

1 **R: Revisem aquesta seqüència didàctica titulada “Operacions amb fraccions”. Aquí tens**
2 **el material teòric que proposa un llibre de text digital per al curs de 1r d’ESO. [Es dona**
3 **imprès el material teòric de la seqüència didàctica d’operacions amb fraccions].**

4 **R: Quina hauria de ser la seqüència per aprendre correctament els sabers de l’índex? Per**
5 **què?**

6 P01: Aquest índex ja està ordenat, no? Sí, no sé si diferenciaria suma i resta. Jo no faria suma i
7 resta per separat, ho faria junt. Perquè crec que aquí és no entenen els enters. Perquè jo crec
8 que els alumnes han d’entendre que si fas $2 - 3$ no és una resta sinó la suma d’un positiu i un
9 negatiu.

10 **R: Es podria modificar l’ordre en algun dels sabers de la llista anterior? Quins i per què?**

11 P01: No. Ho faria així també.

12 **R: Ordena els sabers de l’índex que s’expliquen en aquesta seqüència didàctica segons la**
13 **seva complexitat per als alumnes. És a dir, de més a menys difícil d’aprendre per a un**
14 **alumne, en general.**

15 P01: Jo potser faria primer la suma i la resta de fraccions amb diferent denominador. Després
16 faria la reducció de fraccions a comú denominador. Després les operacions combinades. Perquè
17 crec que quan el denominador és igual [en suma i resta] ho entenen bé, que la multiplicació i la
18 divisió com que és algorítmica també [és fàcil d’entendre], però per exemple quan han de fer
19 comú denominador els hi costa molt, i les combinades també.

20 **R: Per què? Quins factors fan que aquests conceptes siguin difícil pels alumnes?**

21 P01: Bé, jo no sóc molt partidària d’ensenyar el comú denominador -tot i que ho ensenyo, eh-
22 fent el mínim [comú denominador]. Crec que depèn de com ho ensenyes pot ser molt difícil. La
23 descomposició aquesta factorial no m’agrada gaire si el nombre és molt gran, per exemple.
24 Potser a vegades no cal que facin la descomposició sinó que pots ensenyar que hi ha un
25 denominador comú que no sigui el mínim, i és més fàcil.

26 Llavors jo aquí també moltes vegades tinc conflictes. Jo la descomposició factorial sí que ho
27 ensenyo quan són números grans, si són números petits: 72 és 8 per 9.

28 La reducció de fraccions a comú denominador s’ha d’ensenyar quan és necessari i quan no. És
29 necessari quan els nombres són grans i costa trobar un denominador comú, a menys que ho
30 multipliquis directament. Però quan són nombres petits potser no és la manera més ràpida.
31 Potser primer pots simplificar, després descomposar.

32 Crec que hi ha alumnes pels qui entendre què és el mínim comú múltiple no és tan evident. Per
33 mi, de totes les coses, crec que és el més complicat. Per què ha de ser el mínim si també funciona
34 si no és el mínim? L’important és que sigui un comú, i hi ha varies maneres, no només fer la
35 descomposició.

36 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran més rellevants / necessaris**
37 **per poder aprendre amb èxit aquesta seqüència didàctica? Mínim 2.**

38 P01: Jo crec que han de tenir molt clar com descomposar els nombres. Per fer el mínim [comú
39 múltiple] i per simplificar. Quan fan la divisió i la multiplicació, poden a la vegada estar simplificant

40 i no cal resoldre. Per mi una tàctica en aquests casos és descomposar els nombres (si són petits),
41 simplificar, i després fer l'operació al final.

42 I després un altre també, que tinguin molt clara la jerarquia d'operacions. I que també tinguin un
43 domini de la suma i la multiplicació d'enters, i la resta i la divisió, de la regla del signes.

44 **R: Què passa amb els alumnes que tenen dubtes sobre aquests coneixements previs, és**
45 **a dir, no els tenen suficientment assolits?**

46 P01: Jo crec que primer han d'entendre-ho amb els enters. Sinó ja tenen la dificultat afegida a la
47 fracció. Per tant, repassaria, perquè primer ho entenguin amb enters i després que vegin el
48 paral·lelisme amb les fraccions.

49 **R: Ordena de major a menor rellevància els coneixements previs de la llista¹ següent [es**
50 **dona llista impresa] per tal de poder aprendre amb èxit en aquesta seqüència didàctica.**

51
52 Nombres primers, potències, multiplicació i divisió d'enters, numerador i denominador, fracció, i
53 ampliació i reducció de fraccions.

54 **R: Revisem aquests problemes. [Es donen impresos quatre problemes amb solució].**
55 **Corresponen a la seqüència didàctica anterior.**

56 **Ordena'ls segons complexitat per als alumnes. És a dir, de més fàcil a més difícil de**
57 **resoldre per a un alumne, en general. Digues breument per què.**

58 P01: Jo diria el més fàcil el 6, després el 7, després l'1 i l'últim el 10. El 6 crec que és bastant fàcil
59 perquè és una suma i una resta, i després una multiplicació. Crec que s'entén bé aquest
60 problema. Jo crec que els alumnes veuen bé què han de fer.

61 El de les operacions combinades [problema 7] no són molt difícils, perquè es veu bé la jerarquia
62 amb el parèntesis, és curta, són 3 o 4 màxim, no hi ha moltes passes, ni claudàtor.

63 A l'1, també fa la divisió [de fraccions], cosa que en el 6 no, que només és multiplicar, sumar i
64 restar. En aquest afegeix la divisió. I hi ha una part de comprensió de que l'alumne ha de dividir.

65 **R: Vols dir que entendre que ha de dividir entre una fracció és un procediment que potser**
66 **l'alumne no s'imaginaria?**

67 P01: Exacte.

68 **R: I el problema 10, per tant, és el més difícil?**

69 Aquest sí que el veig més difícil. Ho he vist sobretot a l'apartat c perquè també hi ha la divisió
70 aquesta [de fraccions]. I la multiplicació aquesta de l'apartat b, entendre què és $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{4}$. Tot i que
71 abans també ho utilitza [la fracció d'una quantitat], però com que en els problemes anteriors de
72 nombre sencer... Quan li dius $\frac{1}{4}$ de 16, o li dius $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{5}$, és diferent.

73 **R: Per tant, una mica englobant el que has dit, corregeix-me si no és així, tu creus que la**
74 **dificultat del problema estaria en què l'alumne/a sàpiga trobar què ha de fer, no?**

¹ Llista: Fraccions, Numerador, Denominador, Ampliació i reducció de fraccions, Nombres primers, Potències, Multiplicació d'enters, Divisió d'enters.

- 75 P01: Sí, i també en la comprensió. En el problema de la recollida de joguines [problema 6], potser
76 ho entenen més, al ser coses enteres, com en el problema 1 que és 16 litres.
- 77 **R: El litre és més difícil d'entendre que la joguina, o és el mateix?**
- 78 P01: Ells/es [alumnes] el litre l'entenen, però entendre què és $\frac{5}{2}$ de litre és més difícil.
- 79 **R: Aquest ús de la fracció com a proporció, és el que els hi pot costar més?**
- 80 P01: Sí.
- 81 **R: Entesos. Recapitulant, la dificultat del problema està en què l'alumne/a sigui capaç de**
82 **trobar què ha de fer i quines passes per resoldre'l i després amb la interpretació de les**
83 **fraccions com a operador, proporció o el que sigui.**
- 84 P01: Sí.
- 85 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
86 **problema 1?**
- 87 P01: Hi haurà nens/es que no l'entendran. Perquè no entendran què vol dir que et falta $\frac{1}{4}$ d'un
88 dipòsit. Aquest problema, si és al principi, hauria de ser un problema que -depèn de com hagi
89 treballat- amb un dibuix, potser és més gràfic i entenen més què vol dir.
- 90 Jo m'imagino alumnes que potser a casa cuinen i entenen, i hi ha alumnes que potser no s'han
91 plantejat mai o no tenen el concepte de què vol dir un medidor, un quart, mig litre visualment -tot
92 i que estem a 1r d'ESO. Que els alumnes entenguin visualment què vol dir un quart.
- 93 Jo faig receptes amb els nens i posem mig litre de llet, i ho veuen quan és, en un got. No tots els
94 nens tenen aquesta mirada.
- 95 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
96 **poder resoldre el problema 1?**
- 97 P01: La multiplicació [de fraccions]. I la reducció, perquè si multiplica directament seria $\frac{16}{4}$.
- 98 **R: Que sigui capaç de fer $\frac{16}{4}$ per dir que són 4 litres?**
- 99 P01: Clar, exacte.
- 100 **R: I en la resta d'apartats?**
- 101 P01: Aquí² no et diu l'operació realment, perquè diu "sabem que 5 gots són 1 litre", "n'han servit
102 15". Falta aquí alguna operació més. $15:5 = 3$, ..., saps el que et vull dir? Perquè de cop aquí
103 apareix el 3.
- 104 Aquí no veig cap concepte de la seqüència didàctica.
- 105 I en l'apartat c, la divisió de fraccions i la simplificació.
- 106 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
107 **el problema 1?**

² La participant s'està referint a la solució del problema, ja que el material s'ha entregat amb solucions.

108 P01: El tema del repartiment i la divisió, no en fraccions sinó en general, seria un coneixement
109 previ. Tenir clar què és repartir o multiplicar en problemes.

110 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
111 **problema 6?**

112 P01: Aquí falten coneixements previs que hagués practicat abans. En aquest cas per mi seria:
113 explicar que el tot en una fracció és l'1. Ho dic perquè quan he vist el problema he pensat que no
114 era difícil, tenint clar que l'1 entenen que és tot. I després explicant també bé quan fas les parts
115 d'un tot, quina és l'operació o perquè, que jo l'hagués afegit a la part de la multiplicació. O sigui
116 perquè quan fas $\frac{4}{7}$ de 231 fas el que fas. Vull dir que si fas aquests previs aquest problema és
117 directe per a ells/es.

118 **R: Per tant, la font de dificultat és que hi ha uns coneixements que potser no has explicat**
119 **a la seqüència didàctica i que cal saber-los per poder desencallar la resolució del problema**
120 **6.**

121 P01: Sí, quan he pensat la dificultat, pensava que això s'hauria explicat abans de resoldre el
122 problema. Perquè crec que aquest problema en operatòria i de comprensió és fàcil. Si els hi
123 expliques prèviament [aquests coneixements previs] no serà difícil, ho entendran.

124 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
125 **poder resoldre el problema 6?**

126 P01: La suma i la resta [de fraccions], que jo ho inclouria junt, i el producte [de fraccions].

127 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
128 **el problema 6?**

129 P01: El tot d'una fracció que és 1, les parts del tot (" $\frac{4}{7}$ de tal"). I bé, jo moltes vegades explico
130 les fraccions i els hi explico com a nombres racionals. Els hi explico que han de ser 2 enters. I
131 d'aquí ve el concepte de que un nombre que no té denominador és equivalent al mateix nombre
132 amb denominador 1. Ho dic perquè moltes vegades dius, multipliques pel de dalt i divideixes pel
133 de baix³, però en realitat no estàs fent això, en realitat estàs fent un producte de fraccions.

134 Jo crec que en aquestes coses és on pots fer la part matemàtica de les mates, o no.

135 **R: És a dir, ho pots fer per la part més matemàtica, o per la part més operativa, executiva**
136 **o pràctica?**

137 P01: Exacte. Jo aquí puc afegir moltes falques com aquestes.

138 **R: Per què creus que és important que els alumnes ho aprenguin d'aquesta forma més**
139 **formal, i no tant pràctica?**

140 P01: Bé, jo crec molt en la pràctica. I potser alguns nens/es no ho entendran i es quedaran només
141 amb la part pràctica. Però hi ha alguns alumnes que els hi agrada més la part formal i potser ser
142 una mica rigorós i ensenyar realment el vocabulari o el perquè -jo ja sé que això no arriba a molts-
143 però jo crec que és on te n'adones que les matemàtiques no és només fer operacions, sinó un
144 llenguatge en si. Jo utilitzo la fracció per fer aquest problema, però en realitat això [la fracció] en

³ La participant s'està referint al procediment de càlcul de la fracció d'una quantitat.

145 si mateix ja és algo. No necessito nombres, podria estar-ho fent tot amb lletres i tindria el mateix
146 sentit.

147 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
148 **problema 7?**

149 P01: Poca, la veritat, perquè si han treballat una mica bé la jerarquia... Aquí a l'apartat d torna a
150 aparèixer la idea de que un nombre enter té denominador 1.

151 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
152 **poder resoldre el problema 7?**

153 P01: L'operatòria: suma, resta, multiplicació, divisió... principalment tot. I el comú denominador.

154 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
155 **el problema 7?**

156 P01: El fet que tots els enters són racionals en realitat [equivalència entre enters i fraccions].

157 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
158 **problema 10?**

159 P01: La dificultat d'aquest problema és operar amb fraccions, o sigui, que el tot és una fracció
160 també. Sobretot en els apartats b i c, que és on apareix $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{4}$ o $\frac{5}{2}$ entre $\frac{1}{6}$.

161 Bé, ara torno a problemes anteriors. En el problema 1, parlaven de litres també però la solució
162 era en nombres enters. Aquí [problema 10], per exemple, el fet de posar $\frac{5}{2}$ de litres és més
163 difícil d'entendre. Podrien posar $2\frac{5}{4}$ i potser ho entendrien millor. Aquí estàs treballant amb 2
164 unitats i mitja, en canvi l'apartat b potser l'entenen millor perquè és $\frac{1}{6}$. D'una part, imaginar-se $\frac{1}{6}$
165 és una cosa, però quan ja es passa d'1, els hi costa més veure-ho en fracció. Si els hi poses 2,5
166 possiblement ja veuran que són 2 [unitats], i l'altra la meitat. La dificultat ve d'aquí també, si es
167 treballa amb una fracció més gran o més petita que 1.

168 I en l'apartat c, [és difícil] veure que han de dividir 2 fraccions.

169 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
170 **poder resoldre el problema 10?**

171 P01: Multiplicació i divisió [de fraccions], i la reducció.

172 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
173 **el problema 10?**

174 P01: La part del tot, i el fet de que es pot fer sobre una fracció o sobre un nombre.

175 **R: Moltes gràcies!**

176

⁴ Referència a la proposta de solució del problema.

177 **R: Revisem aquesta seqüència didàctica titulada “Operacions amb fraccions”. Aquí tens**
178 **el material teòric que proposa un llibre de text digital per al curs de 1r d’ESO. [Es dona**
179 **imprès el material teòric de la seqüència didàctica d’operacions amb fraccions].**

180 **R: Creus que aquest índex està ben ordenat? Seguiries la mateixa seqüència? Per què?**

181 P02: Jo sí, seguiria el mateix ordre, tenint en compte que ja hem fet el concepte de fraccions.

182 Bé, a vegades he fet multiplicació i divisió primer [que suma i resta], perquè ho aprenen més
183 fàcilment, perquè és molt més mecànic. Els hi agrada: a la multiplicació els hi faig una fletxeta en
184 línia recta i en la divisió els hi faig en creu. Aleshores, com que això els hi és més fàcil, s’animen,
185 els hi agrada, i els preparem per fer sumes i restes. Alguna vegada ho havia fet així, però t’he de
186 dir que l’últim cop com que va ser amb aquest llibre de text ho vaig fer seguint el seu ordre.
187 M’agrada de les dues maneres.

188 **R: Ordena els sabers de l’índex que s’expliquen en aquesta seqüència didàctica segons la**
189 **seva complexitat per als alumnes. És a dir, de més a menys difícil d’aprendre per a un**
190 **alumne, en general.**

191 P02: Operacions combinades amb fraccions, resta de fraccions amb diferent denominador, suma
192 de fraccions amb diferent denominador, reducció de fraccions a comú denominador, divisió de
193 fraccions, multiplicació de fraccions, resta de fraccions amb el mateix denominador, suma de
194 fraccions amb el mateix denominador⁵.

195 **R: Per què? Quins factors fan que aquests conceptes siguin difícil pels alumnes?**

196 P02: De les operacions, per a ells/es la suma és la més fàcil, per tant, suma de fraccions amb el
197 mateix denominador és el més fàcil. Perquè el denominador el deixen iguals, i per ells/es és
198 només saber fer un pas, que és el de sumar els numeradors. Després per la mateixa lògica, la
199 resta amb el mateix denominador és fàcil perquè només han de restar. Són exemples amb
200 nombres enters, per tant només s’han de preocupar de restar els numeradors i deixar igual el
201 denominador.

202 Després passaríem a la multiplicació de fraccions perquè també és lineal: aquí han de saber que
203 han de multiplicar els numeradors i també els denominadors. Les taules de multiplicar a vegades
204 costen una mica més perquè n’hi ha que no se les saben tant, i per tant afegeixen dificultat.

205 Després vindrien les divisions que també tenen la dificultat de les taules de multiplicar i de
206 recordar que ho han de fer en creu.

207 I després he posat la reducció de fraccions a comú denominador, perquè això per a ells és un
208 procediment nou, que potser no tenen tant integrat, que és el descomposar, calcular el mínim
209 comú múltiple, etc., que també implica multiplicar.

210 Després la suma de fraccions, que també implica fer el comú denominador, i la resta pel mateix.

211 I per últim, les operacions combinades perquè implica saber tota la resta.

⁵ La participant respon a la pregunta marcant de l’1 al 8 segons complexitat, en el full que se li ha entregat, però no es disposa de la resposta en enregistrament d’àudio.

212 **R: És a dir, a nivell de factors comuns de complexitat, en sabries dir algun? O sigui, quins**
213 **són els factors que fan que un coneixement matemàtic sigui difícil?**

214 P02: Les taules de multiplicar. A nivell de primer d'ESO, les taules de multiplicar, i quan afegeixes
215 procediments nous.

216 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran més rellevants / necessaris**
217 **per poder aprendre amb èxit aquesta seqüència didàctica? Mínim 2.**

218 P02: Taules de multiplicar i factoritzar nombres.

219 **R: Què passa amb els alumnes que tenen dubtes sobre aquests coneixements previs, és**
220 **a dir, no els tenen suficientment assolits?**

221 P02: Que s'encallen bastant, i els hi costa fer les operacions. És veritat que les taules de
222 multiplicar són salvables perquè acaben preguntant o utilitzant la calculadora, però en realitat
223 s'ho acaben copiant i perdent el que estaven fent.

224 **R: Ordena de major a menor rellevància els coneixements previs de la llista⁶ següent [es**
225 **dona llista impresa] per tal de poder aprendre amb èxit en aquesta seqüència didàctica.**

226 P02: El primer, el concepte de fracció, denominador i numerador (aquests tres com a bloc).
227 Multiplicació d'enters, potències, i divisió d'enters i nombres primers, serien el segon bloc. I el
228 tercer l'ampliació i reducció de fraccions.

229 **R: Revisem aquests problemes. [Es donen impresos quatre problemes amb solució].**
230 **Corresponen a la seqüència didàctica anterior.**

231 **Ordena'ls segons complexitat per als alumnes. És a dir, de més fàcil a més difícil de**
232 **resoldre per a un alumne, en general. Digues breument per què.**

233 P02: El problema 7 el veig com a part, perquè és més aviat un exercici.

234 Com a problemes, el problema 1 seria el més fàcil.

235 I això [la fracció d'una quantitat] ho han fet?⁷ No, oi? Perquè això els hi costa molt, si no els hi
236 ensenyes no els hi surt. Això s'hauria d'ensenyar abans de fer el problema 6. Si tu ho poses
237 sense ensenyar-ho, no se'n sortiran sols.

238 El problema 7 són operacions combinades com les que aprenen a resoldre mecànicament. Per
239 tant, aquest el poso segon. I els altres dos els poso els últims per aquest motiu [fracció d'una
240 quantitat]⁸.

241 Basant-me en la meva experiència, el que em molesta és la fracció d'una quantitat. Jo me n'he
242 adonat que si ens trobem amb aquests problemes quan no hem explicat aquest concepte perquè
243 potser a la seqüència didàctica que proposa el llibre de text no surt, quan ens posem a fer-los

⁶ Llista: Fraccions, Numerador, Denominador, Amplificació i reducció de fraccions, Nombres primers, Potències, Multiplicació d'enters, Divisió d'enters.

⁷ La participant està revisant el problema 6.

⁸ La participant assenyalava les fraccions d'una quantitat que s'han de calcular per resoldre els problemes 6 i 10.

244 alguns no ho sabien. Aleshores, alguns van més avançats, altres més endarrerits. Això cal
245 explicar-ho bé.

246 Entre el problema 6 i el 10, posaré el problema 10 com més fàcil que el 6, perquè és una
247 multiplicació que és una mica més fàcil, i perquè el 6 a més també té el gràfic.

248 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
249 **problema 1?**

250 P02: L'apartat b els hi costaria, però no et sé explicar ben bé perquè. Ho sé.

251 A l'apartat a, els hi pot costar el concepte de resta [d'enters]. N'hi ha que els hi costa perquè no
252 ho tenen ben assolit de primària. Perquè primer diu quants litres falten perquè estigui ple i després
253 pregunta quants litres hi ha al dispensador. Aleshores ells/es han de fer un càlcul i una resta.
254 Això en alguns els hi costa una mica.

255 I l'apartat c, la dificultat que té és que vas encadenant els altres apartats.

256 És un problema que sí que li veig una certa dificultat. L'he posat com el més fàcil, però ara veig
257 que no. Potser quan acabi te'l canvio.

258 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
259 **poder resoldre el problema 1?**

260 P02: La multiplicació de fraccions i la divisió de fraccions.

261 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
262 **el problema 1?**

263 P02: La resta, entendre una resta. I el concepte de multiplicació i divisió, a nivell conceptual.

264 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
265 **problema 6?**

266 P02: Aquí la primera dificultat és si no tenen ben assumit aquest 1, entendre la unitat com una
267 fracció que no té denominador i que representa el tot. I després que està dividit entre 1.

268 **R: O sigui hi ha la dificultat que l'1 és el tot, i després entendre l'equivalència entre l'enter**
269 **i la fracció?**

270 P02: Exacte. Primer hem d'entendre que l'1 equival al tot d'una fracció, i segon que aquí [nombre
271 enter 1] hi ha un denominador que és un 1 (convertir un nombre enter en una fracció, que té
272 denominador 1). Ho veig com dues dificultats de l'apartat b, que per això l'he posat com a
273 problema complex, perquè he vist aquest 1.

274 I la segona dificultat és la que t'he comentat abans d'una fracció d'una quantitat, expressat així,
275 que sàpiguen que és una multiplicació.

276 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
277 **poder resoldre el problema 6?**

278 P02: Suma de fraccions amb diferent denominador, resta de fraccions amb diferent denominador,
279 que inclouen denominador comú, i multiplicació de fraccions.

280 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
281 **el problema 6?**

282 P02: L'1 com a tot d'un conjunt, l'equivalència entre nombre enter i fracció, i la fracció d'una
283 quantitat.

284 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
285 **problema 7?**

286 P02: Les úniques dificultats que es poden trobar aquí [en el problema 7] són: si no controlen bé
287 les taules de multiplicar, que això els hi destorba; i la jerarquia de les operacions, que entenc que
288 això aquí ja ho fan bé. Per això aquest potser el posaria el més fàcil. Si tot això⁹ ho han assolit
289 bé, no hi ha dificultat.

290 **R: No hi ha dificultat de resoldre el problema, vols dir, de trobar l'estratègia?**

291 P02: No hi ha dificultat de resoldre el problema, aquest [problema 7] és un exercici.

292 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
293 **poder resoldre el problema 7?**

294 P02: Tots.

295 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
296 **el problema 7?**

297 P02: No n'hi ha. Bé, fraccions.

298 **R: I aquest [equivalència entre nombre i fracció] que havies dit abans?**

299 P02: És veritat, aquest sí. I bé, també apareixen les operacions amb enters. Aquí sí, perquè n'hi
300 ha a qui els confon: 1-3, els hi costa una mica. És un punt de dificultat.

