

Instruções:

- É obrigatória a apresentação de um documento de identificação.
- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
- Não pode responder a diferentes grupos numa mesma folha de resposta.
- O abandono da sala só poderá efetuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
- É permitida a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno.
- É autorizado o uso de máquinas de calcular que respeitem as condições estabelecidas no Ofício-Circular nº 03/DSDC/DES/JNE/2008.
- Não é permitido o manuseamento ou exibição de equipamentos electrónicos durante a prova, excepto a máquina de calcular.

Justifique convenientemente todas as respostas.

Grupo I

1. Considere a equação $x = 1 + \sin x$.

[1.5] (a) Mostre que a equação só tem uma raiz α no intervalo $\left[\frac{\pi}{2}, 2\right]$.

[3.0] (b) Obtenha uma aproximação de α usando o método da falsa posição em $\left[\frac{\pi}{2}, 2\right]$ para 3 iterações.

[4.0] (c) Verifique que o método de Newton converge para α em $\left[\frac{\pi}{2}, 2\right]$ e determine uma aproximação de α com erro absoluto inferior a 10^{-2} aplicando esse método.

[2.0] 2. Considere a função $f(x) = x^2 - 2 - \ln x$. Determine uma função g que torne o método do ponto fixo convergente para o único zero de f no intervalo $[1, 2]$.

Grupo II

- [3.5] 1. Calcule o polinómio interpolador de Lagrange da função $f(x) = \sqrt{x+1}$ para os nós de interpolação $x_0 = 0$, $x_1 = 3$ e $x_2 = 8$ e utilize-o para obter um valor aproximado de $\sqrt{7}$.
- [3.0] 2. Considere o seguinte suporte de interpolação de uma certa função f :

x	-1	2	4
$f(x)$	0.764	0.629	0.459

Obtenha um valor aproximado de $f(0)$ usando a fórmula de Newton com diferenças divididas.

Grupo III

- [3.0] 1. Aplique a regra do ponto médio para calcular um valor aproximado de

$$I = \int_1^{2.5} \ln(x^2) dx,$$

utilizando 3 subintervalos de igual comprimento, e indique um majorante do erro cometido.

Fim do teste