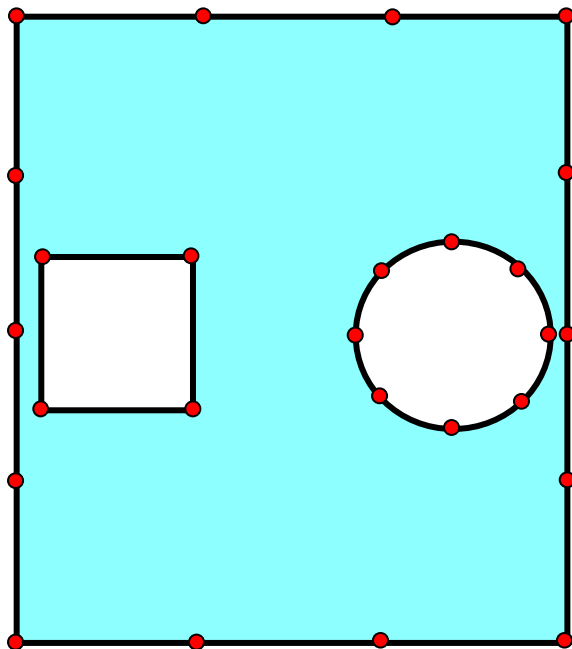


- I – dyskretyzacja brzegu i triangulacja dla węzłów brzegowych
- II – wprowadzanie węzłów wewnętrznych i triangulacja
- III – poprawa siatki

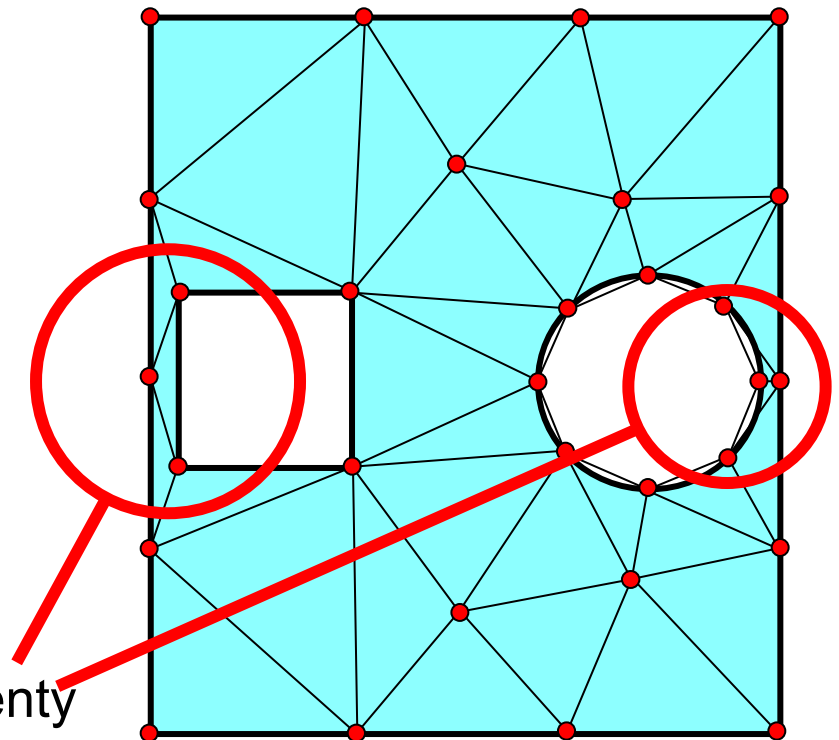
Geometria modelu a rozmiar elementów

Krzywizna

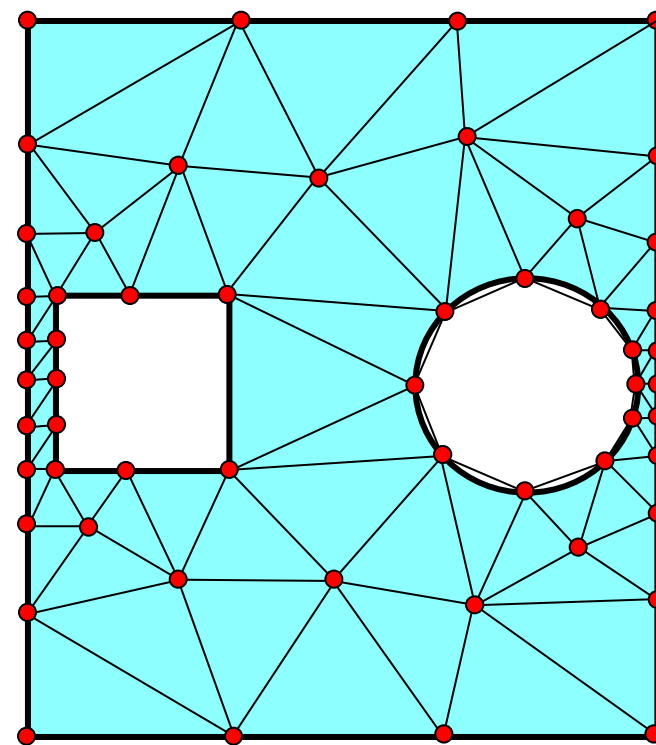
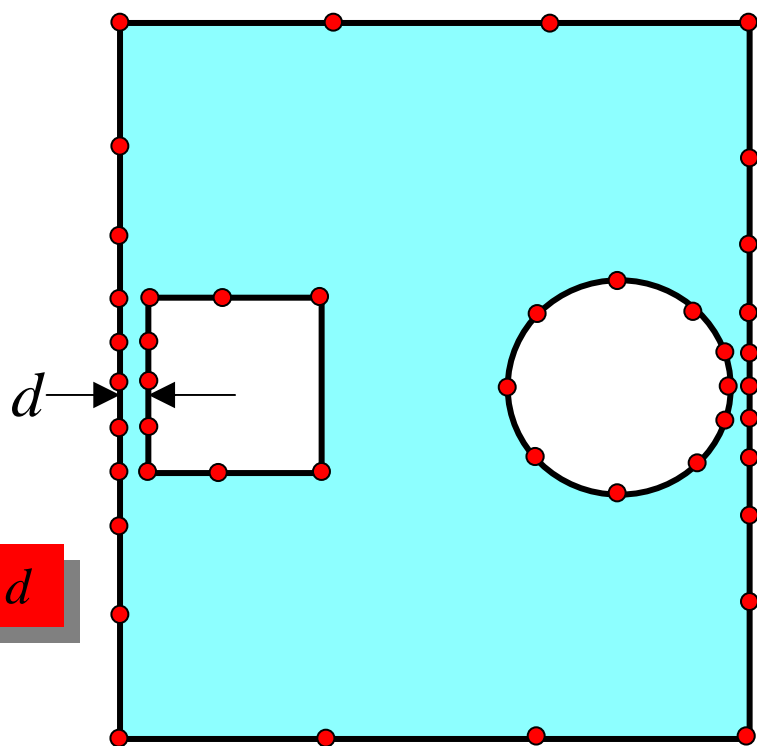
Bliskość brzegu ...



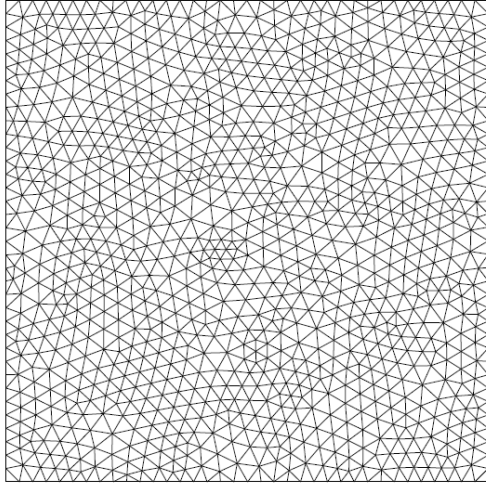
złe elementy



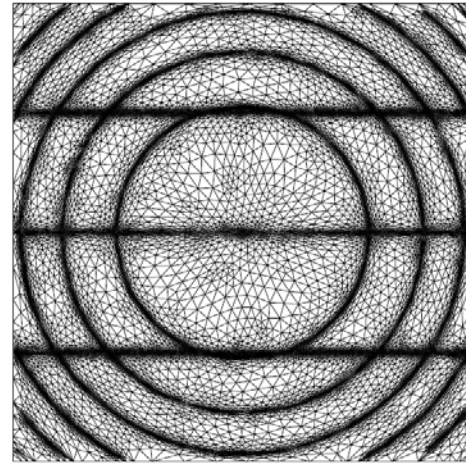
Geometria modelu a rozmiar elementów



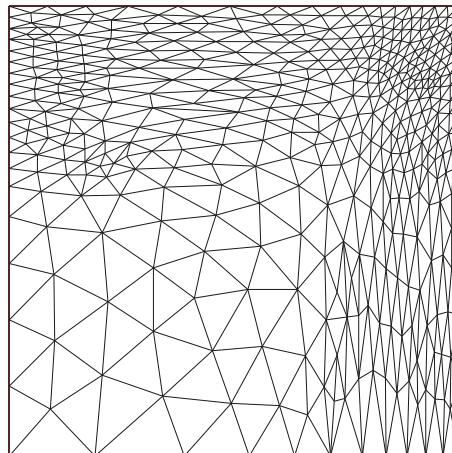
Jak wygenerować?



Siatka izotropowa

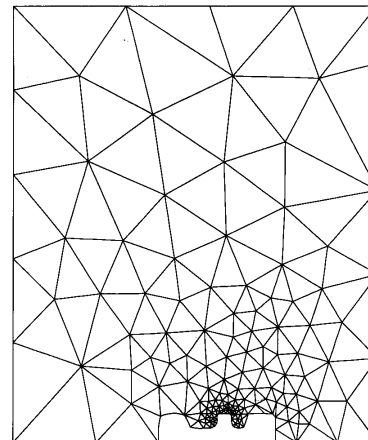
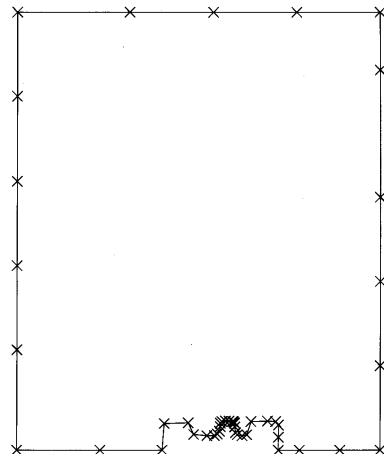
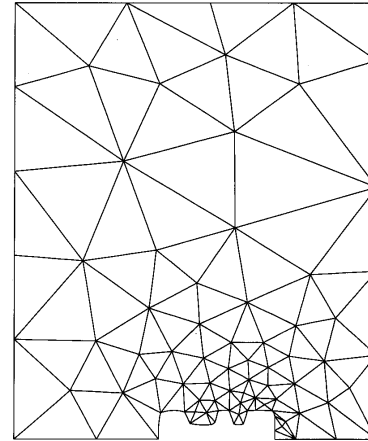
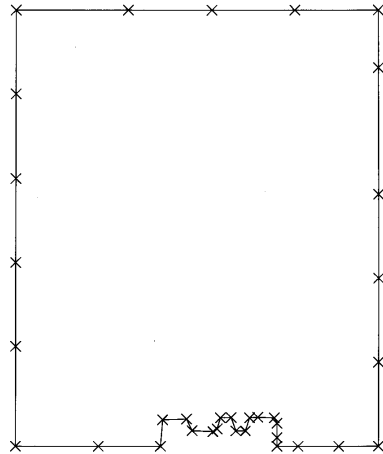


Siatka o zmiennej gęstości

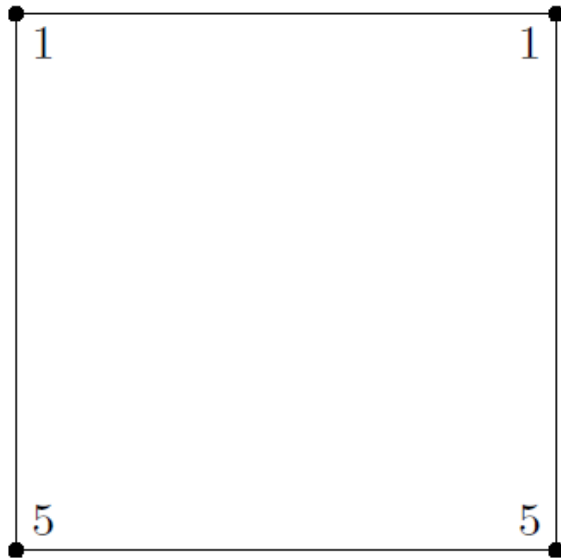


Siatka anizotropowa

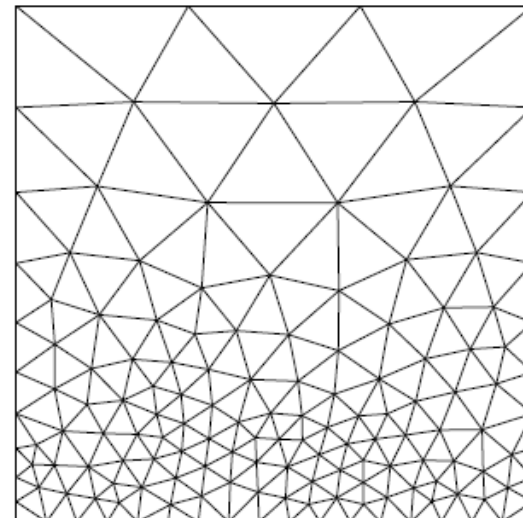
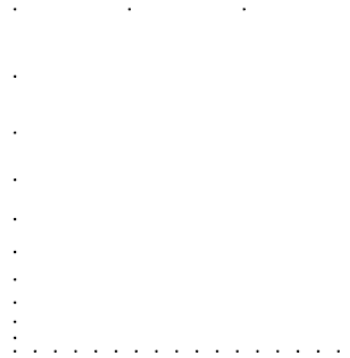
Wpływ dyskretyzacji brzegu



