

---

# Алгоритмы Евклида нахождения наибольшего общего делителя

---

Милёхин Александр НПМмд-02-21

# Цель лабораторной работы

---

Изучение алгоритма Евклида нахождения наибольшего общего делителя (НОД) и его вариаций.

# Наибольший общий делитель

---

Наибольший общий делитель (НОД) – это число, которое делит без остатка два числа и делится само без остатка на любой другой делитель данных двух чисел. Проще говоря, это самое большое число, на которое можно без остатка разделить два числа, для которых ищется НОД.

# Алгоритм Евклида

- Вход. Целые числа  $a, b$ ;  $0 < b < a$ .
  - Выход.  $d = \text{НОД}(a, b)$ .
- 

1. Положить  $r_0 = a, r_1 = b, i = 1$ .
2. Найти остаток  $r_{i+1}$  от деления  $r_{i-1}$  на  $r_i$ .
3. Если  $r_{i+1} = 0$ , то положить  $d = r_i$ . В противном случае положить  $i = i + 1$  и вернуться на шаг 2.
4. Результат:  $d$ .

# Бинарный алгоритм Евклида

- Вход. Целые числа  $a, b$ ;  $0 < b \leq a$ .
  - Выход.  $d = \text{НОД}(a, b)$ .
- 

1. Положить  $g = 1$ .
2. Пока оба числа  $a$  и  $b$  четные, выполнять  $a = a/2, b = b/2, g = 2g$  до получения хотя бы одного нечетного значения  $a$  или  $b$ .
3. Положить  $u = a, v = b$ .
4. Пока  $u \neq 0$ , выполнять следующие действия.
  - Пока  $u$  четное, полагать  $u = u/2$ .
  - Пока  $v$  четное, полагать  $v = v/2$ .
  - При  $u \geq v$  положить  $u = u - v$ . В противном случае положить  $v = v - u$ .
4. Положить  $d = gv$ .
5. Результат:  $d$

# Расширенный алгоритм Евклида

- Вход. Целые числа  $a, b$ ;  $0 < b \leq a$ .
  - Выход:  $d = \text{НОД}(a, b)$ ; такие целые числа  $x, y$  что  $ax + by = d$ .
- 

1. Положить

$$r_0 = a, r_1 = b, x_0 = 1, x_1 = 0, y_0 = 0, y_1 = 1, i = 1$$

2. Разделить с остатком  $r_{i-1}$  на  $r_i$ :

$$r_{i-1} = q_i * r_i + r_{i+1}$$

3. Если  $r_{i+1} = 0$ , то положить  $d = r_i, x = x_i, y = y_i$ . В противном случае положить  $x_{i+1} = (x_{i-1} - q_i * x_i), y_{i+1} = (y_{i-1} - q_i * y_i), i = i + 1$  и вернуться на шаг 2.

4. Результат:  $d, x, y$ .

# Пример работы алгоритма

```
In [15]: main()
```

Введите число a: 20

Введите число b: 10

Алгоритм Евклида: 10

Бинарный алгоритм Евклида: 10.0

Расширенный алгоритм Евклида: (10, 0, 1)

Расширенный бинарный алгоритм Евклида: (10.0, 0, 1)

**Figure 1:** Пример работы алгоритмов Евклида

# Результаты выполнения лабораторной работы

---

Я изучил алгоритмы Евклида нахождения наибольшего общего делителя (НОД) и его вариаций, а также реализовал данные алгоритмы программно на языке Python.



---

Спасибо за внимание