301 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
302 **problema 10?**

303 P02: La dificultat torna a ser: la fracció d'una fracció. Bé, aquest el trobo més fàcil ara. Aquí l'única
304 dificultat que hi trobo és aquesta, però la resta són procediments fàcils. Sobretot la dificultat de
305 l'apartat b.

306 Aquest ara el veig com el més fàcil, però sempre i quan expliquem la fracció d'una quantitat.

307 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
308 **poder resoldre el problema 10?**

309 P02: Multiplicació de fraccions i divisió de fraccions.

310 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
311 **el problema 10?**

312 P02: Fracció d'una quantitat.

⁹ Referència als continguts de la seqüència didàctica.

313 **R: Vols canviar l'ordre de complexitat que has donat anteriorment?**

314 P02: No, perquè aquest [problema 1] és l'únic que no té una dificultat d'algun concepte que no
315 estigui explicat en la seqüència didàctica, però l'apartat b els hi costarà.

316 Si jo em mirés aquests problemes, un cop explicat el concepte de la fracció d'una quantitat,
317 aleshores entre els problemes 1,6 i 10, posaria el 10 com al més fàcil, després el 6 (un cop també
318 explicada la unitat com a tot d'un conjunt), després l'1, perquè té la complexitat aquesta de la
319 resta. I després el 7 com al més fàcil [de tots], perquè no és un problema, és un repàs de la
320 seqüència didàctica. Per mi el 7 és un exercici de consolidació de la unitat, per tant sí que el faria
321 el primer.

322 **R: Moltes gràcies!**

323

324 **R: Revisem aquesta seqüència didàctica titulada “Operacions amb fraccions”. Aquí tens**
325 **el material teòric que proposa un llibre de text digital per al curs de 1r d’ESO. [Es dona**
326 **imprès el material teòric de la seqüència didàctica d’operacions amb fraccions].**

327 **R: Creus que aquest índex està ben ordenat? Seguiries la mateixa seqüència? Per què?**

328 P03: En principi el concepte de fraccions ja el saben, oi?

329 **R: En principi hi ha una seqüència didàctica prèvia sobre fraccions, sí.**

330 P03: Sí, doncs l’inici [reducció de fraccions a comú denominador sí] perquè és la clau per poder
331 fer totes les operacions. Després la suma, la resta, la multiplicació i la divisió, em sembla correcte.
332 I després operacions combinades.

333 **R: Es podria modificar l’ordre en algun dels sabers de la llista anterior? Quins i per què?**

334 P03: No, potser a la introducció reforçar una mica el concepte de fracció. Ni que sigui un
335 recordatori. Perquè per exemple, no sé si surt el tema de fraccions equivalents, o si ja es dona
336 per suposat.

337 **R: Ordena els sabers de l’índex que s’expliquen en aquesta seqüència didàctica segons la**
338 **seva complexitat per als alumnes. És a dir, de més a menys difícil d’aprendre per a un**
339 **alumne, en general.**

340 P03: El més difícil és la reducció de fraccions a comú denominador. A partir d’aquí, si ja tens el
341 mateix denominador, la suma i la resta tenen zero dificultat; multiplicació i divisió és mecànica
342 pura. A partir d’aquí, si surten castells de fraccions...

343 **R: Els castells de fraccions no formen part de la seqüència didàctica.**

344 P03: Val, perquè sinó sí que seria una mica més dificultós. I llavors la segona més difícil seria la
345 part d’operacions combinades.

346 Per tant, en ordre de dificultat: 1) reducció de fraccions, 2) Operacions combinades, 3) tot el bloc
347 d’operacions amb fraccions¹⁰.

348 **R: Per què? Quins factors fan que aquests conceptes siguin difícil pels alumnes?**

349 P03: La meva experiència és que arriben a cursos avançats i encara no saben reduir a comú
350 denominador. I a partir d’aquí venen les operacions combinades, que és saber-se una mica
351 l’ordre (saber si va primer parèntesis, les operacions, etc.), si l’alumne/a no sap fer l’anterior, es
352 desmunta tot. Per tant sí, jo crec que la reducció a comú denominador és la clau. Bé, també has
353 d’entendre les operacions, que he posat de menys dificultat, però sí que la dificultat està en el
354 denominador comú.

¹⁰ La participant respon a la pregunta marcant de l’1 al 3 segons complexitat, en el full que se li ha entregat, però no es disposa de la resposta en enregistrament d’àudio d’aquesta línia.

355 Les operacions combinades si vas poc a poc i augmentant la dificultat ho van fent bé, sempre i
356 quan siguin àgils a l'hora de trobar el denominador comú, etc.¹¹

357 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran més rellevants / necessaris**
358 **per poder aprendre amb èxit aquesta seqüència didàctica? Mínim 2.**

359 P03: Saber factoritzar.

360 **R: Aquí hi inclous el m.c.m.?**

361 P03: No, perquè a vegades a 4t d'ESO ni això saben fer -i a 1r encara menys-, és a dir, no se'n
362 recorden de la part de descomposar factorialment.

363 I després també és important el concepte de mínim comú múltiple i màxim comú divisor, que el
364 confonen a vegades. Per tant, el segon seria saber trobar el mínim comú múltiple.

365 **R: Què passa amb els alumnes que tenen dubtes sobre aquests coneixements previs, és**
366 **a dir, no els tenen suficientment assolits?**

367 P03: Jo faig classes en què poso feina als que més o menys ja van tirant: els hi poso exercicis
368 perquè siguin autònoms o treballin en equip. I aleshores concentro i vaig passant amb els
369 alumnes que tenen dificultats i els hi dono recursos més específics per a ells/es, perquè
370 consolidin aquests conceptes.

371 **R: Perquè sinó entenc que és molt complicat poder arribar a la resta de conceptes...**

372 P03: Sí.

373 **R: Ordena de major a menor rellevància els coneixements previs de la llista¹² següent [es**
374 **dona llista impresa] per tal de poder aprendre amb èxit en aquesta seqüència didàctica.**

375 P03: És clau saber què és una fracció (incloent numerador i denominador). Segon la part de
376 nombres primers, és la clau per poder descomposar. Tercer les potències. I aleshores potser
377 posaria la multiplicació i divisió d'enters com a quart i l'amplificació i reducció de fraccions, cinquè.

378 **R: Revisem aquests problemes. [Es donen impresos quatre problemes amb solució].**
379 **Corresponen a la seqüència didàctica anterior.**

380 **Ordena'ls segons complexitat per als alumnes. És a dir, de més fàcil a més difícil de**
381 **resoldre per a un alumne, en general. Diques breument per què.**

382 P03: Sempre el que és operativa els hi és més fàcil. Per tant, el problema 7 seria el més fàcil.
383 Perquè no han entendre què se'ls hi està demanant, és mecànica.

¹¹ La participant assenyala la part del material didàctic referent a denominador comú i a operacions amb fraccions.

¹² Llista: Fraccions, Numerador, Denominador, Amplificació i reducció de fraccions, Nombres primers, Potències, Multiplicació d'enters, Divisió d'enters.

384 Potser faria el problema 1 com a segon de menys dificultat, el problema 10 com a tercer i el
385 problema 6 el quart, perquè en el problema 6 tens diferents tipus de fraccions, has de saber el
386 total, després restar. En canvi en el problema 1 només hi ha una operació perquè és $\frac{1}{4}$ de 16.

387 Sí, primer el d'operatòria [problema 7], després el problema 1 que tens un únic càlcul, després el
388 problema 10 perquè et demana la resposta en diferents opcions i per últim el problema 6 perquè
389 has de fer alguns passos previs abans de donar la resposta.

390 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
391 **problema 1?**¹³

392 P03: Bé, a vegades quan barreges unitats amb fraccions: " $\frac{1}{4}$ de què...". Per tant, la barreja de
393 la fracció amb el concepte [fracció d'una quantitat].

394 En els dos primers apartats, veig que has de fer 2 càlculs per arribar al resultat final. No és una
395 resposta directa.

396 I en l'apartat c, la dificultat està en què depèn de la resposta anterior. Si anteriorment s'han
397 encallat, aquí ja no saben com continuar ni el què els hi estan preguntant.

398 També hi ha una certa dificultat amb els litres, els gots, saber que 5 gots són un litre vol dir que
399 un got és $\frac{1}{5}$. Potser aquí algú podria passar-ho amb les unitats, dir que un got són 200 mL, es
400 podria haver resolt diferent.

401 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
402 **poder resoldre el problema 1?**

403 P03: Multiplicació i divisió de fraccions.

404 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
405 **el problema 1?**

406 P03: El concepte de fraccions, evidentment. Aquest seria l'únic.

407 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
408 **problema 6?**

409 P03: Bé, primer la part de reduir a comú denominador.

410 A vegades també es confonen amb el concepte unitari que representa la totalitat [la unitat com
411 el tot d'un conjunt]. Tot i que a vegades ho fan directament amb la fracció. Tenen $\frac{19}{21}$ i calculen
412 quan falta per arribar a $\frac{21}{21}$.

413 En representar gràficament entenc que no han de tenir dificultat perquè és el que s'explica a
414 primària. A primària les fraccions es fan amb dibuixos, i per tant entenc que no és difícil.

¹³ En el moment de respondre aquesta pregunta, la participant pensava que la resposta dels diferents apartats de cada problema eren maneres diferents de donar resposta al mateix problema, i no preguntes diferents dins del mateix context. Fer la revisió a fons del primer problema li serveix per adonar-se'n. Un cop aclarit el dubte, seguim amb l'entrevista.

415 I el mateix que dèiem en el problema anterior, a vegades al fer la fracció d'un concepte [fracció
416 d'una quantitat] es confonen. Al fer "la fracció de...", a vegades no se'n recorden de si el "de" és
417 multiplicar, ... Per tant la dificultat és que han de fer tots els càlculs de la fracció d'una quantitat i
418 després fer la resta respecte el total. S'ha de fer aquest doble càlcul.

419 **R: És a dir, de moment veus que on hi ha més dificultat és en el fet que hagin de fer**
420 **diversos càlculs?**

421 P03: Sí, en fer diversos càlculs.

422 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
423 **poder resoldre el problema 6?**

424 P03: Jo crec que aquí pràcticament tots. Bé, excepte operacions combinades i divisions.

425 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
426 **el problema 6?**

427 P03: La fracció d'una quantitat, el concepte de nombre 1 com a totalitat d'un conjunt (si volem
428 que ho resolguin així, perquè no és necessari per resoldre el problema, però és veritat que en
429 general s'utilitza força). I saber-ho representar gràficament, tot i que això són continguts de
430 primària.

431 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
432 **problema 7?**

433 P03: Saber calcular el denominador comú, saber l'ordre de les operacions (tenir-lo clar). I després
434 el signes, amb el concepte de signes també s'equivoquen molt. Si els hi surt alguna fracció
435 negativa també s'equivoquen molt.

436 **R: Això també serien parts de coneixements previs...**

437 P03: Sí, això serien coneixements previs. La dificultat aquí seria això.

438 **R: És a dir, en aquest problema, com que no hi ha passes per resoldre, la dificultat està**
439 **llavors en el coneixement previ?**

440 P03: Correcte.

441 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
442 **poder resoldre el problema 7?**

443 P03: El primer, reducció a denominador comú, i després tota la resta.

444 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
445 **el problema 7?**

446 P03: El concepte de fraccions (i numerador i denominador), i els signes.

447 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
448 **problema 10?**

449 P03: A 1r d'ESO fan això? Aquest [problema 10] jo no el veig de 1r d'ESO. Aquests dos conceptes
450 [apartats b i c] són molt difícils: la fracció d'una fracció, i la divisió de fraccions. És difícil d'entendre
451 que han d'extreure una part d'una part.

452 **R: Com deies abans, la complexitat és en saber què fer per resoldre el problema?**

453 P03: Correcte. Més endavant [cursos més avançats] això se'ls hi explica amb arbres, i aleshores
454 és més visual. Jo penso que això per 1r d'ESO és d'una complexitat elevada.

455 El primer apartat cap problema, però els altres dos sí.

456 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
457 **poder resoldre el problema 10?**

458 P03: Multiplicació i divisió, i ja està.

459 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
460 **el problema 10?**

461 P03: A l'apartat b, la fracció d'una fracció. A l'apartat c, que has de repartir, i com que reparteixes
462 no és "de" sinó una divisió.

463 **R: La idea de que dividir vol dir repartir?**

464 P03: Exacte. I que abans una divisió la faries en "5 parts iguals", però aquí la divideixes entre
465 una fracció també, tot i que la fracció no deixa de ser un nombre.

466 **R: O sigui, potser més que un coneixement previ també és un concepte que els hi "xoca"**
467 **amb el que ja saben?**

468 P03: Sí, repartir amb una fracció, tot i que és un nombre, aquí els hi pot xocar una mica.

469 **R: Vols reordenar els problemes segons la seva complexitat?**

470 P03: Sí! Continuo pensant que el problema 7 és el més fàcil.

471 El problema 10 seria el més difícil.

472 L'ordre de fàcil a difícil seria: 7, 1, 6, 10.

473 **R: Per algun motiu, que el problema 1 sigui més fàcil que el 6?**

474 P03: Bé, ara ho estic pensant i potser no. Potser al revés. Perquè en el problema 6 potser en el
475 fons és saber el total, fer una resta i després fer... [la fracció d'una quantitat]¹⁴. Sí, ho canvio: el
476 problema 6 és més fàcil i el problema 1 és més difícil.

477 Perquè a més és més fàcil d'entendre [que el problema 1]: "hi ha un total... quant li queda?". En
478 canvi al problema 1 les preguntes no són tant directes.

479 **R: Moltes gràcies!**

480

¹⁴ Assenyala la resolució de la fracció d'una quantitat.

481 **R: Revisem aquesta seqüència didàctica titulada “Operacions amb fraccions”. Aquí tens**
482 **el material teòric que proposa un llibre de text digital per al curs de 1r d’ESO. [Es dona**
483 **imprès el material teòric de la seqüència didàctica d’operacions amb fraccions].**

484 **R: Creus que aquest índex està ben ordenat? Seguiries la mateixa seqüència? Per què?**

485 P04: Sí, és una seqüència lògica. A veure, és que amb fraccions precisament, el que costa més,
486 no és la multiplicació i la divisió, sinó la suma i la resta. Jo posaria abans multiplicació i divisió
487 que suma i resta, perquè la multiplicació i la divisió és molt més intuïtiva, que no el que s’ha de
488 fer en una suma i una resta, parlant de fraccions. Amb un altre tema no, però amb fraccions jo
489 ho veig així. Jo m’atreviria a fer-ho.

490 **R: Ordena els sabers de l’índex que s’expliquen en aquesta seqüència didàctica segons la**
491 **seva complexitat per als alumnes. És a dir, de més a menys difícil d’aprendre per a un**
492 **alumne, en general.**

493 P04: Per mi, la suma i resta de fraccions amb diferent denominador és el més difícil. En l’ordre
494 de complexitat, el següent seria reducció de fraccions a comú denominador. Aquests tres, pel
495 que jo he experimentat a classe, són problemàtics.

496 Després, ja que estem parlant de suma i resta, seguim amb suma i resta d’igual denominador¹⁵,
497 que són més fàcils.

498 A nivell de dificultat posaria multiplicació i divisió de fraccions abans. Aleshores clar, surt una
499 mica barrejat. Per tant, aquests dos els podríem posar en un tercer punt. Després les operacions
500 combinades amb fraccions. I la suma i resta de fraccions amb el mateix denominador en un
501 cinquè punt. A veure, a *grosso modo*.

502 **R: Per què? Quins factors fan que aquests conceptes siguin difícil pels alumnes?**

503 P04: La complexitat operacional i de concepte. Per mi és molt més fàcil, des del punt de vista
504 operacional, fer multiplicacions i divisions de fraccions, que fer sumes i restes amb diferent
505 denominador (des del punt de vista d’operació matemàtica). Jo és el que he vist amb els alumnes:
506 ells/es veuen més complicat sumar i restar amb diferent denominador i la multiplicació i divisió
507 molt més senzill. I ja ho veia jo com a alumne, quan era alumne.

508 En [la suma i resta de]¹⁶ fraccions amb diferent denominador, has de fer servir aquesta andròmina
509 [la reducció de fraccions a comú denominador]¹⁷, que aleshores li dona més complexitat. En
510 canvi, la multiplicació i divisió de fraccions, al final, és una qüestió algorísmica. Tot això des del
511 punt de vista operacional.

512 Des del punt de vista conceptual, és un altre tema. Des del punt de vista conceptual jo trencaria
513 tot això. Jo no presentaria això així, ja d’entrada. És a dir, jo aniria a conceptes més experiencials.
514 Quan parlem d’una fracció, la primera cosa és que tinguin clar què és una fracció. Aquí es dona
515 per sabut, ho saben. Però, com combines les fraccions? Ja no com sumes o restes, sinó, la
516 fracció en si mateix, com és combinable? Si no hi ha una representació gràfica...

¹⁵ Aquí el participant fa referència a l’ordre seqüencial d’aprenentatge (no a l’ordre de complexitat).

¹⁶ El participant assenyala la suma i resta de fraccions amb comú denominador al material facilitat.

¹⁷ El participant assenyala la reducció a comú denominador al material facilitat.

517 **R: Et refereixes a “Què vol dir sumar dues fraccions?”?**

518 P04: Exacte. Però això ho has de veure gràficament -no sé com explicar-te. Si no ho veus clar
519 gràficament queda com abstracte o fins i tot: “Yo sé que hay una cosa que se hace así, pero no
520 me preguntes más. Se hace así porque tú me lo has dicho, pero conceptualmente no lo entiendo”.
521 No se si m’explico.

522 **R: Aleshores conceptualment ho ordenaries diferent, o seria similar?**

523 P04: No, és que jo conceptualment començaria per unes representacions de, primer, tenir molt
524 clar què significa una fracció en les seves diferents opcions (pròpia i impròpia, etc.) -que tampoc
525 em preocuparia molt de si és pròpia o impròpia-, el que jo diria és: “Qué representación tiene
526 esto en la vida real?”. Perquè es pot fer. Les fraccions, en un primer moment, com altres
527 conceptes matemàtics, jo veig que tenen una projecció en la realitat. Aleshores, si vull que el seu
528 coneixement sigui significatiu, el que faré és que agafaré allò que ells/es coneixen. Després si
529 agafa conceptes més abstractes ja en parlarem, però d’entrada jo faria això, i ho intento fer. No
530 és fàcil perquè moltes vegades no tens les eines, però ho intento.

531 **R: I aleshores a nivell conceptual quin dels conceptes d’aquesta seqüència didàctica diries**
532 **que és més difícil?**

533 P04: A nivell conceptual, el que és una fracció, no crec que sigui complicat, però sí a l’hora de la
534 combinació. Per tant, tots aquests conceptes són complicats, perquè sigui suma, sigui resta, sigui
535 ..., té una complicació [conceptual]. Quan ho entens, ho entens. Però totes tenen una complicació
536 [conceptual]. Això és la deducció que faig jo: potser si ho han posat així és que és més fàcil la
537 suma que la multiplicació, potser.

538 Si ells no tenen clar què és una fracció, es queda tot en una qüestió purament abstracte. “Tu
539 m’has dit que això funciona així, i ho faig perquè tu m’ho has dit; però no sóc capaç de veure-
540 ho”.

541 Abans [també] s’ha d’haver treballat què vol dir el mínim comú múltiple, perquè sinó no hi ha res
542 a fer. Ja li pots dir el què vulguis, que no sabrà de què li parles.

543 **R: De fet, la propera pregunta és quins coneixements previs / fonaments creus que seran**
544 **més rellevants / necessaris per poder aprendre amb èxit aquesta seqüència didàctica?**
545 **Mínim 2.**

546 P04: Pel comú denominador, el mínim comú múltiple. I després el màxim comú divisor, però bé,
547 si m’apures, el mínim comú múltiple. Em sembla que el mínim comú múltiple és el més important.

548 **R: Què passa amb els alumnes que tenen dubtes sobre aquests coneixements previs, és**
549 **a dir, no els tenen suficientment assolits?**

550 P04: Bé, doncs que ens encallarem per tot arreu. No tirarem. Ja ho he vist. Hi ha alumnes que
551 s’han quedat clavats i hem hagut de fer un repàs.

552 **R: Diries que és habitual?**

553 P04: Darrerament potser menys. S’està fent bastant bé i els hi queda bastant clar. Parlo del
554 percentatge més alt i no dels que tenen dificultats.

555 D'una classe de 25, aproximadament, 5 poden tenir problemes amb això, que no és molt. Però
556 els demés, almenys aquí a l'escola¹⁸, crec que s'ha treballat bastant. Jo crec que l'MCM s'ha
557 treballat bastant, l'MCD no.

558 **R: Ordena de major a menor rellevància els coneixements previs de la llista¹⁹ següent [es**
559 **dona llista impresa] per tal de poder aprendre amb èxit en aquesta seqüència didàctica.**

560 P04: Per mi fracció, numerador i denominador va tot junt. Jo ho explicaria junt.

561 Per mi, el concepte de fracció (no tant el de numerador i denominador, que ja van inclosos), és
562 fonamental.

563 Jo crec que podem ensenyar fraccions sense saber, potser, què és una potència. Evidentment,
564 si ho sabem ens pot ajudar.

565 **R: Aquí ho vam identificar pel fet de que quan calculem l'MCM, poden sortir potències.**

566 P04: Però jo puc calcular-lo sense fer servir potències. Ja sé que diràs que és més rudimentari.
567 Però podria haver-hi un alumne/a que no sàpiga de potències, i podria passar perfectament el
568 curs [de fraccions]. Tindrà un merder, o potser no, perquè no tots els alumnes pensen igual. És
569 a dir, no tots funcionen de la mateixa manera. Tu a ells/es els hi dius: "agrúpalo en potencias", i
570 hi ha qui et dirà: "¿qué me estás diciendo? Yo voy a saco". M'hi he trobat amb aquest cas, que
571 al final et fan cas perquè tu els has obligat.

572 Per tant, per mi, fraccions, numerador i denominador són fonamentals. I podríem passar
573 endavant sense potències.

574 Quasi et diria que els nombres primers s'han de saber. Com a concepte important. I és un tema
575 que no és intuïtiu, és molt abstracte. És un concepte normatiu. O sigui, la fracció per mi no és
576 normativa, la fracció és un concepte molt real, en canvi, el nombre primer... Si que té unes
577 aplicacions quan saps de què va, però no és de supervivència. Evidentment, si vols fer fraccions
578 ho necessitaràs, però és un concepte que no és tan intuïtiu. Bé, en tot cas, jo diria que els
579 nombres primers són necessaris, en segon lloc.

580 L'amplificació i reducció de fraccions és necessari també, per poder resoldre fraccions. Al final,
581 acabes dient: "si no has fet la reducció, no està bé".

582 **R: També, en certa manera, és necessari quan calculem el denominador comú...**

583 P04: Val, no ho sé, ho podríem posar en tercer lloc.

584 La multiplicació i divisió d'enters la posaria en quart lloc, i el cinquè, les potències.

585 **R: Revisem aquests problemes. [Es donen impresos quatre problemes amb solució].**
586 **Corresponen a la seqüència didàctica anterior.**

587 **Ordena'ls segons complexitat per als alumnes. És a dir, de més fàcil a més difícil de**
588 **resoldre per a un alumne, en general. Digues breument per què.**

¹⁸ El participant es refereix a l'escola on imparteix classe.