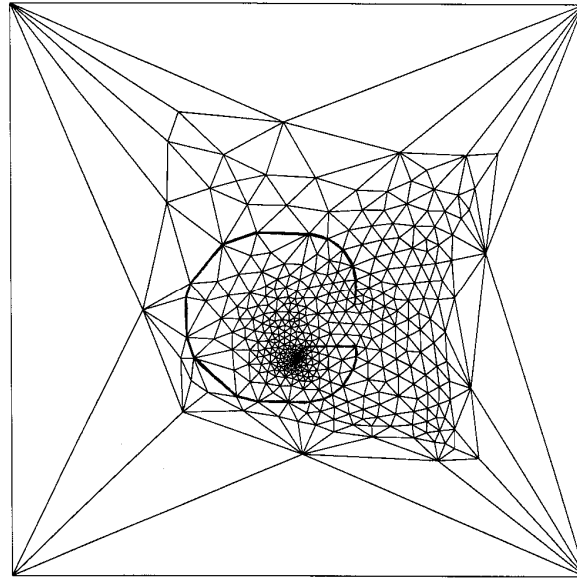
Wpływ dyskretyzacji brzegu



Wagi przypisane do punktów

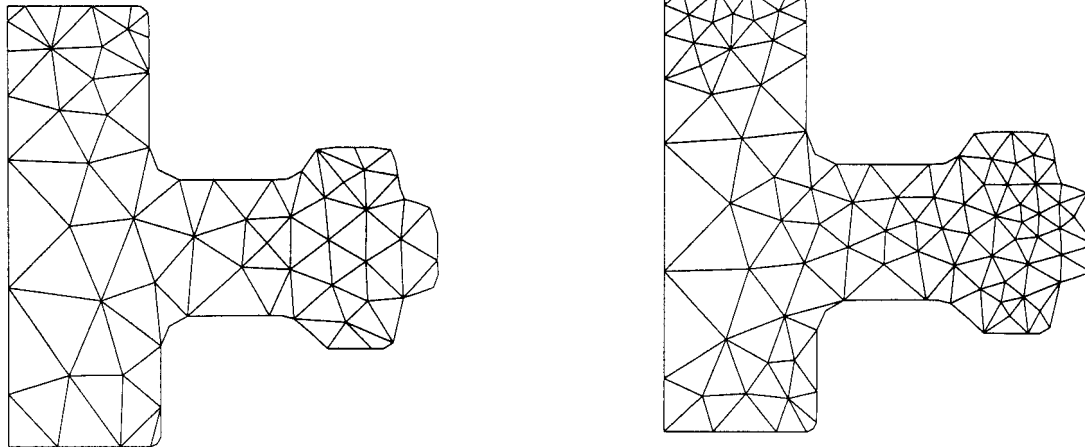


Wpływ dyskretyzacji brzegu



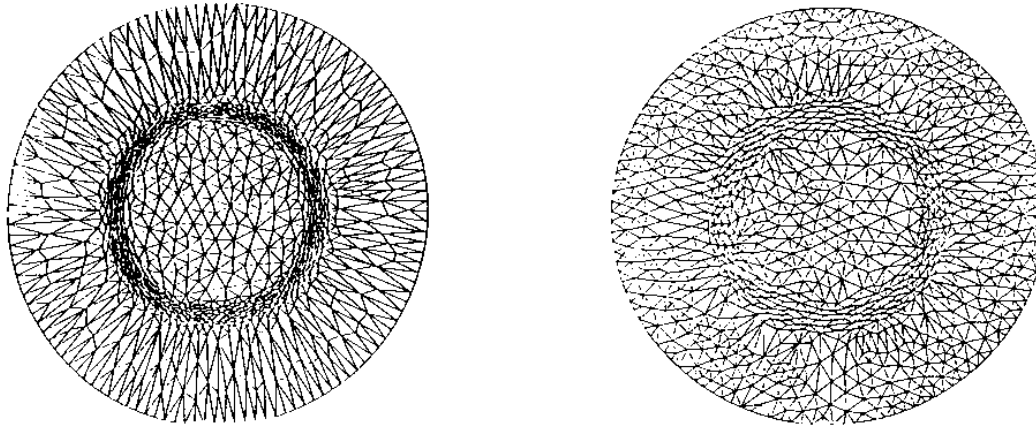
Przykład siatki zagęszczonej w wyniku wprowadzenia dodatkowej linii brzegowej

Wpływ sposobu wprowadzania węzłów wewnętrznych na gęstość siatki



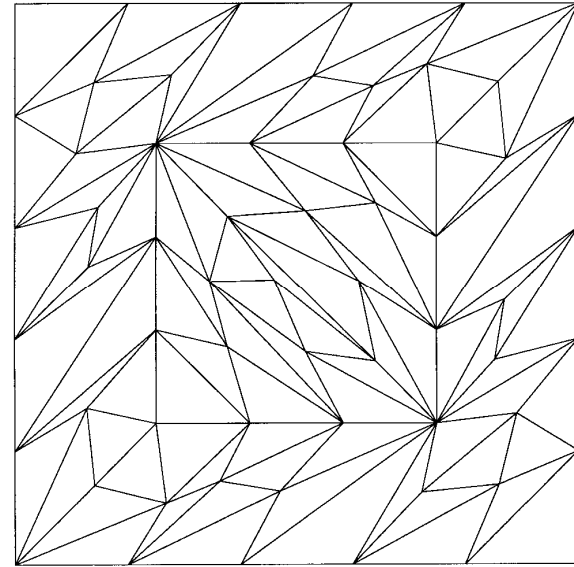
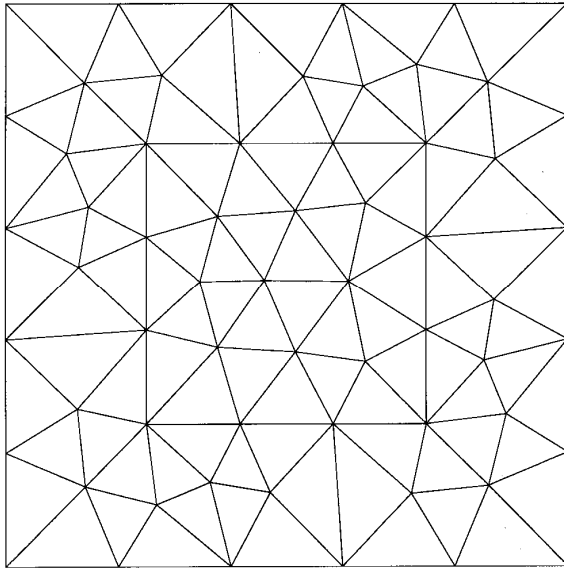
Siatki oparte na tych samych węzłach brzegowych,
w których inaczej wprowadzono węzły wewnętrzne

Modyfikacje siatki



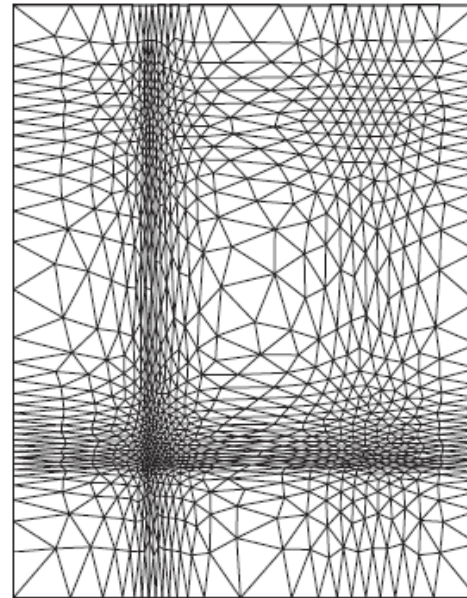
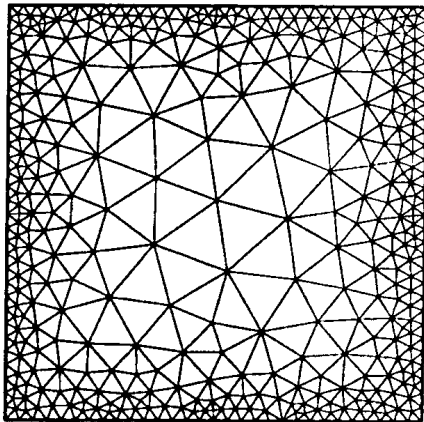
Przemieszczanie węzłów

Modyfikacje siatki



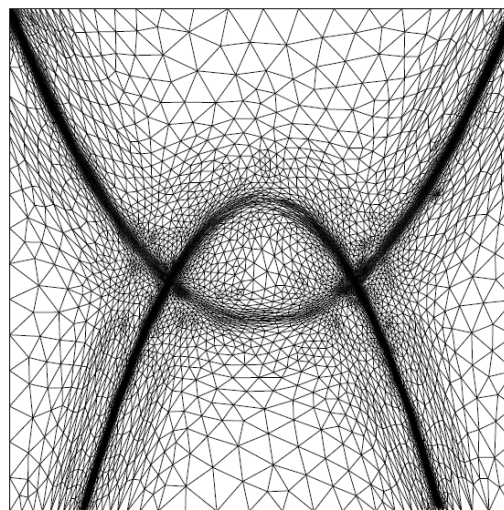
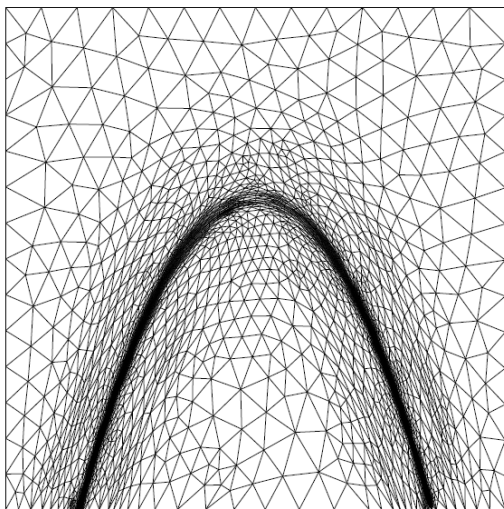
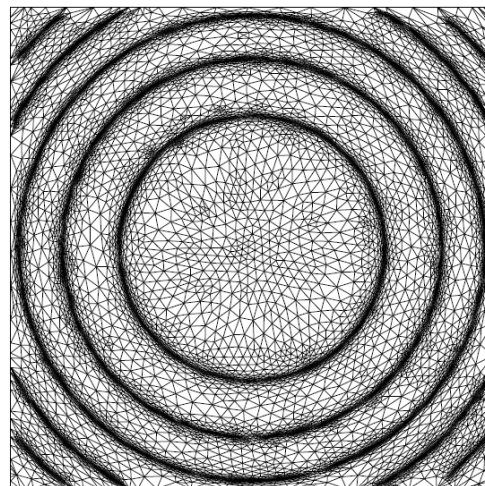
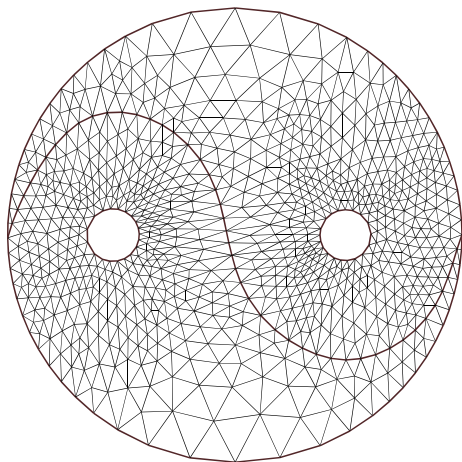
Modyfikacje topologiczne

W trakcie generowania – funkcja rozmiaru i kształtu



Jak zadawać i przechowywać tę funkcję?

