INSTITUTO POLITÉCNICO DE SETÚBAL
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

IPS Instituto Politécnico de Setúbal
Escola Superior de Tecnologia de Setúbal

ANÁLISE NUMÉRICA

2º SEMESTRE 2016/2017

4 de Julho de 2017 — Época Normal — Duração: **2h30m**

Instruções:

- É obrigatória a apresentação de um documento de identificação.
- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
- Não pode responder a diferentes grupos numa mesma folha de resposta.
- O abandono da sala só poderá efetuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
- É permitida a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno.
- É autorizado o uso de máquinas de calcular que respeitem as condições estabelecidas no Ofício-Circular nº 03/DSDC/DES/JNE/2008.
- Não é permitido o manuseamento ou exibição de equipamentos electrónicos durante a prova, excepto a máquina de calcular.

Justifique convenientemente todas as respostas.

Grupo I

[1.5] 1. Converta para base binária o número $(1A9.1)_{16}$.

[2.5] 2. Considere uma função f definida por

$$f(x, y, z) = x + \ln(yz)$$

e os seguintes valores aproximados:

$$\begin{array}{lll} \bar{x} = 1.1 & \text{tal que} & \Delta_{\bar{x}} \leqslant 0.05 \\ \bar{y} = 2 & \text{tal que} & \Delta_{\bar{y}} \leqslant 0.5 \\ \bar{z} = 30 & \text{tal que} & \Delta_{\bar{y}} \leqslant 5. \end{array}$$

Determine um majorante do erro absoluto cometido no cálculo do valor de $f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ e indique o número mínimo de algarismos significativos dessa aproximação.

Grupo II

[2.0] 3. Considere, em $FP(10, 2, -99, 99, A)$, o sistema

$$\begin{cases} 2x + 3y = 0.001 \\ 4x - 0.6y = 5 \end{cases}.$$

Resolva o sistema pelo método de eliminação de Gauss com pesquisa parcial de redutor e apresente todos os cálculos.

4. Considere a seguinte matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -4 & 6 & 3 \\ -4 & -2 & 8 \end{bmatrix}.$$

[1.5] (a) Obtenha a factorização LU da matriz A, verificando que

$$U = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

[2.5] (b) Use a factorização LU para resolver o sistema $AX = B$ onde

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} -1 \\ 13 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Grupo III

5. Considere a função definida por

$$f(x) = x^4 - 8x^2 + 4.$$

[1.0] (a) Mostre que f tem um só zero no intervalo $I = [2.6, 2.8]$.

[2.0] (b) Mostre que o método de Newton converge para o zero da função no intervalo I.

[2.0] (c) Com a aproximação inicial $x_0 = 2.8$, calcule duas aproximações do zero em I pelo método de Newton e determine um majorante do erro absoluto cometido em cada iterada.

Grupo IV

[3.0] 6. Considere o seguinte suporte de interpolação de uma certa função f :

x	0	2	4
$f(x)$	-4	5	-6

Calcule o polinómio interpolador de maior grau pela fórmula simplificada de Gregory-Newton e use-o para obter uma aproximação de $f(1.5)$.

[2.0] 7. Aplique a regra de Simpson com 6 subintervalos para calcular um valor aproximado de

$$\int_1^4 \sqrt{1+x^3}\,dx.$$

Fim do exame