

Instruções:

- É obrigatória a apresentação de um documento de identificação.
- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
- Não pode responder a diferentes questões numa mesma folha de resposta.
- O abandono da sala só poderá efetuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
- É autorizado o uso de máquinas de calcular que respeitem as condições estabelecidas no Ofício-Circular /S-DGE/2016/1798.
- Não é permitido o manuseamento ou exibição de equipamentos eletrónicos durante a prova, excepto o uso de máquinas de calcular.
- É permitida a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno.

Justifique convenientemente todas as respostas.

Grupo I

- [1.0] 1. Converta para base 4 o número decimal 1033.4375.
- [2.5] 2. Seja f a função definida por $f(x, y, z) = yz + e^{x^2}$ e considere os seguintes valores aproximados:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 0 \quad \text{tal que} \quad |x - \bar{x}| \leq 0.05, \\ \bar{y} &= -11 \quad \text{tal que} \quad |y - \bar{y}| \leq 0.3, \\ \bar{z} &= 1.1 \quad \text{tal que} \quad |z - \bar{z}| \leq 0.2.\end{aligned}$$

Determine um majorante do erro absoluto cometido no cálculo do valor de $f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ e indique o número mínimo de algarismos significativos dessa aproximação.

Grupo II

- [2.5] 1. Considere o sistema

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 2 \\ x + 3y + 2z = -1 \\ 3x + 4y + z = 4.5 \end{cases}.$$

Resolva o sistema pelo método eliminação de Gauss com pesquisa parcial de redutor.

2. Considere o sistema

$$\begin{cases} 9x + 2y - 4z = 7 \\ 3x - 6y - 2z = 3 \\ x - 2y + 5z = 5 \end{cases}.$$

[0.5] (a) Justifique a convergência do método de Gauss-Seidel para a solução única do sistema.

[2.5] (b) Tomando $X^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ como aproximação inicial, efetue uma iteração do método de Gauss-Seidel.

[1.0] (c) Determine um majorante do erro da última solução aproximada obtida na alínea anterior.

Grupo III

1. Considere a função definida por

$$f(x) = x^3 - x - 1.$$

[1.0] (a) Mostre que f tem uma só raiz no intervalo $I = [1, 2]$.

[2.0] (b) Aplique o método da bisseção para obter um valor aproximado da raiz de f no intervalo I com erro absoluto inferior a 0.2.

[2.0] (c) Determine uma função g que torne o método do ponto fixo convergente para a raiz de f em I .

Grupo IV

[3.0] 1. Considere o seguinte suporte de interpolação de uma certa função f :

x	2	5	7	10
$f(x)$	-2	4	0	-3

Determine o polinômio interpolador de f , de maior grau, pela fórmula de Newton das diferenças divididas e use-o para obter um valor aproximado de $f(3)$.

[2.0] 2. Aplique a regra do retângulo à direita para calcular um valor aproximado de

$$\int_0^{\pi} \cos(x) dx,$$

utilizando 4 subintervalos de igual amplitude, e indique um majorante do erro cometido.