Siatki anizotropowe



Siatki anizotropowe

Kontrola wydłużenia elementów przez wprowadzenie innej metryki w trakcie generowania siatki

Metryka wprowadzona poprzez iloczyn skalarny:

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{x}^T \mathbf{M} \mathbf{y}$$

\mathbf{M} – macierz symetryczna, dodatnio określona

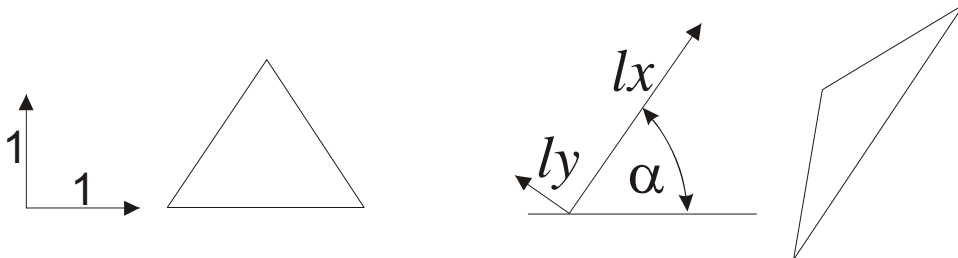
W izolowanych punktach zadawane są trzy parametry określające metrykę

$$m_i = (\alpha_i, lx_i, ly_i)$$

gdzie:

α – kierunek wydłużenia,

lx, ly – żądana długość elementów w kierunku α i prostopadłym do α



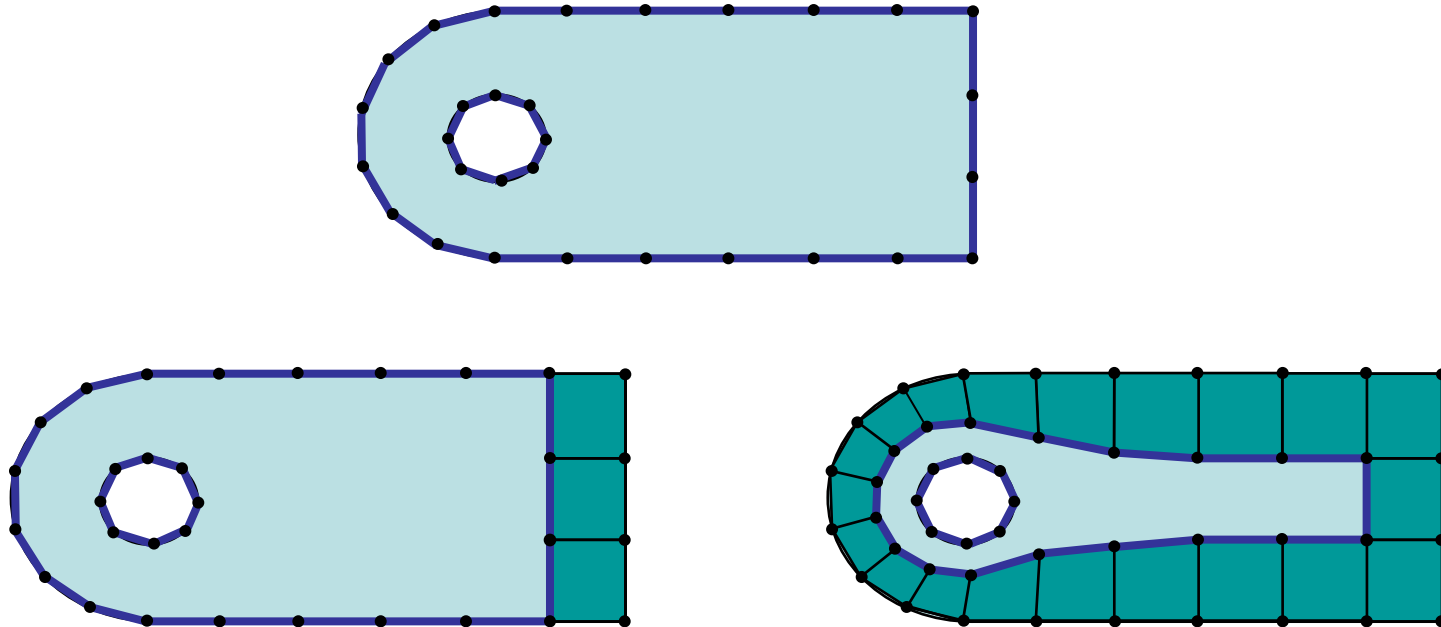
Niestruktralne czworokątne

– metody bezpośrednie

- Paving
- Grid based
- Medial axis

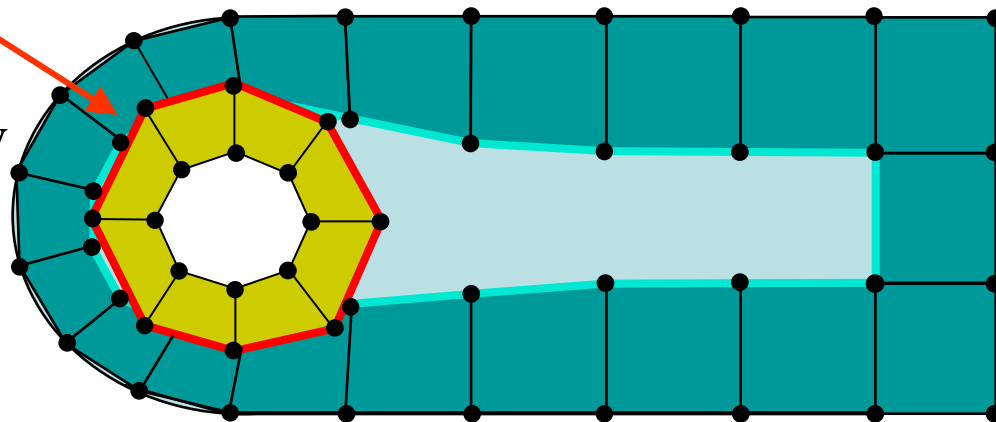
Paving

- podobnie jak *Advancing Front*: zaczynamy front od brzegu obszaru
- tworzymy rzędy elementów na bazie kątów frontu
- musimy zapewnić parzystą liczbę krawędzi frontu

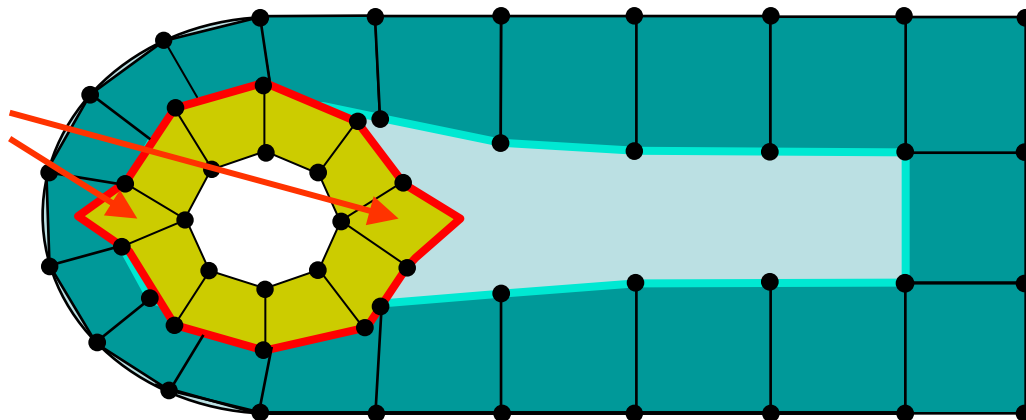


Paving

Nowy front –
nachodzenie na
siebie elementów

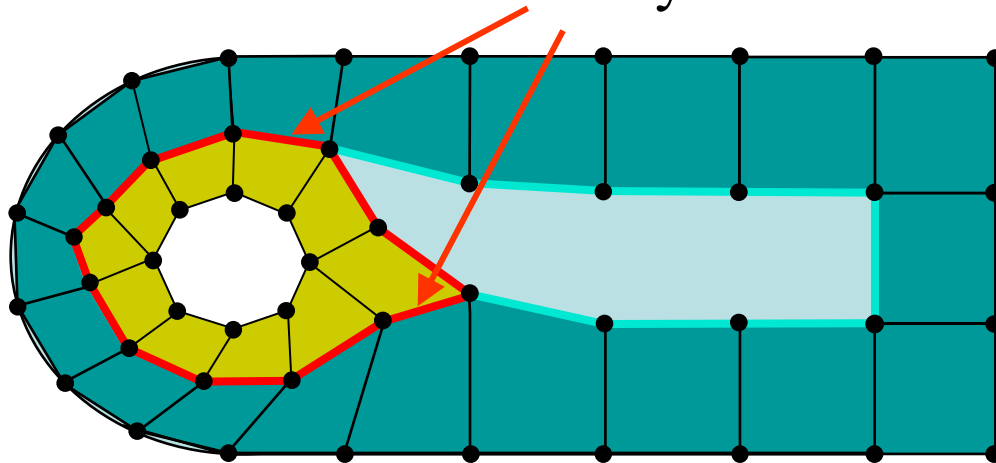


wprowadzenie
“klina”