¹⁹ Llista: Fraccions, Numerador, Denominador, Amplificació i reducció de fraccions, Nombres primers, Potències, Multiplicació d'enters, Divisió d'enters.

589 P04: Bé..., aquí també hi ha un biaix que ve donat per manies que puc tenir jo com a professor.

590 La meua *primera esmena a la totalitat* és: a la vida real, m'agradaria saber quanta gent fa servir
591 això. Que està bé, eh. Sobre el paper i per a què els alumnes practiquin estan molt bé. Però a
592 l'hora de la veritat, jo et diria... no ho sé, a mi "me caen gordos, que no te lo puedes ni imaginar".
593 Quan comencen amb els litres, i aquestes històries...

594 **R: Per què?**

595 P04: Perquè jo no he resolt mai cap situació d'aquestes amb matemàtiques, amb matemàtiques
596 sobre un paper. Les he fet de manera intuïtiva. M'explico? Si jo he necessitat $\frac{3}{4}$ de litre d'una
597 cosa, jo tenia en el meu cap, què eren $\frac{3}{4}$ de litre, i, si havia de fer *no-se-què*, sabia que podia fer
598 *no-se-què* per solucionar-ho. Però no m'havia posat a fer números. Perquè segurament, ja tenia
599 clar els conceptes bàsics, i els elements que m'envoltaven, eren reals. És a dir, no dic que això
600 [el problema] no pugui ser real. Però és que en aquestes situacions, evidentment que s'hauran
601 fet uns càlculs, però han sigut més aviat intuïtius, no ens hem posat amb un paper. Que ens
602 podríem haver posat amb un paper, però potser tindríem problemes, perquè el paper requereix
603 d'una formalitat que quan tu resols, no utilitzes, perquè utilitzes la teua estructura de pensament,
604 no l'estructura que t'han dit. Aquesta és la *primera esmena*.

605 **R: Bé, ara et demanaria ordenar, de més fàcil a més difícil.**

606 P04: Per mi, el més fàcil és el problema 7. T'ho dic, en el sentit de que, fins i tot la persona que
607 té dificultats, quan ha agafat els mecanismes de resolució, es pot equivocar però ho sap. Es pot
608 haver equivocat, però ho sap.

609 **R: Per "mecanismes de resolució", a què et refereixes?**

610 P04: És com aquell que diu: " $2+2=4$ ". Qui no sap això? Fixa't, que potser "No sé qué quiere decir
611 $4/5$... no tengo ni idea, pero como sé cómo se hace porque alguien me lo ha enseñado, yo te lo
612 resuelvo. Porque sé que más por menos es menos, y que no sé qué, no sé cuántos..."

613 Per mi, tots els exercicis d'aquest tipus són els que tenen menys valor. Tenen un valor relatiu,
614 perquè a l'hora de la veritat no sé quan ho faràs perquè t'ho farà una màquina. Tot això té molt a
615 veure amb calcular. Que al final dius, "¿Qué valor tiene calcular? Para mí, muy relativo. Porque
616 hoy en día tienes aparatos que te lo calculan".

617 Llavors tu vols saber si és senzill per a què l'alumne/a ho pugui fer. L'alumne/a que té
618 complicacions aquí [també] les té en les altres bandes. Aquest exercici [7], una persona que no
619 ha entès certes coses (com per exemple, que no té clares les unitat de mesura) això t'ho pot fer.

620 **R: És el que deies de que no li cal entendre què és una fracció...**

621 P04: No sap què és una fracció, però com que jo li he dit que "Se suman así y restan así, y se
622 multiplican así. Y ya sabes que lo puedes hacer...". O també passa que: "Es que yo no sé qué
623 quiere decir el mínimo común múltiplo, pero sé cómo funciona".

624 Aquí [a l'escola] ens fotem un fart de resoldre problemes de múltiples i divisors, però sense saber
625 això [què vol dir], també es poden resoldre. "Y puedes ser un hacha, una calculadora con patas,
626 pero no tener ni idea de qué significa esto".

627 A veure, els bàsics potser sí que els saben: “La fracción, lo de abajo son las particiones y lo de
628 arriba lo que coges. Bueno, hasta ahí llego, pero mucho más allá no llego”. Vull dir-te que hi ha
629 persones que amb pocs coneixements podrien tirar endavant sense cap problema.

630 **R: Entesos, aleshores el problema 7 seria el més senzill.**

631 P04: Jo crec que sí. Després, potser el problema 1, perquè és més intuïtiu possiblement: els litres
632 de refresc, un quart de litre, ...

633 **R: Els càlculs que s’han de fer són més clars?**

634 P04: Sí, aquí està molt clar, crec jo. És evident que aquí hi ha una complicació [en la divisió de
635 fraccions]²⁰, però si això t’ho aprens (com funciona), no hi ha cap problema. És que aleshores
636 aquí no hi ha problema. És una qüestió de pràctica. És com el que sap fer una divisió... “es lo
637 mismo”.

638 En canvi, aquí [apartat a] és fàcil en el sentit de que és més intuïtiu -penso. Perquè aquí t’està
639 parlant de coses que fins i tot els nanos estan acostumats en la vida diària: “Un cuarto de litro,
640 cuatro litros, que si tal...”, són conceptes que s’han treballat. I jo veig que els nanos pensen: “aquí
641 haciendo pequeñas restas y pequeñas historias ya lo he resuelto”. És la meva opinió.

642 Després venen els altres. Aquí [problema 10], per mi, és el que jo no faria mai. Tot això que hi ha
643 aquí per resoldre això. Que tampoc és que sigui molt complicat. Has de tenir clar què és la totalitat
644 i una sèrie de coses.

645 I aquest [problema 6]. Aquest per mi potser sí que és una mica més difícil.

646 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
647 **problema 1?**

648 P04: Aquí [problema 1] les dificultats seran no tenir clar què són les unitats de mesura amb les
649 que estem treballant. És a dir, si tenim clar què significa... No hi ha massa més complicacions,
650 perquè estem parlant d’un quart de litre i després estem parlant de gots. Saber què és un quart
651 de litre significa que tu saps de què va saber què és una fracció, no des d’un punt de vista
652 numèric, sinó què representa un quart de litre. Tu el veus al cap, no com un quart, sinó com una
653 quantitat d’algo. O sigui, t’imagines un got, o una ampolla que està plena fins a la quarta part. O
654 un dibuix. Jo parteixo de la base de que, en general, m’he trobat a la classe que els alumnes
655 tenen molta més capacitat d’entendre-ho quan els hi planteges des del punt de vista gràfic o la
656 quotidianitat que no des d’un punt de vista en que s’ho han d’imaginar.

657 **R: Per tant, la dificultat del problema 1 està amb això del quart de litre?**

658 P04: Sí, però jo crec que un quart de litre no és una dificultat greu. Avui dia, podríem agafar
659 alumnes i preguntar-los: “¿Oye, tu sabes qué es un cuarto de litro, o 1 partido por 4 litros?”, i en
660 general no tindrien dificultat.

661 **R: Quins dels coneixements de l’índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
662 **poder resoldre el problema 1?**

663 P04: Evidentment, has de saber sumar, multiplicar... “ $\frac{1}{4}$ multiplicat per 16”, saber com s’opera
664 això. I saber dividir. Bàsicament multiplicació i divisió de fraccions.

²⁰ El participant assenyala el càlcul de la divisió de fraccions.

665 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
666 **el problema 1?**

667 P04: S'ha de saber què és una fracció clarament, saber què significa, i saber alguna cosa més...
668 Has d'haver assimilat, de què estem parlant quan parlem de fraccions.

669 El tema dels litres és un tema que evidentment, si saps que és un litre, et pot ajudar; però -fins i
670 tot m'atreveixo a dir- no és necessari saber què és un litre per resoldre això. Potser és molt
671 agosarat, però és sota el meu punt de vista. Clar, ajuda, però podria haver sigut qualsevol altra
672 cosa. Si tu tens clar com funcionen les fraccions, és igual que siguin litres, com que siguin... la
673 unitat que vulguis, com si fossin pomes.

674 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
675 **problema 6?**

676 P04: Aquí [problema 6] et demanen que ho representis gràficament, i això significa que has de
677 tenir molt clar com es representen les fraccions.

678 **R: Això diries que és una font de dificultat?**

679 P04: Si haguéssim treballat la representació gràfica de fraccions...

680 I també has de tenir clar l'MCM.

681 Per mi és més fàcil el problema 1 que el problema 6, perquè el problema 1, sense tenir massa
682 idees d'històries sobre MCM i tal puc resoldre'l, però en el problema 6 sí que es necessito saber
683 això.

684 **R: És a dir, la diferència en complexitat del problema 6 respecte el problema 1 és que hi**
685 **ha més coneixements previs que has de tenir controlats?**

686 P04: Coneixements previs...? Clar. T'han hagut d'explicar una sèrie de coses que aquí²¹ en
687 principi ja les donen per apreses.

688 Jo crec que si comencem la classe de 1r, o de 6è, si no ho tenen clar i no has explicat res, seria
689 un problema per poder resoldre això²².

690 Després també necessites saber multiplicar... A l'apartat c ho necessitaràs també. I aquí hi ha
691 una cosa [la fracció d'una quantitat]²³, que ho has de saber. És un altre coneixement que has de
692 tenir clar.

693 **R: Per tant, quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris**
694 **per poder resoldre el problema 6?**

695 P04: Les operacions amb fraccions: suma i resta, i també veig que hi ha multiplicació.

696 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
697 **el problema 6?**

²¹ Assenyala la fonamentació teòrica de la seqüència didàctica.

²² Assenyala apartats a i b.

²³ Assenyala el càlcul de la fracció d'una quantitat.

698 P04: Has de tenir clar què són els nombres primers, què és el mínim comú múltiple, què és tot
699 això...²⁴

700 **R: Per trobar el denominador comú?**

701 P04: Clar, per poder-ho resoldre i que t'arribi a trobar el 21²⁵. Que algú diria: "Bueno, 7 por 3, 21.
702 Ya, pero esto es lo que nos ocurre siempre, que cuando son dos, vale, pero ¿y cuando son tres,
703 cuatro...?". Jo t'ho deia per això, perquè algú dirà: "Es podría saber sense això".

704 **R: Aquest denominador comú és senzill, però n'hi ha de més complicats.**

705 P04: Clar, n'hi ha de més complicats. Jo pensava en això.

706 Però et pots trobar que hi hagi persones que no t'ho resolguin això, quan arribes a 1r [d'ESO];
707 però no quatre [persones], sinó moltes més.

708 I després està el tema del repartiment.

709 **R: La fracció d'una quantitat?**

710 P04: Sí, que això jo moltes vegades veig que es confonen. Sembla una cosa molt òbvia, però no
711 ho és tant. No ho tenen clar. T'ho dic perquè m'hi he trobat, que m'he quedat sorprès perquè
712 pensava "si això està claríssim", i no està clar. A vegades has de recórrer a explicar historietes,
713 perquè sinó es perden en aquest tipus d'operació. Això és més complex...

714 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
715 **problema 7?**

716 P04: Aquí podríem discutir, i discutir molt. Se suposa que aquí [problema 7] han vist els nombres
717 enters, els nombres positius, negatius i demés. Si s'ha vist tot això, i ja tenen una jerarquia
718 d'operacions, que se suposa que ja ho saben... Per mi, si ells saben els mecanismes... -que jo
719 crec que et pots trobar amb algun alumne/a que li costi molt- però per la majoria d'alumnes [és
720 senzill]...

721 Jo crec que això és fins i tot en el que certs professors, antigament, es basaven quan pensaven
722 en la selectivitat o certs tipus de prova. Moltes vegades el que es mirava era això [operacions
723 combinades]. No és necessari que ho entenguis tot, sinó que sàpigues com es resol l'algorisme.
724 Si tu saps com es resol l'algorisme, la dificultat és relativa. No posaria que això és molt complex.
725 Sí que és veritat que requereix associar una sèrie de coses, que si el parèntesi, que si la jerarquia,
726 etc. Però fins i tot una persona una mica espavilada que li posessis una pauta al costat això t'ho
727 resoldria.

728 Trobo més difícil altres coses. Potser el mínim comú múltiple, sí, li pots posar una pauta però...
729 És que al final tot això, en general²⁶, amb pautes ho podries resoldre.

730 El que passa és que el 7 no és un problema.

731 **R: Vols dir que no has de pensar en quina operació fer per resoldre'l?**

²⁴ Assenyala la reducció a comú denominador de la resolució.

²⁵ 21 és el denominador comú de la resposta.

²⁶ El participant es refereix als quatre problemes en general.

732 P04: Clar. O sigui que tu vas a resoldre. Jo considero que tot allò que es va a resoldre
733 directament, requereix de menys inversió d'esforç cerebral, per dir-ho d'alguna manera, que els
734 altres. Els altres, al final, és el que realment incomoda. Perquè quan et plantegen un problema
735 dius "Si yo sé hacer todas las operaciones... ¿Y ahora me metes un problema?". És això el que
736 jo diria.

737 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
738 **poder resoldre el problema 7?**

739 P04: Aquí necessites pràcticament tot. Tot fa falta. Tots els mecanismes de resolució que es
740 plantegen a la fonamentació teòrica, no el fons, sinó els mecanismes de resolució fan falta tots
741 si vols fer-ho àgil, ràpid i bé.

742 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
743 **el problema 7?**

744 P04: Jo crec que aquí coneixements previs, els justos i necessaris. És a dir, saber què és una
745 fracció, però no cal entrar en massa detalls. Jo puc saber això, sense saber, ni tant sols, "qué
746 significa múltiplo o qué significa divisor... es que no hace falta". "Tengo que saber cómo se hace.
747 Yo soy una máquina". Una persona una mica intel·ligent, que no tingués coneixements previs, si
748 tu li expliques com es resol, això t'ho resoldrà, i ho puc demostrar.

749 **R: Si li dones exemples, vols dir?**

750 P04: Sí, i al final aquesta persona -estic parlant d'una persona que tingui una certa capacitat, no
751 els que tenen dificultats- et trobarà la manera de resoldre-ho. Ara, és molt més complex resoldre
752 els altres, quan entren qüestions que tenen a veure amb decidir les operacions. Fins i tot et dirà:
753 "Yo lo resuelvo sin operaciones". "Y cuando le pidas operaciones te dirá: Joder, no sé qué me
754 estás diciendo."

755 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
756 **problema 10?**

757 P04: Aquí parlem una altra vegada de litres, de gots... Bé, aquí, segons com, tampoc no és tan
758 difícil, però bé. El que passa és que aquí [problema 10] has de tenir clar com funciona això de
759 les capacitats. Jo crec que aquí per resoldre això sí que has de tenir bastant clar com funciona
760 el tema de les fraccions. Clar, tu em dius, com a operacions... Surten operacions (multiplicació,
761 divisió, el que sigui), que serien el que s'ha de saber. Però moltes coses més no.

762 **R: I de coneixement previ [problema 10]?**

763 P04: Jo crec que aquí s'ha de tenir clar els mecanismes de repartició.

764 **R: "Què significa repartir?"**

765 P04: Clar. O sigui, una cosa és la fracció, que en el fons és una repartició, però aquí potser
766 necessites anar una mica més enllà, crec jo. Si vas una mica més enllà, vull dir, a vegades es
767 tracta de tenir al cap, no un mecanisme mnemotècnic, sinó tenir clar què t'estan demanant i què
768 t'estan dient.

769 **R: Tu m'estàs parlant, entenc, i no sé si és això el que em vols dir, que tu tens un estat**
770 **inicial del problema i el gol. Llavors com tu vas pel mig per arribar a la solució?**

771 P04: Clar, perquè aquí hi ha un procés fins al final: estàs en una situació, aquesta situació ha
772 canviat...²⁷

773 El grau operacional no és complex, però has de tenir clar què et demanen i on vols arribar. Ara,
774 no sé si tothom hi arribaria sense dificultats.

775 **R: Abans m'has parlat de que si tinguéssim unes pautes, això seria més senzill de resoldre.**
776 **Ho deies només pel problema 7 que és més operacional, o per la resta també es podria**
777 **utilitzar algun tipus de pauta d'exemple?**

778 P04: Jo et diria que per a tot.

779 **R: La pauta és sobre com es resol una operació o sobre com es resol un problema?**

780 P04: Podria haver-ne dels dos. El que passa és que jo veig més complex voler pautar com es
781 resol un problema. És molt més complicat que no una operació. Jo crec que l'operació són faves
782 comptades. És a dir, en el moment que nosaltres volem resoldre una operació combinada, si
783 tenim clar com es fa i ho practiquem...

784 Però el problema té un afegit, perquè pot haver-hi sorpresa. És a dir, tu pots tenir una pauta, tu
785 pots fins i tot pautar uns *tempos* -com fem moltes vegades: primer, les dades...-, però la resolució
786 del problema en si mateix, això com ho pautes? Perquè aquí hi ha un mecanisme intern, que o
787 surt o no surt. M'entens el que et vull dir? Hi ha gent que té una certa habilitat per resoldre, i en
788 canvi hi ha gent que es frustra. I ara aquí potser entrariem en com mesurem el coeficient
789 intel·lectual. Vull dir que a vegades dius "este es listo y este es tonto". No. Simplement és que
790 son plantejaments diferents. I que no tothom pensa igual. En canvi, per resoldre una operació
791 matemàtica, encara que sigui una mica complexa, al final hi ha un camí preestablert: si el
792 segueixes, no et pots equivocar. En el problema, encara que puguis tenir un camí que et sembla
793 que està preestablert... Si és un bon problema, moltes vegades no es pot resoldre d'una sola
794 manera, sinó que es pot resoldre de varies maneres. Tu vas a la universitat i veuràs que resolen
795 de forma diferent, clar, perquè cadascú té el seu sistema mental.

796 **R: Per tant, definir una pauta que guii l'estratègia de resolució de problemes és complex**
797 **(com a mínim trobar-ne una que sigui útil per múltiples contextos). Però, per altra banda,**
798 **si en aquests problemes hi hagués una pauta de resolució operativa, ajudaria a la reducció**
799 **de complexitat.**

800 P04: Per resoldre un problema com Déu mana, necessitem alguna cosa que va més enllà. Que
801 sí, pots donar una estratègia, però jo m'he trobat a classe alumnes que em diuen: "Mi padre me
802 lo ha explicado de otra manera". I aleshores dius: "Ostres, què ha passat aquí?". I llavors: "Mi
803 madre me lo ha explicado de otra manera". Tres maneres d'explicar-ho diferent, i resulta que la
804 meva no l'estan entenent. Com es possible? I l'altra sí? Aquí és quan s'ha d'analitzar. En canvi,
805 per resoldre això, pot haver-hi alguna variació, però l'operació tot el món la resol de la mateixa
806 manera. Per això potser empenya molt el problema.

807 **R: Si al costat del problema hi hagués una pauta sobre resolució d'operacions, ajudaria a**
808 **reduir la complexitat, o no?**

809 P04: Sí, ajudarien, clar que ajudarien. Tot el sigui una pauta ajuda.

²⁷ El participant assenyala la introducció al problema i els diferents apartats.

810 **R: Però creus que és una ajuda que sigui prohibitiva amb l'aprenentatge? És a dir, jo t'estic**
811 **ajudant amb una explicació breu sobre com es resolen les quatre operacions de suma,**
812 **resta, multiplicació i divisió. Tu has de triar quina operació i com, i després tindràs la pauta**
813 **per ajudar-te a fer-ho. La pauta va en detriment de que tu aprenguis?**

814 P04: Per mi, la pauta va en detriment de que tu utilitzis els teus esquemes de pensament. Perquè
815 resulta que tu resols les coses d'una manera, i jo les resolc d'una altra. I no em pots dir que la
816 teva sigui millor que la meva.

817 És que hi ha problemes d'alta complexitat, que els alumnes es trobaran, i a vegades no els
818 resolen perquè resulta que han estat ensinistrats a resoldre els problemes de dues o tres
819 maneres. És evident que hi ha problemes que dius "No te compliques la vida, usa esto y se ha
820 acabado". Però a mesura que anem cap a munt veiem que, això que en un moment de
821 l'aprenentatge és brillant perquè sembla que aprenen molt, és que potser l'hem capat una mica
822 aquest nen. Perquè li estem dient com ha de resoldre quan ell potser [pot fer-ho diferent]. T'ho
823 dic sobretot per als alumnes d'altres capacitats. Amb aquests alumnes jo a vegades he vist que
824 m'he hagut d'arronsar, perquè he vist que l'he de deixar, perquè ho fa d'una altra manera, i potser
825 és millor. I en un futur, això l'ajudarà a la seva vida professional. I el meu sistema no sé si
826 l'ajudarà. Se'ls hi ha de donar més llibertat en la resolució.

827 **Moltes gràcies!**

828

829 **R: Revisem aquesta seqüència didàctica titulada “Operacions amb fraccions”. Aquí tens**
830 **el material teòric que proposa un llibre de text digital per al curs de 1r d’ESO. [Es dona**
831 **imprès el material teòric de la seqüència didàctica d’operacions amb fraccions].**

832 **R: Creus que aquest índex està ben ordenat? Seguiries la mateixa seqüència? Per què?**

833 P05: Jo el que faria és, en el moment que expliquem la suma de fraccions amb el mateix
834 denominador, explicaria també la resta de fraccions amb el mateix denominador, perquè és el
835 mateix, però amb signe negatiu (nombres negatius). Potser ajuda fer-ho així, però també és
836 veritat que depèn de l’alumne/a. Jo normalment ho englobo: poso “suma de fraccions” i després
837 “multiplicació i divisió”.

838 **R: És a dir, no fas suma i resta perquè són enters...**

839 P05: Exacte, i com que prèviament, se suposa que ja han fet enters, ho explico com un conjunt.
840 Així d’aquesta manera no tens quatre coses diferents a aprendre -que encara que no ho sembli
841 se’ls hi fa com una muntanya- sinó que ho redueixes a la meitat.

842 I, sí, començaria per suma, després multiplicació i després divisió. Això ho mantindria.

843 **R: Creus que es podria canviar algun concepte? Afectaria per al seu aprenentatge?**

844 P05: Depèn, si a primària s’ha estudiat sempre primer la suma -que jo entenc que és més
845 intuïtiva-, després la multiplicació -que no és tan intuïtiva com la suma, però una mica més- i
846 posteriorment la divisió -que és la que més costa, pel fet de repartir, perquè no és addició sinó
847 reducció. Jo crec que l’ordre hauria de ser aquest. Almenys a mi és un ordre que em funciona i
848 que els nens/es també tenen interioritzat. Si a primària decideixen canviar l’ordre, aleshores
849 nosaltres també ens hauríem d’adaptar.

850 **R: Ordena els sabers de l’índex que s’expliquen en aquesta seqüència didàctica segons la**
851 **seva complexitat per als alumnes. És a dir, de més a menys difícil d’aprendre per a un**
852 **alumne, en general.**

853 P05: Per la meua experiència, el que costa normalment més és la suma i resta de diferent
854 denominador; abans que multiplicació i divisió. Perquè s’han de fer més passos per obtenir el
855 resultat final, i no és tan intuïtiu. I després el mínim comú múltiple, segons la meua experiència,
856 porta molts problemes.

857 Disculpa, només estava tenint en compte les operacions. Aleshores, el més difícil serien les
858 operacions combinades. I la suma i la resta i reducció a comú denominador després amb la
859 mateixa dificultat²⁸. Després potser la divisió, si entres en el tema de simplificar, que en principi
860 tothom ho fa. I normalment és més fàcil multiplicar [fraccions] que sumar. El problema és que un
861 cop multipliquen, la suma a vegades els hi crea confusió pel tema de mantenir el mateix
862 denominador. O sigui, cap de les dues costen d’aprendre, però si hagués de posar una, diria que
863 costa una mica més la multiplicació perquè es confonen. En canvi, en la suma i resta de mateix
864 denominador normalment mai s’equivoquen. I a vegades un error que sí que cometien és fer el
865 mínim comú múltiple a la multiplicació.

