
Системы линейных уравнений

Милёхин Александр НПМмд-02-21

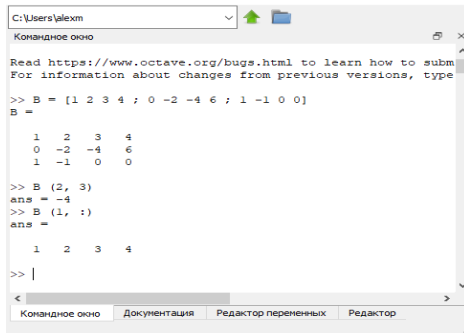
Цель работы

Познакомиться с методами исследования систем линейных уравнений в Octave.

Метод Гаусса. Матрица и некоторые операции с ней

Octave содержит сложные алгоритмы, встроенные для решения систем линейных уравнений.

На скриншоте представлена расширенная матрица B , просмотр одного из ее элементов, а также извлеченный из матрицы B вектор строки.



```
C:\Users\alexm
Командное окно

Read https://www.octave.org/bugs.html to learn how to submit
For information about changes from previous versions, type

>> B = [1 2 3 4 ; 0 -2 -4 6 ; 1 -1 0 0]
B =

    1    2    3    4
    0   -2   -4    6
    1   -1    0    0

>> B (2, 3)
ans = -4
>> B (1, :)
ans =

    1    2    3    4

>> |
```

Figure 1: Матрица и некоторые операции с ней

Метод Гаусса. Преобразование матрицы

Реализуем теперь явно метод Гаусса.

```
C:\Users\alexm
Командное окно
1  2  3  4
0 -2 -4  6
1  2  6 -9

>> B(3,:) = (-1) * B(1,:) + B(3,:)
B =

1  2  3  4
0 -2 -4  6
0  0  3 -13
```

```
C:\Users\alexm
Командное окно

>> B(2,3)
ans = -4
>> B(1,:)
ans =

1  2  3  4

>> B(3,:) = -1.5 * B(2,:) + B(3,:)
B =

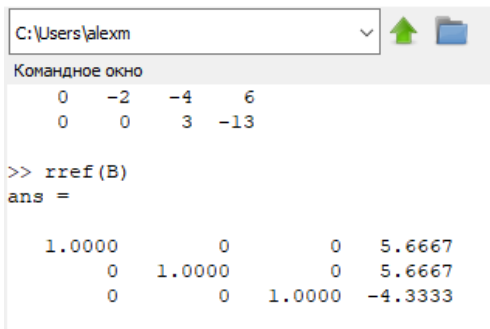
1  2  3  4
0 -2 -4  6
1  2  6 -9
```

Figure 2: Преобразование матрицы

Матрица теперь имеет треугольный вид. Ответ: 5.66667; 5.66667; -4.33333. Он был получен путем решения третьей строки матрицы, а впоследствии подставлением найденных элементов в другие строки матрицы.

Метод Гаусса. Получение единичной матрицы

Также этот ответ можно получить приведя матрицу к единичной (треугольной), цифры справа — это и будет ответ. Конечно, Octave располагает встроенной командой для непосредственного поиска треугольной формы матрицы, как это представлено на скриншоте.



```
C:\Users\alexm
Командное окно

0   -2   -4    6
0    0    3  -13

>> rref(B)
ans =

1.0000         0         0  5.6667
         0  1.0000         0  5.6667
         0         0  1.0000 -4.3333
```

Figure 3: Получение единичной матрицы

Метод Гаусса. Различная запись дробных чисел

Следует обратить внимание, что все числа записываются в виде десятичных дробей. Пять десятичных знаков отображаются по умолчанию. Переменные на самом деле хранятся с более высокой точностью - можно отобразить больше десятичных разрядов.

```
C:\Users\alexm
Командное окно

0 -2 -4 6
0 0 3 -13

>> rref(B)
ans =

1.0000 0 0 5.6667
0 1.0000 0 5.6667
0 0 1.0000 -4.3333

>> format long
>> rref(B)
ans =

1.0000000000000000 0 0 5.666666666666667
0 1.0000000000000000 0 5.666666666666666
0 0 1.0000000000000000 -4.333333333333333

>> |
```

Figure 4: Более высокая точность записи десятичного числа
Предыдущий формат возвращается командой:

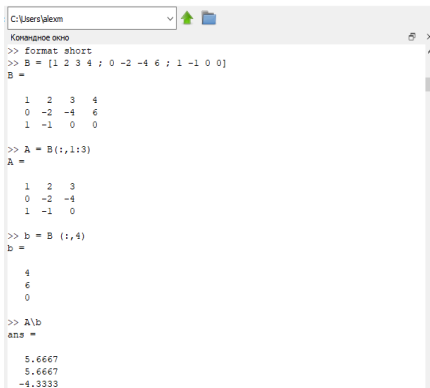
```
C:\Users\alexm
Командное окно

>> format short
```

Figure 5: Короткая форма записи десятичного числа

Левое деление

Встроенная операция для решения линейных систем вида $Ax = b$ в Octave называется левым делением и записывается как $A \backslash b$. Выделим из расширенной матрицы B матрицу A , вектор b , а затем найдем вектор x .



```
C:\Users\alexm
Командное окно
>> format short
>> B = [1 2 3 4 ; 0 -2 -4 6 ; 1 -1 0 0]
B =

    1    2    3    4
    0   -2   -4    6
    1   -1    0    0

>> A = B(:,1:3)
A =

    1    2    3
    0   -2   -4
    1   -1    0

>> b = B(:,4)
b =

    4
    6
    0

>> A\b
ans =

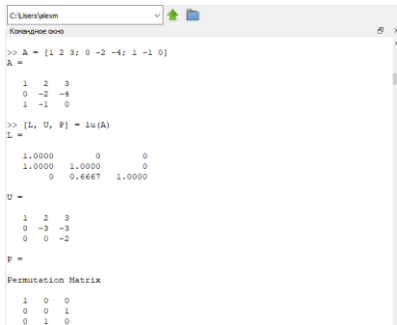
    5.6667
    5.6667
   -4.3333
```

Figure 6: Выделение матрицы, вектора и нахождение вектора x

LU-разложение

LU разложение – это вид факторизации матриц для метода Гаусса.

Цель: записать матрицу A в виде: $A = LU$, где L – нижняя треугольная матрица, а U – верхняя. С помощью Octave можно расписать LU-разложение следующим образом:



```
C:\Users\alexm
Командное окно

>> A = [1 2 3; 0 -2 -4; 1 -1 0]
A =

    1    2    3
    0   -2   -4
    1   -1    0

>> [L, U, P] = lu(A)
L =

    1.0000    0    0
    1.0000    1.0000    0
    0    0.6667    1.0000

U =

    1    2    3
    0   -3   -3
    0    0   -2

P =

Permutation Matrix

    1    0    0
    0    0    1
    0    1    0
```

Figure 7: LU-разложение матрицы A

Результаты лабораторной работы

Я познакомился с некоторыми простейшими операциями в Octave.

Спасибо за внимание