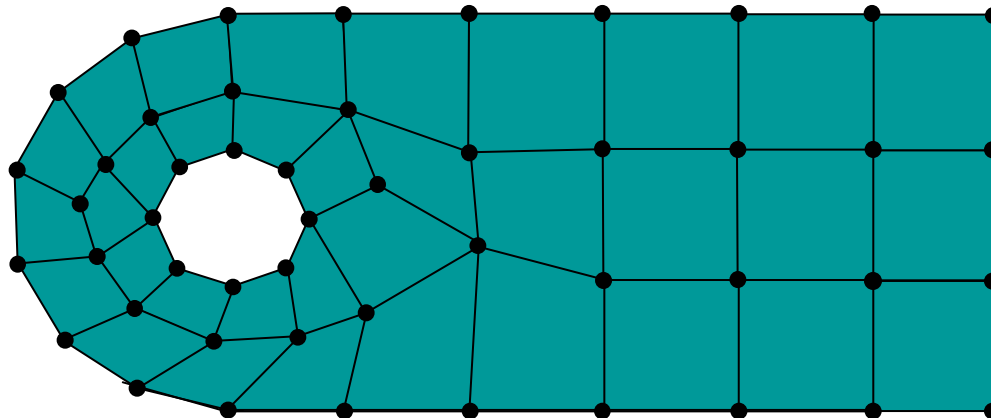


Paving

zszycie

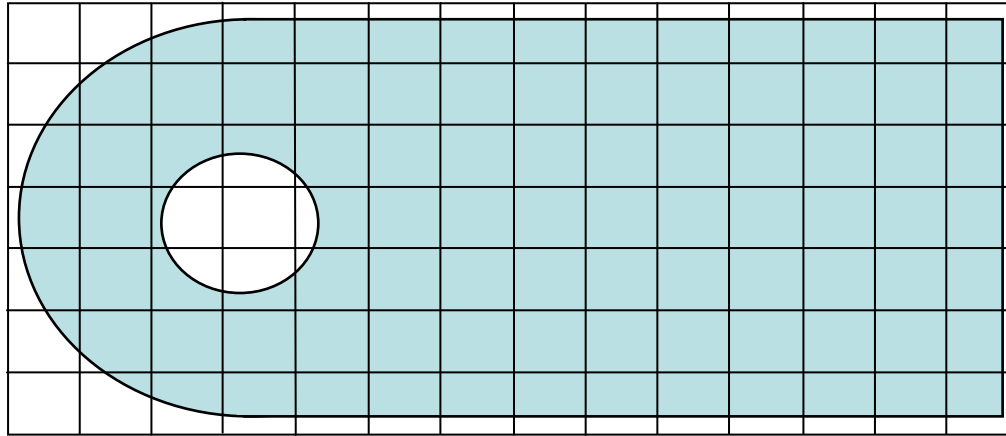


Zamknięcie pętli
i wygładzenie

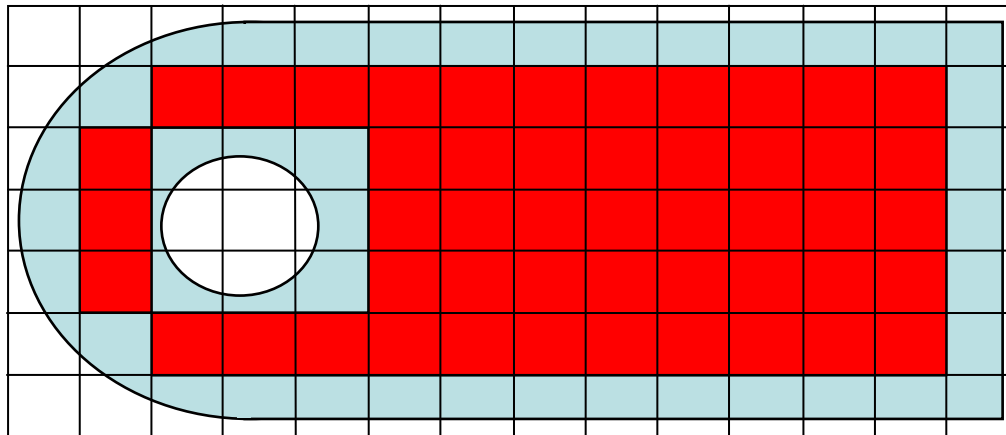


Grid based

- Generujemy regularną siatkę czworokątną obejmującą model

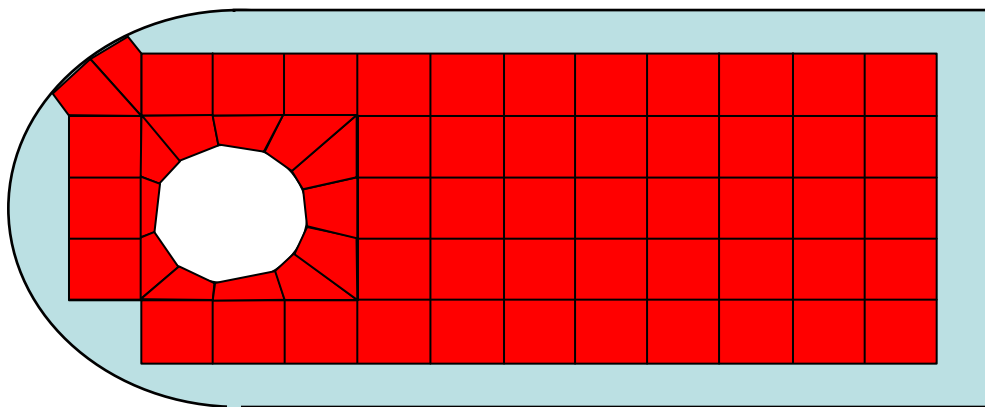


- Zaznaczamy elementy wewnątrz obszaru

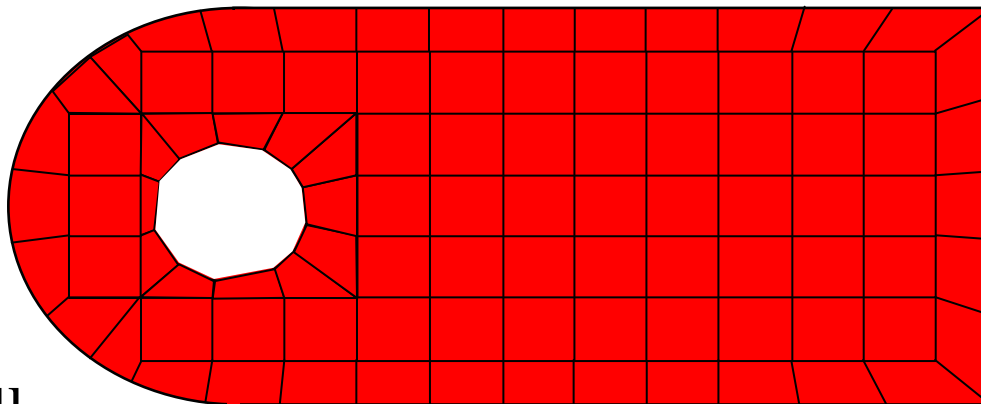


Grid based

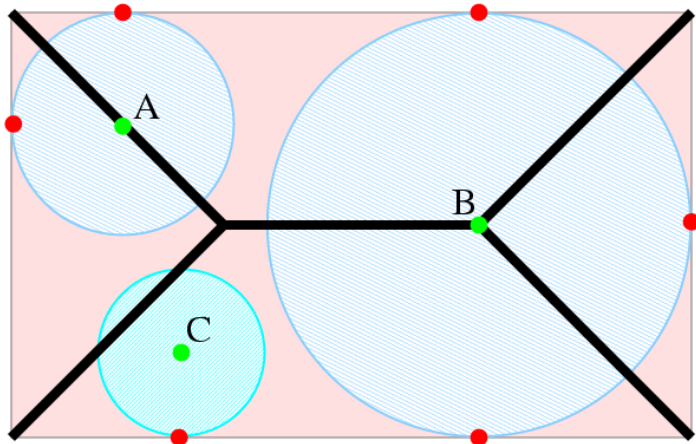
- Łączymy odpowiednio zaznaczone elementy wewnętrzne z brzegiem



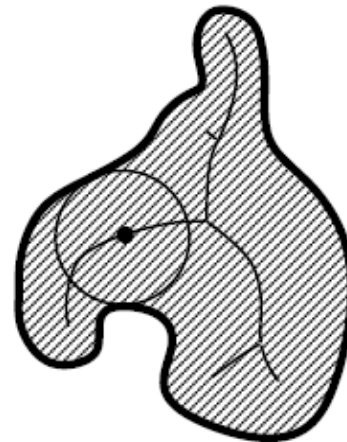
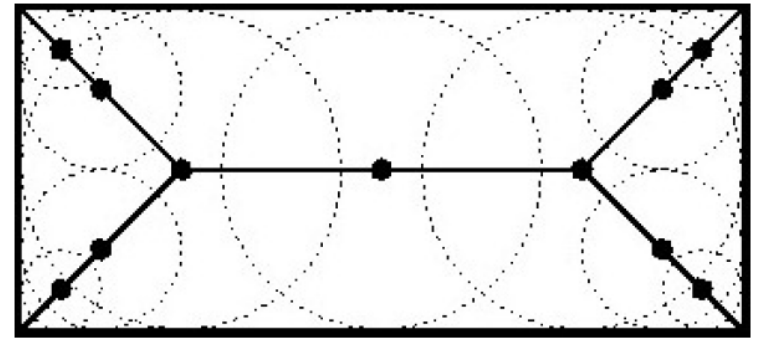
Zła jakość
elementów przy brzegu



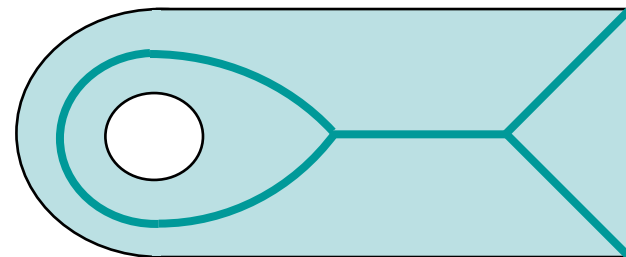
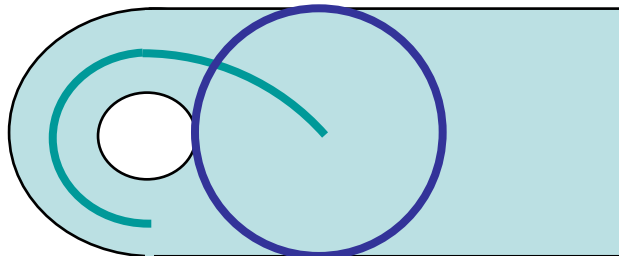
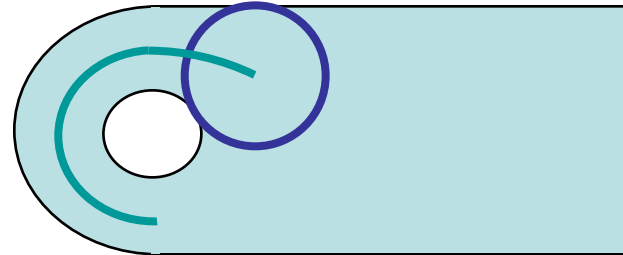
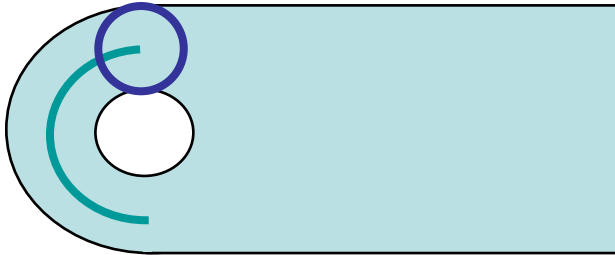
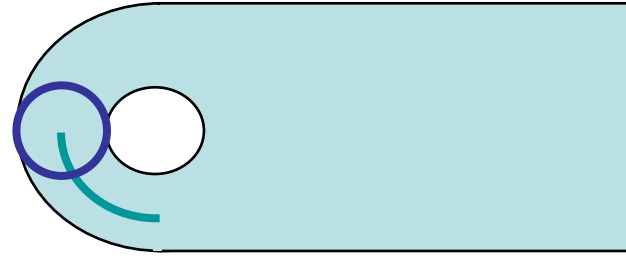
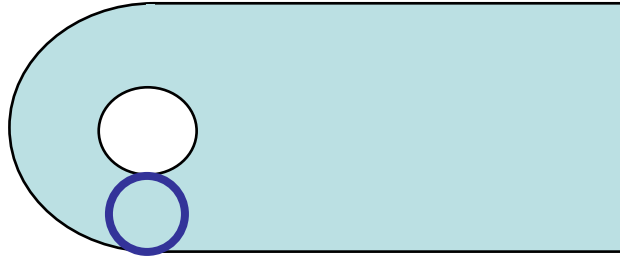
Medial Axis



