

УДК 621.317

*Выдрин Д. Ф.
студент 4 курса
факультет «Авионики, энергетики и инфокоммуникаций»
Абзалилова Ю. Р.
студент 4 курса
факультет «Авионики, энергетики и инфокоммуникаций»
Вдовин А. К.
студент 4 курса
факультет «Авионики, энергетики и инфокоммуникаций»
Уфимский государственный
авиационный технический университет
Россия, г. Уфа*

БЫСТРОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ В ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

***Аннотация:** в данной статье рассмотрен принцип действия быстрого преобразования Фурье. Приведены примеры его применения. Рассмотрены два вида данного преобразования, их отличия. Также рассмотрено дискретное преобразование Фурье, его недостатки по сравнению с быстрым преобразованием.*

***Ключевые слова:** быстрое преобразование Фурье, БПФ, дискретное преобразование Фурье, ДПФ, спектральный анализ*

UDC 621.317

*Vydrin D. F.
student
4course, faculty «Avionics, energy and communications»
Ufa state aviation technical University
Russia, Ufa
Abzalilova Y. R.
student
4course, faculty «Avionics, energy and communications»
Ufa state aviation technical University
Vdovin A. K.
student
4course, faculty «Avionics, energy and communications»
Ufa state aviation technical University*

FAST FOURIER TRANSFORMATION AT DIGITAL SIGNAL PROCESSING

***Abstract:** this article is an overview of the fast Fourier transform. There are examples of its application. Article includes two kinds of transformations, their differences. It also includes a discrete Fourier transform, by comparing it with the rapid transformation of the shortcomings*

***Keywords:** fast Fourier transform, FFT, discrete Fourier transform, DFT,*

Цифровой спектральный анализ – это совокупность методов цифровой обработки сигналов, позволяющих оценить частотный состав (спектр) исследуемого сигнала. Такой анализ является одной из основных задач цифровой обработки сигналов, находит применение сейсмологии (определение типа сейсмического события), геофизике (методы поиска месторождений полезных ископаемых), в системах изображений, компрессии речи и т.д.

Существуют различные способы получения спектра со своими преимуществами и недостатками. Рассмотрим алгоритм быстрого преобразования Фурье.

Быстрое преобразование Фурье (БПФ) является разновидностью дискретного преобразования Фурье (ДПФ), которое вычисляется по формуле:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{nk}, \quad 0 \leq k \leq N-1, \quad (1)$$

где $X(k)$ – k -я комплексная амплитуда (составляющая) спектра; $x(n)$ – отсчеты дискретного сигнала (периодического с периодом N или конечной длины N); W_N^{nk} – поворачивающий множитель (или ядро преобразования), равный

$$W_N^{nk} = e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}. \quad (2)$$

Прямое вычисление ДПФ по формуле (1) для больших N (при обработке звуковых сигналов длина звукового сигнала может достигать $210 = 1024$) неэффективно, большое количество операций не дает возможным обеспечение реального времени. Действительно, для вычисления N -точечного преобразования требуется произвести $(N-1)2$ комплексных умножений и $N(N-1)$ комплексных сложений, т. е. объем вычислений имеет порядок N^2 операций сложения и умножения комплексных чисел.

Для уменьшения вычислительных затрат разработаны алгоритмы БПФ, основанные на периодичности ядра преобразования W_N^{nk} . Идея БПФ состоит в том, чтобы разделить N -точечную последовательность на две, из ДПФ которых можно получить ДПФ исходной последовательности, и продолжать такое деление каждой новой последовательности до тех пор, пока не останутся последовательности, состоящие только из двух элементов. [1]

Различают БПФ с прореживанием по времени и прореживанием по частоте.

В алгоритме БПФ с прореживанием по времени N -точечная последовательность делится на две $N/2$ -точечных последовательности, одна из которых X_1 содержит отсчеты с нечетными номерами, а другая X_2 – с четными номерами. Тогда N -точечное ДПФ исходной последовательности преобразуется в два $N/2$ -точечных ДПФ:

$$X(k) = \begin{cases} X_1(k) + W_N^k X_2(k); \\ X_1(k) - W_N^k X_2(k), \end{cases} \quad 0 \leq k \leq N-1. \quad (3)$$

Далее аналогичным образом $N/2$ -точечные ДПФ заменяются двумя $N/4$ -точечными каждое, и т.д. Такая сортировка продолжается до тех пор, пока не образуется $N/2$ -последовательностей по два элемента в каждой. В результате N -точечное ДПФ сводится к $m = \log_2 N$ этапам, на каждом из которых требуется вычислить N коэффициентов. Выражения (3) показывают, что на каждом этапе требуется N комплексных сложений и $N/2$ комплексных умножений. В результате снижается количество требуемых для вычисления N -точечного ДПФ комплексных сложений с N^2 до $\frac{3}{2}N \log_2 N$, что является существенной экономией вычислительных, а потому и временных ресурсов. [1]

В алгоритмах БПФ с прореживанием по частоте входная последовательность делится пополам на $N/2$ первых и $N/2$ последних отсчетов до тех пор, пока не сформируются $N/2$ двухэлементных последовательностей, что приводит к подобному сокращению вычислительных операций, и рассчитывается по формуле (4).

$$X(k) = \begin{cases} X_1(k) + X_2(k); \\ (X_1(k) - X_2(k))W_N^k, \end{cases} \quad 0 \leq k \leq N - 1. \quad (4)$$

Благодаря своим преимуществам, алгоритмы БПФ получили большое распространение в современных системах, в которых необходимо работать со спектром, анализировать или преобразовывать его. Его широко используют и в учебных ПО, таких как MATLAB или Arduino [2]. Наличие библиотек упрощают работу с данным алгоритмом и позволяют использовать его в системах без необходимости подробного изучения принципа работы.

Использованные источники:

1. Солонина А.И., Улахович Д.А., Яковлев Л.А. Алгоритмы и процессоры цифровой обработки сигналов – СПб.: БХВ-Петербург, 2001. – 484 с.: ил.
2. Выдрин Д.Ф., Махнёва А.О., Мавлютов А.Р. Платформа Ардуино: преимущества // Academy. 2017. № 1 (16). С. 9–12.