IPS Instituto Politécnico de Setúbal
Escola Superior de Tecnologia de Setúbal

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

MATEMÁTICA I

1^o SEMESTRE 2017/2018

Exame de Época de Recurso

19 de Fevereiro de 2018 Duração: **2h 30m**

Instruções:

- É obrigatória a apresentação de um documento de identificação.
- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
- Não pode responder a diferentes questões numa mesma folha de resposta.
- O abandono da sala só poderá efectuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
- É permitida a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno.
- Não é permitido o manuseamento ou exibição de equipamentos electrónicos durante a prova.
- **Justifique convenientemente todas as respostas.**

[2.0] 1. Caracterize a função inversa de $f(x) = 2\pi - 3\,\text{arcsen}\left(\dfrac{x}{2}\right)$.

2. Considere a função real de variável real definida por

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + x - 4 & , x \leq 2 \\ x - 1 + e^{2x-4} & , x > 2 \end{cases}.$$

[1.5] (a) Indique o domínio e estude a função quanto à continuidade em todo o seu domínio.

[2.5] (b) Estude a função quanto à diferenciabilidade em todo o seu domínio e calcule a expressão de $g'(x)$.

[0.5] (c) Determine a equação da recta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa $x = 1$.

[2.0] 3. Determine o polinómio de MacLaurin de ordem 2 da função real de variável real definida por $f(x) = \ln\left(1 + x^2\right)$ e use-o para calcular um valor aproximado de $\ln(1.01)$.

4. Calcule:

[1.5] (a) $P\left[\dfrac{\sqrt[3]{\ln(2x+3)}}{2x+3}+\dfrac{\cos(3\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\right];$

[2.0] (b) $P\left[\dfrac{x-1}{x^3-2x^2}\right].$

5. Determine:

[2.0] (a) $\displaystyle\int_1^8 \frac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x}+x}dx;$

[1.5] (b) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,\mathrm{sen}\,(3x)\,dx.$

6. Considere a função real de variável real definida por

$$f(x)=\begin{cases} x & , \text{ se } \quad x\leq 1 \\ e^{2x} & , \text{ se } \quad x>1 \end{cases}.$$

[1.5] (a) Determine a expressão de $F(x)=\displaystyle\int_0^x f(t)\,dt.$

[0.5] (b) Calcule o valor médio de f no intervalo $[0,2]$.

[1.0] 7. Calcule, justificando, a derivada da função definida por $H(x)=\displaystyle\int_1^{x^2}\frac{\mathrm{sen}\,(t^2)}{t^4+2}dt.$

[1.5] 8. Calcule a área da região do plano definida por

$$y\geq x^2\wedge y\geq -x+2\wedge y\leq x+2.$$

Fim do exame