

Лабораторная работа 8

Отчет по лабораторной работе 8

Милёхин Александр НПИМд-02-21

Содержание

1	Цель работы	4
2	Теоретические сведения	5
3	Задание	6
4	Выполнение лабораторной работы	7
5	Выводы	11

List of Figures

4.1	Собственные значения и векторы матрицы	7
4.2	Действительные собственные значения	8
4.3	Нахождение вероятностей	9
4.4	Вектор равновесного состояния	10
4.5	Проверка вектора равновесия	10

1 Цель работы

Научиться находить в Octave собственные значения и собственные векторы матрицы, а также научиться предсказывать вероятность состояния системы.

2 Теоретические сведения

Вся теоретическая часть по выполнению лабораторной работы была взята из инструкции по лабораторной работе №8 (“Лабораторная работа №8. Описание”) на сайте: <https://esystem.rudn.ru/course/view.php?id=12766>

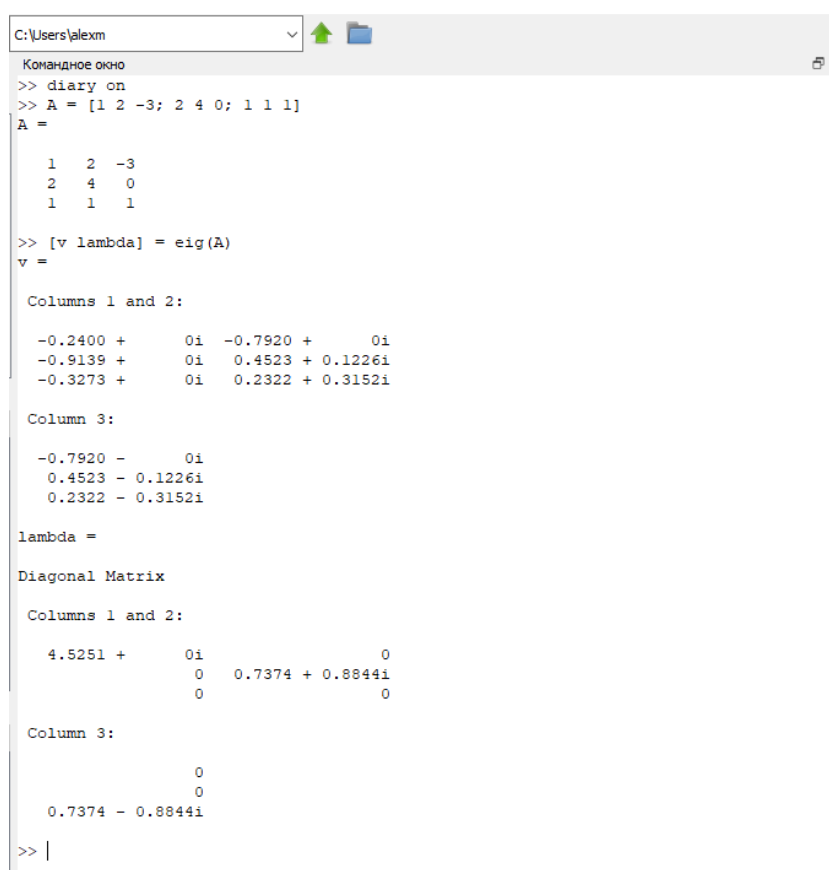
3 Задание

Выполните работу и задокументируйте процесс выполнения.

4 Выполнение лабораторной работы

1. Собственные значения и собственные векторы

Включим журналирование работы. После чего зададим матрицу A . Для нахождения собственных значений и собственных векторов матрицы используем команду `eig` с двумя выходными аргументами. Данные действия продемонстрированы на Fig. 1.



```
C:\Users\alexm
Командное окно
>> diary on
>> A = [1 2 -3; 2 4 0; 1 1 1]
A =

     1     2    -3
     2     4     0
     1     1     1

>> [v lambda] = eig(A)
v =

Columns 1 and 2:

-0.2400 + 0i -0.7920 + 0i
-0.9139 + 0i  0.4523 + 0.1226i
-0.3273 + 0i  0.2322 + 0.3152i

Column 3:

-0.7920 - 0i
 0.4523 - 0.1226i
 0.2322 - 0.3152i

lambda =

Diagonal Matrix

Columns 1 and 2:

 4.5251 + 0i      0
              0  0.7374 + 0.8844i
              0      0

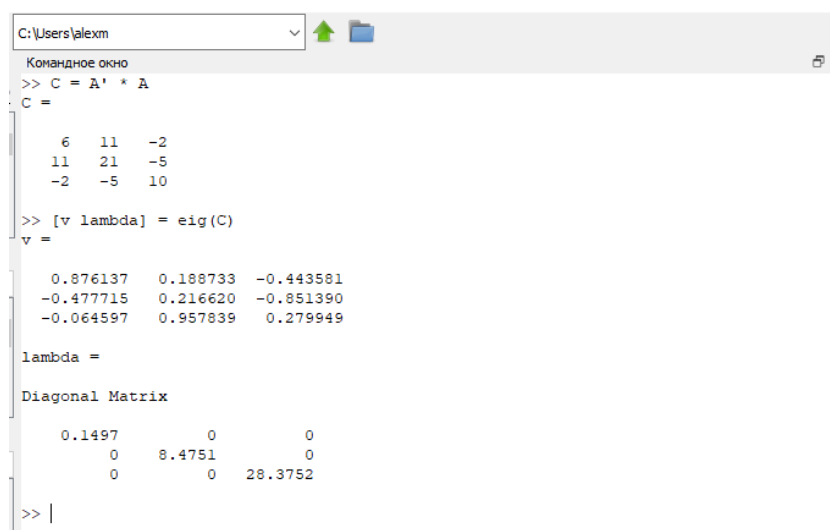
Column 3:

      0
      0
0.7374 - 0.8844i

>> |
```

