

Лабораторная работа 6

Отчет по лабораторной работе 6

Милёхин Александр НПМмд-02-21

Содержание

1	Цель работы	4
2	Теоретические сведения	5
3	Задание	6
4	Выполнение лабораторной работы	7
5	Выводы	18

List of Figures

4.1	Промежуточные вычисления для расчета предела	8
4.2	Искомый предел	9
4.3	Частичные суммы	10
4.4	Графическое представление результатов	11
4.5	Сумма ряда	12
4.6	Интегрирование функции	13
4.7	Содержание файла midpoint	14
4.8	Результаты вывода	15
4.9	Содержание файла midpoint_v	15
4.10	Вывод векторизованного кода программы	16
4.11	Сравнение полученных результатов.....	17

1 Цель работы

Научиться работать в Octave с пределами, последовательностями и рядами, а также научиться писать векторизованный программный код.

2 Теоретические сведения

Вся теоретическая часть по выполнению лабораторной работы была взята из инструкции по лабораторной работе №5 (“Лабораторная работа №6. Описание”) на сайте: <https://esystem.rudn.ru/course/view.php?id=12766>

3 Задание

Выполните работу и задокументируйте процесс выполнения.

4 Выполнение лабораторной работы

1. Пределы. Оценка

Определяем с помощью анонимной функции простую функцию. Создаём индексную переменную, возьмём степени 10, и оценим нашу функцию. Показано на Fig. 1.

```
C:\Users\alexm
Командное окно

>> diary on
>> f = @(n) (1 + 1 ./ n) .^n
f =

@(n) (1 + 1 ./ n) .^ n

>> k = [0:1:9]'
k =

     0
     1
     2
     3
     4
     5
     6
     7
     8
     9

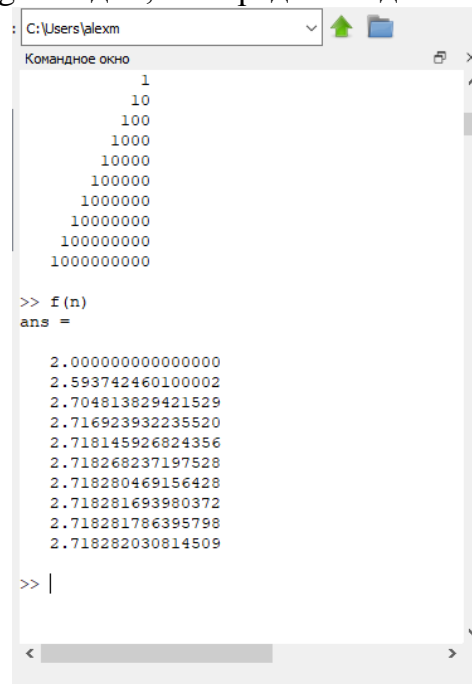
>> format long
>> n = 10 .^ k
n =

         1
         10
        100
       1000
      10000
     100000
    1000000
   10000000
  100000000
 1000000000

>> |
```

Figure 4.1: Промежуточные вычисления для расчета предела

Получим ответ. На Fig. 2 видно, что предел сходится к значению 2.71828.



```
C:\Users\alexm
Командное окно

1
10
100
1000
10000
100000
1000000
10000000
100000000
1000000000

>> f(n)
ans =

2.000000000000000
2.593742460100002
2.704813829421529
2.716923932235520
2.718145926824356
2.718268237197528
2.718280469156428
2.718281693980372
2.718281786395798
2.718282030814509

>> |
```

Figure 4.2: Искомый предел

2. Частичные суммы

Определим индексный вектор, а затем вычислим члены. После чего введем последовательность частичных сумм, используя цикл. Показано на Fig .3

```
C:\Users\alexm
Командное окно
>> format
>> n = [2:1:11]';
>> a = 1 ./ (n .* (n+2))
a =

    1.2500e-01
    6.6667e-02
    4.1667e-02
    2.8571e-02
    2.0833e-02
    1.5873e-02
    1.2500e-02
    1.0101e-02
    8.3333e-03
    6.9930e-03

>> for i = 1:10
s (i) = sum (a(1:i));
end
>> s'
ans =

    0.1250
    0.1917
    0.2333
    0.2619
    0.2827
    0.2986
    0.3111
    0.3212
    0.3295
    0.3365

>> plot(n, a, 'o', n, s, '+')
>> grid on
>> legend('terms', 'partial sums')
>> |
```

Figure 4.3: Частичные суммы

Построенные слагаемые и частичные суммы можно увидеть на Fig. 4.

