

**Instruções:**

- É obrigatória a apresentação de um documento de identificação.
- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
- Não pode responder a diferentes grupos numa mesma folha de resposta.
- O abandono da sala só poderá efetuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
- É permitida a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno.
- É autorizado o uso de máquinas de calcular que respeitem as condições estabelecidas no Ofício-Circular nº 03/DSDC/DES/JNE/2008.
- Não é permitido o manuseamento ou exibição de equipamentos electrónicos durante a prova, excepto a máquina de calcular.

**Justifique convenientemente todas as respostas.**

1. Considere os números reais  $x = 83.1885$  e  $y = 83.1875$ .

[1.0] (a) Converta  $y$  para a base 4.

(b) Determine a representação em  $FP(10, 5, -99, 99, A)$  de:

[0.5] i.  $x$  e  $y$ ;

[1.5] ii.  $\frac{1}{x + \sqrt{2}y}$ .

[2.0] (c) Determine um majorante do erro absoluto cometido no cálculo da função

$$f(x, y) = y \cdot \ln(-x)$$

em  $FP(10, 5, -99, 99, A)$ , utilizando a fórmula fundamental do cálculo de erros.

2. Considere o sistema

$$\begin{cases} 4x + y - 2z = 2 \\ x + 4y - z = 6 \\ x - y + 5z = 0 \end{cases}.$$

[2.0] (a) Resolva o sistema pelo método de eliminação de Gauss com pesquisa parcial de redutor.

[0.5] (b) Justifique que o método de Jacobi converge para a solução encontrada na alínea anterior.

[2.5] (c) Considerando a aproximação inicial  $X^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ , calcule duas iterações do método de Jacobi.

3. Considere a equação  $x^3 = 2x + 5$ .

[1.5] (a) Mostre que a equação só tem uma raiz  $\alpha$  no intervalo  $[2, 3]$ .

[3.0] (b) Verifique que o método de Newton converge para  $\alpha$  em  $[2, 3]$ . Obtenha duas aproximações de  $\alpha$  pelo método de Newton e determine um majorante do erro da segunda aproximação.

[3.0] 4. Considere o seguinte suporte de interpolação de uma certa função  $f$ :

$x$	2	3	4	5
$f(x)$	1	2	1.5	0.5

Determine o polinómio interpolador de maior grau de  $f$  pela fórmula simplificada de Gregory-Newton e use-o para obter um valor aproximado de  $f(2.5)$ .

[2.5] 5. Aplique a regra dos trapézios para obter um valor aproximado de

$$I = \int_1^2 e^{x+\frac{1}{x}} dx,$$

utilizando 4 subintervalos de igual comprimento.