²⁸ L’enregistrament d’aquesta frase no és complet perquè la participant marca sobre el full l’escala de dificultat.

866 **R: Per què? Quins factors fan que aquests conceptes siguin difícils pels alumnes?**

867 P05: Que hi hagi moltes coses a aprendre i que la metodologia per aprendre-les sigui diferent. Si
868 nosaltres aprenem a sumar d'una manera, i la multiplicació seguís una dinàmica semblant, crec
869 que no se'ls hi faria tan difícil. Si la multiplicació és diferent, perquè ja tens en compte els
870 denominadors però no els hi has el mínim comú múltiple, sinó que els has d'operar -i a la suma
871 no els has d'operar, sinó els has de mantenir igual. Aquest canvi, el que fa és provocar que la
872 gent es confongui. I aquí estic parlant únicament d'operatòria, no estic parlant de problemes.

873 Pel que fa a operacions combinades amb fraccions, tu quan expliques la jerarquia, l'ordre en què
874 s'ha de resoldre una operació combinada, la gent el té molt interioritzat. I si tu li preguntes a un
875 alumne/a, et dirà "primer parèntesis, després potències, ...". En canvi, a l'hora de començar a fer
876 l'operació, sempre per defecte comencen d'esquerra a dreta, sense recordar que aquest és l'últim
877 pas. Això també és una de les dificultats que tenen, potser també perquè a l'inici fan únicament
878 operacions senzilles de sumes i restes, i aquestes sempre es fan d'esquerra a dreta, aquest
879 coneixement previ el tenen interioritzat, i no els permet avançar.

880 Per tant, [els factors de complexitat] serien la construcció de coneixements a partir d'uns donats
881 i les diferències que hi ha entre uns i altres.

882 **R: O sigui que el fet que pugui haver-hi diferències entre el coneixement previ i el nou**
883 **també és una font de dificultat.**

884 P05: Exacte.

885 **R: De fet, la propera pregunta és quins coneixements previs / fonaments creus que seran**
886 **més rellevants / necessaris per poder aprendre amb èxit aquesta seqüència didàctica?**
887 **Mínim 2.**

888 P05: Òbviament, operacions amb nombres naturals, operacions amb nombres enters, i el mínim
889 comú múltiple també s'ha de saber fer.

890 **R: Què passa amb els alumnes que tenen dubtes sobre aquests coneixements previs, és**
891 **a dir, no els tenen suficientment assolits?**

892 P05: Aquests alumnes segueixen bé tot el que és la suma i resta de fraccions amb el mateix
893 denominador, multiplicacions amb fraccions també una mica i divisions potser es confonen. En
894 canvi, a la resta, quan hi ha nombres negatius aquí ja si no tenen el coneixement de nombres
895 enters ja es confonen. I amb el mínim comú múltiple, sobretot quan tenim diferent denominador.

896 **R: Ordena de major a menor rellevància els coneixements previs de la llista²⁹ següent [es**
897 **dona llista impresa] per tal de poder aprendre amb èxit en aquesta seqüència didàctica.**

898 P05: Clar, és que van molt junts tots. [Per exemple,] nombres primers els necessites per
899 simplificar, i el necessites per trobar el mínim comú múltiple dels denominadors. I conèixer una
900 fracció implica conèixer la terminologia de numerador i denominador.

901 Potències no sé perquè les necessites.

²⁹ Llista: Fraccions, Numerador, Denominador, Amplificació i reducció de fraccions, Nombres primers, Potències, Multiplicació d'enters, Divisió d'enters.

902 **R: Estava marcat perquè quan es calcula l'MCM, a vegades pot ser que faci falta.**

903 P05: Val, per agrupar. Tot i que si tens més estratègies ja no seria tan necessari. Per tant, el més
904 necessari seria fraccions, numerador i denominador. Després l'amplificació i reducció de
905 fraccions, junt amb nombres primers. I multiplicació i divisió (que també ho veig equivalent perquè
906 cap de les dues operacions té prioritat). I per últim les potències, perquè no és completament
907 necessari, si ja tens l'estratègia de fer el mínim comú múltiple directe.

908 Aquí, si no saps que és una fracció, difícilment sabràs calcular. I per operar, serien aquestes
909 dues³⁰. Primer l'amplificació i reducció de fraccions i els nombres primers, i després la
910 multiplicació i divisió d'enters.

911 **R: Revisem aquests problemes. [Es donen impresos quatre problemes amb solució].**
912 **Corresponen a la seqüència didàctica anterior.**

913 **Ordena'ls segons complexitat per als alumnes. És a dir, de més fàcil a més difícil de**
914 **resoldre per a un alumne, en general. Digues breument per què.**

915 P05: A mi l'experiència em diu que quanta menys lletra posis i més nombres hi hagi, més facilitat
916 tenen, menys es confonen. Quan tu li poses un enunciat més llarg, ja han de tenir la capacitat o
917 la competència de comprensió lectora ben desenvolupada per entendre què t'està dient
918 l'enunciat.

919 Per tant, normalment quan poses únicament operatòria, i l'enunciat és tan senzill com resol les
920 operacions següents utilitzant el que faci falta, això [problema 7] per mi seria el més fàcil. Per mi
921 aquest seria el més senzill.

922 Al problema 1, a nivell de dificultat l'únic que has d'entendre és el concepte de fracció. Sobretot
923 en aquesta primera part [apartat a]. I l'altra, són operacions bastant senzilles [apartats b i c]
924 comparat amb altres que potser has de raonar una mica més.

925 I per mi el problema 6 seria el més complet, que et demanen una mica de cada. I fins i tot et
926 demanen una representació gràfica. Però que per mi sigui el més complet, potser que pels
927 nens/es sigui difícil...

928 **R: Clar, tu has de pensar quins creus que són difícils per als alumnes.**

929 P05: I el problema 10 és més de raonar. No et sabia dir.

930 **R: Si vols et faig algunes preguntes de cada problema, i després els ordenes.**

931 P05: Val, sí.

932 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
933 **problema 1?**

934 P05: Primer, que has d'aplicar alguns coneixements no de forma directa, és a dir, [no] operant,
935 que és com s'ha ensenyat, perquè sí que és veritat que al recurs teòric, excepte el primer
936 exemple, sobretot són exemples numèrics, d'operació. Llavors aquí és aplicar un coneixement,

³⁰ La participant assenyala els blocs que ha definit: ampliació i reducció de fraccions i nombres primers, i multiplicació i divisió d'enters.

937 que és una operació, a un problema de la vida real. Això passa amb el problema 1, amb el 6 i
938 amb el 10.

939 Una altra dificultat és entendre -i això també els hi costa una mica- que una fracció t'expressa
940 únicament una part i no una quantitat exacte.

941 **R: Una proporció?**

942 P05: Exacte. I llavors passar d'aquesta part a una magnitud, algo que té una unitat. Això els hi
943 costa una mica de relacionar.

944 Tot i que la pregunta és bastant senzilla, l'única dificultat possible és veure que al final has de fer
945 la resta, o sigui, què és el que t'estan demanant realment.

946 **R: O sigui una dificultat és que has de fer la fracció d'una quantitat, i la resta que potser
947 no és tan evident?**

948 P05: Sí, i alguns això $[1/4]$ ho interpreten com que té 0'25 litres, no que és una quarta part dels
949 16. Això és una dificultat, perquè ho operen com si fos el mateix. No entenen que representi una
950 part o una proporció.

951 Jo aquest el veig senzillet, potser aquestes serien les principals dificultats, que també ens podem
952 trobar en els altres.

953 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per
954 poder resoldre el problema 1?**

955 P05: Al final simplement tenim multiplicació i divisió [de fraccions].

956 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre
957 el problema 1?**

958 P05: Nombres enters, i òbviament resolució de problemes. Operacions de nombres enters i
959 raonament, o sigui, quin tipus d'operació em demanen per resoldre aquest problema. I posar
960 unitats també és una dificultat.

961 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del
962 problema 6?**

963 P05: Jo crec que aquí les preguntes són bastant clares. Les dificultats també tornen a ser saber
964 quin tipus d'operacions em demanen en cada cas. I el que hem dit d'interpretació de dades (quina
965 informació em dona cadascuna d'elles). Potser el que costa més és el saber que si a tu et diuen
966 $19/21$, saber que per trobar la part que falta s'ha de restar de la unitat. Que 1 representa $21/21$, i
967 que és una proporció (una altra vegada) que representa el total. Això a vegades també costa. I
968 després, si entenen com trobar la proporció del total [fracció d'una quantitat], realment això
969 [apartat c] és senzill també.

970 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per
971 poder resoldre el problema 6?**

972 P05: Suma i resta amb fraccions de diferent denominador i una altra vegada la multiplicació.

- 973 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
974 **el problema 6?**
- 975 P05: Tornem a estratègies per resoldre un problema. I després suma i resta de nombres enters,
976 multiplicació de nombres enters, i mínim comú múltiple.
- 977 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
978 **problema 7?**
- 979 P05: Aquí [problema 7], dificultats: normalment el que jo em trobo és l'ordre, i també quan hi ha
980 nombres enters mesclats amb fraccions, perquè a alguns els hi costa posar el denominador 1.
- 981 **R: L'equivalència entre enter i fracció?**
- 982 P05: Exacte, però sobretot és l'ordre de prioritat, que acaben fent sempre d'esquerra a dreta, en
983 comptes de fer l'ordre o jerarquia com a tal. Crec que és la màxima dificultat que poden tenir.
- 984 I tornem, totes les operacions es treballen (suma, resta, multiplicació i divisió), mínim comú
985 múltiple per la reducció a comú denominador també ho necessiten, i les operacions combinades.
986 Es treballen tots³¹.
- 987 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
988 **el problema 7?**
- 989 P05: Clar, per totes les operacions amb fraccions necessites enters i jerarquia també, però ja
990 l'expliques. I potser simplificació de fraccions, perquè diu "simplificant el resultat sempre que sigui
991 possible, per tant, també com reduir una fracció.
- 992 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
993 **problema 10?**
- 994 P05: Aquí la dificultat és també entendre la diferència un altre cop entre proporció i quantitat, i
995 per tant saber quina és l'operació idònia en aquest cas per poder treure el resultat de la quantitat
996 de litres. Jo aquí és la principal dificultat que hi veig: barreja de fracció amb magnitud entera o
997 natural.
- 998 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
999 **poder resoldre el problema 10?**
- 1000 P05: Operacions una altra vegada, multiplicació i divisió. I reducció... al final, quan simplifica el
1001 30/2 i els 2/12 en 1/6. Perquè no et demanen decimals ni res.
- 1002 I [altres] coneixements previs, el que hem dit, estratègia per resoldre problemes, operacions amb
1003 nombre enters... I bé, això no ho hem dit abans, però sí que és veritat que quan et demanen la
1004 tercera part d'un valor o d'una quantitat [fracció d'una quantitat], que sàpigues que s'ha de
1005 multiplicar.
- 1006 I ara t'ho posaré, més o menys, com jo els veig de difícils.

³¹ La participant respon directament a la pregunta sobre quins coneixements de la seqüència didàctica són necessaris per respondre el problema 7.

- 1007 **R: Sí, i pot ser que no acabis de saber perquè, però tu saps el que passa a l'aula al final, i**
1008 **això és el que m'interessa.**
- 1009 P05: Jo crec que els hi costarien els tres problemes [1, 6 i 10]. L'ordre seria: 10, 6, 1 i 7³².
- 1010 **R: És a dir, tot i que has posat un ordre, el que vols dir és que entre els problemes 1, 6 i 10**
1011 **no acaba de ser molt clar. Veus molt clara la diferència, això sí, entre aquests tres i el**
1012 **problema 7 d'operacions.**
- 1013 P05: Sí. I també és veritat que, a vegades sembla una tonteria, però quanta menys informació hi
1014 ha més dificultats tenen. Quan més especifiques, no que donis informació extra, però quan més
1015 especificat està tot, més facilitat tenen. En canvi, quan tu li dius una frase i dius "vinga, diga'm
1016 això", no saben quina operació s'ha de fer. Si tu els hi dius "aquest i aquest han fet això, quan
1017 han fet en total?", aquí ja sí que normalment relacionen "val, he de sumar".
- 1018 **R: Creus que hi ha alguna pauta que es pogués donar en aquests problemes, una fitxa que**
1019 **poguessin tenir al costat, per reduir la complexitat? M'estic imaginant una pauta tant per**
1020 **la part més operativa, com per la part de resolució de problemes. Creus que això ajudaria?**
1021 **Hi ha algun tipus que ajudaria més que un altre, o cap d'ells?**
- 1022 P05: Jo crec que la pauta que ajudaria a l'hora de resoldre les operacions combinades seria la
1023 jerarquia que han de seguir. Sempre tenir-la al costat, per posar l'alarma. Perquè sí que és veritat
1024 que un cop tu ja domines el que és l'operatòria senzilla, si tu saps sumar fraccions amb mateix
1025 denominador i restar també, sumar fraccions amb diferent denominador i restar també,
1026 multiplicar, i dividir... Si tu saps cadascuna de les coses per separat, fer-ho individualment dins
1027 d'una operació llarga ho hauries de també saber fer. Per tant, si tu tens clar quin és l'ordre, en
1028 principi és més senzill. Seria com fraccionar: "De tota aquesta operació, primer començo amb
1029 això. Això què és? Una suma. Val, com és suma. Etc.". Tenint en compte que tot això [operacions
1030 amb fraccions] ho tens clar, sinó la pauta ja no serviria.
- 1031 I per problemes, no sé si existeix alguna pauta genèrica... Començar llegint l'enunciat...
- 1032 **R: En aquests problemes, una pauta d'operacions, ajudaria? O potser ja estàs donant part**
1033 **de la solució?**
- 1034 P05: Clar, jo no donaria aquesta. És això, jo buscaria una pauta d'estratègia clara, però genèrica
1035 sí que és veritat que és molt difícil.
- 1036 **R: Potser més aviat a partir de pràctica i exemples...?**
- 1037 P05: Sí, però que sí que tinguin clar la importància d'entendre bé quin és l'enunciat, què
1038 demanen... A vegades va molt bé subratllar, encerclar les dades, etc. I després trobar l'estratègia
1039 d'allò que he après. Potser no posar-li una pauta d'allò, però sí dir-li quins són els continguts que
1040 hem treballat durant aquesta unitat.
- 1041 **R: Eines que tenen a l'abast per resoldre aquest problema?**
- 1042 P05: Exacte, llavors que diguin "Alguna cosa d'aquestes hauria d'utilitzar. Quina d'elles m'aniria
1043 bé ara?". Això potser podria anar bé. L'únic que és molt difícil perquè això va molt bé generalment

³² Aquest ordre no s'ha enregistrat en àudio perquè la participant escriu l'ordre sobre el full.

1044 per les persones més organitzades, i solen ser les que menys dificultats tenen amb les mates,
1045 perquè ja ho tenen al seu cap i no necessiten aquesta pauta. I per una persona que té dificultats,
1046 si a sobre li poses una eina que tampoc sap utilitzar... Llavors seria una eina que pugui tenir
1047 mentre practica.

1048 **R: Moltes gràcies!**

1049

1050 **R: Revisem aquesta seqüència didàctica titulada “Operacions amb fraccions”. Aquí tens**
1051 **el material teòric que proposa un llibre de text digital per al curs de 1r d’ESO. [Es dona**
1052 **imprès el material teòric de la seqüència didàctica d’operacions amb fraccions].**

1053 **R: Creus que aquest índex està ben ordenat? Seguiries la mateixa seqüència? Per què?**

1054 P06: Sí, l’única cosa que potser també seria una alternativa vàlida seria fer suma i resta amb el
1055 mateix denominador. Fer-ho primer tot amb el mateix denominador, i després tot amb diferent
1056 denominador.

1057 **R: I hi hauria alguna altra alternativa?**

1058 P06: I potser la reducció a comú denominador, explicar-la en el moment que toqués. Perquè com
1059 a punt 1, jo faria primer el que és més bàsic que seria la suma i la resta [amb el mateix
1060 denominador]. Llavors faria com trobar el comú denominador, i explicaria que aquest comú
1061 denominador ens ajuda a fer la suma i la resta amb diferent denominador.

1062 **R: Ordena els sabers de l’índex que s’expliquen en aquesta seqüència didàctica segons la**
1063 **seva complexitat per als alumnes. És a dir, de més a menys difícil d’aprendre per a un**
1064 **alumne, en general.**

1065 P06: La suma i resta de mateix denominador serien els més fàcils. La resta una miqueta més
1066 difícil que la suma. Llavors, un cop entès la reducció de fraccions a comú denominador, que
1067 potser els hi costa, llavors la suma [de fraccions amb diferent denominador] crec que és més
1068 fàcil, la resta [de fraccions amb diferent denominador] lleugerament també. Llavors, un cop fet el
1069 denominador comú, la suma té la mateixa dificultat. Multiplicació de fraccions ho posaria al mateix
1070 nivell. Després resta de fraccions amb diferent denominador. I operacions combinades amb
1071 fraccions, seria el més difícil, perquè òbviament tens els diferents elements, ara has de pensar
1072 que un va així, que l’altre va així, més els parèntesis i l’ordre de les operacions.

1073 L’ordre de complex a senzill seria: operacions combinades amb fraccions, divisió de fraccions i
1074 resta de fraccions amb diferent denominador, multiplicació de fraccions i suma de fraccions amb
1075 diferent denominador i reducció de fraccions a denominador comú, resta de fraccions amb el
1076 mateix denominador, i suma de fraccions amb el mateix denominador³³.

1077 **R: Has seguit algun motiu en concret per determinar aquest ordre? O és més aviat per la**
1078 **intuïció?**

1079 P06: M’he guiat molt en l’ordre seqüencial. Si ho fes seqüencial, ho faria per anar incrementant
1080 la dificultat, per tant, si aquesta és la meua lògica, entenc que també ho faig perquè la dificultat
1081 és aquesta.

1082 **R: O sigui, quan abans tu ja m’has dit que potser canviaries l’ordre, és perquè ja ho faries**
1083 **per anar de fàcil a difícil?**

1084 P06: Correcte. Més que res perquè si fas un salt de dificultat, els pots perdre i desmoralitzar.

1085 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran més rellevants / necessaris**
1086 **per poder aprendre amb èxit aquesta seqüència didàctica? Mínim 2.**

³³ La transcripció d’aquesta seqüència és fruit l’enregistrament d’àudio i les anotacions que el participant fa al full de fonamentació teòrica de la seqüència didàctica.

- 1087 P06: Evidentment, per fer operacions combinades amb fraccions, has de saber fer operacions
1088 combinades, és a dir, la jerarquia de les operacions. I saber fer el mínim comú múltiple.
- 1089 **R: Què passa amb els alumnes que tenen dubtes sobre aquests coneixements previs, és**
1090 **a dir, no els tenen suficientment assolits?**
- 1091 P06: Llavors, en el moment de l'explicació d'aquest punt [implicat], llavors s'ha de reforçar, s'ha
1092 de repassar, això. És a dir, quan dius "va, anem a fer el mínim comú múltiple", no deixar-los
1093 penjats de "vinga, ara feu el mínim comú múltiple", sinó "ara fem el mínim comú múltiple,
1094 recordem com es fa, recordem com es feia, es posava el número, es desgranava...".
- 1095 **R: Perquè, i si no fessis el recordatori?**
- 1096 P06: Depèn de l'alumnat. Si l'alumnat és tímid i no pregunta, es queden allà sense saber-ho fer...
1097 Ja no sabries si és que no han entès el nou coneixement, o els has perdut pel coneixement previ.
1098 Llavors, així, abans de fer el nou coneixement, t'assegures que tothom està al mateix nivell.
- 1099 **R: I que el que no estan entenent és el nou?**
- 1100 P06: Exacte.
- 1101 **R: Ordena de major a menor rellevància els coneixements previs de la llista³⁴ següent [es**
1102 **dona llista impresa] per tal de poder aprendre amb èxit en aquesta seqüència didàctica.**
- 1103 P06: Numerador, denominador i fraccions ha d'anar lligat perquè és l'element en les seves parts.
1104 Aquest segur, és el més important. De la reducció en parlàvem en la reducció de fraccions a
1105 comú denominador, per tant, l'amplificació i reducció de fraccions la necessiten, en segon lloc.
- 1106 Potències aquí no ho lligo...
- 1107 **R: Pot ser necessari en el càlcul de l'MCM, tot i que és veritat que no és súper necessari...**
- 1108 P06: No, perquè si fas 2 per 2 per 2 per 2... ja està.
- 1109 Entesos, doncs potències el que menys.
- 1110 Posaria multiplicació i divisió d'enters, després nombres primers, i, per últim, potències³⁵.
- 1111 **R: Ho has ordenat seguint algun motiu o factor en concret?**
- 1112 P06: Simplement, aquells que he trobat que el mateix títol m'ho deia. Si el títol m'ho diu... En les
1113 potències no hi havia caigut, però hi ha una alternativa.
- 1114 **R: Revisem aquests problemes. [Es donen impresos quatre problemes amb solució].**
1115 **Corresponen a la seqüència didàctica anterior.**

³⁴ Llista: Fraccions, Numerador, Denominador, Amplificació i reducció de fraccions, Nombres primers, Potències, Multiplicació d'enters, Divisió d'enters.

³⁵ La transcripció d'aquesta seqüència és fruit l'enregistrament d'àudio i les anotacions que el participant fa al full de fonamentació teòrica de la seqüència didàctica.

1116 **Ordena'ls segons complexitat per als alumnes. És a dir, de més fàcil a més difícil de**
 1117 **resoldre per a un alumne, en general. Digues breument per què.**

1118 P06: Per dificultat, et refereixes a entendre el que et demana o dificultat tècnica a l'hora de
 1119 resoldre'l?

1120 **R: Què vols dir amb cadascun?**

1121 P06: En el sentit de que hi ha tres problemes amb *parrafada* i el tercer [problema 7] que és “fes
 1122 això”. Aleshores, l'exercici d'operatòria és senzill d'entendre, simplement els hi suposarà dificultat
 1123 si ho saben o no ho saben fer. En el tema de l'enunciat, sí que òbviament hi ha un punt de
 1124 dificultat.

1125 **R: És a dir, abans de que m'ho ordenis, ja m'estàs dient que hi hauria com dues fonts de**
 1126 **dificultat?**

1127 P06: A parer meu, quan tens un exercici que és “fes aquest càlcul”, si has entès el que seria la
 1128 teoria... Simplement et demana això, haver-ho entès i haver entès els passos previs. Per tant, és
 1129 més ràpid.

1130 **R: Seria una complexitat que s'assemblaria a la que hem marcat a la part teòrica de la**
 1131 **seqüència didàctica?**

1132 P06: Sí, exacte. Quan hi ha exercicis, hi ha un punt afegit, perquè la comprensió lectora afecta, i
 1133 molt, a parer meu afecta, i molt.

1134 **R: Ara jo et demano que ajuntis les dues complexitats. O bé si vols fer dues**
 1135 **classificacions.**

1136 P06: Potser el problema 7 és complicat tècnicament, però fàcil d'entendre. És complicat
 1137 bàsicament perquè com no sàpiguen o no hagin entès bé la jerarquia, no el sabran fer bé. Els
 1138 altres són tècnicament més fàcils...