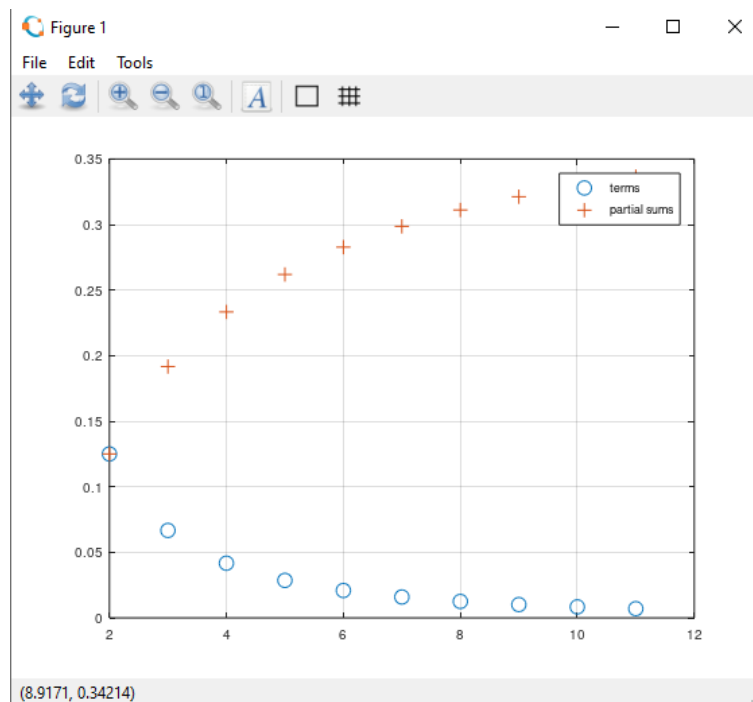
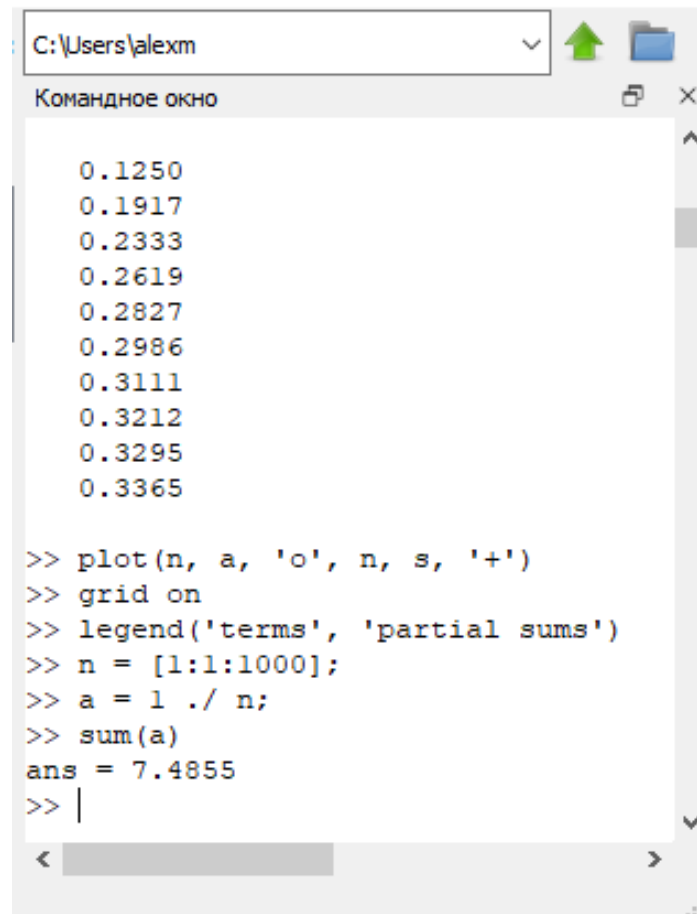


Figure 4.4: Графическое представление результатов

3. Сумма ряда

Найдём сумму первых 1000 членов гармонического ряда $1/n$. Действия показаны на Fig. 5.



