
Разложение чисел на множители

Милёхин Александр НПМмд-02-21

Цель лабораторной работы

Изучение задачи разложения на множители, изучение p -алгоритма Полларда.

Задача разложения на простые множители

Разложение на множители — предмет непрерывного исследования в прошлом; и такие же исследования, вероятно, продолжатся в будущем. Разложение на множители играет очень важную роль в безопасности некоторых криптосистем с открытым ключом.

р-алгоритм Полларда

- Вход. Число n , начальное значение c , функция f , обладающая сжимающими свойствами.
 - Выход. Нетривиальный делитель числа n .
-

1. Положить $a = c, b = c$
2. Вычислить $a = f(a)(\text{mod } n), b = f(b)(\text{mod } n)$
3. Найти $d = \text{GCD}(a - b, n)$
4. Если $1 < d < n$, то положить $p = d$ и результат: p . При $d = n$ результат: "Делитель не найден". При $d = 1$ вернуться на шаг 2.

Оценка сложности

Сложность. Заметим, что этот метод требует сделать $B - 1$ операций возведения в степень $a = a^e \bmod n$. Есть быстрый алгоритм возведения в степень, который выполняет это за $2 * \log_2 B$ операций. Метод также использует вычисления НОД, который требует n^3 операций. Мы можем сказать, что сложность — так или иначе больше, чем $O(B)$ или $O(2^n)$, где n_b — число битов в B . Другая проблема — этот алгоритм может заканчиваться сигналом об ошибке. Вероятность успеха очень мала, если B имеет значение, не очень близкое к величине \sqrt{n} .

Пример работы алгоритма

```
print("Делитель не найден")
if d == 1:
    global ag
    ag = b
    method(n, a, b, d)

def main():
    n = 1359331
    c = 1
    a = c
    b = c
    a = f(a, n)%n
    b = f(a, n)%n
    d = gcd(a-b, n)
    if 1 < d < n:
        p = d
        print(p)
        exit()
    if d == n:
        pass
    if d == 1:
        method(n, a, b, d)
```

In [2]: main()

1181

Figure 1: Пример работы алгоритма

Таким образом, число 1181 является нетривиальным делителем числа 1359331.

Результаты выполнения лабораторной работы

Я изучил задачу разложения на множители и р-алгоритм Полларда, а также реализовал данный алгоритм программно на языке Python.

Спасибо за внимание

A solid orange horizontal bar at the bottom of the slide.