

ANÁLISE NUMÉRICA

Exercícios sobre Integração Numérica

1. Considere o integral $\int_0^1 e^{-x^2} dx$.
 - (a) Determine o seu valor aproximado, usando 4 subintervalos e a regra:
 - i. dos rectângulos à direita.
 - ii. dos trapézios.
 - iii. de Simpson.
 - (b) Faça uma estimativa do número mínimo de subintervalos para obter um valor aproximado do integral com um erro inferior a 10^{-4} , utilizando as regras da alínea anterior.
2. Note-se que $\int_0^1 (x^2 + x + 1) dx = \frac{11}{6}$. Calcule uma aproximação do integral, utilizando:
 - (a) a regra do ponto médio para 2 e 4 intervalos.
 - (b) a regra dos trapézios para 2 e 4 intervalos.
 - (c) a regra de Simspon para 2 e 4 intervalos.
3. Considere a afirmação “ $\frac{\pi}{4}$ é o valor de $\frac{1}{4}$ da área de um círculo de raio 1”, i.e.,

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{4}.$$

Determine, utilizando a regra dos trapézios com 5 subintervalos, um valor aproximado para $\frac{\pi}{4}$. É possível estimar o erro de absoluto cometido? Justifique.

4. Para poder calcular o valor aproximado de

$$\int_{\pi/4}^{\pi/3} \ln(\sin(x)) dx,$$

determine o número mínimo de subintervalos em que será necessário dividir o intervalo de integração, por forma que o erro absoluto não exceda 10^{-4} , quando se utiliza:

- (a) a regra dos trapézios.
 - (b) a regra de Simpson.
5. Pretende-se calcular um valor aproximado de

$$I = \int_1^2 \ln\left(\frac{1}{x}\right) dx.$$

Use a regra de Simpson para obter uma aproximação de I com erro absoluto inferior a 0.02.