Figure 4.1: Собственные значения и векторы матрицы

Для того, чтобы получить матрицу с действительными собственными значениями, создадим симметричную матрицу путём умножения исходной матрицы на транспонированную. И повторим шаги, проделанные ранее. См. Fig. 2.



```
C:\Users\alexm
Командное окно
>> C = A' * A
C =
     6     11    -2
    11     21    -5
    -2     -5    10

>> [v lambda] = eig(C)
v =
    0.876137    0.188733   -0.443581
   -0.477715    0.216620   -0.851390
   -0.064597    0.957839    0.279949

lambda =
Diagonal Matrix
    0.1497         0         0
         0    8.4751         0
         0         0   28.3752

>> |
```

Figure 4.2: Действительные собственные значения

2. Случайное блуждание

На курсе “Теория случайных процессов” мы дополнительно ознакомились с цепями Маркова. Наша задача - предсказать вероятности состояния системы. Для примера случайного блуждания найдем вектор вероятности после 5 шагов для каждого начального вектора. На Fig. 3 показано, как мы задаем матрицу, начальные векторы, а затем находим соответствующие вероятности.


```
C:\Users\alexm
Командное окно
>> T = [1 0.5 0 0 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0.5 0 0.5 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0 0 0 1];
>> a = [0.2; 0.2; 0.2; 0.2; 0.2];
>> b = [0.5; 0; 0; 0; 0.5];
>> c = [0; 1; 0; 0; 0];
>> d = [0; 0; 1; 0; 0];
>> T ^ 5 * a
ans =
    0.450000
    0.025000
    0.050000
    0.025000
    0.200000
>> T ^ 5 * b
ans =
    0.5000
     0
     0
     0
    0.5000
>> T ^ 5 * c
ans =
    0.6875
     0
    0.1250
     0
     0
>> T ^ 5 * d
ans =
    0.3750
    0.1250
     0
    0.1250
     0
>> |
```

Figure 4.3: Нахождение вероятностей

Теперь найдём вектор равновесного состояния для цепи Маркова с переходной матрицей. Ход решения приведен на Fig. 4.

```
C:\Users\alexm
Командное окно
>> T = [0.48 0.51 0.14; 0.29 0.04 0.52; 0.23 0.45 0.34]
T =
    0.480000    0.510000    0.140000
    0.290000    0.040000    0.520000
    0.230000    0.450000    0.340000

>> [v lambda] = eig(T)
v =
   -0.6484   -0.8011    0.4325
   -0.5046    0.2639   -0.8160
   -0.5700    0.5372    0.3835

lambda =
Diagonal Matrix
    1.0000         0         0
         0    0.2181         0
         0         0   -0.3581

>> x = v(:,1)/sum(v(:,1))
x =
    0.3763
    0.2929
    0.3308

>> |
```

Figure 4.4: Вектор равновесного состояния

Таким образом, $x = (0.37631 \ 0.29287 \ 0.33082)$, является вектором равновесного состояния. Проверим это. Проверка показана на Fig. 5.

```
C:\Users\alexm
Командное окно
>> T ^ 10 * x
ans =
    0.3763
    0.2929
    0.3308

>> T ^ 50 * x
ans =
    0.3763
    0.2929
    0.3308

>> T ^ 50 * x - T ^ 10 * x
ans =
    4.4409e-16
    2.7756e-16
    3.8858e-16

>> diary off
```

Figure 4.5: Проверка вектора равновесия

5 Выводы

Я научился в Octave находить собственные значения и собственные векторы матрицы. Также научился работать с цепями Маркова и находить вектор равновесия.