The image shows a MATLAB Command Window titled 'Командное окно' (Command Window) with the path 'C:\Users\alexm'. The window displays the following numerical results and code:

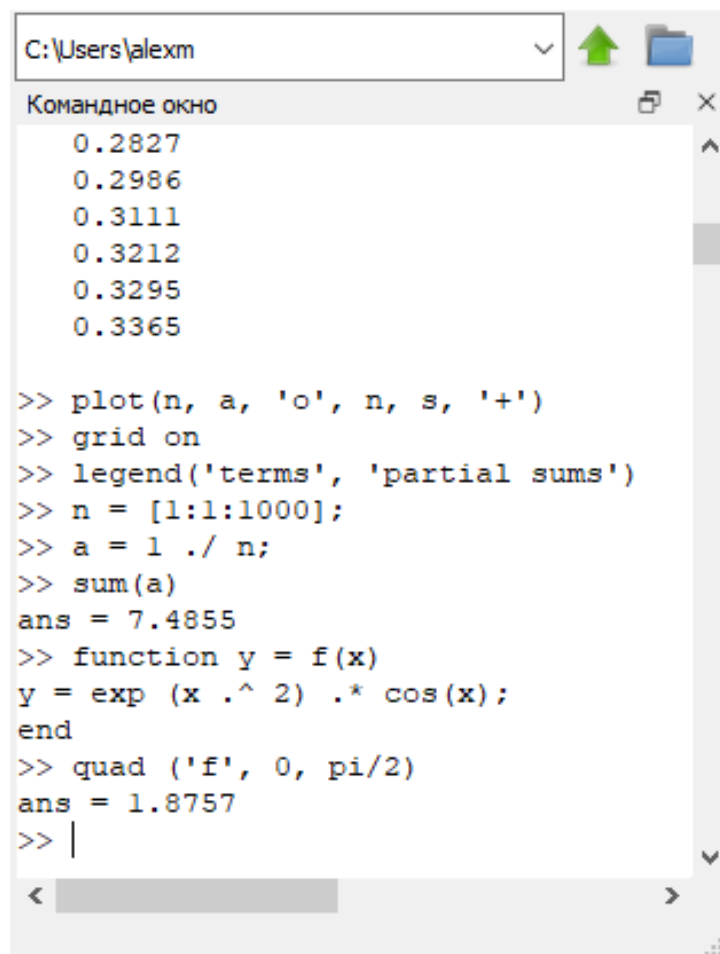
```
0.1250
0.1917
0.2333
0.2619
0.2827
0.2986
0.3111
0.3212
0.3295
0.3365

>> plot(n, a, 'o', n, s, '+')
>> grid on
>> legend('terms', 'partial sums')
>> n = [1:1:1000];
>> a = 1 ./ n;
>> sum(a)
ans = 7.4855
>> |
```

Figure 4.5: Сумма ряда

4. Вычисление интегралов

Численно посчитаем интеграл. См. Fig. 6.



The image shows a MATLAB Command Window titled 'Командное окно' (Command Window) with the user path 'C:\Users\alexm'. The window displays the following output and code:

```
0.2827
0.2986
0.3111
0.3212
0.3295
0.3365

>> plot(n, a, 'o', n, s, '+')
>> grid on
>> legend('terms', 'partial sums')
>> n = [1:1:1000];
>> a = 1 ./ n;
>> sum(a)
ans = 7.4855
>> function y = f(x)
y = exp (x .^ 2) .* cos(x);
end
>> quad ('f', 0, pi/2)
ans = 1.8757
>> |
```

Figure 4.6: Интегрирование функции

5. Аппроксимирование суммами

Напишем скрипт для того, чтобы вычислить интеграл по правилу средней точки. Введём код в текстовый файл и назовём его `midpoint.m`. Скрипт показан на Fig. 7.

