

Instruções:

- É obrigatória a apresentação de um documento de identificação.
- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
- Não pode responder a diferentes grupos numa mesma folha de resposta.
- O abandono da sala só poderá efectuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
- É permitida a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno.
- É autorizado o uso de máquinas de calcular que respeitem as condições estabelecidas no Ofício-Circular nº 03/DSDC/DES/JNE/2008.
- Não é permitido o manuseamento ou exibição de equipamentos electrónicos durante a prova, excepto a máquina de calcular.

Justifique convenientemente todas as respostas.

1.

[1.5] (a) Converta para base binária o número 86.03125;

(b) Considere a função f definida por

$$f(x, y, z) = z + \frac{x}{y}$$

e os seguintes valores aproximados:

$$\bar{x} = 5 \quad \text{tal que} \quad |x - \bar{x}| < 0.1$$

$$\bar{y} = 2 \quad \text{tal que} \quad |y - \bar{y}| < 0.01$$

$$\bar{z} = 0.5 \quad \text{tal que} \quad |z - \bar{z}| < 0.05.$$

[2.0] i. Determine um majorante do erro absoluto cometido no cálculo do valor de $f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ e indique o número mínimo de algarismos significativos dessa aproximação.

[1.0] ii. Em $FP(10, 1, -99, 99, A)$, indique o resultado do cálculo

$$f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}).$$

2.

[2.0] (a) Resolva, pelo método de eliminação de Gauss sem pesquisa parcial de redutor, o sistema

$$\begin{cases} x - 3y + 12z = 31 \\ 2x + 7y + z = 19 \\ 4x + y - z = 3 \end{cases}.$$

(b) Considere o sistema

$$\begin{cases} 25x + 15y - 5z = -10 \\ 15x + 18y = 3 \\ -5x + 11z = 5 \end{cases}.$$

[1.5] i. Justifique que é possível aplicar o método de Cholesky ao sistema dado;

[2.0] ii. Determine a matriz L da factorização que se obtém pelo referido método.

3. Considere a equação

$$x = \cos x.$$

[2.0] (a) Mostre que a equação tem uma só raiz α no intervalo $[0, 1]$;

[1.5] (b) Mostre que o método de Newton converge para a raiz da equação em $[0, 1]$, com a aproximação inicial $x_0 = 1$;

[1.5] (c) Calcule uma aproximação da raiz da equação pelo método de Newton e determine um majorante do erro absoluto cometido.

[2.5] 4. Considere o seguinte suporte de interpolação de uma certa função f :

x	-1	0	1
y	3	-4	5

Calcule o polinómio interpolador de Lagrange e use-o para obter uma aproximação de $f(0.5)$.

[2.5] 5. Aplique a regra do rectângulo à esquerda com 4 subintervalos para calcular um valor aproximado de

$$I = \int_0^1 \cos(x^2) dx.$$

Indique um majorante do erro cometido.

Fim do exame