

Instruções:

- É obrigatória a apresentação de um documento de identificação.
- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
- Não pode responder a diferentes grupos numa mesma folha de resposta.
- O abandono da sala só poderá efetuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
- É permitida a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno.
- É autorizado o uso de máquinas de calcular que respeitem as condições estabelecidas no Ofício-Circular nº 03/DSDC/DES/JNE/2008.
- Não é permitido o manuseamento ou exibição de equipamentos electrónicos durante a prova, excepto a máquina de calcular.

Justifique convenientemente todas as respostas.

Grupo I

[1.5] 1. Converta para base hexadecimal: $(10110111.111)_2$.

[3.0] 2. Seja f a função definida por $f(x, y, z) = z \cos(x + y)$ e considere os seguintes valores aproximados:

$$\bar{x} = 0.01 \text{ tal que } |x - \bar{x}| < 0.005,$$

$$\bar{y} = 0.01 \text{ tal que } |y - \bar{y}| < 0.005,$$

$$\bar{z} = 1000 \text{ tal que } |z - \bar{z}| < 0.005.$$

Determine um majorante do erro absoluto cometido no cálculo do valor de $f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ e indique o número mínimo de algarismos significativos dessa aproximação.

Grupo II

[2.0] 1. Considere em $FP(10, 2, -99, 99, A)$, o sistema

$$\begin{cases} 0.2x + 0.3y + 0.4z = 1 \\ 0.5x + 0.2y = 2 \\ 0.1y + 0.3z = 3 \end{cases}$$

Resolva o sistema pelo método de eliminação de Gauss com pesquisa parcial de redutor e apresente todos os cálculos.

[1.0] 2. No MATLAB se se escrever as seguintes instruções:

```
A=zeros(3,2)
for i=1:3
    A(i,:)=2^i
end
```

qual será a matriz A resultante ?

Grupo III

1. Considere o sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + 5y + z = 46 \\ 3x - 2y + 5z = -61 \end{cases}$$

[2.0] (a) Resolva o sistema pelo método de eliminação de Gauss sem efectuar troca de linhas.

[3.0] (b) Determine a factorização LU da matriz dos coeficientes do sistema e utilize-a para resolver o sistema $AX = B_1$, onde $B_1 = \begin{bmatrix} 12 & 32 & 24 \end{bmatrix}^T$.

2. Considere o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 25x + 15y - 5z = \sqrt{2} \\ 15x + 18y = \sqrt{2} \\ -5x + 11z = \sqrt{2} \end{cases}$$

[1.0] (a) Justifique que é possível aplicar o método de Cholesky ao sistema dado.

[2.0] (b) Determine a matriz L da factorização que se obtém pelo referido método.

Grupo IV

1. Considere o sistema

$$\begin{cases} 12x + 4y - 4z = 1 \\ 2x + 4y + 12z = 0 \\ x + 4y + 2z = 0 \end{cases}.$$

[1.5] (a) Reescreva o sistema de forma a garantir a convergência dos métodos de Jacobi e Gauss-Seidel. Justifique.

[3.0] (b) Seja a aproximação inicial $X^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$. Obtenha uma solução aproximada do sistema pelo método de Jacobi assim que um dos seguintes critérios seja satisfeito: ou o erro é inferior a 0.1 ou o número de iterações é 2.

Fim do teste