A, B – punkty szkieletu
C – poza szkieletem

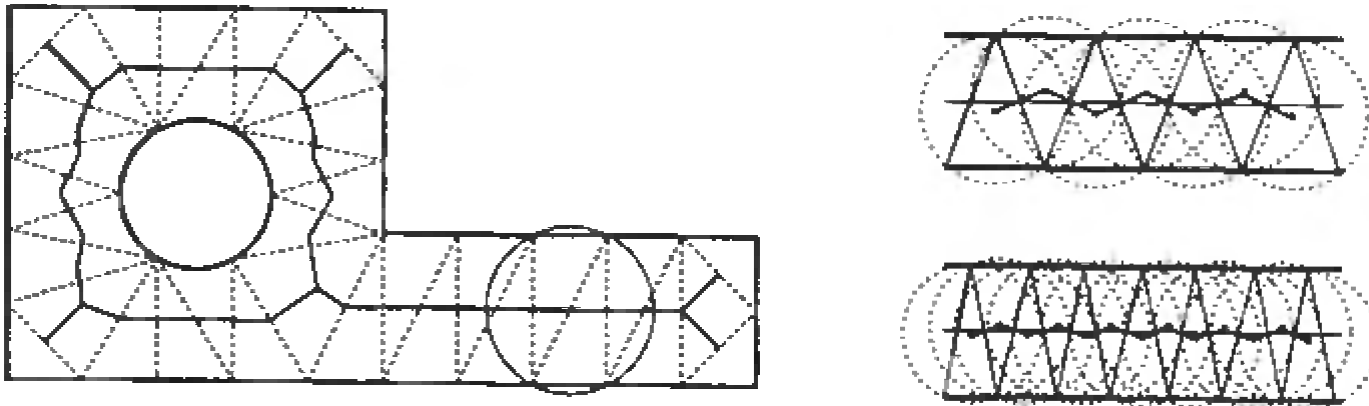


Medial Axis



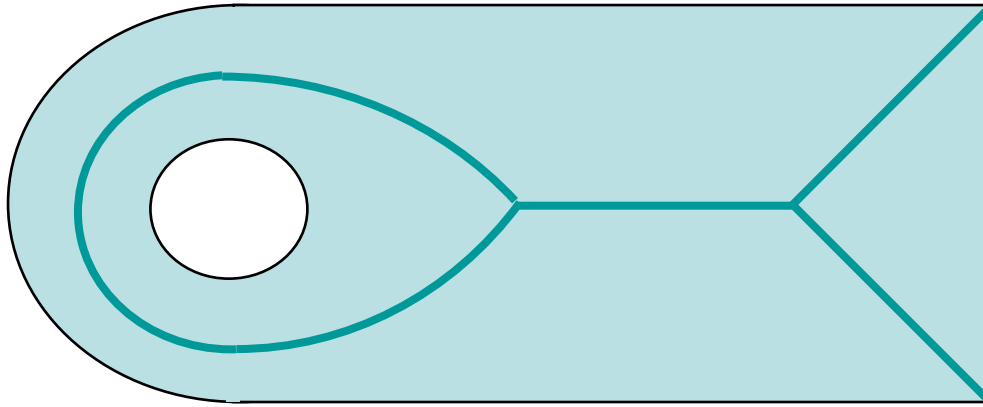
Medial Axis

Przybliżenie Medial Axis

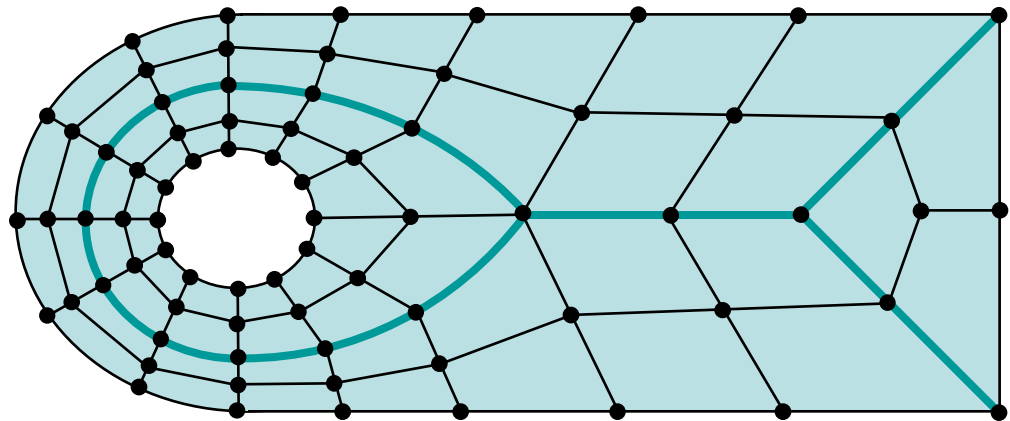


Z wykorzystaniem triangulacji Delaunay'a

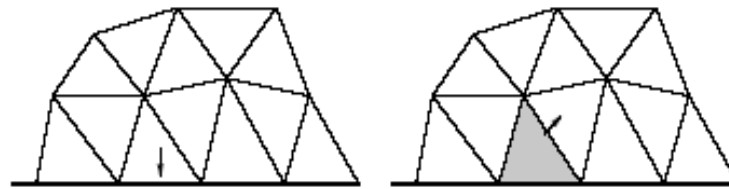
Medial Axis



Siatka w oparciu
o Medial Axis

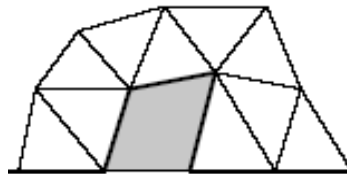


Niestruktralne – pośrednie Łączenie trójkątów



(a) Base segment

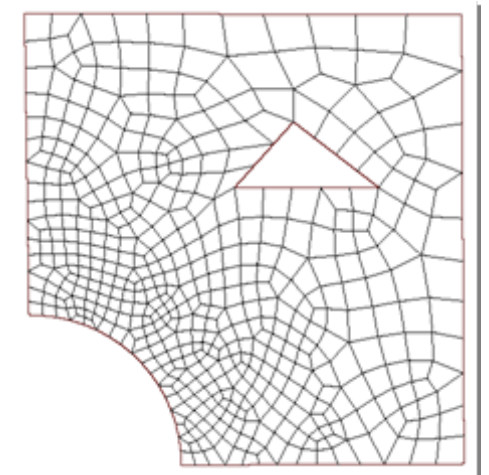
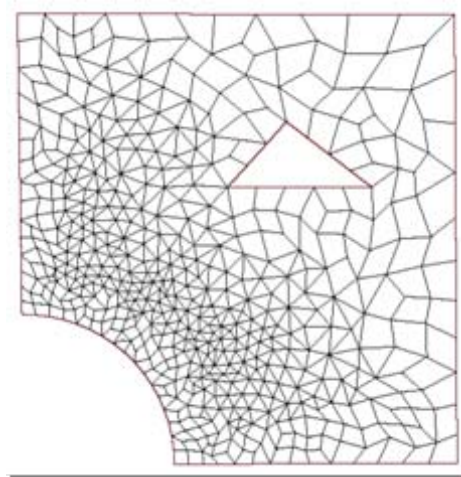
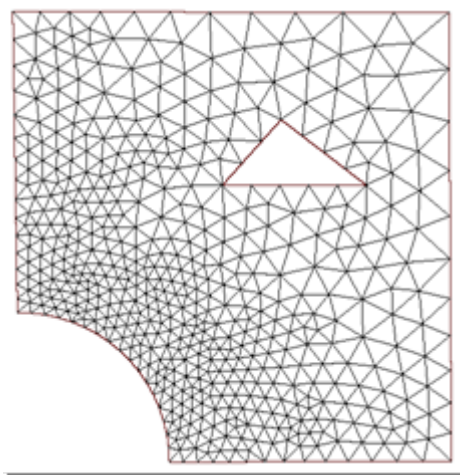
(b) Base triangle



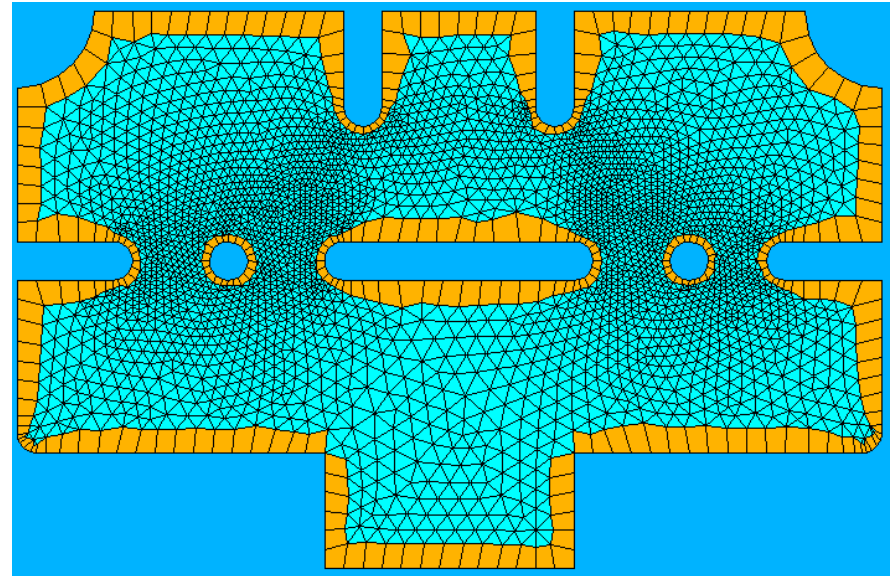
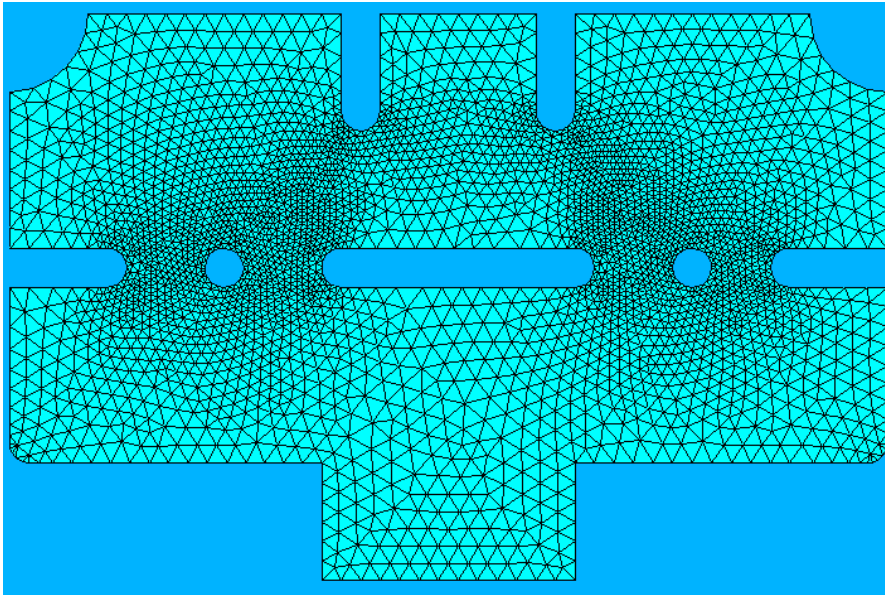
(c) New quadri-
lateral

Niestrukturnalne – pośrednie Łączenie trójkątów

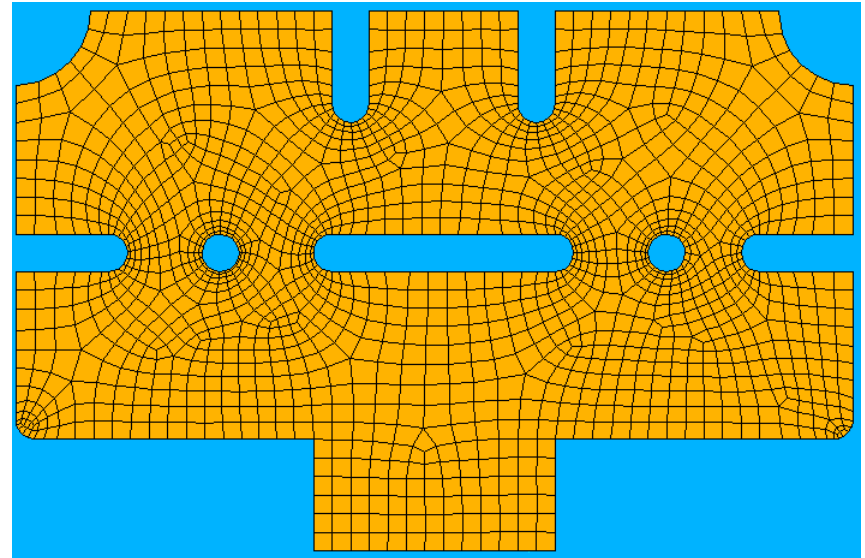
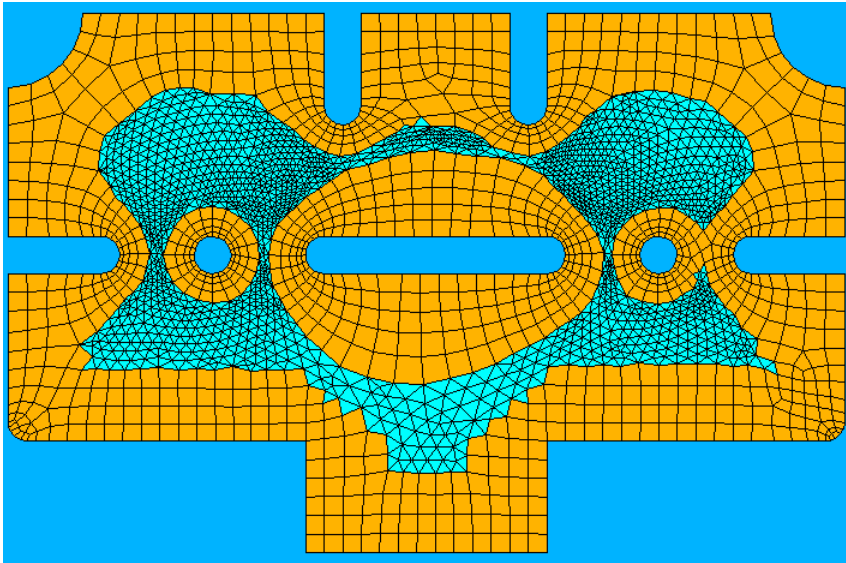
Przykład