1139 Llavors jo posaria el més senzill l'1, el 10, el 7 i el 6.

1140 **R: Has seguit algun motiu per determinar aquest ordre?**

1141 P06: El problema 6, com que hi ha diferents ítems i diferents classes... Quan hi ha massa
 1142 elements, es perden més. Jo penso que quan hi ha més elements -doncs això: tres classes- es
 1143 desorienten una mica. Això els hi costa. Llavors aquí [problema 6], com que és entendre-ho,
 1144 presa de dades -que no sempre ho fan bé-, extreure les dades i després aplicar-ho, els hi costa
 1145 una miqueta. Ho veig més complicat que potser el 10, que és més senzill d'entendre, és un
 1146 exercici com si diguéssim lineal: tens això, busca'm això. Una mica el mateix que el problema 1.
 1147 El problema 6 el veig més enrevessat perquè hi ha tres classes, unes que no volen vendre, altres
 1148 que volen recollir... Llavors aquí jo crec que ja comencen a ballar les coses. I l'he posat més difícil
 1149 que el problema 7, perquè tot i que el problema 7 tècnicament té el tema de la jerarquia, és fàcil
 1150 d'entendre.

1151 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
 1152 **problema 1?**

1153 P06: Òbviament, aquí a la conversió. La conversió “cinc gots equivalen a un litre” ja és un punt
1154 afegit de que estem parlant d’una cosa i ja ho hem de transformar en una altra i, per tant,
1155 mentalment, això pot costar.

1156 I [l’apartat c] “quants gots més podrà servir?” és això: aquest element de “tinc això, i què podré
1157 fer després”, crec que això costa. La divisió en aquest cas, costa. Mentalment, crec que costa
1158 entendre que han de dividir.

1159 **R: Quins dels coneixements de l’índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
1160 **poder resoldre el problema 1?**

1161 P06: La multiplicació de fraccions i divisió de fraccions. En certa manera, ja està.

1162 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
1163 **el problema 1?**

1164 P06: Operativa bàsica, perquè la transformació [de gots a litres] ja te la diuen ells.

1165 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
1166 **problema 6?**

1167 P06: Aquí [problema 6] sí, la suma de fraccions amb diferent denominador, i resta [de fraccions
1168 amb diferent denominador]. I bé, multiplicació de fraccions perquè han de saber que han de
1169 multiplicar el numerador^{36,37}.

1170 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
1171 **el problema 6?**

1172 P06: El concepte de fracció en si, que $\frac{4}{7}$ el 7 és el total.

1173 **R: És a dir, la fracció com a proporció, que no vol dir que n’hi hagi 7 en el conjunt.**

1174 P06: Exacte, per tant, el concepte de fracció en si, que és el que gràficament han de representar.
1175 I un cop això, el tot i el que falta (si tens $\frac{4}{7}$, et falten $\frac{3}{7}$). I sinó uns coneixements econòmics,
1176 la moneda. Més que res que si algú ve de fora dirà “Què ués això?”, potser fa servir iens.

1177 **R: I a nivell de dificultat, què creus que genera més dificultat aquí?**

1178 P06: Jo crec que el fet de que hi hagi diferents elements, diferents classes. Hi ha 3, saps diferents
1179 informacions, cadascuna amb la seva proporció, i has d’entendre on has d’anar. Aquest fet de
1180 que hi hagi més elements crec que els atabala. Sense potser afegir una dificultat molt més enllà.
1181 Jo crec que els despista. Si tu dius, una classe té tant, val. Però si dius 3 classes, si dius 7
1182 classes... Llavors ja els costa més. Arriba un moment ja que quant més sumis crec que ja no
1183 aporta dificultat.

1184 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
1185 **problema 7?**

³⁶ El participant assenyala la resolució de l’apartat c.

³⁷ El participant respon directament a la pregunta sobre quins coneixements de la seqüència didàctica són necessaris per respondre el problema 6 quan se li pregunta per les fonts de dificultat del problema.

1186 P06: Que has de tenir-ho tot present. És a dir, primer la jerarquia, després les sumes i les restes
1187 [de fraccions], multiplicacions i divisions [de fraccions]. O sigui, ho incorpora tot. Per tant,
1188 diguéssim que és una activitat recopilatori de tot. Ho has de saber tot i bé.

1189 **R: La dificultat estaria aquí?**

1190 P06: La dificultat és purament tècnica, de si tens els coneixements o no. Saps fer les operacions
1191 o no.

1192 **R: Seguint el que deies abans, tècnicament aquest seria el més difícil per tu?**

1193 P06: Tècnicament sí, més que res perquè a la que falles una cosa, ja se t'espatllen totes, i perquè
1194 suma diferents elements i afegeix coneixements previs com són la jerarquia de les operacions.

1195 **R: Per tant, de coneixements de la seqüència didàctica per al problema 7 m'has dit que**
1196 **són tots?**

1197 P06: Sí.

1198 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
1199 **el problema 7?**

1200 P06: No n'hi ha, si n'hi ha ara no hi caic. Bé, el fet de quan un nombre no té denominador, és
1201 perquè és 1 [equivalència entre enter i fracció].

1202 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
1203 **problema 10?**

1204 P06: Dificultats, aquí [problema 10] veig, primer, saber que mig litre és $1/2$. Simplement que aquí
1205 no t'ho posen. En els altres et posen la fracció, i aquí et diuen "mig".

1206 "Hi ha $1/4$ de litre i el teu amic et demana que omplis $2/3$...", per tant, ja no és fins al total sinó que
1207 és d'una fracció a una altra. Per mi [la dificultat] és entendre, primer mentalment i conceptualment
1208 cap a on has d'anar, que potser costa més que d'una part fins al total, i un cop fet això, quin és
1209 el càlcul que has de fer. En aquest cas és una multiplicació que tampoc no té més [dificultat].

1210 És més enrevessat l'enunciat. I per això crec que posaré el 10 com a més enrevessat³⁸.
1211 Simplement per això: "mig litre", "el teu amic et demana que omplis fins a $2/3$ ", i et demana no
1212 només això, sinó: "I quan hi posaràs a cada got?". Per tant, crec que comprensivament, és més
1213 espès que el primer.

1214 **R: Entendre la situació que està passant?**

1215 P06: Correcte.

1216 I llavors, faig un canvi en l'ordre de complexitat: 1, 6, 7, 10 [de més senzill a més complex].

1217 Segueixo amb les dificultats del 10: "Quants gots ompliràs amb les 5 gerres de beguda, segons
1218 les indicacions del teu amic?". O sigui, sí, no és gaire comprensiu. No ajuda massa a entendre

³⁸ El participant fa un canvi en l'ordre de complexitat dels problemes i situa ara el problema 10 com el més complex.

1219 què vols fer. Potser, si vols practicar un càlcul no seria el millor exemple, crec. No és el millor
1220 exercici.

1221 **R: És a dir, creus que aquest exercici no és un exercici adequat per aquesta seqüència**
1222 **didàctica?**

1223 P06: No. Perquè el veig massa complicat. M'ho estic imaginant a l'aula i veig braços aixecats.
1224 "Què em demana?".

1225 Aquest exercici no ajuda a saber si l'alumnat sap traslladar el text a vocabulari matemàtic i saber
1226 l'operació. Jo crec que s'embolica una mica.

1227 **R: S'ha complicat massa per a que sigui efectiu?**

1228 P06: Sí. Per mi no cal. Aquest és, per aquells alumnes que van endavant i que van tirant, com
1229 un repte. Simplement pel fet aquest de que s'embolica una mica.

1230 Si vull utilitzar una divisió o una multiplicació, potser amb un altre exemple... Amb aquest mateix
1231 [problema 1], jo crec que és més directe.

1232 **R: És aquest fet de que l'enunciat hi dona moltes voltes i posar molts elements?**

1233 P06: Gots, gerres, ... sí. Jo crec que això fa que no ajudi massa.

1234 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
1235 **poder resoldre el problema 10?**

1236 P06: Multiplicació i divisió [de fraccions]. Hi ha potser que en lloc de multiplicar hi faria servir la
1237 suma, per sumar $5/2$, també es podria fer així.

1238 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
1239 **el problema 10?**

1240 P06: El concepte de volum, litre... ho han de saber. I crec que, a priori, més que això, no.

1241 **R: Entesos, en principi ja estem. Vols repassar l'ordre de complexitat dels problemes?**

1242 P06: Sí. Per tant, jo crec que el problema 1 és més senzill, passaríem al problema 6, al problema
1243 7 simplement per la dificultat tècnica i el problema 10 pel tema de la comprensió.

1244 **R: Moltes gràcies!**

1245

1246 **R: Revisem aquesta seqüència didàctica titulada “Operacions amb fraccions”. Aquí tens**
1247 **el material teòric que proposa un llibre de text digital per al curs de 1r d’ESO. [Es dona**
1248 **imprès el material teòric de la seqüència didàctica d’operacions amb fraccions].**

1249 **R: Creus que aquest índex està ben ordenat? Seguiries la mateixa seqüència? Per què?**

1250 P07: Bé, la veritat és que a mi aquestes coses sempre em creen dubtes. Perquè, clar, una
1251 possibilitat seria potser començar amb alguna cosa que demostrés la necessitat de saber sumar
1252 fraccions. Per què volem saber fraccions? “Per què les vull sumar jo les fraccions? Doncs mira
1253 les vols sumar perquè si jo et dic que tal...” O inclús amb algun dels problemes que hi ha per
1254 aquí. “I això com ho sumes?” I a partir d’aquí és molt fàcil sumar quan tenim uns numeradors que
1255 es refereixen als mateixos denominadors, per tant, quan parlem de fraccions que poden
1256 comparar-se; però no és tan fàcil quan parlem de fraccions que no poden comparar-se. I llavors
1257 introduir a partir d’aquí la reducció de fraccions a comú denominador. Per tant, jo potser més
1258 aviat ho faria així.

1259 **R: Entesos, partint més d’un exemple i no tant des d’una seqüència ordenada.**

1260 P07: Sí. Després per a nosaltres professors i per a mi professora, estes seqüències són
1261 estupendes, perquè la veritat és que jo soc de mentalitat bastant *quadradeta* i sistemàtica. Però
1262 també tinc la impressió que a l’hora de crear necessitat d’aprenentatge, que és una cosa que...
1263 hi ha alumnes que aprenen perquè sí i qualsevol cosa que els hi plantegis... “Vaig a aprendre
1264 això? Molt bé, doncs vaig a aprendre això”. Aprendre, aprendre, aprendre. Però hi ha alumnes
1265 que a vegades tenen poca motivació, i aquesta és la realitat. Jo estic amb alumnes més grans,
1266 a partir de 4t d’ESO, però la motivació per l’aprenentatge la tenen poc. I penso, que amb una
1267 cosa així... “Per a què hem de saber sumar fraccions? Doncs mira, per exemple per a això.”.

1268 **R: Dins d’aquest ordre, creus que hi hauria la possibilitat de canviar-lo?**

1269 P07: Jo crec que l’ordre està bé. El que passa és que si ho fas com jo dic: partint d’aquest
1270 exemple concret que t’explicita la necessitat d’aprendre a sumar fraccions perquè sinó no podràs
1271 resoldre allò, clar, aleshores primer introdueixes el concepte de suma amb el mateix
1272 denominador, i després vindria la reducció de fraccions a comú denominador. [Sinó] inicialment
1273 jo tinc dues fraccions i “ara vaig a reduir-les a comú denominador”, i per a què? Li dius perquè
1274 sinó no les puc sumar, perquè sinó no estic comparant coses iguals.

1275 **R: Ordena els sabers de l’índex que s’expliquen en aquesta seqüència didàctica segons la**
1276 **seva complexitat per als alumnes. És a dir, de més a menys difícil d’aprendre per a un**
1277 **alumne, en general.**

1278 P07: Jo crec que sumar amb el mateix denominador, restar amb el mateix denominador i
1279 multiplicar fraccions està més o menys al mateix nivell³⁹. Perquè multiplicar fraccions, en el
1280 moment que tu saps que es multipliquen numeradors i multipliquen denominadors, al final l’únic
1281 que has de fer és saber-te les taules de multiplicar.

1282 Jo crec que la reducció de fraccions a comú denominador és més complexa, no tant pel que s’ha
1283 de fer per reduir a comú denominador com pel que significa reduir a comú denominador. O sigui,
1284 hi ha una complexitat intrínseca en el concepte, per dir-ho d’alguna forma. M’entens?

³⁹ Inicia la classificació pel més senzill.

1285 **R: Del que vol dir, del que significa el concepte?**

1286 P07: Exacte. Per tant, ho posaria [la reducció de fraccions a comú denominador] com més
1287 complex que la divisió.

1288 Per tant, vaig a posar-te en segon lloc la divisió de fraccions. Llavors la reducció de fraccions a
1289 comú denominador la incorpore aquí en el nivell tres de dificultat [junt amb suma i resta de
1290 fraccions amb diferent denominador].

1291 I les operacions combinades clarament seria l'últim, perquè això és tremendíssim el que arriba a
1292 costar. Per molt que els hi diguem, és igual. Costa molt, costa molt, costa molt. I la dificultat on
1293 està? Doncs mira no ho sé... És que no ho sé perquè costa tant. Si tu saps que primer has de fer
1294 això⁴⁰... Potser és que quan veuen tot el carro allà... Perquè al final amb les operacions
1295 combinades, quan són més fàcils -sí, hi ha gent que la pífia, que els hi poses $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$ sense
1296 parèntesi i ja la pífia-, però quan acostumen a pifiar-la és quan tens un cert carro. Ja quan veuen
1297 el carro aquell, ja els hi crea una espècie de cosa... que els confon. No ho sé, però jo sense dubte
1298 diria que operacions combinades estaria en dificultat màxima.

1299 **R: Per tant, pel que dius, entenc que una de les fonts o factors de dificultat seria que hi**
1300 **hagi varies coses a fer? I en la reducció a comú denominador també comentaves el tema**
1301 **conceptual.**

1302 P07: Sí, el que passa és que en matemàtiques a vegades pots funcionar, i pots funcionar bé,
1303 sense entendre què hi ha al darrere. I això és veritat, perquè al final les matemàtiques no deixen
1304 de ser una eina. Naturalment, quan ho entens ho gaudeixes molt més, i estàs molt més preparada
1305 per poder assumir coneixements nous, i per poder-te'n sortir. Però jo crec que tenim molts
1306 alumnes que funcionen a matemàtiques relativament bé sense saber ben bé què passa allà, però
1307 van tirant.

1308 **R: De fet, la propera pregunta és quins coneixements previs / fonaments creus que seran**
1309 **més rellevants / necessaris per poder aprendre amb èxit aquesta seqüència didàctica?**
1310 **Mínim 2.**

1311 P07: Han de saber sumar i restar, nombres naturals. Estem parlant de nombres naturals, perquè
1312 aquí els enters encara no s'han introduït.

1313 **R: Sembla que sí que surten al llarg de la seqüència didàctica. Com a mínim en algun**
1314 **problema.**

1315 P07: Clar... aquí veig que parla de fracció oposada. En el moment que parles de fracció oposada,
1316 introdueixes un nombre racional, i quan introdueixes un nombre racional, has hagut de parlar
1317 d'enters, i has de saber el que és un enter negatiu. Però tinc la sensació de que tal com està
1318 plantejada la unitat... no sé si ho introduiria. Jo crec que no introduiria el concepte de fracció
1319 oposada. O sigui, si tu el que vols és restar fraccions, i estàs treballant amb fraccions, no té sentit
1320 que et plantegis a una fracció més petita restar-li una de més gran. Perquè tot això comença a
1321 tenir sentit quan has treballat amb els enters. Per tant, jo aquesta part (de fracció oposada)
1322 l'eliminaria. Crec que no té sentit, perquè a més a més no ho necessites per restar fraccions. Ho

⁴⁰ La participant fa referència a l'ordre o jerarquia d'operacions.

1323 necessites quan et surten fraccions negatives, però aquí, per com està plantejat, les fraccions
1324 negatives no venen al cas.

1325 I aquí, el comentari que et volia fer és que jo crec que amb el llenguatge matemàtic hem de ser
1326 molt estrictes, i que el que diem realment sigui el que cal. I aquí, per exemple, estem dient una
1327 cosa, que jo crec (amb tots els respectes) que no està ben dita. Diu: "la fracció oposada a una
1328 fracció, és aquella que és igual a la primera...". No. No és igual a la primera, perquè li posaràs un
1329 signe menys. Per tant, no és igual a la primera. Jo amb això amb els alumnes soc molt exigent.
1330 "No, però el que jo volia dir era...". No, no és el que volies dir, és el que has escrit. I jo crec que
1331 no es pot dir que "la fracció oposada a una fracció, és aquella que és igual a la primera...". No és
1332 veritat, no ho és perquè si fos igual a la primera seria ella mateixa, i no.

1333 **R: Quina és la importància sobre l'aprenentatge dels alumnes de curar aquest llenguatge**
1334 **en matemàtiques, ara que en parles?**

1335 P07: Bé, jo crec que això és important en qualsevol assignatura. A mi per exemple m'agrada molt
1336 la llengua, m'agrada molt la lingüística. I sempre insisteixo molt en que t'has d'expressar
1337 correctament i has de dir el que vols dir. Per tant, si vols dir una cosa, no me'n diguis una altra.

1338 **R: Pot ser que a la llarga això pugui portar problemes en l'aprenentatge?**

1339 P07: I tant. I, centrant-nos en les matemàtiques, a mesura que les matemàtiques es comencen
1340 a complicar... Clar, jo faig matemàtiques a 2n de Batxillerat. Clar, el tipus de conceptes i de
1341 relacions amb què treballes a 2n de Batxillerat, o saps ben bé què és cada cosa i expresses ben
1342 bé què és cada cosa, o acabes escrivint unes igualtats que son falses. El típic alumne que escriu
1343 "límit de tal cosa, igual a..." i es deixa la paraula "límit". Perdona, aquesta igualtat és falsa.

1344 **R: Porta a confusions futures...**

1345 P07: Moltíssim. Jo crec que aquestes coses no ens les podem permetre. Enlloc, però és que en
1346 matemàtiques porten a moltes confusions. I jo també soc professora de física. I no es pot fer
1347 física d'un cert nivell sense un cert de matemàtiques. Jo faig física a 2n de Batxillerat, i això en
1348 física pot tenir unes conseqüències que ni t'explico...

1349 Per tant, has de saber molt bé... Quan escrius una igualtat, jo sempre els hi dic als alumnes: un
1350 signe igual és sagrat. Quan escrius un igual, assegura't que el que hi ha a l'esquerra de l'igual
1351 és exactament igual que el que hi ha a la dreta. I si no és igual, no hi posis un igual, posa'm una
1352 altra cosa. Posa'm un punt i coma, posa'm una fletxa, ..., però no m'escriguis un igual. Perquè
1353 estàs escrivint una cosa que es falsa, i et descomptaré -que és el llenguatge que entenen els
1354 alumnes.

1355 Això és el que volia comentar.

1356 **R: Aleshores, a nivell de coneixement previ, havíem parlat d'operativa, que pel que dius**
1357 **de moment seria de nombres naturals. Algun altre element de coneixement previ?**

1358 P07: I també les taules de multiplicar. Jo crec que se les han de saber. Hi ha corrents que diuen
1359 que no cal, però jo estic absolutament en contra. Si no et saps les taules de multiplicar, qualsevol
1360 operació... El teu cap jo no sé... Per tant, has de saber treballar i fer qualsevol tipus d'operació
1361 amb nombres naturals, has de saber-te les taules de multiplicar, i has de saber factoritzar
1362 nombres.

1363 **R: Què passa amb els alumnes que tenen dubtes sobre aquests coneixements previs, és**
1364 **a dir, no els tenen suficientment assolits?**

1365 P07: Doncs que no anirem bé, anirem malament. Hem de fer alguna cosa per a què ho sàpiguen.
1366 Un alumne que arriba a 1r d'ESO hauria de saber totes les taules de multiplicar, hauria de saber
1367 treballar amb naturals, i... ara no me'n recordo, però, a 6è factoritzen? O sigui els conceptes de
1368 mínim comú múltiple i màxim comú divisor, si els fan a 6è, això s'ha de saber. Ho sento...

1369 I després, han de conèixer els signes de desigualtat, perquè aquí els estàs utilitzant. Per poder
1370 expressar que una fracció és més gran o més petita que una altra, has de conèixer els signes de
1371 desigualtat i no confondre'ls. Utilitza l'estratègia que et doni la gana, cadascú mentalment utilitza
1372 la que vol, però has de tenir una estratègia mental per no confondre el "més petit que" amb el
1373 "més gran que". Això és bàsic.

1374 **R: Ordena de major a menor rellevància els coneixements previs de la llista⁴¹ següent [es**
1375 **dona llista impresa] per tal de poder aprendre amb èxit en aquesta seqüència didàctica.**

1376 P07: Bé, aquí no està la suma i resta de nombres naturals. Veig que has posat multiplicació i
1377 divisió d'enters.

1378 **R: Si vols, pots afegir-los.**

1379 P07: I tant. Jo poso naturals perquè jo penso que les fraccions es poden començar a treballar
1380 sense conèixer els enters.

1381 La suma i resta de nombres naturals és fonamental, el concepte de fracció, clar, s'ha hagut
1382 d'introduir abans també. Per tant, fracció, numerador i denominador, i suma i resta de naturals,
1383 estarien al mateix nivell⁴². La multiplicació d'enters, que per a mi seria de naturals, també dins
1384 d'aquest [primer] mateix nivell. I la divisió d'enters... no veig clar perquè.

1385 **R: L'hem identificat per la part de factorització.**

1386 P07: Sí, clar.

1387 Amplificació i reducció de fraccions també és important, però això ja estaria en un segon nivell.
1388 Junt amb els nombres primers, la divisió d'enters, i les potències⁴³, que suposo que estan aquí
1389 per la factorització.

1390 **R: Revisem aquests problemes. [Es donen impresos quatre problemes amb solució].**
1391 **Corresponen a la seqüència didàctica anterior.**

1392 **Ordena'ls segons complexitat per als alumnes. És a dir, de més fàcil a més difícil de**
1393 **resoldre per a un alumne, en general. Digues breument per què.**

⁴¹ Llista: Fraccions, Numerador, Denominador, Amplificació i reducció de fraccions, Nombres primers, Potències, Multiplicació d'enters, Divisió d'enters.

⁴² Inicia la classificació pel més rellevant.

⁴³ La transcripció d'aquesta seqüència és fruit l'enregistrament d'àudio i les anotacions que el participant fa al full de fonamentació teòrica de la seqüència didàctica.

1394 P07: Per mi el problema 6 és el més fàcil, i després els problemes 1, 7 i 10 estan al mateix nivell
1395 de dificultat.

1396 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
1397 **problema 1?**

1398 P07: Estem barrejant parts amb litres, és a dir, “en començar la festa, saps que al dipòsit li falta
1399 $\frac{1}{4}$ per a que estigui ple”. És a dir, li falta una quarta part, però no li falta un quart de litre. Llavors
1400 aquí has de tenir molt clar això.

1401 Després, aquí [apartat b] et torna a parlar de capacitat, perquè tens 5 gots, i et diu que 5 gots
1402 equivalen a un litre. I després ho barreja i diu que ja n’ha servit 15. O sigui està tota l’estona
1403 barrejant unitats (aquí la unitat era un got, aquí era un distribuïdor de refrescos, ...) i això ho està
1404 barrejant amb quantitats expressades en litres. Jo crec que això complica perquè has de tenir el
1405 cap molt ben situat i dir “Ara de què em parlen? I ara com relaciono una cosa amb l’altra?”. Per
1406 això crec que aquest és més complicat.

