

Instruções:

- É obrigatória a apresentação de um documento de identificação.
- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
- Não pode responder a diferentes questões numa mesma folha de resposta.
- O abandono da sala só poderá efetuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
- É autorizado o uso de máquinas de calcular que respeitem as condições estabelecidas no Ofício-Circular /S-DGE/2016/1798.
- Não é permitido o manuseamento ou exibição de equipamentos eletrónicos durante a prova, excepto o uso de máquinas de calcular.
- É permitida a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno.

Justifique convenientemente todas as respostas.

Grupo I

1. Considere a equação $x^3 - 7x + 2 = 0$.

[1.5] (a) Mostre que a equação tem um único zero, α , no intervalo $I = [0, 1]$.

[2.0] (b) Utilize o método da bissecção para obter uma aproximação de α com erro inferior a duas décimas.

[2.5] (c) Determine uma função g que verifica as condições de convergência do método do ponto fixo aplicado à equação dada no intervalo I .

Grupo II

1. Considere a função $f(x) = 4 \ln(x) - x$ que tem um único zero, β , no intervalo $I = [8, 12]$.

[2.0] (a) Mostre que em I o método de Newton converge e determine qual dos extremos do intervalo I deverá ser considerado para aproximação inicial, x_0 .

[2.0] (b) Determine uma aproximação de β pelo método de Newton com um erro inferior a uma centésima (realize os cálculos arredondados a 4 casas decimais).

Grupo III

- [2.5] 1. Considere os seguintes comandos de Matlab.

```
X=[0,1,3,4];  
Y=[1,0,2,1];  
polyfit(X,Y,3)
```

Determine analiticamente o resultado dos comandos.

- [2.5] 2. Considere o seguinte suporte de interpolação de uma certa função f .

x	2	4	6	8
f	-7	-3	6	25

Utilize as diferenças finitas para obter um valor aproximado de $f(5)$.

Grupo IV

1. Os seguintes comandos de Matlab.

```
f=@(x)exp(x.^2)  
0.25/2(f(0)+2*f(0.25)+2*f(0.5)+2*f(0.75)+f(1))
```

são usados para aproximar o cálculo de um integral.

- [1.5] (a) Indique qual o integral que se pretende calcular e qual a regra que foi usada.

- [2.0] (b) Indique um majorante do erro que se comete ao efectuar o cálculo do integral desta forma.

- [1.5] 2. Aplique a regra do ponto médio com 3 subintervalos de igual amplitude para calcular um valor aproximado de

$$\int_1^3 \frac{1}{x} dx.$$

Fim do teste