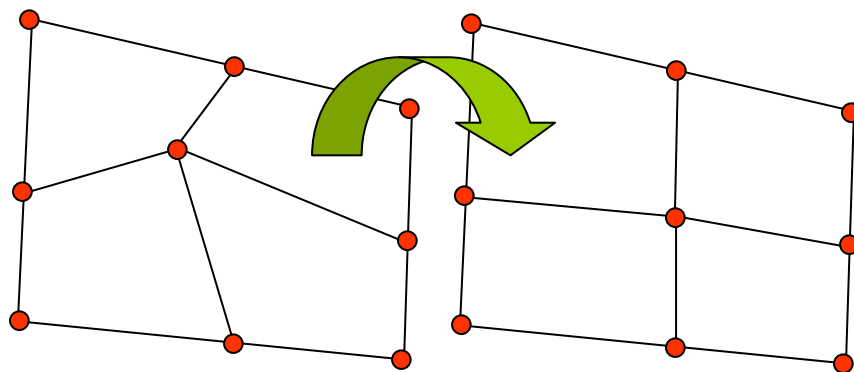
Niestrukturnalne – pośrednie Q-Morph



Niestrukturnalne – pośrednie Q-Morph



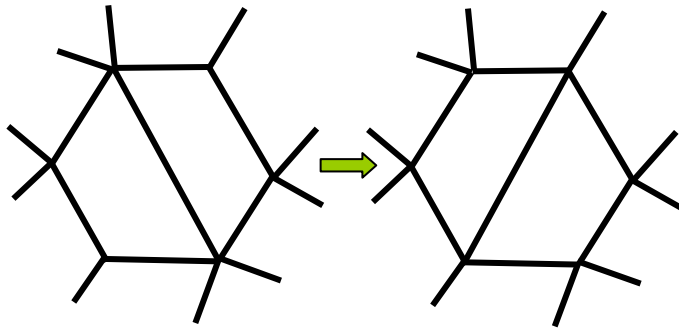
Poprawa jakości siatki



Modyfikacje geometryczne - położenia węzłów

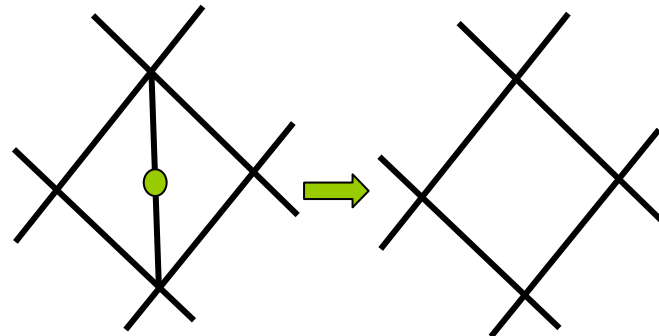
Poprawa jakości siatki

Modyfikacje topologiczne



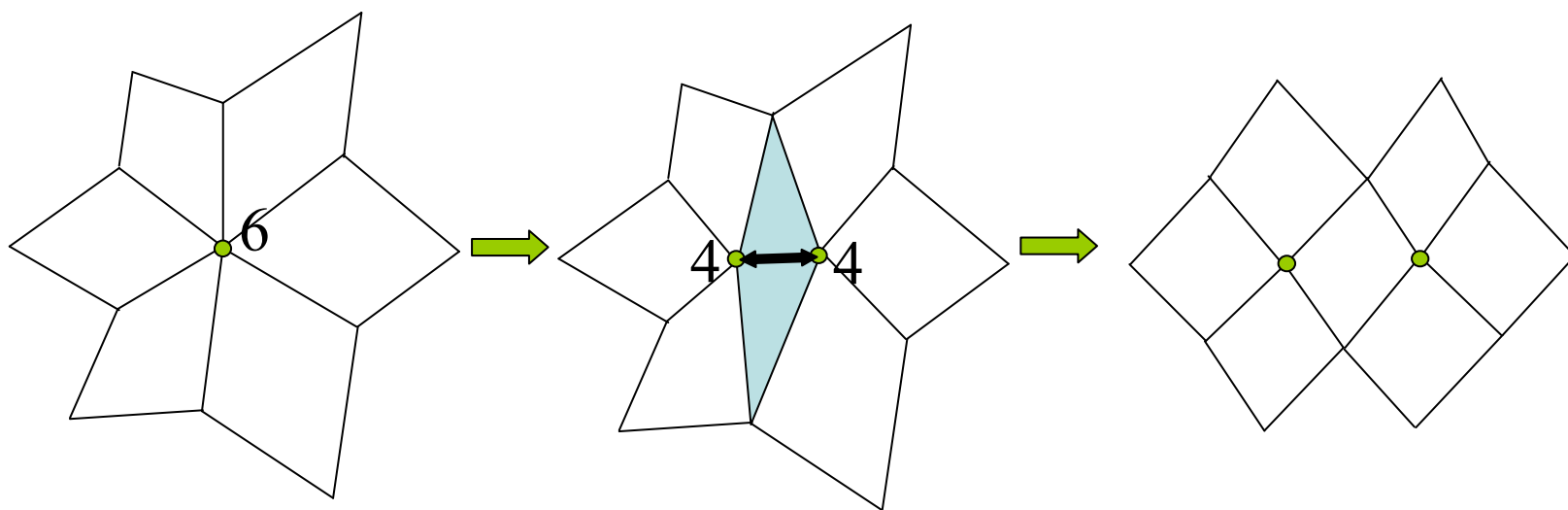
Zamiana przekątnych

Usunięcie wierzchołka



Poprawa jakości siatki

Modyfikacje topologiczne i geometryczne



Poprawa krotności węzłów + przesunięcie

Struktura danych dla siatek

Co ma być przechowywane?

- ❑ informacje **geometryczne** – współrzędne wierzchołków
- ❑ **połączenia** (topologia siatki)
- ❑ inne atrybuty
 - ✓ dla wierzchołka, krawędzi, ściany

Raczej – oddzielić informacje geometryczne od topologicznych!

Struktura danych dla siatek

Wymagania topologiczne:

- Jaki typ siatki ma reprezentować nasza struktura?
- Czy występują osobliwe krawędzie i wierzchołki?
- Siatka strukturalna, czy nie?
- Jaki typ elementów (trójkątne, czworokątne ...)? Jednorodne?
- Potrzebna hierarchia elementów?

Struktura danych dla siatek

Wymagania algorytmiczne:

- Jakie algorytmy będziemy stosować ?
- Do czego będziemy stosować siatkę?
 - Zapytania geometryczne i topologiczne np.:
 - Które wierzchołki należą do ściany #2?
 - Czy wierzchołek A jest sąsiedni dla wierzchołka B?
 - Jakie ściany przylegają do elementu #5?
- Siatka statyczna czy podlegająca modyfikacjom, jakim?

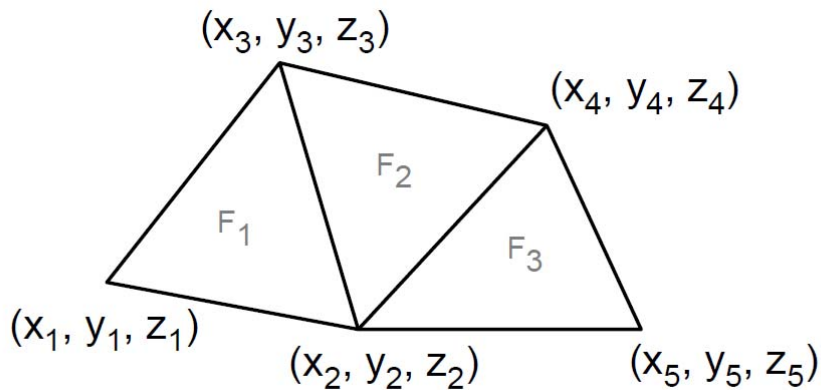
Struktura danych dla siatek

Jak dobra jest nasza struktura?

- Czas tworzenia
- Czas odpowiedzi na zapytanie
- Czas wykonania różnych operacji
np. modyfikowania siatki
- Złożoność pamięciowa
- Redundancja

Set of faces

Każda ściana zawiera listę współrzędnych wierzchołków

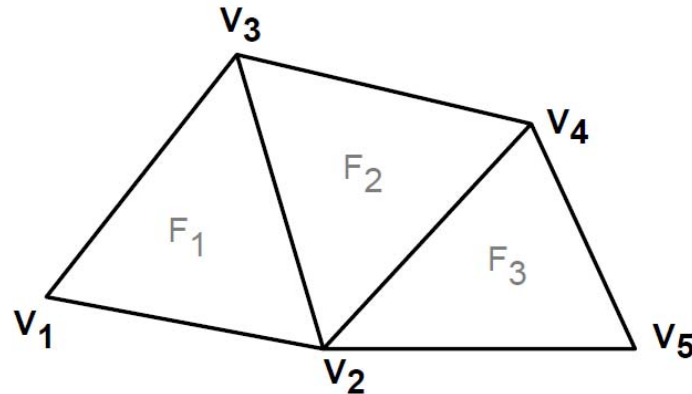


FACE TABLE	
F_1	(x_1, y_1, z_1) (x_2, y_2, z_2) (x_3, y_3, z_3)
F_2	(x_2, y_2, z_2) (x_4, y_4, z_4) (x_3, y_3, z_3)
F_3	(x_2, y_2, z_2) (x_5, y_5, z_5) (x_4, y_4, z_4)

- Prosta struktura (+)
- Brak informacji o połączeniach (-)
- Redundancja (-)
- dla siatek niejednorodnych – zmienny rozmiar danych (-)

List of faces – shared vertex

Informacje geometryczne i topologiczne oddzielone



VERTEX TABLE			
V_1	X_1	Y_1	Z_1
V_2	X_2	Y_2	Z_2
V_3	X_3	Y_3	Z_3
V_4	X_4	Y_4	Z_4
V_5	X_5	Y_5	Z_5

FACE TABLE			
F_1	V_1	V_2	V_3
F_2	V_2	V_4	V_3
F_3	V_2	V_5	V_4

List of faces – shared vertex

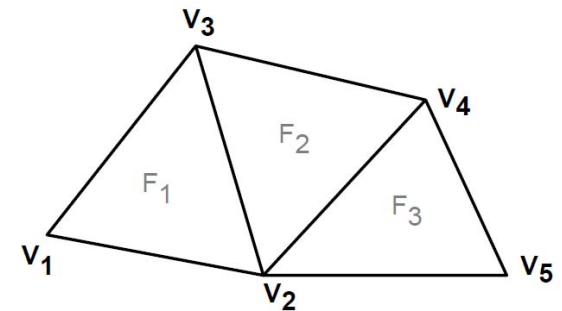
- Mniejsza zajętość pamięci (+)
- Może reprezentować siatki nie tylko dla rozmaitości (+)
- Dla siatek niejednorodnych – zmienny rozmiar danych (-)
- Brak wystarczającej informacji o połączeniach (-)

Zapytania:

- Jakie są wierzchołki ściany F_2 ? $O(1)$
- Do jakich ścian należy wierzchołek v_1 ?