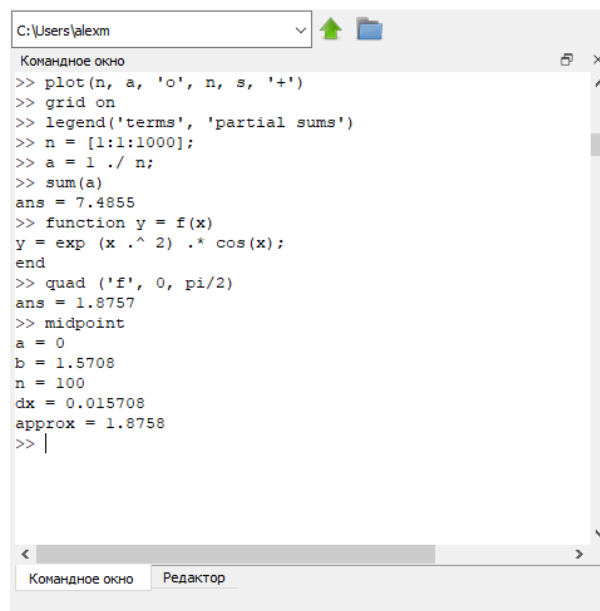
```
1 % file 'midpoint.m'
2 % calculates a midpoint rule approximation of
3 % the integral from 0 to pi/2 of f(x) = exp (x^2) cos (x)
4 % -- traditional looped code
5 % set limits of integration, number of terms and delta x
6 a = 0
7 b = pi/2
8 n = 100
9 dx = (b-a)/n
10 % define function to integrate
11 function y = f (x)
12     y = exp(x.^2) .* cos(x);
13 end
14 msum = 0;
15 % initialize sum
16 m1 = a + dx/2; %first midpoint
17 % loop to create sum of function values
18 for i = 1:n
19     m = m1 + (i-1) * dx; %calculate midpoint
20     msum = msum + f (m); % add to midpoint sum
21 end
22 % midpoint approximation to the integral
23 approx = msum * dx
```

строка: 1 | столбец: 20 | кодировка: SYSTEM (CP1251) | конец строки: CRLF

Командное окно | Редактор

Figure 4.7: Содержание файла midpoint

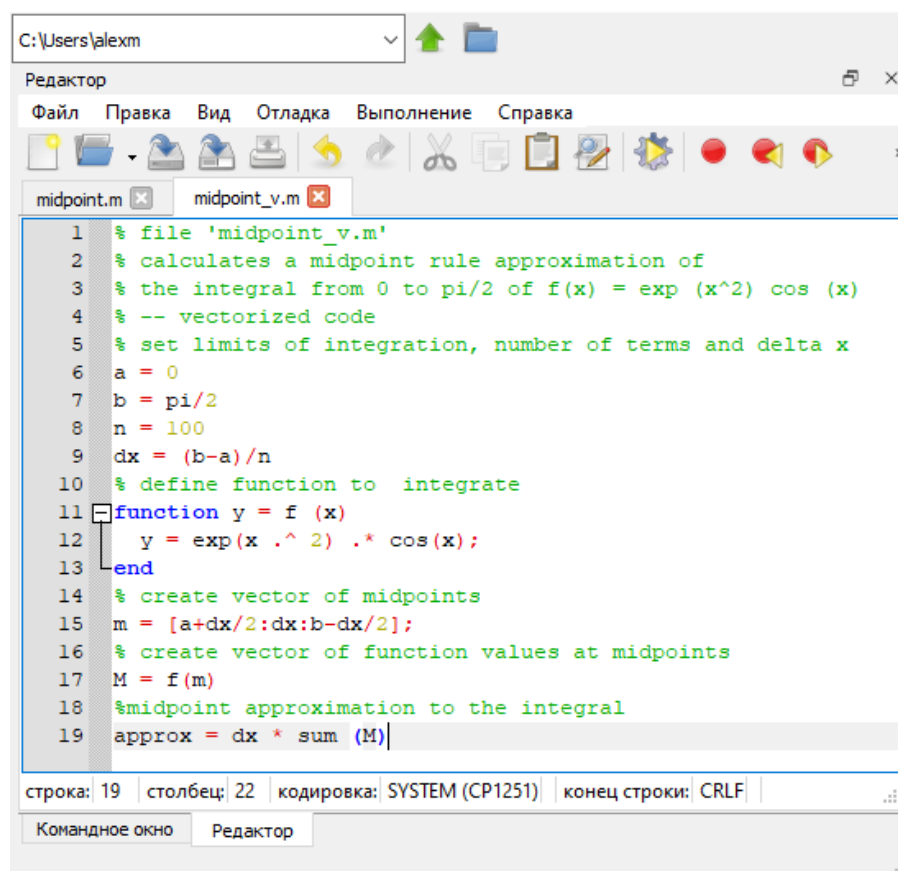
Запустим этот файл в командной строке. Вывод см. на Fig. 8



```
C:\Users\alexm
Командное окно
>> plot(n, a, 'o', n, s, '+')
>> grid on
>> legend('terms', 'partial sums')
>> n = [1:1:1000];
>> a = 1 ./ n;
>> sum(a)
ans = 7.4855
>> function y = f(x)
y = exp (x .^ 2) .* cos(x);
end
>> quad ('f', 0, pi/2)
ans = 1.8757
>> midpoint
a = 0
b = 1.5708
n = 100
dx = 0.015708
approx = 1.8758
>> |
```