1407 **R: Quins dels coneixements de l’índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
1408 **poder resoldre el problema 1?**

1409 P07: Per resoldre aquest... Bé, una cosa que aquí no està que és el concepte de fracció.

1410 **R: Bé, just la següent pregunta és respecte els coneixements previs, si vols els pots**
1411 **barrejar.**

1412 P07: Clar, han de tenir molt clar el concepte de fracció. Molt clar, claríssim, què significa.

1413 **R: I la fracció aquí en aquest cas, com a proporció, entenc.**

1414 P07: Això és fonamental. Per una banda tenir molt clar el concepte de fracció. I després de la
1415 seqüència didàctica què han de fer servir...? Han de saber dividir fraccions. El que passa és que
1416 aquestes coses alguns també les fan sense saber dividir fraccions, compten “por el cuento de la
1417 vieja” i van fent. Van comptant i s’ho imaginem gràficament i se’n surten. Jo crec que això també
1418 és vàlid.

1419 Per tant, si seguim la resolució tal i com està feta aquí: [a l’apartat a] què significa una fracció
1420 d’una determinada quantitat, però això ho pots entendre com saber multiplicar fraccions, o saber
1421 què significa una fracció d’una determinada quantitat... Per tant, estrictament, estic pensant que
1422 per a resoldre bé aquest problema [1] n’hi hauria prou -encara que no sabessis res de tot això-
1423 amb tenir molt clar el concepte de fracció. Si tu tens molt clar el concepte de fracció, encara que
1424 no sàpigues tot això, este problema el pots resoldre igualment. Després clar, si saps multiplicar i
1425 saps dividir fraccions i tens claríssim que pots representar això amb un producte o una divisió,
1426 doncs has de saber multiplicar i dividir fraccions, però no et cal en realitat. O sigui, la dificultat del
1427 problema vindria per lo altre [el concepte de fracció], i crec que fins i tot té més gràcia, perquè vol
1428 dir que estàs entenent perfectíssimament el concepte de fracció i la importància que té en un
1429 problema com aquest.

1430 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
1431 **problema 6?**

1432 P07: Bé, jo crec que aquest és un problema fàcil. Perquè aquí està claríssim que aquí et donen
1433 dues coses i les has de sumar. Això és un problema típic d’una suma que els hi posen als nens/es

1434 petits, el que passa és que aquí has de sumar fraccions. I per tant aquí sí, has de saber sumar
1435 fraccions i has de saber reduir a comú denominador, perquè sinó redueixes això a comú
1436 denominador, ho tens malament. Però des del punt de vista conceptual, és molt més fàcil. Si tu
1437 ja saps sumar fraccions...

1438 Llavors, l'apartat b tindria la dificultat de que 1r C ha aportat el que et falta per la unitat sencera,
1439 però també novament estem en el mateix: si tu entens el concepte de fracció, i saps que entre
1440 les dues (entre 1r A i 1r B) han aportat 19/21, el que falta per al total són 2/21, i inclús no
1441 necessites plantejar aquesta resta.

1442 Per tant, has de saber sumar [fraccions amb diferent denominador], i [fraccions amb diferent
1443 denominador] restar o tenir molt clar aquest concepte, i després, a l'apartat c, es tracta de calcular
1444 la fracció d'un nombre. Jo crec que això no té més dificultat que saber com es calcula una fracció
1445 d'un nombre determinat.

1446 Jo crec que aquest problema és més fàcil, és més directe. Has de pensar menys. Jo el veig molt
1447 més mecànic. I en aquest sentit el veig menys difícil.

1448 I del que has de saber, o et saps bé el concepte de fracció, o bé saps multiplicar fraccions i sumar
1449 i restar fraccions [amb diferent denominador].⁴⁴

1450 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
1451 **problema 7?**

1452 P07: Aquest [problema 7] no té la dificultat d'entendre "què m'estan demanant". "T'estic demanant
1453 que facis aquesta operació, la fas i punt.". El problema és tenir molt clares les regles de la
1454 jerarquia de les operacions. I no sé perquè es fan embolics.

1455 A vegades intento pensar perquè... És un tema de concentració? Perquè quan a vegades tenen
1456 aquesta operació $[4/5 - 2/7 : 1/2]$ ⁴⁵ i va i fan primer la resta i després la divisió... I els hi dius: "Però
1457 tu no veus...", i llavors "Ai, sí...". Clar, però on tenies el cap? Jo no sé si és un tema de
1458 concentració, o de donar importància realment a allò que estàs fent. Bé, concentració segur,
1459 perquè hi ha dificultats de concentració importants. I després potser també és un tema de voler
1460 fer les coses bé, és a dir de donar importància a que les coses es facin ben fetes. Quan diuen
1461 "Ai, sí, m'he equivocat", doncs home, no t'equivoquis, que t'és igual equivocar-te? Jo crec que el
1462 tema va més enllà d'un tema de dificultat matemàtica en si mateixa. És bastant un tema de
1463 concentració...

1464 Clar, i aquí es posen en joc varies coses: has de saber dividir fraccions, has de saber-les restar
1465 i has de saber reduir a comú denominador. Tot això és el que es posa en joc aquí, a banda de
1466 saber que primer fas la divisió i després fas la resta. És tot això, però a veure, no és tan complex
1467 això en si mateix. La complexitat en tot cas vindria perquè l'assignatura de matemàtiques té un
1468 component d'una necessitat de concentració i de ganes de voler fer les coses ben fetes, que jo
1469 crec que a molts alumnes els hi falta. I aquí la pifiem. I jo això no sé com s'arregla... Bé, clar,
1470 suspensent-los. Però com ara és tan difícil que suspenguin...! No perquè ho sàpiguen, sinó per
1471 altres motius...

⁴⁴ La participant respon a la pregunta respecte coneixements de la seqüència didàctica i coneixements previs en la mateixa resposta sobre les fonts de dificultat.

⁴⁵ La participant assenyala l'apartat a del problema 7.

1472 I ara m'estic mirant l'apartat b. L'apartat b és més fàcil que el primer, perquè per a ells, el parèntesi
 1473 per algun motiu és molt evident. Llavors entre els apartats a i b, hi hauria més alumnes que farien
 1474 bé l'apartat b que no pas l'apartat a, perquè el parèntesi el porten molt millor.

1475 I pel que fa a l'apartat c, el parèntesi te'l farien bé. Suposo perquè [el parèntesi] és molt gràfic:
 1476 "el parèntesi tanca i per tant tinc molt clar que he de saber què passa dins d'allò que està tancat"
 1477 -estic pensant en veu alta- "una vegada ja sé que ha passat dins d'allò tancat..." ja podem
 1478 començar-la a pifiar. I per tant, si no em concentro, si no m'hi fixo, la pifio.

1479 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
 1480 **poder resoldre el problema 7?**

1481 P07: T'has de saber la regla de la jerarquia de les operacions, has de saber multiplicar fraccions,
 1482 has de saber dividir fraccions, has de saber sumar i restar fraccions, i has de saber reduir a comú
 1483 denominador. D'aquí ho has de saber tot, perquè aquí hi ha de tot.

1484 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
 1485 **el problema 7?**

1486 P07: Les operacions combinades, que se suposa que ja les han après abans amb els nombres
 1487 naturals, i saber operar amb nombres naturals, perquè sinó no podràs treballar amb fraccions. I
 1488 també tornen a sortir les taules de multiplicar perquè hi ha productes.

1489 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
 1490 **problema 10?**

1491 P07: Estem una mica com al problema 1. L'apartat a és fàcil, estaria a nivell 1. L'apartat b és més
 1492 complicat, perquè hi ha gots d'un quart de litre, "i el teu amic et demana que els omplis fins a $\frac{2}{3}$
 1493 de la seva capacitat", "quants litres posaràs a cada got?". L'apartat b seria a nivell 2 o 3. I l'apartat
 1494 c, quan ja tens que la resposta anterior és un sisè, plantejar la divisió és més fàcil. Per tant, el
 1495 més gros d'aquest problema és l'apartat b, perquè és el que barreja les capacitats amb el
 1496 significat d'una fracció ("els $\frac{2}{3}$ d'un got, quants litres són?").

1497 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
 1498 **poder resoldre el problema 10?**

1499 P07: Per poder fer això, aquí torna a ser molt important el concepte de fracció. Molt. Aquí sí que
 1500 és molt útil saber dividir fraccions, perquè sinó et pots fer bastant d'embolic, i saber multiplicar
 1501 fraccions.

1502 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
 1503 **el problema 10?**

1504 P07: El concepte de fracció, si és que s'ha de considerar com un coneixement previ, que no
 1505 estigui inclòs a la fonamentació teòrica de la seqüència didàctica. I després, s'ha de saber
 1506 multiplicar nombres naturals, saber-te les taules de multiplicar. I clar, aquí també surt una cosa:
 1507 $\frac{5}{2}$ dividit per $\frac{1}{6}$ és $\frac{30}{2}$. I $\frac{30}{2}$ és el mateix que 15. Tu has de saber també -que aquí no està i
 1508 penso que és un concepte molt útil- que una fracció no deixa de ser una divisió indicada. I això
 1509 et facilita molt la vida quan ho tens clar.

1510 **R: Entenc que també segons el què et preguntin, saber si és millor deixar-ho en fracció o**
 1511 **calcular la divisió.**

1512 P07: Exactament. Això és una altra cosa, “Quants gots ompliràs? $30/2$... On vas amb $30/2$?”,
1513 deixant de banda que $30/2$ tampoc seria una fracció irreductible, i normalment és demana.

1514 Jo hi ha una cosa que faig, però això cadascú fa com vol. Sempre que els alumnes han de dividir
1515 dues fraccions, jo no els hi dic mai -o no els hi diria mai, perquè quan m’arriben a 4t d’ESO se
1516 suposa que ja saben fer totes les operacions amb fraccions, però la pifien bastant- com a
1517 producte creuat. Per a mi dividir una fracció és multiplicar la primera per la inversa de la segona.
1518 Perquè si tu tens clar que dividir fraccions és multiplicar la primera per la inversa de la segona,
1519 això et permet escriure-ho prèviament i això et permet simplificar. I simplificar prèviament quan
1520 tu estàs multiplicant fraccions és bastant interessant. En algunes no, però quan tens nombres
1521 elevats, simplificar abans et facilita bastant la vida. I després perquè més endavant a 4t d’ESO
1522 t’ensenyarem a treballar fraccions algebraïques, i aquí és fonamental.

1523 **R: És veritat que en el cas de l’apartat c del problema 10, si ho féssim així, potser ja no**
1524 **caldria ni fer la divisió final.**

1525 P07: Correcte, és que ja no caldria. Per tant, jo crec que a la llarga, encara que a ells/es no els
1526 hi sembli, perquè no els hi sembla, és molt més útil expressar una divisió de fraccions com el
1527 producte de la primera per la inversa de la segona.

1528 **R: Moltes gràcies!**

1529

1530 **R: Revisemos esta secuencia didáctica titulada “Operaciones con fracciones”. Aquí tienes**
1531 **el material teórico que propone un libro de texto digital para el curso de 1º de ESO. [Se da**
1532 **impreso el material teórico de la secuencia didáctica de operaciones con fracciones].**

1533 **R: ¿Crees que este índice está bien ordenado? ¿Seguirías la misma secuencia? ¿Por qué?**

1534 P08: Yo no lo haría así. Yo haría conjuntamente suma y resta con el mismo denominador, y luego
1535 plantearles “¿Qué pasaría si el denominador es distinto? Si lo podemos pensar igual o no”. Para
1536 que ellos intenten razonar. Yo pienso que siempre ellos tienen que entenderlo antes de decirles
1537 un método (“paso 1, paso 2,...”). Entender el concepto antes de que ellos hagan “el mínimo
1538 común múltiplo, arreglar el denominador, ...”. Entonces, les pondría un ejemplo gráfico. El típico
1539 muy fácil son los pasteles, para que entiendan que para sumar y restar con el mismo
1540 denominador qué tienen que hacer, para que vean que el mismo denominador lo mantenemos y
1541 el numerador sumo o resto, y luego qué pasa si son distintos. Yo siempre intento buscar, que
1542 entre toda la clase, busquen qué tenemos que hacer -más o menos-. Si veo que no sale nadie,
1543 intento guiarlos con preguntas, y luego hacemos un ejemplo con ese guión paso a paso. Lo hago
1544 con todos los temas en general.

1545 Entonces, haría primero suma y resta con el mismo denominador. Luego vemos que hay un
1546 problema con el distinto denominador, y por lo tanto pasaría a reducir común denominador,
1547 entonces lo aplico. Y luego la multiplicación y la división, eso sí que lo mantendría. Y
1548 evidentemente, las operaciones combinadas.

1549 **R: Ordena els sabers de l'índex que s'expliquen en aquesta seqüència didàctica segons la**
1550 **seva complexitat per als alumnes. És a dir, de més a menys difícil d'aprendre per a un**
1551 **alumne, en general.**

1552 P08: Para los alumnos, el más difícil es la suma y resta con denominador diferente. Segundo, las
1553 operaciones combinadas con fracciones. Tercero, la reducción de fracciones a común
1554 denominador. Cuarto, la multiplicación y la división de fracciones. Y quinto, la suma y resta de
1555 fracción con el mismo denominador.

1556 **R: ¿Hay algún motivo?**

1557 P08: Yo en primero de la ESO no he estado prácticamente, pero vemos que en los cursos
1558 siguientes el fallo típico está en la sumas y restas, que suman numerador y denominador también.

1559 **R: ¿Por qué les pasa?**

1560 P08: Porque no lo entienden. Memorizan. Intentan mecanizar muchas veces sin entender. Y
1561 estos errores los suelen hacer los que tienen más dificultades en la asignatura, que muchas
1562 veces yo creo que es porque en su día no entendieron el porqué. A veces son chicos que son
1563 aplicados, pero van a aprobar, “y no lo entiendo, memorizo”. Pero claro, el memorizar se olvida.
1564 Si no lo han interiorizado, se pierde.

1565 O sea, muy importante insistir en que lo entiendan, antes de mecanizar. Yo insisto mucho. Intento
1566 asegurarme -pasa que en bachillerato a veces vamos a marchas forzadas porque no hay tiempo-
1567 que primero entiendan el concepto. Si es algo gráfico intento dibujar, o poner algo en la pantalla
1568 o lo que sea. Y que entonces una vez lo entiendan, que ellos intenten escribir la teoría conmigo.
1569 Porque si lo entienden, si se les olvida algún paso, es más fácil de deducir que no al revés.

1570 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran més rellevants / necessaris**
1571 **per poder aprendre amb èxit aquesta seqüència didàctica? Mínim 2.**

1572 P08: Aquí para reducir a común denominador tienen que entender también qué es el mínimo
1573 común múltiplo. A parte de que se sepan el paso -como se hace-, [tienen que saber] por qué es
1574 así.

1575 **R: O sea, saber...**

1576 P08: Qué es y qué significa -que también se les olvida. Normalmente van directos, multiplican
1577 todos y sale muy grande. Y luego no saben simplificar -o es más difícil de simplificar. Si lo
1578 entienden, es más fácil.

1579 Y las tablas [de multiplicar] algunos no se las saben tampoco.

1580 El tema de la calculadora, para mí la prohibiría totalmente (ves que cogen la calculadora para
1581 hacer 3×4). Esto para mí, no lo entiendo. No sé si es porque soy de la antigua escuela, y a
1582 nosotros no nos dejaban utilizar calculadora nunca. Y ahora yo creo que en este tema estamos
1583 fallando. Yo creo que no es importante memorizar, pero hay muchas cosas que... El nuevo
1584 sistema de ahora está muy enfocado a que tienen que entender. Pero yo también creo que es
1585 importante memorizar. Y esto yo creo que lo estamos perdiendo.

1586 **R: ¿O sea, es importante automatizar las tablas?**

1587 P08: Hay cosas que yo creo que sí o sí se tienen que saber. Desde mi punto de vista, y lo sigo
1588 pensando. Tengo un pensamiento un poco antiguo, porque ahora las nuevas tendencias no son
1589 esto. Pero yo hay cosas que creo que sí hay que sabérselas. Y que el alumno tiene que investigar
1590 y averiguar por su cuenta, sí, pero un concepto matemático que se ha estado años en sacar es
1591 imposible que un chaval lo saque en dos días, es imposible. Entonces, es como que se
1592 contradice. Hay cosas que pienso que se tienen que saber sí o sí de memoria y si tienes técnicas
1593 o recursos para memorizarlas, mejor. Pero si no las tienes, hay algunas cosas, como las tablas
1594 por ejemplo, que yo creo que son necesarias de saber.

1595 **R: ¿Alguno más? Me has dicho el mínimo común múltiplo y las tablas...**

1596 P08: Y luego, para hacer operaciones combinadas, el orden de las operaciones también es
1597 imprescindible. Entonces, yo creo que es fundamental el trabajo de la primaria.

1598 **R: ¿Qué pasa con los alumnos que empiezan esta unidad didáctica y tienen dudas sobre
1599 estos tres conocimientos que me has dicho?**

1600 P08: Mira, mi opinión general, ya no solo de esto sino de cualquier asignatura, es que yo creo
1601 que estamos pasando a los chavales de curso sin tener los conocimientos básicos. ¿Qué va por
1602 la línea de no desmotivar al alumno? Sí. Pero es que yo creo que a veces también tenemos que
1603 saber dónde están nuestros límites y si hemos aprendido o no hemos aprendido.

1604 **R: ¿Tú te estás encontrando con este problema?**

1605 P08: Sí. Nos estamos encontrando que llegan alumnos a bachillerato, y dices: "En serio me
1606 puedes preguntar -me lo dijo un alumno de bachillerato el otro día- que un número mayor que
1607 cero es lo mismo que positivo?". En segundo de bachillerato. Y dices: "Por Dios, ¿dónde
1608 estamos?". Mi punto de vista es que estamos pasando de curso sin tener una base básica para
1609 ir subiendo. Lo pienso en primaria y lo pienso en la ESO; y de primero a segundo [de bachillerato]
1610 también.

1611 **R: ¿Y cuando empiezan por ejemplo esta unidad didáctica y no tienen estos**
1612 **conocimientos previos, qué pasa con el alumno?**

1613 P08: Pues que se pierde. Y otro problema que tenemos: intentamos llegar a todos, pero las ratios
1614 no nos lo permiten. Entonces si bajamos el nivel perdemos a los que quieren aprender, porque
1615 se aburren; y si subimos el nivel perdemos a los que no llegan. Entonces aquí tenemos un
1616 conflicto con la ratio también que tenemos, que no nos permite avanzar como queremos ni como
1617 necesitamos.

1618 **R: Ordena de major a menor rellevància els coneixements previs de la llista⁴⁶ següent [es**
1619 **dona llista impresa] per tal de poder aprendre amb èxit en aquesta seqüència didàctica.**

1620 P08: Bien, si no saben multiplicar enteros, es que no se saben las tablas tampoco. O sea que la
1621 multiplicación de enteros sería el primero, porque es algo como muy básico. Si no se saben el
1622 nombre del numerador y del denominador tampoco es muy importante, aunque sí que es verdad
1623 que como lo nombramos, sino lo conocen... Pero lo saben todos, nunca he tenido problemas de
1624 que no sepan que es el numerador y el denominador.

1625 El concepto como tal de fracciones [segundo]. Y después: amplificación y reducción de
1626 fracciones, potencias, números primos, división de enteros, y numerador y denominador⁴⁷.

1627 **R: Revisem aquests problemes. [Es donen impresos quatre problemes amb solució].**
1628 **Corresponen a la seqüència didàctica anterior.**

1629 **Ordena'ls segons complexitat per als alumnes. És a dir, de més fàcil a més difícil de**
1630 **resoldre per a un alumne, en general. Digues breument per què.**

1631 P08: De difícil a fácil: problema 1, problema 10, problema 7 y problema 6⁴⁸.

1632 Este [el problema 1] por comprensión lectora, ya para empezar no saben ni lo que les piden. Este
1633 [el problema 10] también, y mezcla de unidades, no sé porque aquí se hacen unos líos... Que no
1634 hay que hacer cambio de unidades, pero bueno, no sé porque se ofuscan. Luego este [problema
1635 7], que aunque hayan combinaciones, los que son buenos lo saben hacer y los que no mecanizan
1636 el procedimiento, por lo tanto, lo sacan. Y este [problema 6] es el más fácil porque es como muy
1637 directa la pregunta. No tienen que razonar. Es fácil, la comprensión lectora de este es fácil.

1638 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
1639 **problema 1?**

1640 P08: Empieza preguntando como lo contrario. Es decir, te dice lo que le falta y aquí te pregunta
1641 lo que había al principio. Es comprensión lectora, yo veo la comprensión lectora. Que no leen. El
1642 problema es que no leen. Les cuesta mucho la comprensión lectora. Y luego quieren ir muy
1643 rápido.

⁴⁶ Llista: Fraccions, Numerador, Denominador, Amplificació i reducció de fraccions, Nombres primers, Potències, Multiplicació d'enters, Divisió d'enters.

⁴⁷ La participant respon a la pregunta marcant de l'1 al 7 segons complexitat, en el full que se li ha entregat, però no es disposa de la resposta en enregistrament d'àudio.

⁴⁸ La participant respon a la pregunta marcant de l'1 al 4 segons complexitat, en el full que se li ha entregat, però no es disposa de la resposta en enregistrament d'àudio.

1644 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
1645 **poder resoldre el problema 1?**

1646 P08: El concepto de fracción (qué es). Y aquí te está haciendo una división, pero en realidad no
1647 hace falta ni la de fracciones. Podrías dividir por 5. O sea que aquí es más el concepto de lo que
1648 significa la fracción en sí.

1649 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
1650 **el problema 1?**

1651 P08: El cálculo básico. Ni fracciones. Para mí esto es primaria.

1652 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
1653 **problema 6?**

1654 P08: Aquí la dificultad es la operatividad. En este tipo de problemas, yo creo que no suelen tener
1655 problemas de comprensión porque son preguntas directas sin mucho razonamiento. Pero aquí
1656 sí que hay operatividad de fracciones, con denominador diferente, el concepto de fracción que la
1657 tienen que quitar de la parte entera [fracción de una cantidad].

1658 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
1659 **poder resoldre el problema 6?**

1660 P08: En este caso, en este apartado [a], la suma de fracciones con denominador diferente, por
1661 lo tanto requiere reducir a común denominador. El concepto de fracción igualmente al venir la
1662 resta de denominador distinto. Y aquí [apartado c] el concepto de fracción. O el concepto o si
1663 mecanizan, como se multiplica.

1664 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
1665 **el problema 6?**

1666 P08: El concepto de fracción y operatividad básica.

1667 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
1668 **problema 7?**

1669 P08: En el orden de las operaciones, muchas veces hacen tal cual se lo encuentran [de izquierda
1670 a derecha]. Y la suma y la resta la hacen directamente, suman numerador y suman denominador
1671 -o resta en este caso.

1672 **R: ¿Es más común tener errores cuando hacen una operación combinada o el mismo que**
1673 **te hace un error cuando hace una suma luego la hace también en la combinada?**

1674 P08: Bueno, es que yo creo que el que lo hace en la combinada es porque ya no se lo sabe de
1675 antes. Y encima cuando lo ve más grande ya peor. Y si vieran las torres estas que hacíamos –
1676 que tampoco hace falta hacerlas tan exageradas – pues peor todavía.

1677 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
1678 **poder resoldre el problema 7?**

1679 P08: Si es el típico ejercicio de puro cálculo, aquí está todo. Necesitan un poco todo.

1680 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
1681 **el problema 7?**

1682 P08: Las tablas de multiplicar. Imprescindibles. Y un poco de orden de operaciones que también
1683 se ve en primaria. Bueno, y si entienden el concepto de fracción a veces ayuda.