Wymaga przeglądnięcia wszystkich ścian

- Czy wierzchołki v_1 i v_4 są sąsiednie? - podobnie



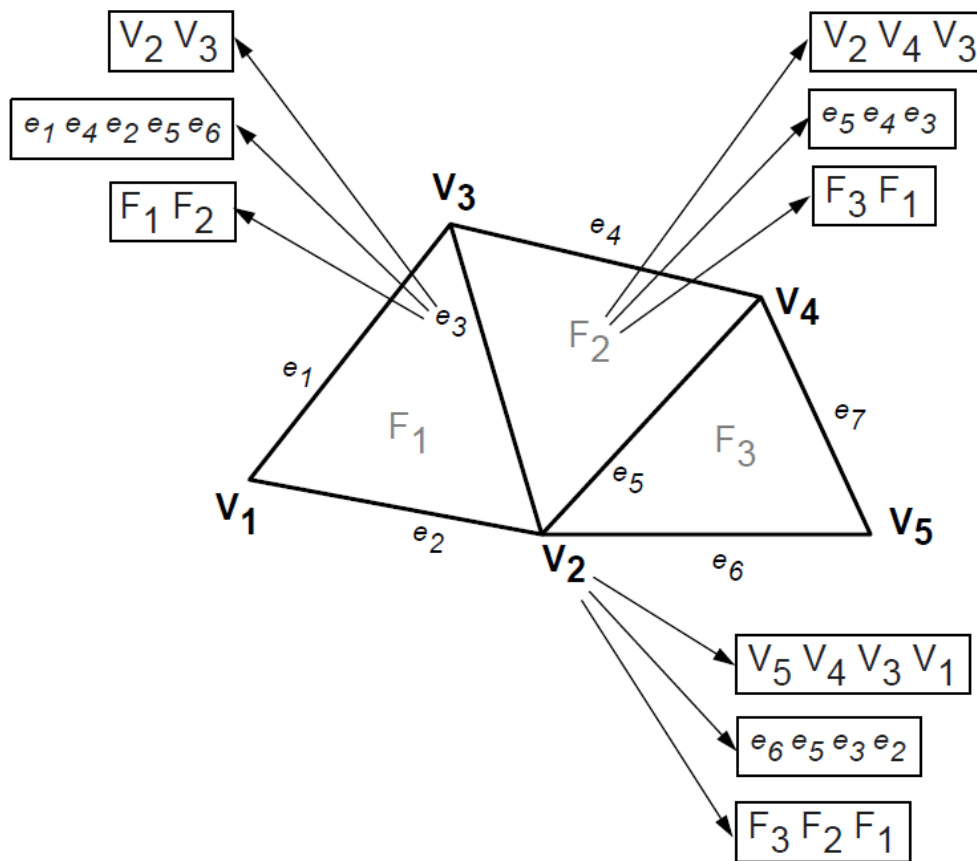
Adjacency matrix

dodatkowo

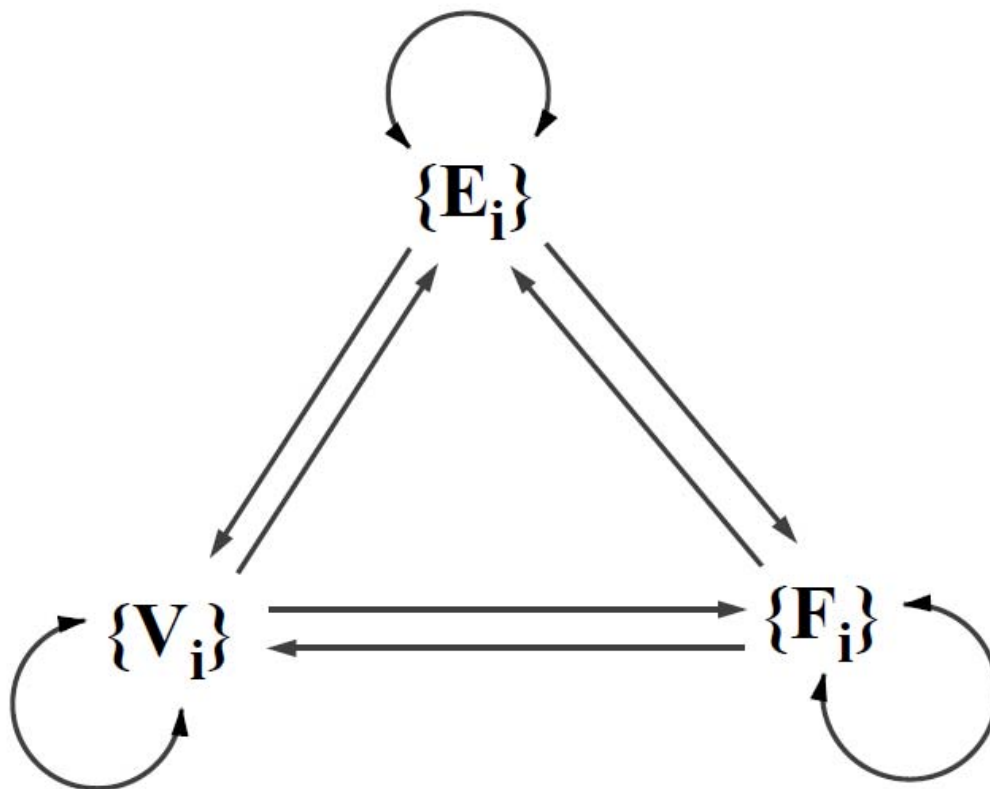
	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
v_1		1	1			
v_2	1		1	1		
v_3	1	1		1		1
v_4		1	1		1	1
v_5				1		1
v_6			1	1	1	

- Sąsiedztwo wierzchołków, ale nie elementów
- Zapytanie o elementy, do których należy wierzchołek
 - wymaga sprawdzenia wszystkich elementów

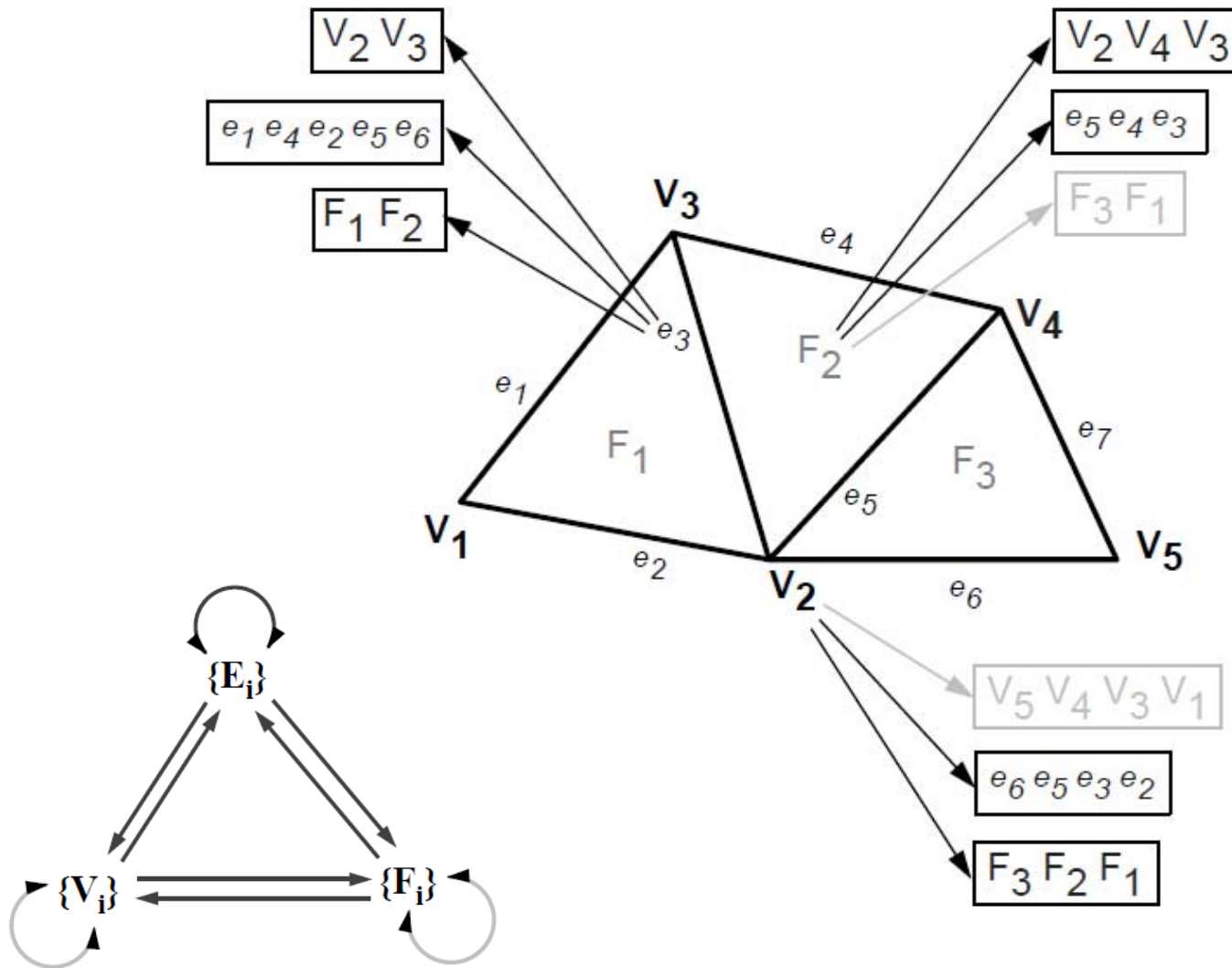
Pełna lista połączeń



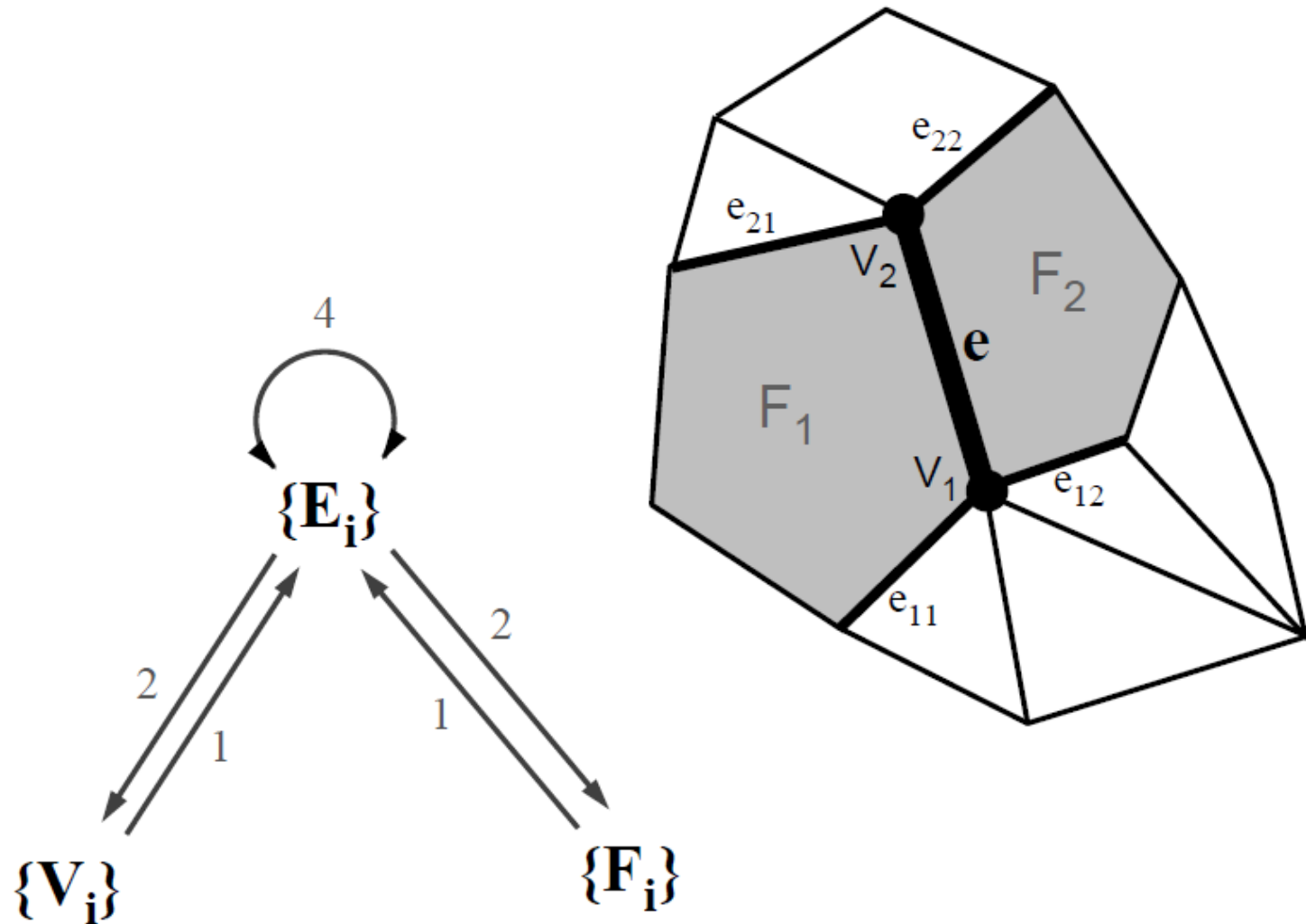
Pełna lista połączeń



Częściowa lista połączeń



Winged Edge Data Structure

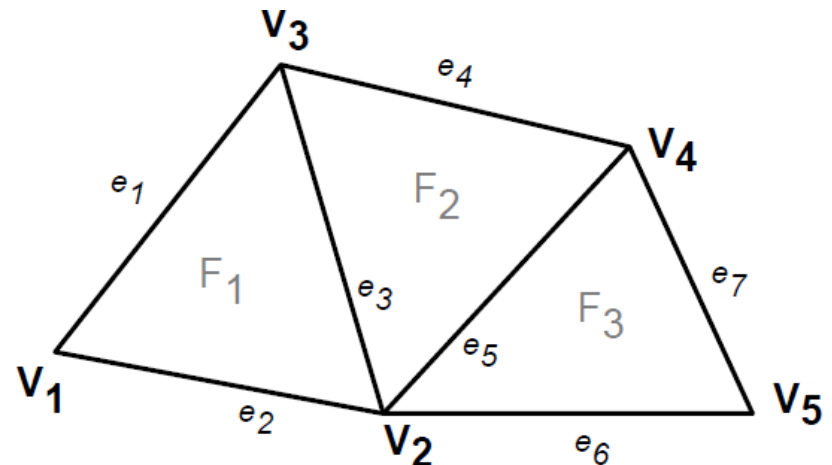


Winged Edge Data Structure

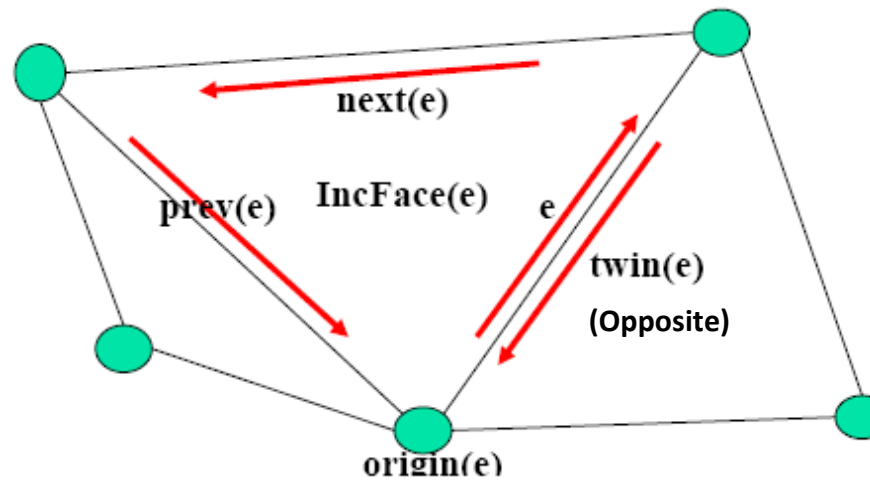
EDGE TABLE							
				11	12	21	22
e ₁	V ₁	V ₃	F ₁	e ₂	e ₂	e ₄	e ₃
e ₂	V ₁	V ₂	F ₁	e ₁	e ₁	e ₃	e ₆
e ₃	V ₂	V ₃	F ₁	e ₂	e ₅	e ₁	e ₄
e ₄	V ₃	V ₄	F ₂	e ₁	e ₃	e ₇	e ₅
e ₅	V ₂	V ₄	F ₂	e ₃	e ₆	e ₄	e ₇
e ₆	V ₂	V ₅	F ₃	e ₅	e ₂	e ₇	e ₇
e ₇	V ₄	V ₅	F ₃	e ₄	e ₅	e ₆	e ₆