Figure 4.8: Результаты вывода

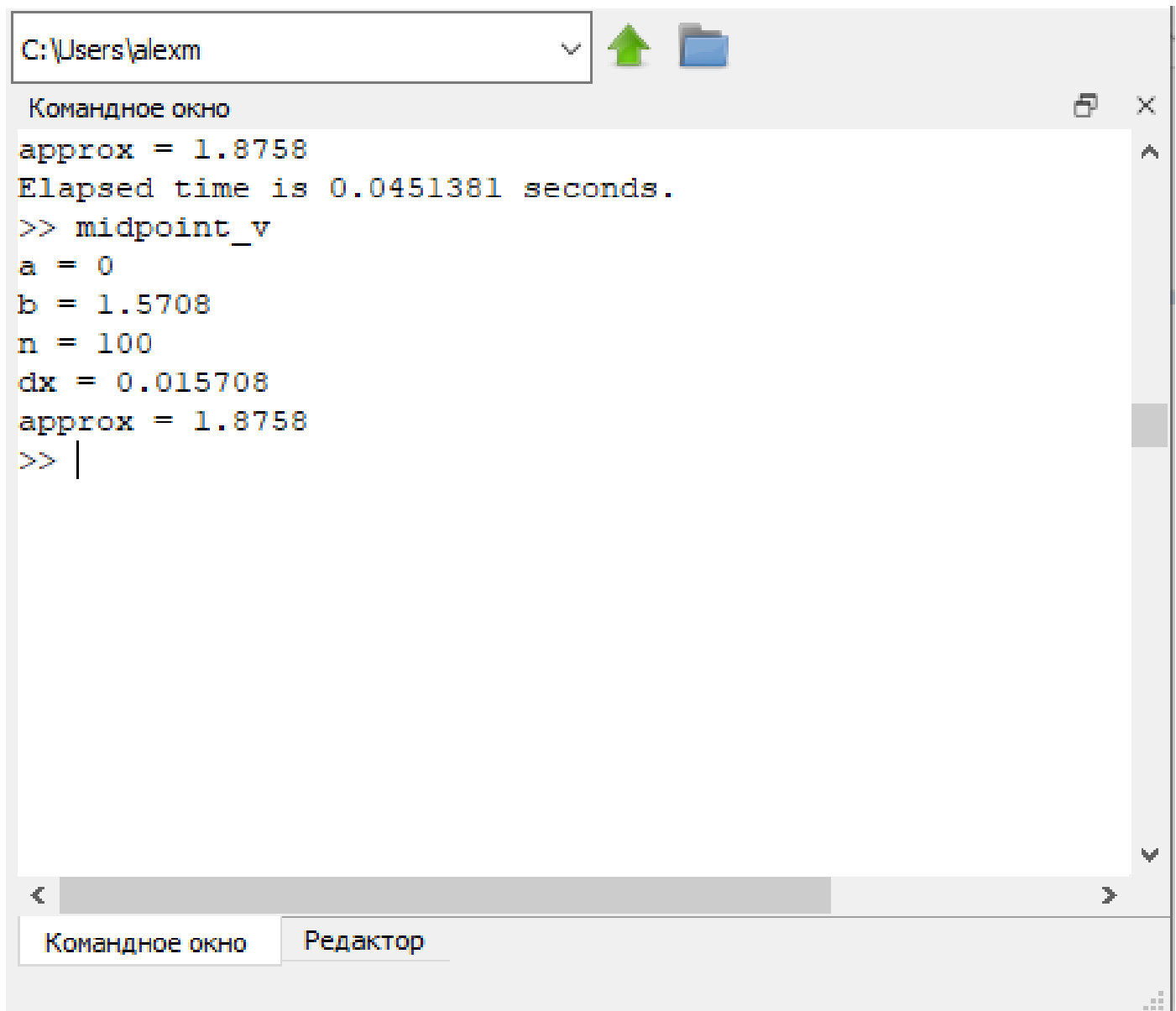
Теперь напомним векторизованный код, не требующий циклов. Для этого создадим вектор x-координат средних точек. Показано на Fig. 9.



```
C:\Users\alexm
Редактор
Файл  Правка  Вид  Отладка  Выполнение  Справка
midpoint.m  midpoint_v.m
1  % file 'midpoint_v.m'
2  % calculates a midpoint rule approximation of
3  % the integral from 0 to pi/2 of f(x) = exp (x^2) cos (x)
4  % -- vectorized code
5  % set limits of integration, number of terms and delta x
6  a = 0
7  b = pi/2
8  n = 100
9  dx = (b-a)/n
10 % define function to integrate
11 function y = f (x)
12     y = exp(x .^ 2) .* cos(x);
13 end
14 % create vector of midpoints
15 m = [a+dx/2:dx:b-dx/2];
16 % create vector of function values at midpoints
17 M = f(m)
18 %midpoint approximation to the integral
19 approx = dx * sum (M)
```