1684 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
1685 **problema 10?**

1686 P08: Aquí yo creo que la mayoría no haría fracciones. Medio litro: 0,5. Y no te darían esto [5/2]
1687 sino que te darían 2,5. Que no pasa nada. Pero si estamos trabajando con fracciones, que lo
1688 entiendan.

1689 **R: Es decir, ¿una dificultad sería entender que se utilicen fracciones para resolver este**
1690 **tipo de problema?**

1691 P08: Bueno, sí... Ellos te preguntarían: “¿podemos trabajar sin fracciones?”. Ellos te preguntan
1692 eso. Pero la gracia es que vean la relación de fracción con decimal. Que entiendan el concepto
1693 de fracción también, no deja de ser lo mismo.

1694 Y aquí [apartado b], los vasos de $\frac{1}{4}$, y te pide que rellenes hasta $\frac{2}{3}$. Las mezclas de fracciones,
1695 $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{4}$ esto no lo entienden, esto les cuesta. Ellos aprenden que tienen que multiplicar, pero
1696 yo creo que muchos no acaban de ver porqué. Pasa que lo acaban haciendo, porque mecanizan.

1697 Y aquí [apartado c] lo mismo. Si piensan en fracciones, el concepto de que tengan que dividir...
1698 En cambio, si les hubiéramos dado decimales yo creo que lo entienden más, que tienen que
1699 dividir. Entonces yo creo que aquí, a lo mejor, si lo hacen con decimales (en vez de poner medio
1700 litro ponen un 0,5) trabajan mejor. La dificultad yo creo que es la fracción...

1701 **R: ¿Dentro de esta situación?**

1702 P08: Sí. El trabajarlo con fracción y no con algo que a veces visualizan más -con el 0,5-, que les
1703 resulta más fácil verlo, y utilizarlo en la calculadora claro.

1704 **R: Me has hablado de la idea de que muchas cosas las acaban mecanizando. ¿Esto que**
1705 **consecuencias tienen en los futuros cursos?**

1706 P08: Se les olvida.

1707 **R: Con lo cual, ¿pasa a ser conocimiento previo no adquirido?**

1708 P08: Exacto.

1709 **R: ¿Os estáis encontrando cada vez más con alumnos que llegan a cursos más avanzados**
1710 **con faltas de conocimiento previo? ¿Dirías que hay una tendencia o ha sido siempre así?**

1711 P08: Yo lo veo de unos años para aquí, y sobre todo a partir de la pandemia. Cada vez los
1712 alumnos tienen menos nivel, en general. No sé, para mí tenemos un problema de base, que se
1713 nos están escapando de las manos las cosas básicas. Una lectura bien hecha, y una
1714 comprensión lectora bien hecha es muy importante en todos los ámbitos (y no solo en
1715 matemáticas). Y yo creo que estamos tendiendo mucho a trabajar en grupo y para mí esto es un
1716 fallo. Hay cosas que sí que va bien trabajarlas en grupo, pero yo creo que también los chicos
1717 tienen que aprender a trabajar solos. En un grupo, se difumina si un chico llega o no llega, se
1718 pierde. Y el que trabaja, trabaja el doble. Esto es lo que yo estoy viendo. Claro, yo estoy en los
1719 cursos más superiores y tienen que trabajar de manera individual, y yo creo que no saben.

1720 En cuarto de la ESO, por ejemplo, los que ya han empezado con proyectos y demás, yo veo que
1721 esto se está perdiendo. Parece que todo el mundo vaya bien, pero para mí es mentira.

1722 **R: ¿Tiene que ver lo que decías antes sobre pasar curso?**

1723 P08: Sí que es verdad que a lo mejor nosotros tenemos que cambiar. El hecho de que un chico
1724 no apruebe tenemos que intentar expresarle de alguna manera que no pasa nada porque un
1725 examen, o una prueba, o un trimestre lo haya suspendido. Y intentar buscar recursos para
1726 ayudarlo y motivarlo. Pero yo creo que está bien que un chaval vea, esto no lo he asumido. Y no
1727 “està en procés d’assoliment”, porque cuando nos separamos estamos en proceso de divorcio,
1728 y estamos en proceso de todo. Yo creo que un chaval no es malo que vea una nota de un 2 o un
1729 5. No pasa nada. Significa que todavía no has aprobado, pero no significa que no te lo vayas a
1730 sacar. Entonces, para mí los estamos poniendo en una burbuja.

1731 **R: ¿Entonces tú crees que es real el problema de ir pasando curso?**

1732 P08: Van pasando de curso, acarreando carencias básicas que no las están recuperando en
1733 ningún momento. Y eso, o lo frenamos y conseguimos que lleguen ahí, o subiendo yo creo que
1734 las carencias van aumentando, baja autoestima, mal comportamiento en el aula -pero no porque
1735 sean malos chicos, sino porque no saben ni entienden, su manera de disimular de cara a los de
1736 más de no entender es “no aprendo porque no quiero, y no porque no puedo”, es decir, ellos
1737 también enmarcaran y les da vergüenza, entonces su manera de reflejarlo es “me porto mal,
1738 hago ver que no estudio, no hago deberes, paso”. Y a lo mejor no pasas, es que te da vergüenza
1739 porque no sabes continuar o seguir.

1740 Este es mi punto de vista. No creo mucho en el sistema nuevo.

1741 Yo creo que el sistema antiguo hay que arreglarlo, pero creo que el sistema nuevo no está
1742 funcionando.

1743 **R: ¿Cuándo hablas del sistema nuevo, hablas del aprendizaje basado en proyectos?**

1744 P08: Sí. Sí que es verdad que el sistema antiguo tiene sus puntos flojos, como todos. Y yo creo
1745 que tendríamos que trabajar en arreglar esos puntos flojos. Pero yo creo que el tema de
1746 proyectos, el cambio que hay en la educación para mí no está funcionando. Desde mi punto de
1747 vista.

1748 **R: Moltes gràcies!**

1749

- 1750 **R: Revisem aquesta seqüència didàctica titulada “Operacions amb fraccions”. Aquí tens**
 1751 **el material teòric que proposa un llibre de text digital per al curs de 1r d’ESO. [Es dona**
 1752 **imprès el material teòric de la seqüència didàctica d’operacions amb fraccions].**
- 1753 **R: Creus que aquest índex està ben ordenat? Seguiries la mateixa seqüència? Per què?**
- 1754 P09: Jo et diria que dins de la reducció a comú denominador jo el primer que explicaria seria el
 1755 MCM. A mi sempre em costa molt d’entendre això. Jo sóc més partidària d’explicar primer la
 1756 teoria i després fer un exemple perquè ho entenguin.
- 1757 “Reducció de fraccions a comú denominador”, ja em *pet*a una mica el cervell, per llenguatge d’ells
 1758 [els alumnes]; tenint en compte que tinguin clar què és un numerador i un denominador, que seria
 1759 l’*step*⁴⁹ previ.
- 1760 Entenc que primer ve divisibilitat, però jo primer explicaria el mínim comú múltiple. I aleshores, a
 1761 partir d’aquí diria: “una cosa molt important de les fraccions és el denominador comú”, perquè
 1762 entenguin la comparació, i a partir d’aquí ja faria suma, resta, multiplicació i divisió.
- 1763 **R: Es podria modificar l’ordre en algun dels sabers de la llista anterior? Quins i per què?**
- 1764 P09: Sí, no cal separar suma amb mateix denominador i suma amb diferent denominador. Jo ho
 1765 explicaria tot junt com a “suma de fraccions”. Per mi no són dos temes diferents, perquè reduir a
 1766 mateix denominador està relacionat amb la fracció irreductible.
- 1767 **R: Ordena els sabers de l’índex que s’expliquen en aquesta seqüència didàctica segons la**
 1768 **seva complexitat per als alumnes. És a dir, de més a menys difícil d’aprendre per a un**
 1769 **alumne, en general.**
- 1770 P09: Jo et diria que la suma i la resta els hi és més difícil perquè han de fer el mínim comú
 1771 múltiple. La dificultat està en que sàpiguen fer el mínim comú múltiple. Un cop ho tenen clar, és
 1772 sumar i restar. O sigui, la complexitat no és [en] l’operativa de l’operació sinó [en] el previ.
- 1773 Després la multiplicació de fraccions seria molt fàcil per ells [els alumnes], i la divisió també,
 1774 perquè ho memoritzen: divisió en creu i multiplicació en línia. Potser et diria que la divisió és més
 1775 fàcil perquè ho fan en creu.
- 1776 I a mi és que la reducció a comú denominador no m’agrada...
- 1777 **R: És a dir, a tu no t’agrada que ho posin fora? Ho posaries dins, en el moment d’explicar**
 1778 **la suma i la resta?**
- 1779 P09: Sí, perquè tu després els hi demanaràs la irreductible. Jo ho faria implícit, no explícit. És a
 1780 dir, que fos part de la suma i de la resta.
- 1781 I després una altra cosa que també m’he apuntat: la irreductible en els fons és dividir a dalt i a
 1782 baix pel mateix nombre, però això és diferent de fraccions amb denominador comú i comparació.
- 1783 **R: O sigui aquí potser el fet d’utilitzar la paraula “reducció” és el que confon?**

⁴⁹ La participant es refereix a una seqüència didàctica mitjançant la terminologia “step”, que és l’emprada pel llibre de text.

1784 P09: Jo diria que el tema de “reducció de fraccions a comú denominador” s’hauria d’explicar com
 1785 “comparació”. Jo el primer que faria és mínim comú múltiple, després comparació de fraccions, i
 1786 després les operacions: suma, resta, multiplicació i divisió, i operacions combinades.

1787 **R: I el més difícil quin creus que és?**

1788 P09: El mínim comú múltiple. Perquè a 3r d’ESO encara no ho saben fer.

1789 **R: Per què creus que passa?**

1790 P09: Perquè no ho entenen. Perquè no saben fer una descomposició factorial, perquè no entenen
 1791 el concepte. Amb una altra professora vam fer un dossier per a 1r de Batxillerat social de mínim
 1792 comú múltiple. És greu.

1793 I després una cosa que a mi no m’agrada gens és la fracció oposada, perquè els ensenyen a
 1794 restar amb la fracció oposada. Em costa molt d’entendre perquè els hi ensenyen a restar així en
 1795 aquest llibre de text. Perquè si venim de fer enters, on diem que tot té un signe, i és suma i hi ha
 1796 un ordre de signes, perquè de cop i volta ara li giro el nombre o li canvio el signe. Jo no ho explico
 1797 mai.

1798 **R: És afegir complexitat?**

1799 P09: Si tenen molt clara la regla dels signes, perquè els hi hem d’explicar l’oposat? Si el concepte
 1800 d’oposat ja l’han fet quan han treballat enters, perquè els hi ensenyem a restar amb l’oposat? No
 1801 sé...

1802 Igual que dividir amb la inversa. O fas la creu o fas la inversa i multipliques, que és el mateix. És
 1803 afegir dificultats.

1804 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran més rellevants / necessaris**
 1805 **per poder aprendre amb èxit aquesta seqüència didàctica? Mínim 2.**

1806 P09: Múltiples i divisors, la descomposició factorial... Clar, aquí donen per fer que saben fer la
 1807 descomposició factorial. I el mínim comú múltiple, que també ho donen per fet.

1808 **R: Què passa amb els alumnes que tenen dubtes sobre aquests coneixements previs, és**
 1809 **a dir, no els tenen suficientment assolits?**

1810 P09: La suma i resta... *adéu*. Si no saben fer el mínim comú múltiple, la suma i la resta no la
 1811 sabran fer... i la multiplicació i la divisió, de sort. Però si els fan comparar, després ja no.

1812 **R: Revisem aquests problemes. [Es donen impresos quatre problemes amb solució].**
 1813 **Corresponen a la seqüència didàctica anterior.**

1814 **Ordena’ls segons complexitat per als alumnes. És a dir, de més fàcil a més difícil de**
 1815 **resoldre per a un alumne, en general. Digues breument per què.**

1816 P09: És que aquí hi ha dues coses diferents. El problema 7 és càlcul pur, i els altres són de
 1817 raonament.

1818 **R: Vols dir que hi ha dificultats diferents? En què consisteix cadascuna?**

1819 P09: Sí, és un tema de llenguatge. Si en els problemes 1, 6 i 10 tens problemes de comprensió,
 1820 et costarà entendre i fer el raonament matemàtic. Si tu has memoritzat un procediment, això
 1821 [problema 7] és càlcul -no hi necessites la part de raonament.

1822 Hi ha alumnes que són molt bons raonant, que després no et saben fer el procediment matemàtic,
 1823 tot i que és *raro* trobar-t'ho.

1824 Però com a fàcil i mecànic et diria que aquest [problema 7]. Aquí has de saber l'ordre de les
 1825 operacions i mecànica. No hi ha part de pensar, de raonament.

1826 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
 1827 **problema 1?**

1828 P09: Han de saber fer aquesta operació: han de saber fer $\frac{1}{4}$ de 16. Han de saber com es calcula
 1829 la fracció d'un nombre, que no s'explica en els continguts teòrics de la seqüència didàctica.

1830 En el següent apartat, has de saber aplicar la divisibilitat. Que 15 entre 5 et donarà els litres que
 1831 has servit.

1832 I en aquest darrer apartat jo ho dividiria, no utilitzaria fracció.

1833 **R: Tu creus que aquí utilitzar fraccions afegeix dificultat per als alumnes?**

1834 P09: Sí, no ho sabrien veure.

1835 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
 1836 **poder resoldre el problema 1?**

1837 P09: Fracció d'un nombre, però no està explicat...

1838 **R: O sigui, potser el que fa falta són coneixements previs... Quins coneixements previs /**
 1839 **fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre el problema 1?**

1840 P09: La fracció d'un nombre. I el que el total equival a $\frac{4}{4}$. I bé, dono per suposat que saben
 1841 restar...

1842 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
 1843 **problema 6?**

1844 P09: El primer apartat seria fàcil. Han de saber sumar fraccions, i per tant, cal saber el mínim
 1845 comú múltiple.

1846 I en l'apartat b, la dificultat està en què la unitat és el total, i que aquesta unitat serà igual a $\frac{21}{21}$.
 1847 El gràfic no crec que sigui difícil perquè ja estava explicat. Aquí [fonaments teòrics] hi ha un
 1848 exemple.

1849 I en l'apartat c, tornem a tenir la fracció d'un nombre, que no s'havia explicat.

1850 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
 1851 **poder resoldre el problema 6?**

1852 P09: Hi ha operacions amb fraccions: mínim comú múltiple i suma i resta de fraccions.

1853 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
 1854 **el problema 6?**

1855 P09: El fet que la unitat representa el tot i la fracció d'un nombre.

1856 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
 1857 **problema 7?**

1858 P09: L'ordre de les fraccions. Els hi costa molt d'identificar. Molts et farien la primera operació
 1859 començant per l'esquerra, primer.

1860 **R: Per què?**

1861 P09: Perquè no interioritzen, perquè estan molt acostumats a que els hi marquem amb
 1862 parèntesis.

1863 I després aquí hi ha molta dificultat, perquè el resultat és negatiu.

1864 Sí... les operacions combinades, no sé perquè no se'ls hi queda.

1865 I bé, si aquí $[(1/4-12/4)]$ hi hagués un producte notable...

1866 **R: Aleshores ja seria molt complicat?**

1867 P09: Sí... però ara no sé si es fan a 1r o a 2n d'ESO els productes notables.

1868 **R: Sí, però en tot cas, entenc que el fet d'afegir coses seria que fos més complicat?**

1869 P09: Sí, exacte.

1870 I clar, aquí està tot el que entra, però la dificultat número 1 és l'ordre de les operacions.

1871 **R: I entre els tres apartats, creus que n'hi ha algun de més fàcil o més difícil?**

1872 P09: Jo et diria que la primera és fàcil... La segona potser te la farien bé perquè hi ha el parèntesi
 1873 marcat. I llavors primer et farien la resta i després la multiplicació. Aquí sí.

1874 I en la tercera, et farien la resta [entre parèntesi] segur primer, i tinc dubtes de si et farien la suma
 1875 o la multiplicació després.

1876 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
 1877 **el problema 7?**

1878 P09: L'ordre de les operacions. I el mínim comú múltiple... tot el que està aquí.

1879 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
 1880 **problema 10?**

1881 P09: Primer, saber passar "mig litre" a $\frac{1}{2}$. Saber calcular la fracció d'un nombre, que no s'ha
 1882 explicat.

1883 L'apartat b, és complicadíssim: $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{4}$.

1884 **R: O sigui, és més difícil si és fracció de fracció?**

1885 P09: Sí.

1886 I després, en l'apartat c és saber ajuntar els apartats anteriors en una divisió. I això és difícil.

1887 **R: És difícil que pensin en la divisió?**

1888 P09: Sí.

1889 I si no fossin fraccions ho sabrien fer. Aquí la fracció els hi complica, molts et farien 2,5. Ho
1890 passarien a decimal.

1891 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
1892 **poder resoldre el problema 10? I coneixements previs / fonaments?**

1893 P09: Fracció d'un nombre, que no està explicat enlloc. I fracció d'una fracció.

1894 **R: Podries endreçar-los de fàcil a difícil?**

1895 P09: A veure, depèn de la competència que avaluïs, però jo et diria que entre els problemes 1, 6
1896 i 10, el més fàcil és el 6, després l'1 i per últim el 10.

1897 **R: I el problema 7 el veus com a part?**

1898 P09: Sí, seria més fàcil, parlem de mecànica, de càlcul. I la resta estarien força igualats.

1899 **Moltes gràcies!**

1900

1901 **R: Revisem aquesta seqüència didàctica titulada “Operacions amb fraccions”. Aquí tens**
 1902 **el material teòric que proposa un llibre de text digital per al curs de 1r d’ESO. [Es dona**
 1903 **imprès el material teòric de la seqüència didàctica d’operacions amb fraccions].**

1904 **R: Creus que aquest índex està ben ordenat? Seguiries la mateixa seqüència? Per què?**

1905 P10: A mi em sembla que l’ordre és coherent. Crec que comença amb una situació mínimament
 1906 real, i segueix l’estructura d’avançar amb complexitat. A nivell d’ordre em sembla molt bé.

1907 Potser faria tota la suma i tota la resta junt, perquè al final és la mateixa operació i per consolidar.

1908 **R: Ordena els sabers de l’índex que s’expliquen en aquesta seqüència didàctica segons la**
 1909 **seva complexitat per als alumnes. És a dir, de més a menys difícil d’aprendre per a un**
 1910 **alumne, en general.**

1911 P10: Els més fàcils són les operacions [suma i resta] amb mateix denominador. Fer el comú
 1912 denominador normalment no els hi costa, perquè és molt mecànic. Com a dificultat intermèdia,
 1913 quan tenen [sumes i restes amb] diferent denominador, o quan tenen multiplicacions i divisions
 1914 perquè moltes vegades fan els mínims comuns múltiples quan no calen.

1915 Les operacions combinades són les més complexes perquè, tot i que jo no tinc experiència en 1r
 1916 d’ESO, si jo començo a 4t fent un repàs molt breu d’operacions combinades, em trobo que saben
 1917 la jerarquia, però no la segueixen. I això provoca que tinguin moltes errades. A principi de 4t
 1918 d’ESO els hi vaig fer un examen on sortien operacions combinades i pràcticament ningú va arribar
 1919 a la solució final. Era una operació llarga. Però s’equivocaquen en petites coses, tothom cometia
 1920 alguna errada.

1921 **R: Per què als alumnes els hi costen tant les operacions combinades?**

1922 P10: Jo sé que, almenys aquí a l’Escola, en cursos anteriors, s’expliquen amb el tema dels arbres.
 1923 Jo crec que això no ajuda, no facilita. Perquè si no tornes a copiar-ho tot d’esquerra a dreta...
 1924 Aleshores, jo quan ho treballo a 4t d’ESO, que és una cosa que dono molt per apresada i anem a
 1925 fer un repàs molt ràpid...

1926 Sí que sé que a 3r ja no ho treballen així, però sí que sé que en cursos anteriors, si més no
 1927 [abans], es feia d’aquesta manera. I jo crec que això no ajuda.

1928 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran més rellevants / necessaris**
 1929 **per poder aprendre amb èxit aquesta seqüència didàctica? Mínim 2.**

1930 P10: Han de conèixer els nombres positius i negatius, per poder fer les multiplicacions [i altres
 1931 operacions] que els hi quedi positiu o negatiu. I han de saber com fer els divisors [descomposició
 1932 factorial], per trobar el mínim comú múltiple. I també et diria la jerarquia [d’operacions]. Ho han
 1933 treballat amb nombres reals, i saber que si tens un parèntesi, això va primer, amb independència
 1934 de si són fraccions o no.

1935 També, a part, el concepte de fracció, que crec que això costa. I tinc la sensació que a mesura
 1936 que es fan grans, encara el perden més... Jo per exemple, llegia això [fonament teòric] al principi
 1937 i pensava, aquest problema és genial perquè ho contextualitza, però jo en general em trobo que
 1938 els problemes els hi costen. Perquè no saben fer la traducció. A vegades, hi ha problemes que
 1939 són molt senzills... I jo crec que això passa perquè en el fons no saben què és una fracció. O
 1940 sigui, memoritzen com multiplicar, com dividir, com sumar,..., però en el concepte de fracció,
 1941 encara fallem.

- 1942 **R: Què passa amb els alumnes que tenen dubtes sobre aquests coneixements previs, és**
1943 **a dir, no els tenen suficientment assolits?**
- 1944 P10: Que aleshores queden bloquejats per a les següents unitats, és evident. Si no sap operar
1945 amb positius i negatius, quan ens trobem una tira de fraccions es mor. Si no sap fer el mínim
1946 comú múltiple, no pot continuar. Això és el que passa...
- 1947 Què s'hauria de fer a partir d'aquí? Doncs recuperar la unitat anterior amb aquell alumne,
1948 repassar els continguts més essencials de la unitat anterior.
- 1949 **R: És una situació freqüent?**
- 1950 P10: Home... passa. No sé si molt freqüent, però passa, la veritat és que sí. Jo crec que ens
1951 trobem també amb una realitat evident: això d'anar a diferents *tempos* amb diferents alumnes és
1952 el que ha de ser, el que s'ha de fer, i s'ha d'avançar cap aquí, però a la realitat costa molt. Jo
1953 sempre tinc el dilema de com aconseguir compaginar el rigor matemàtic -perquè moltes vegades
1954 els que tiren més queden oblidats- amb aquells que tenen dificultats o pel que sigui han estat
1955 més *apalancats* al principi i ara estan endarrerits. Això passa, no t'ho sabia quantificar, però sí
1956 que passa.
- 1957 **R: Ordena de major a menor rellevància els coneixements previs de la llista⁵⁰ següent [es**
1958 **dona llista impresa] per tal de poder aprendre amb èxit en aquesta seqüència didàctica.**
- 1959 P10: Les fraccions, junt amb els conceptes de numerador i el denominador, són molt bàsics.
1960 Multiplicació i divisió d'enters, segon. Nombres primers, tercer. I ampliació i reducció de
1961 fraccions, quart.
- 1962 Jo crec que el concepte de fraccions és molt important. Sense el concepte no vas enlloc. És a
1963 dir, pots treure un 10 en un examen, si és molt de càlcul, sense saber el concepte, però després
1964 per la vida, si tens un problema o les coses es compliquen... tens un problema. I insisteixo que
1965 això potser després no té correspondència amb la nota, però crec que és important.
- 1966 Després, aquest [multiplicació i divisió d'enters], perquè al final és el que et dona la base per les
1967 operatòries per la major part d'exàmens de càlcul que es fan.
- 1968 Llavors nombres primers, perquè també és important per fer la descomposició.
- 1969 I la reducció de fraccions... home, entenc que no fer la fracció irreductible, penalitza, però no és
1970 essencial, perquè pots arribar-hi per un altre camí.
- 1971 **R: Revisem aquests problemes. [Es donen impresos quatre problemes amb solució].**
1972 **Corresponen a la seqüència didàctica anterior.**
- 1973 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
1974 **problema 1?**
- 1975 P10: Jo et diria, d'entrada en la primera i en la segona pregunta, han de fer dues coses. És a dir,
1976 primer han de fer la quarta part i després han de fer la resta. Són aquestes dues coses. I en el
1977 segon, crec que és el mateix.