FACE TABLE	
F ₁	e ₁
F ₂	e ₃
F ₃	e ₅

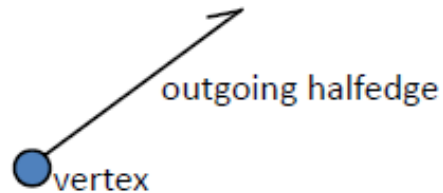
VERTEX TABLE				
V ₁	X ₁	Y ₁	Z ₁	e ₁
V ₂	X ₂	Y ₂	Z ₂	e ₆
V ₃	X ₃	Y ₃	Z ₃	e ₃
V ₄	X ₄	Y ₄	Z ₄	e ₅
V ₅	X ₅	Y ₅	Z ₅	e ₆



Half Edge Data Structure



Half Edge Data Structure



Wierzchołek

- współrzędne
- 1 wychodząca krawędź

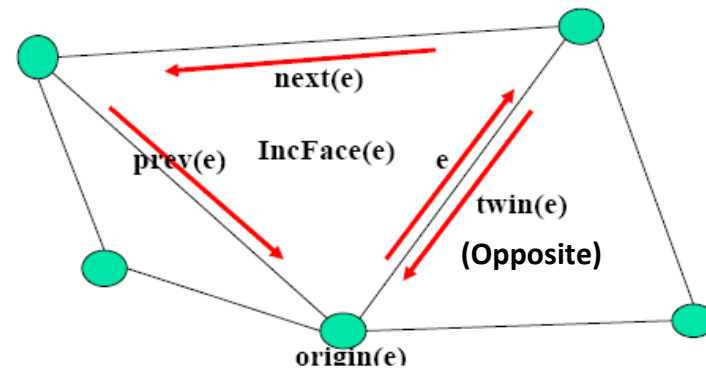
Half Edge Data Structure

„Halfedge”

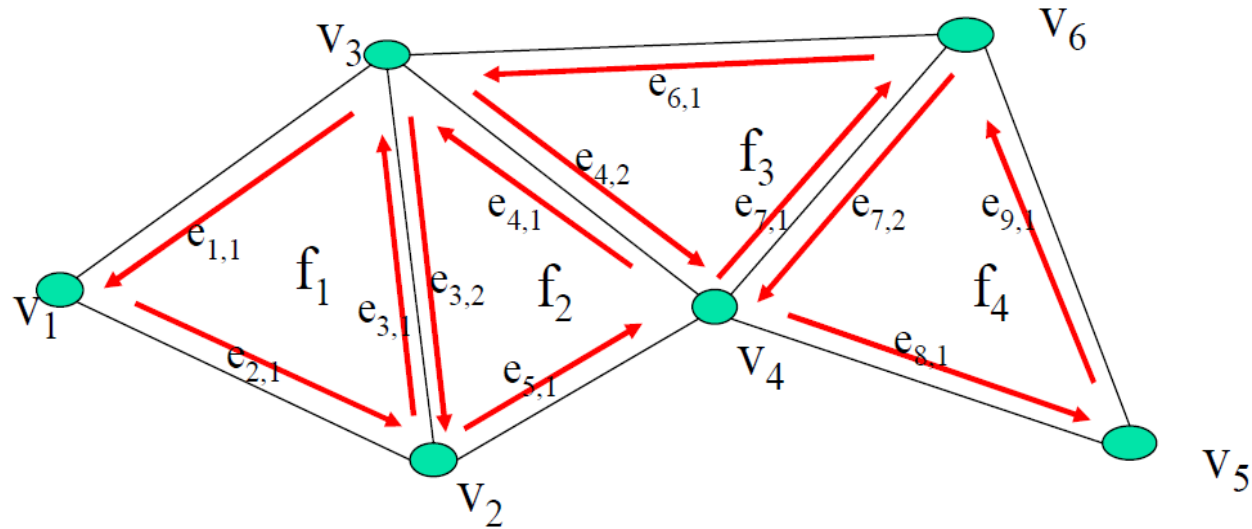
- wierzchołek *origin*
- ścianę przylegającą do *e*
- krawędzie *twin*, *next*, *prev*

Ściana *Face*

- krawędź *e*



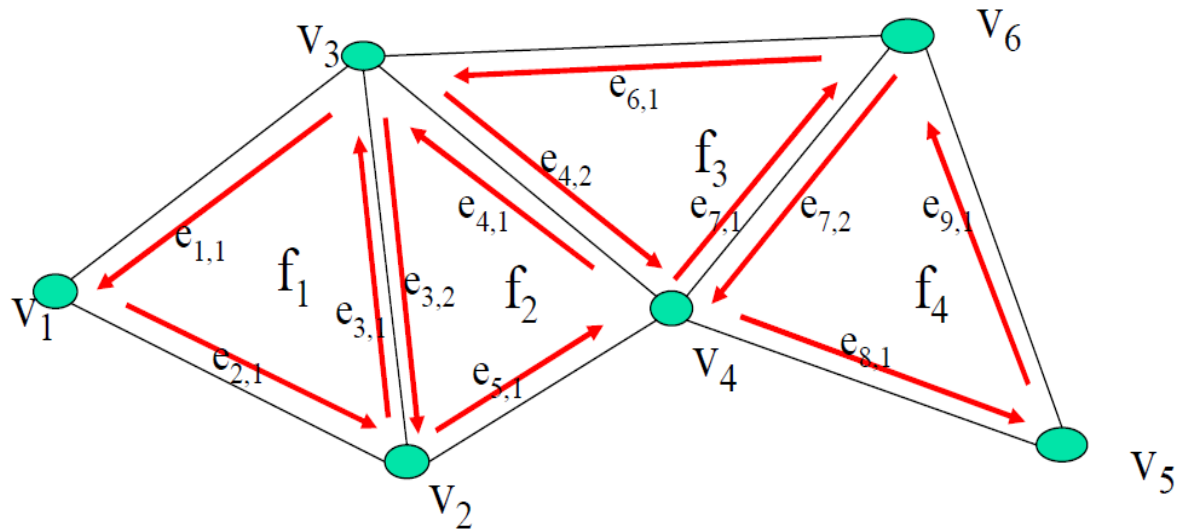
Half Edge Data Structure



Vertex	coordinate	IncidentEdge
V_1	(x_1, y_1, z_1)	$e_{2,1}$
v_2	(x_2, y_2, z_2)	$e_{5,1}$
v_3	(x_3, y_3, z_3)	$e_{1,1}$
v_4	(x_4, y_4, z_4)	$e_{7,1}$
v_5	(x_5, y_5, z_5)	$e_{9,1}$
v_6	(x_6, y_6, z_6)	$e_{7,2}$

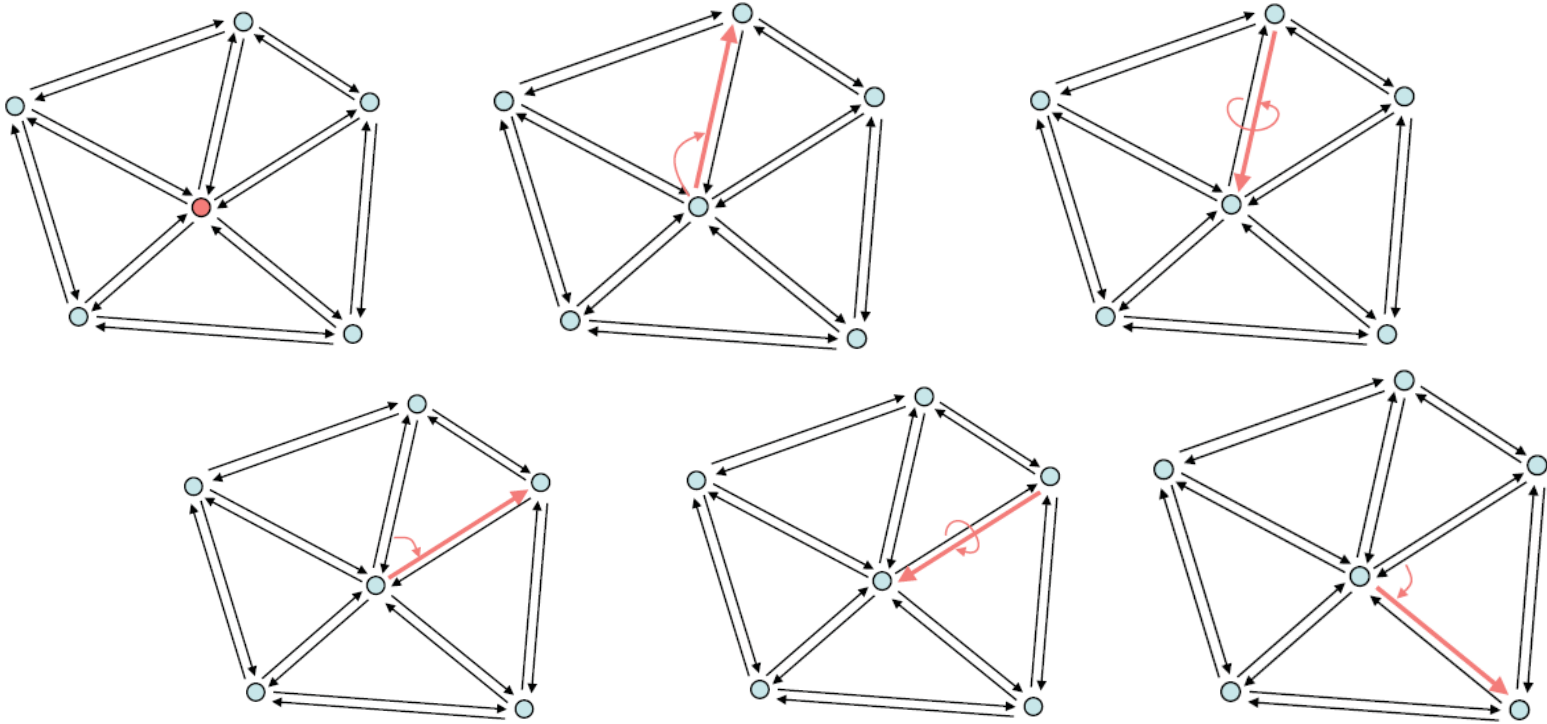
face	edge
f_1	$e_{1,1}$
f_2	$e_{5,1}$
f_3	$e_{4,2}$
f_4	$e_{8,1}$

Half Edge Data Structure



Half-edge	origin	Opposite	IncidentFace	next	prev
$e_{3,1}$	v_2	$e_{3,2}$	f_1	$e_{1,1}$	$e_{2,1}$
$e_{3,2}$	v_3	$e_{3,1}$	f_2	$e_{5,1}$	$e_{4,1}$
$e_{4,1}$	v_4	$e_{4,2}$	f_2	$e_{3,2}$	$e_{5,1}$
$e_{4,2}$	v_3	$e_{4,1}$	f_3	$e_{7,1}$	$e_{6,1}$

Half Edge Data Structure



- Zapytania w czasie $O(1)$ (+)
- Może reprezentować siatki tylko dla rozmaitości (-)

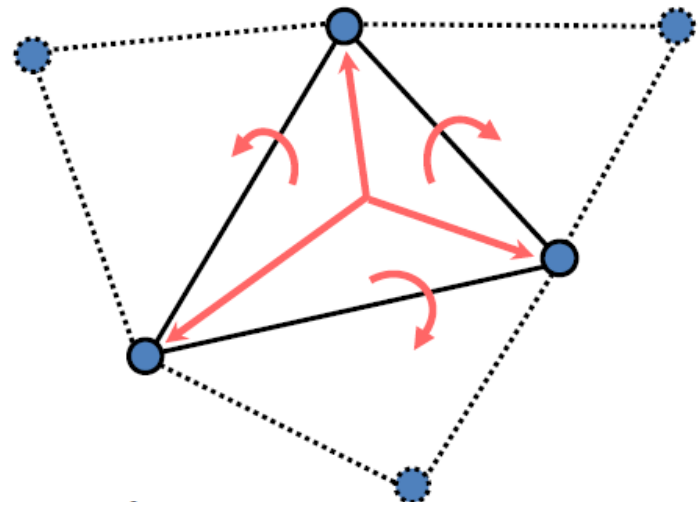
Face Based Connectivity

Wierzchołek

- współrzędne
- 1 przylegająca ściana

Ściana *Face*

- 3 wierzchołki
- 3 sąsiednie ściany



Nie ma informacji *explicite* o krawędzi