Figure 4.9: Содержание файла midpoint_v

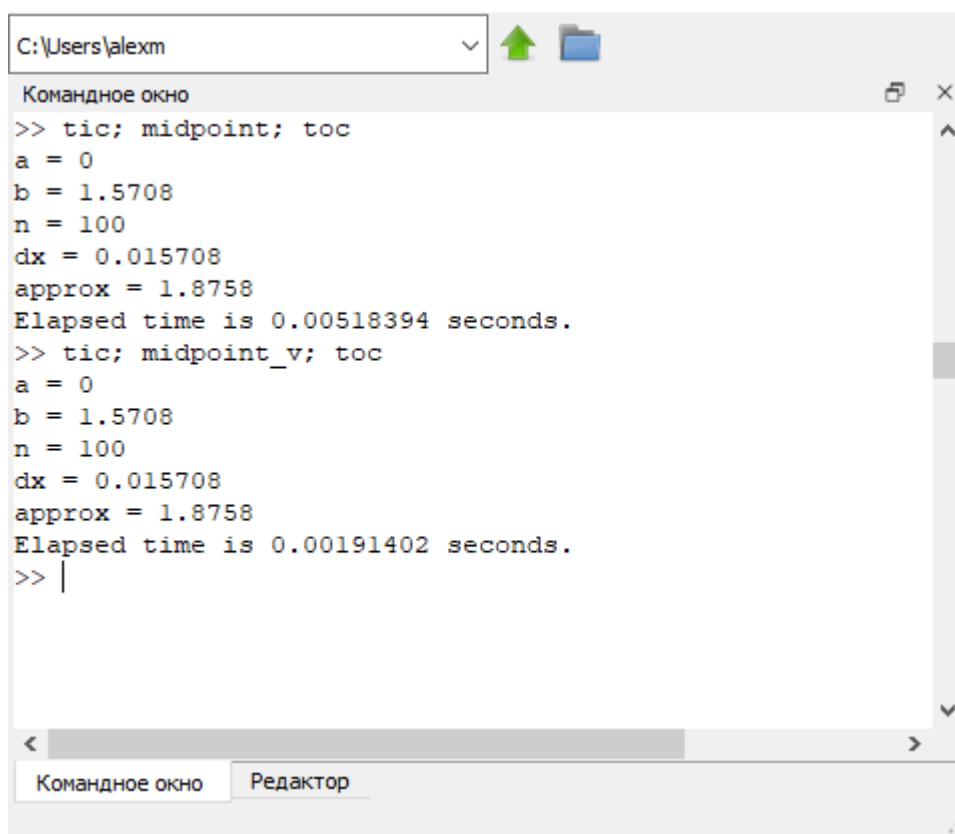
Запустим этот файл в командной строке. Вывод см. на Fig. 10



```
C:\Users\alexm
Командное окно
approx = 1.8758
Elapsed time is 0.0451381 seconds.
>> midpoint_v
a = 0
b = 1.5708
n = 100
dx = 0.015708
approx = 1.8758
>> |
```

Figure 4.10: Вывод векторизованного кода программы

Запустив оба кода, можно заметить, что ответы совпадают, однако векторизованный код считает быстрее, так как в нём не использованы циклы, которые значительно замедляют работу программы. Сравнение показано на Fig. 11.



```
C:\Users\alexm
Командное окно
>> tic; midpoint; toc
a = 0
b = 1.5708
n = 100
dx = 0.015708
approx = 1.8758
Elapsed time is 0.00518394 seconds.
>> tic; midpoint_v; toc
a = 0
b = 1.5708
n = 100
dx = 0.015708
approx = 1.8758
Elapsed time is 0.00191402 seconds.
>> |
```

Figure 4.11: Сравнение полученных результатов

5 Выводы

Я научился работать в Octave с пределами, последовательностями и рядами, а также научился писать векторизованный программный код. Более того, мне удалось определить, что векторизованный код работает существенно быстрее, чем код с циклами.