⁵⁰ Llista: Fraccions, Numerador, Denominador, Ampliació i reducció de fraccions, Nombres primers, Potències, Multiplicació d'enters, Divisió d'enters.

- 1978 Jo crec que un perfil d'alumnes no entenen la pregunta i potser no fan el pas previ.
- 1979 **R: Preguntes en què hi ha més d'un càlcul, poden ser més complicades?**
- 1980 P10: Clar, perquè com que ja, d'entrada, l'enunciat del problema els bloqueja normalment (a un
1981 gruix considerable [d'alumnes]), aleshores potser ja no fan res. I l'apartat c, depèn de la b.
- 1982 **R: Quan dius que l'enunciat els bloqueja, a què et refereixes?**
- 1983 P10: Que en general, bé, generalitzo, hi ha nanos que no. En els problemes, quan se'ls troben
1984 amb lletres, diguem que no és un càlcul directe, això és la competència que més els hi costa.
- 1985 Jo crec que tradicionalment s'ha separat molt: "ara fem fraccions" i "ara fem problemes". I jo crec
1986 que des de petits, hauria d'estar més ben arrelat -tot i que és molt fàcil de dir i molt difícil de portar
1987 a terme- que això estigués barrejat.
- 1988 La part de comprensió, jo crec que en general, la part de comprensió lectora, en les llengües va
1989 pitjor que anys enrere (penso). No sé si té a veure amb la immediatesa de les coses o la poca
1990 paciència a l'hora de llegir, però això els hi costa.
- 1991 I aquí, el fet de que depengui de diferents apartats, o que hi hagi dos càlculs, crec que també pot
1992 complicar una mica.
- 1993 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per
1994 poder resoldre el problema 1?**
- 1995 P10: Bé, sumes i restes no en fan servir aquí. Sí que necessiten entendre el concepte de
1996 fraccions i multiplicar i dividir, bàsicament.
- 1997 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre
1998 el problema 1?**
- 1999 P10: El concepte de fracció. Perquè per saber " $\frac{1}{4}$ de" has d'entendre molt bé el que és una
2000 fracció. És allò que et deia abans.
- 2001 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del
2002 problema 6?**
- 2003 P10: Crec que és el mateix que el primer. En el sentit de que els problemes, en general, els hi
2004 costen, però crec que en aquest cas sí que no hi ha dependència d'un apartat entre l'altre. I això
2005 abans no passava. Crec que aquest és més senzill.
- 2006 I aquí [apartats a i b] està fet en 2 passes [1 pregunta per cada càlcul]. Penso que per ells va
2007 millor aquesta estructura.
- 2008 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per
2009 poder resoldre el problema 6?**
- 2010 P10: Aquí sí que es veu clar que has de fer suma i resta amb diferents denominadors i, per tant,
2011 com a concepte previ has de saber com es fa el mínim comú múltiple i la descomposició factorial.
2012 I també hi ha multiplicacions de fraccions.
- 2013 I bé, si saben transformar el "de" per una multiplicació [fracció d'una quantitat] els va millor.

- 2014 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
2015 **problema 7?**
- 2016 P10: Aquest no té la font de dificultat de que és un problema, per tant, jo crec que això en general
2017 els beneficia. Llavors, el perfil d'alumnes que treballa i practica, això ho pot fer molt bé. I potser
2018 té un 0 en els altres dos problemes.
- 2019 Fonts de dificultat? Doncs el que dèiem abans, saber seguir la jerarquia d'operacions. No caure
2020 en la temptació de fer-ho en un altre ordre, per exemple fer abans la resta i després la divisió.
- 2021 **R: Hi ha algun dels tres apartats que creguis que és més difícil per algun motiu?**
- 2022 P10: En l'apartat c, han de saber que el 3 és un $\frac{3}{1}$ i fer el mínim comú múltiple, que això a
2023 vegades potser costa i han d'aplicar la distributiva. Potser l'últim, perquè també té nombres
2024 negatius.
- 2025 Home, tots tenen la seva dificultat. És a dir, jo potser et diria l'apartat c, però clar, en l'apartat a
2026 també hi ha un perfil d'alumnes que et fa la resta directament [abans que la divisió]. En l'apartat
2027 b tens els parèntesis, i sí que és veritat que aquests parèntesis t'alerta de que has de fer primer
2028 això. I en l'a té el mínim comú múltiple que és una mica més gran...
- 2029 **R: O sigui, depèn de les coses que tingui?**
- 2030 P10: Sí.
- 2031 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
2032 **poder resoldre el problema 7?**
- 2033 P10: Aquí de la unitat didàctica una mica tot. Aquí sí que no necessites entendre què és una
2034 fracció, però sí que necessites saber sumar i restar amb iguals o diferents denominadors,
2035 multiplicar, dividir no t'ho demana en aquest cas. I operacions combinades, evidentment.
- 2036 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
2037 **el problema 7?**
- 2038 P10: Respecte els que hem parlat abans, el concepte de fracció (que és molt important) aquí no
2039 el necessites. Sí que necessites saber multiplicar i dividir enters, els nombres primers i
2040 l'amplificació i reducció de fraccions. Jo crec que són aquests.
- 2041 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
2042 **problema 10?**
- 2043 P10: Jo crec que necessites estar més concentrat per entendre el que t'està demanant.
- 2044 A més, en l'apartat c, tornem a dependre de l'apartat anterior.
- 2045 I a mi, em costa una mica més d'entendre l'enunciat, això de "les indicacions del teu amic".
- 2046 A nivell de coneixements previs, el que necessites és una altra vegada la multiplicació, els
2047 percentatges [fracció d'una quantitat], com a idea de coneixement previ que potser no estava tan
2048 clara, per poder fer aquesta operatòria.
- 2049 **R: M'has comentat en varis moments que hi ha la dificultat de les operacions i la dificultat**
2050 **del problema. Les sabries definir cadascuna?**

2051 P10: La *dificultat del problema* no és una dificultat matemàtica, jo penso, és una dificultat de
2052 comprensió lectora, que crec que els hi costa molt. No sé si és perquè no llegeixen, o què, però
2053 es perden a la meitat de l'enunciat i no saben què els hi demanes.

2054 En canvi, la dificultat de les operacions combinades, més de càlcul, aquí és més d'estudiar la
2055 teoria i *matxacar*. Crec que si un es prepara els apunts i practica, ho pot treure.

2056 **R: Va haver-hi un altre professor/a que em va dir que tu podies no entendre les fraccions,**
2057 **però fer aquest exercici bé.**

2058 P10: Clar, és així. Molt bé. Exacte.

2059 Ens trobem a vegades amb exàmens de... "He tret un 10 a l'examen" i bé, aquella persona en
2060 realitat no en té ni idea, però el que passa és que és tan mecànic...

2061 **R: Diries que aquests exercicis són més fàcils, o és una dificultat diferent?**

2062 P10: Home, jo crec que són més fàcils, potser et diria ara.

2063 **R: És a dir, t'has trobat a les classes que aquests són més fàcils?**

2064 P10: Sí, perquè el que veig és que aquest, amb feina a casa te'n pots en sortir *-matxacant-ho-*, i
2065 els problemes no sempre. És a dir, hi ha molta frustració pels problemes. Hi ha qui ho veu a la
2066 primera, però jo diria que costen més.

2067 **Moltes gràcies!**

2068

2069 **R: Revisem aquesta seqüència didàctica titulada “Operacions amb fraccions”. Aquí tens**
 2070 **el material teòric que proposa un llibre de text digital per al curs de 1r d’ESO. [Es dona**
 2071 **imprès el material teòric de la seqüència didàctica d’operacions amb fraccions].**

2072 **R: Creus que aquest índex està ben ordenat? Seguiries la mateixa seqüència? Per què?**

2073 P11: Jo barrejaria les sumes i les restes a la vegada. En comptes de fer sumes per una banda i
 2074 restes per l'altra. Perquè és millor no fer el concepte de suma i resta, sinó treballar amb nombres
 2075 positius i negatius, perquè sinó després ho arrossequen. I després sí, suma, resta, multiplicacions
 2076 i divisions.

2077 **R: Creus que algun d’aquests es podria intercanviar?**

2078 P11: Sí, de totes maneres, aniria afegint-los, no separant-los. Una vegada acabo de les
 2079 operacions no passo a les operacions combinades sinó que vaig barrejant-los. No faig les
 2080 operacions combinades al final, vaig barrejant.

2081 I jo crec que va molt bé, a matemàtiques, començar per allò que saps que a l'alumne li va millor
 2082 i té facilitat, i llavors anem complicant-ho. Jo primer sí que faria sumes de tot nombres positius, i
 2083 després començaria a posar algun de negatiu. Després multiplico, ... Inclús a vegades començar
 2084 per multiplicacions també, perquè és molt fàcil. En fraccions, multiplicacions i divisions són molt
 2085 fàcils.

2086 **R: Ordena els sabers de l'índex que s'expliquen en aquesta seqüència didàctica segons la**
 2087 **seva complexitat per als alumnes. És a dir, de més a menys difícil d'aprendre per a un**
 2088 **alumne, en general.**

2089 P11: La multiplicació i divisió de fraccions són fàcils. En canvi, la suma i la resta de fraccions amb
 2090 diferent denominador serien complicats. I la suma i resta de fraccions amb el mateix denominador
 2091 seria de dificultat intermèdia.

2092 Les operacions combinades són complicades, perquè potser no assoleixen ben bé els anteriors.
 2093 No és tant la complicació de l'operació. Per això jo ho vaig afegint mica en mica, perquè de cop
 2094 i volta li poses tot, havent-ho fet [abans] en trossos...

2095 I la reducció a comú denominador, jo no ho posaria com a fàcil, ho posaria com a intermedi.

2096 **R: Per quins motius ho has classificat així?**

2097 P11: [En els casos dels sabers complexos,] que l'operatòria és una mica més complexa. Has de
 2098 fer alguna operació més: quan has de fer el mínim comú múltiple, necessites fer alguna cosa
 2099 més per arribar a allò. Quan tens denominadors comuns, és més fàcil. És perquè són més
 2100 passes. I si no tens molt assolides les passes, és això.

2101 **R: Entesos, és perquè són més passes, i em dius, si algunes no estan assolides, també.**

2102 P11: Clar, perquè, en una operació combinada, només que algun d'aquests [dels coneixements
 2103 treballats anteriorment] els fallin, ja se't complica. I no vol dir que l'alumne, per parts, no ho sàpiga.
 2104 És com sumar i multiplicar. Ho aprenen molt ràpid, però després se'ls hi compliquen quan tenen
 2105 nombres més alts.

2106 A més és que aquest tema és *tremendo*. Estic a batxillerat ara i encara, $1/3+2$ tenim problemes.
 2107 I si poso $1/3+1/2$ llavors no. Però $1/3+2$, encara ara [tenim problemes].

- 2108 I això és una altra cosa, que quan no hi ha denominador...
- 2109 $2/3 + 1/3$ t'ho fan. $2/3 + 2$. Com que el 2 no té denominador, aleshores: "¡Socorro! ¿Dónde empiezo a hacerlo?". I no és que no ho sàpiguen.
- 2110
- 2111 I estic parlant de batxillerat, i també he fet 3r i 4t d'ESO. Veig que les errades que no van poder assolir del tot, ara encara les arrosseguem. I potser hi ha una didàctica que nosaltres no fem bé...
- 2112
- 2113 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran més rellevants / necessaris per poder aprendre amb èxit aquesta seqüència didàctica? Mínim 2.**
- 2114
- 2115 P11: L'operatòria de nombres enters. És el que més. I el concepte de fer mínim comú múltiple, que és el que es fa a primària. Jo crec que això és el que els falla.
- 2116
- 2117 **R: Què passa amb els alumnes que tenen dubtes sobre aquests coneixements previs, és a dir, no els tenen suficientment assolits?**
- 2118
- 2119 P11: Que tindran dificultats segur. Haurem de fer un previ amb això. I és que potser donem per fet que a tots els han assolit.
- 2120
- 2121 Jo a la pissarra sempre poso, al costat, el "recordeu". Aquestes coses que han de recordar, i ho poso en vermell, que s'ho apuntin. I llavors ho ells tenen a la següent unitat. Ara m'ha passat amb les identitats notables. Jo ara estava amb derivades i necessitaven identitats notables. El "recordar": "Vinga, què necessiteu recordar, en vermell? Ja ho mirareu de l'altra unitat, però ho teniu aquí".
- 2122
- 2123
- 2124
- 2125
- 2126 **R: Tu ho tens assumit ja com una pràctica habitual? Això quan temps fa que ho fas i notes que és important per a ells/es?**
- 2127
- 2128 P11: Sí, perquè a vegades no em feien un exercici perquè no se'n recordaven d'això. M'havia passat a límits. Saps fer límits, però com que això no ho recordes, no ho saps fer. Llavors jo t'ho poso aquí, això ho tenim, ho recordes i ho fas. Per mi és bàsic.
- 2129
- 2130
- 2131 **R: Ordena de major a menor rellevància els coneixements previs de la llista⁵¹ següent [es dona llista impresa] per tal de poder aprendre amb èxit en aquesta seqüència didàctica.**
- 2132
- 2133 P11: Si entenen què és una fracció, el de dalt i el de baix, no és tant important saber numerador i denominador. Sempre que s'entengui què és el nombre de dalt i el nombre de baix.
- 2134
- 2135 Ampliació i reducció de fraccions, és d'una importància intermèdia.
- 2136 Pel que fa als nombres primers. Sincerament, quan són grans, que no se'n recorden de quins són primers, van provant i van fent... jo no sé si és tan important que recordin quins són primers. Quan són nombres alts, no ho sabem ningú, llavors jo el veig poc rellevant.
- 2137
- 2138
- 2139 I multiplicació i divisió d'enters sí que és important. Els enters són bàsics per a tot això. I que ells vegin que això [l'operatòria] és igual que quan feien enters. Que ells ho vegin, que és el mateix.
- 2140
- 2141 **R: Revisem aquests problemes. [Es donen impresos quatre problemes amb solució]. Corresponen a la seqüència didàctica anterior.**
- 2142

⁵¹ Llista: Fraccions, Numerador, Denominador, Amplificació i reducció de fraccions, Nombres primers, Potències, Multiplicació d'enters, Divisió d'enters.

2143 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
 2144 **problema 1?**

2145 P11: Els problemes, en general, ja per a ells/es és una dificultat. Tu si els hi fas fer aquesta
 2146 operació, te la faran. O sigui, què volem aconseguir aquí? Que facin l'operació? La faran. Si
 2147 volem aconseguir entendre-ho, llavors...

2148 **R: És a dir, m'estàs dient que aquesta operació és fàcil, però hi ha una altra complicació.**

2149 P11: Clar, la complicació és plasmar l'operatòria en el que et demana. Jo ara a batxillerat m'he
 2150 trobat que els hi he dit: "contesta com puguís", en percentatges. M'ho raonen i em posen el
 2151 resultat. I els hi dono per bo. Vull dir, a vegades, el que han de fer no saben com, però sí saben
 2152 el resultat i ho podrien fer.

2153 **R: Tu ara m'has dit que aquí també hi ha una complicació del format com ho han de posar?**

2154 P11: Correcte, sí. Aquest exercici segurament els costaria perquè és redactat. Tu els hi demanes
 2155 que calculin $\frac{1}{4}$ de 16 i et faran $\frac{1}{4}$ de 16.

2156 Jo crec que aquí ajuda molt fer-ho visual. Jo això ho faig molt. Perquè no tothom té la mateixa
 2157 intel·ligència. A mi em costa llegir, jo sóc molt visual.

2158 Això és una de les coses que dificulta. "Jo sé fer això però com que m'ho poses així no ho puc
 2159 posar." Això és molt frustrant pels alumnes. Els hi hem de facilitar molt el com preguntem.

2160 **R: O sigui, creus que una part important de la complexitat del problema és com està**
 2161 **plantejat?**

2162 P11: Sí. I no em val allò de: "és que com que no saben llegir...". No va per aquí. No tothom té la
 2163 mateixa competència lectora un que un altre. Ho veig amb ciències. Els de ciències són més *pim*
 2164 *pam*. "No te me enrolles, ¿qué necesito?".

2165 **R: Llavors aquestes preguntes, tu creus que per com estan redactades, són clares?**

2166 P11: ...

2167 **R: Hi ha hagut professors/es que m'han dit que potser aquest problema no era tan directe.**
 2168 **No sé si estàs d'acord amb això?**

2169 P11: Sí. També està bé, però si no és directe li has de donar algunes pistes per ajudar-lo.

2170 **R: Què vol dir que sigui directe?**

2171 P11: ...

2172 **R: Si vols mireu altres problemes, i si veus un que és més directe em dius: aquest és més**
 2173 **directe per aquest motiu.**

2174 P11: El problema 6 és *pim pam*, aquest el fan segur. Aquests són directes, en aquests no tindràs
 2175 problemes. Jo crec.

2176 De fet, si ho penses bé, en el problema 1 el que has de fer no ve pràcticament ni del que tens a
 2177 l'enunciat.

- 2178 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
2179 **poder resoldre el problema 1?**
- 2180 P11: Aquí el mínim comú múltiple no el fan servir. Fan multiplicacions i divisions. Suma i restes,
2181 ni caldria. Inclús són [operacions] de nombres enters al final.
- 2182 Passa que sí que surten combinats. És aquesta combinació senzilla.
- 2183 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
2184 **poder resoldre el problema 6?**
- 2185 P11: Suma i restes [de fraccions] i producte [de fraccions].
- 2186 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
2187 **el problema 1?**
- 2188 P11: El concepte de fracció, vull dir la part d'*algo* [la fracció d'una quantitat].
- 2189 **R: Aquí potser seria el que tu deies del "recordeu"**
- 2190 P11: Sí, falta el previ, llavors no tindrien tant de problema. I fixa't: "1/4 de 16", per saber què és
2191 "1/4 de 16", s'ha de saber que un és la part i l'altre el total. És molt important saber què és el total
2192 i què és la part. De fet, això a batxillerat ho recordo, a percentatges, "y a partir de ahí, chicos,
2193 pensadlo". Això és el meu "recorda", a la cantonada. I després ja els hi demano el que sigui.
- 2194 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
2195 **problema 7?**
- 2196 P11: L'equivalència entre número enter i fracció els hi pot. Això és un concepte que els hi costa
2197 molt. Que sàpiguen que un 3 és 3/1.
- 2198 La prioritat de les operacions també els hi costarà. I les restes, depèn. Si la resta dona negatiu
2199 el nombre és un problema. No tant que el resultat final sigui negatiu, sinó que entre mig hi hagi
2200 algun negatiu. És el concepte de positiu i negatiu. Si tenen +-11, li sumo un nombre negatiu.
- 2201 Quan hi ha un parèntesi hi ha una dificultat perquè això els bloqueja. Jo els hi dic: "de dins cap a
2202 fora". Se'ls hi ha de donar estratègies que es puguin aplicar sempre. I quan ja sabem prèviament
2203 el que costa, posar-ho en el "recorda". Jo sóc una obsessionada del "recorda", perquè l'alumne/a,
2204 ho sap fer, però a vegades no ho té en ment en el moment. Jo veig això.
- 2205 **R: En quins aspectes creus que els alumnes tindran dificultats per la resolució del**
2206 **problema 10?**
- 2207 P11: Estem amb el mateix d'abans: 1/2 de 5. Cal saber el concepte. Si no tens el concepte de la
2208 part i el total [fracció d'una quantitat]... A més és que ho veig. Quan [a batxillerat] van entendre-
2209 ho, se'ls hi va obrir la llum.
- 2210 Aquí han d'entendre aquest "de", si tu al costat els hi poses una breu informació sobre com
2211 funciona, no per mecànica, sinó perquè el previ entenguin, [els ajuda].
- 2212 L'apartat c, han d'anar a veure el què han fet abans. Aquesta ja no la faria tothom. Això de les
2213 preguntes encadenades, a mi no m'agrada molt. O sigui, què volem que sàpiguen? Perquè si
2214 s'ha encallat en l'anterior, ja l'has pifiat perquè ni se'l mirarà. No per posar-ho més fàcil, sinó
2215 perquè podem aconseguir el mateix posant-ho per separat.

- 2216 **R: Quins dels coneixements de l'índex de la seqüència didàctica seran necessaris per**
2217 **poder resoldre el problema 10?**
- 2218 P11: Les multiplicacions i divisions [de fraccions].
- 2219 **R: Quins coneixements previs / fonaments creus que seran necessaris per poder resoldre**
2220 **el problema 10?**
- 2221 P11: El que dèiem de les parts i el total [fracció d'un nombre].
- 2222 **R: Com que ho has anat comentant, et pregunto: el tema aquest dels "recordeu", si li**
2223 **plantejes aquesta fulla de problemes i li posem els recordatoris, creus que seria prohibitiu**
2224 **per a que aprengui? Li ajudaries a aprendre o li restaries aprenentatge?**
- 2225 P11: Jo crec que l'ajudaria. I li agafaria la seguretat que no tenen. Jo crec que els alumnes a
2226 mates els hi falta seguretat. Se senten molt insegurs.
- 2227 **R: Sabries dir d'on ve aquesta inseguretat?**
- 2228 P11: Són inseguretats de que hem corregit molt dient: "no serveixes", "aquest problema no està
2229 bé i te'l tatxo". Justament ara tinc els de 1r de Batxillerat social i vaig fer una pregunta a inici de
2230 curs sobre perquè estaven aquí, què volien estudiar (econòmiques, empresarials, etc.), i com us
2231 veieu vosaltres amb matemàtiques. Era molt fort perquè tots eren "jo sóc dolentíssim", "he agafat
2232 això perquè així no faig l'altre", ... Han aprovat tots el primer trimestre, t'ho prometo. Sense regalar
2233 res. S'han superat ells mateixos. Vaig començar amb coses més senzilles, que ja sabia clar que
2234 les havien de tenir, els hi he posat molts vídeos: "si no recordeu de les equacions biquadrades,
2235 aquí teniu vídeos, matxaqueu-los i ens ho mirem el dia següent". I ara mateix estan
2236 motivadíssims. Llavors, si estan motivats... És súper important.
- 2237 **R: Podria ser que aquesta inseguretat o desmotivació sumi també com a complexitat?**
- 2238 P11: Totalment. Absolutament. Un alumne que li dones aquests problemes i a demés pensa que
2239 és dolent, s'atabalen. I el cervell s'atabala: "no sóc capaç". Tenen una pressió que se la posen
2240 ells mateixos i potser nosaltres mateixos [també]...
- 2241 Ningú és dolent per res, però si ho anem dient... Doncs al final "soy un desastre". No, doncs
2242 escolta, anem a provar-ho!
- 2243 I després treball. Evidentment que han de treballar, que també els hi falta. Però un alumne no fa
2244 mates quan no entén de res. Ningú no fa mates perquè no vol. A la que els hi agafen el gust, els
2245 hi encanta a tots. És com un joc!
- 2246 És això de que creguin que sí que poden, i que si no fan bé, no passa res. Aquesta errada, anem
2247 a mirar.
- 2248 No sé si això és didàctica de matemàtiques, però li hem de donar un tomb.
- 2249 **Moltes gràcies!**