

Системы линейных уравнений

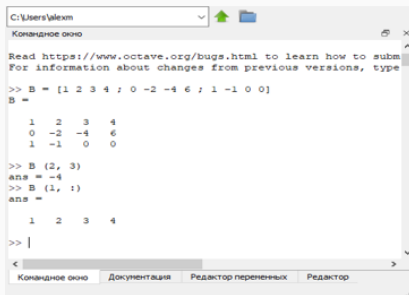
Милёхин Александр НПМмд-02-21

Познакомиться с методами исследования систем линейных уравнений в Octave.

Метод Гаусса. Матрица и некоторые операции с ней

Octave содержит сложные алгоритмы, встроенные для решения систем линейных уравнений.

На скриншоте представлена расширенная матрица B , просмотр одного из ее элементов, а также извлеченный из матрицы B вектор строки.



The screenshot shows the Octave Command Window with the following content:

```
C:\Users\Alexm
Командное окно

Read https://www.octave.org/bugs.html to learn how to submit bugs.
For information about changes from previous versions, type 'info'.

>> B = [1 2 3 4 ; 0 -2 -4 6 ; 1 -1 0 0]
B =

    1    2    3    4
    0   -2   -4    6
    1   -1    0    0

>> B (2, 3)
ans = -4

>> B (1, :)
ans =

    1    2    3    4

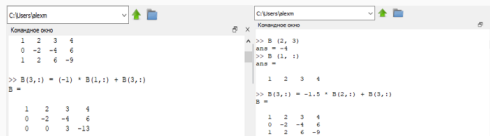
>> |
```

The window has a title bar with the path 'C:\Users\Alexm' and standard window controls. At the bottom, there are tabs for 'Командное окно', 'Документация', 'Редактор переменных', and 'Редактор'.

Figure 1: Матрица и некоторые операции с ней

Метод Гаусса. Преобразование матрицы

Реализуем теперь явно метод Гаусса.



The image shows two side-by-side screenshots of a MATLAB command window. The left window shows the initial matrix B and the first row operation: $B(3,:) = (-1) * B(1,:) + B(3,:)$. The right window shows the second row operation: $B(3,:) = -1.5 * B(2,:) + B(3,:)$. Both windows display the resulting matrix B.

```
C:\Users\alexm
Калибровочное окно
1 2 3 4
0 -2 -4 6
1 2 6 -9

>> B(3,:) = (-1) * B(1,:) + B(3,:)
B =
1 2 3 4
0 -2 -4 6
0 0 3 -13

C:\Users\alexm
Калибровочное окно
>> B(2,3)
ans = -4
>> B(1,:)
ans =
1 2 3 4

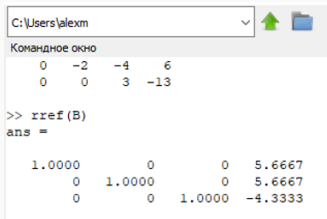
>> B(3,:) = -1.5 * B(2,:) + B(3,:)
B =
1 2 3 4
0 -2 -4 6
1 2 6 -9
```

Figure 2: Преобразование матрицы

Матрица теперь имеет треугольный вид. Ответ: 5.66667; 5.66667; -4.33333. Он был получен путем решения третьей строки матрицы, а впоследствии подставлением найденных элементов в другие строки матрицы.

Метод Гаусса. Получение единичной матрицы

Также этот ответ можно получить приведя матрицу к единичной (треугольной), цифры справа — это и будет ответ. Конечно, Octave располагает встроенной командой для непосредственного поиска треугольной формы матрицы.



```
C:\Users\alexm
Командное окно
0   -2   -4    6
0    0    3  -13

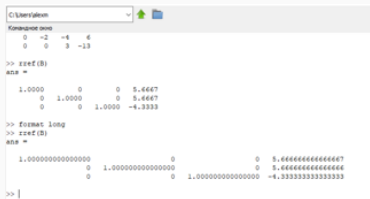
>> rref(B)
ans =

1.0000    0    0  5.6667
0    1.0000    0  5.6667
0    0    1.0000 -4.3333
```

Figure 3: Получение единичной матрицы

Метод Гаусса. Различная запись дробных чисел

Все числа записываются в виде десятичных дробей. Пять десятичных знаков отображаются по умолчанию, но можно и с большей точностью.



```
C:\Users\alexm
Командное окно

0      -2      -4      6
0      0      3     -13

>> format long
ans =

    1.0000         0         0    5.4667
         0    1.0000         0    5.4667
         0         0    1.0000   -4.3333

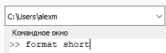
>> format long
>> format short
ans =

    1.000000000000000         0         0    5.466666666666667
         0    1.000000000000000         0    5.466666666666666
         0         0    1.000000000000000   -4.333333333333333

>> |
```

Figure 4: Более высокая точность записи десятичного числа

Предыдущий формат возвращается командой:

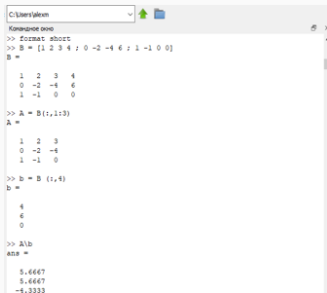


```
C:\Users\alexm
Командное окно
>> format short
```

Figure 5: Короткая форма записи десятичного числа

Левое деление

Встроенная операция для решения линейных систем вида $Ax = b$ в Octave называется левым делением и записывается как $A \backslash b$. Выделим из расширенной матрицы B матрицу A , вектор b , а затем найдем вектор x .



```
C:\Users\plem
Konsole bash
>> format short
>> B = [1 2 3 4 ; 0 -2 -4 6 ; 1 -1 0 0]
B =

    1    2    3    4
    0   -2   -4    6
    1   -1    0    0

>> A = B(1:3)
A =

    1    2    3
    0   -2   -4
    1   -1    0

>> b = B(1,4)
b =

    4
    6
    0

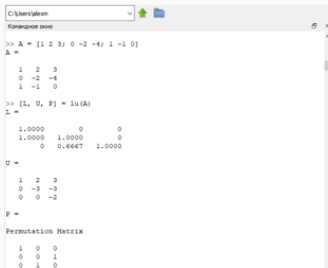
>> A\b
ans =

    5.6667
    5.6667
   -4.3333
```

Figure 6: Выделение матрицы, вектора и нахождение вектора x

LU-разложение

LU разложение – это вид факторизации матриц для метода Гаусса. Цель: записать матрицу A в виде: $A = LU$, где L – нижняя треугольная матрица, а U – верхняя. С помощью Octave можно расписать LU-разложение таким образом.



```
C:\Users\alexm
Консоль Octave

>> A = [1 2 3; 0 -2 -6; 1 -1 0]
A =
   1   2   3
   0  -2  -6
   1  -1   0

>> [L, U, P] = lu(A)
L =
   1.0000   0   0
   1.0000   1.0000   0
   0   0.6667   1.0000

U =
   1   2   3
   0  -3  -3
   0   0  -2

P =
Permutation Matrix
   1   0   0
   0   0   1
   0   1   0
```

Figure 7: LU-разложение матрицы A

Я познакомился с некоторыми простейшими операциями в Octave.

Спасибо за внимание