INSTITUTO POLITÉCNICO DE SETÚBAL
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ANÁLISE NUMÉRICA
2º SEMESTRE 2017/2018

18 de julho de 2018 | Exame de Época de Recurso | Duração: **2h30m**

Instruções:

- É obrigatória a apresentação de um documento de identificação.
- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
- Não pode responder a diferentes questões numa mesma folha de resposta.
- O abandono da sala só poderá efetuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
- É autorizado o uso de máquinas de calcular que respeitem as condições estabelecidas no Ofício-Circular /S-DGE/2016/1798.
- Não é permitido o manuseamento ou exibição de equipamentos eletrónicos durante a prova, excepto o uso de máquinas de calcular.
- É permitida a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno.

Justifique convenientemente todas as respostas.

Grupo I

1. Considere os números $x = 41.375$ e $y = 1.9885$.

[1.5] (a) Converta x para base binária;

[1.0] (b) Represente em $FP(10, 4, -99, 99, A)$ os números x e $x + y$.

[2.5] 2. Seja f a função definida por $f(x, y, z) = x^3 z + \ln(y + z)$ e considere os seguintes valores aproximados:

$$\overline{x} = 1 \quad \text{tal que} \quad |x - \overline{x}| \leqslant 0.1,$$
$$\overline{y} = 1.3 \quad \text{tal que} \quad |y - \overline{y}| \leqslant 0.05,$$
$$\overline{z} = 0.5 \quad \text{tal que} \quad |z - \overline{z}| \leqslant 0.02.$$

Determine um majorante do erro absoluto cometido no cálculo do valor de $f(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z})$ e indique o número mínimo de algarismos significativos dessa aproximação.

Grupo II

3. Considere o sistema

$$\begin{cases} x+y+z=-4 \\ x+5y+5z=-4 \\ x+5y+14z=23 \end{cases}.$$

[0.5] (a) Mostre que a matriz A dos coeficientes do sistema é simétrica e definida positiva;

[2.0] (b) Sabendo que $A=LL^T$ onde $L=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ resolva o sistema pelo método de Cholesky.

4. Considere o sistema

$$\begin{cases} 10x-y+z=6 \\ -x+5y+z=6 \\ x+y+4z=6 \end{cases}.$$

[0.5] (a) Justifique a convergência do método de Jacobi para a solução única do sistema.

[2.5] (b) Tomando $X^{(0)}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ como aproximação inicial, efetue duas iterações do método de Jacobi.

[1.0] (c) Determine um majorante do erro da última solução aproximada obtida na alínea anterior.

Grupo III

5. Considere a equação $\cos(x)-2x=0$ que tem uma única solução α no intervalo $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$.

[2.5] (a) Determine uma função g que torne o método do ponto fixo convergente para α no intervalo $I=\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$.

[1.0] (b) Considerando como aproximação inicial $x_0=0$, obtenha uma aproximação do valor de α através do cálculo de duas iteradas pelo método do ponto fixo.

Grupo IV

[3.0] 6. Considere o seguinte suporte de interpolação de uma certa função f:

x	-1	1	3
$f(x)$	6	-2	-5

Supondo que f é uma função contínua e estritamente decrescente para $x\geq -1$, utilize a interpolação inversa para calcular uma aproximação do zero da função f no intervalo $[-1,3]$.

[2.0] 7. Aplique a regra do trapézio para calcular um valor aproximado de

$$\int_1^2 \sqrt{x}dx,$$

de modo que o erro cometido seja inferior a 0.002.

Fim do exame