

## ANÁLISE NUMÉRICA

### Exercícios de Interpolação Polinomial

---

1. Considere a tabela de uma função  $f$ :

$x$	2	4	6
$f(x)$	8	-3	-7

Determine:

- (a) Os polinómios de Lagrange.
  - (b) O polinómio interpolador de Lagrange.
  - (c) Um valor aproximado de  $f(5)$ .
2. Considere os valores da temperatura ambiente observados em determinadas horas do dia:

$h$	8	10	13	20
$T$	14°	18°	27°	15°

Determine o polinómio interpolador de Lagrange e utilize-o para calcular um valor aproximado da temperatura às 16h10m.

3. Considere uma função para a qual só se conhecem os seguintes valores tabelados:

$x$	1	3	4	5
$f(x)$	1	1.732	2	2.236

- (a) Construa a tabela de diferenças divididas.
  - (b) Utilize a fórmula de Newton com diferenças divididas para calcular  $P_1(x)$ ,  $P_2(x)$  e  $P_3(x)$ .
  - (c) Obtenha valores aproximados de  $f(2)$  calculando  $P_1(2)$ ,  $P_2(2)$  e  $P_3(2)$ .
  - (d) Sabendo que  $f(x) = \sqrt{x}$ , determine um majorante para o erro absoluto cometido em cada uma das aproximações.
4. Considere uma função  $f$  para a qual só se conhecem os seguintes valores tabelados:

$x$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20
$f(x)$	1.000000	1.024695	1.048809	1.072381	1.095445

- (a) Construa a tabela das diferenças finitas.
- (b) Recorra à fórmula simplificada de Gregory-Newton com diferenças finitas para calcular um valor aproximado de  $f(1.13)$ , através do polinómio interpolador  $P_n$  com  $n = 1, 2, 3, 4$ .

5. Seja  $f$  uma função de classe  $C^4(\mathbb{R})$ , tal que

$$f(1) = 0, f[0, 1] = 2, f[-1, 0, 1] = 0 \text{ e } f[-1, 0, 1, 2] = 2.$$

(a) Determine o polinómio  $P_3$  de grau menor ou igual a 3 que interpola  $f$  nos nós  $-1, 0, 1$  e 2. Calcule  $P_3\left(\frac{1}{2}\right)$ .

(b) Calcule as diferenças divididas  $f[1, 2]$  e  $f[0, 1, 2]$ .

6. Considere uma função  $f$  polinomial de grau 2 para a qual só se conhecem os seguintes valores:

$x$	$-2$	$-1$	$0$	$1$
$f(x)$	$12$	$4$	$-2$	$y$

(a) Indique o valor de  $y$  e determine o polinómio interpolador de  $f$  com grau menor ou igual a 3.

(b) Considerando os três primeiros pontos, determine o polinómio interpolador de Lagrange. O resultado seria o mesmo caso considerasse os quatro pontos? Justifique.

7. Considere o seguinte suporte de interpolação:

$x$	$-2$	$0$	$2$	$4$
$f(x)$	$-17$	$5$	$-5$	$y$

que se sabe representar o polinómio  $P(x) = x^3 + a_2x^2 + a_1x + 5$ .

(a) Que relação existe entre o polinómio interpolador que passa nos três primeiros pontos e o polinómio  $P$ ?

(b) Qual o valor de  $f[-2, 0, 2, 4]$ ?

(c) Se  $\Delta^2 f(0) = 16$ , qual o valor de  $f(4)$ ?

8. A velocidade  $v$  (em  $m/s$ ) de uma partícula em função do tempo  $t$  (em  $s$ ) é dada na seguinte tabela:

$t$	$0$	$1$	$2$	$3$	$5$
$v(t)$	$3$	$4$	$6$	$2$	$4$

(a) Determine o polinómio interpolador de  $v$  de maior grau.

(b) Calcule uma aproximação de  $v(4)$ .

(c) Considerando os 4 primeiros instantes, calcule um valor aproximado de  $v(4)$  pela fórmula simplificada de Gregory-Newton. Compare com o resultado obtido em b) e justifique.

(d) Utilize a interpolação inversa para calcular o 1º instante  $t$  em que a velocidade é  $5m/s$ .

9. Considere a seguinte tabela:

$x$	$-3$	$-1$	$1$	$3$
$f(x)$	$-33$	$14$	$-2$	$-5$

- (a) Sabendo que a função tabelada é contínua e estritamente monótona em  $[-1, 3]$ , determine por interpolação inversa o zero da função situado no intervalo  $[-1, 1]$ , utilizando o maior número possível de nós. Justifique a escolha dos nós.
- (b) Obtenha o polinómio interpolador de  $f$  que passa nos últimos três nós. Se determinasse o zero deste polinómio no intervalo  $[-1, 1]$  obteria o mesmo resultado que na alínea anterior? Justifique.