Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Representação de Números

Aula prática 2

Análise Numérica - 2º Semestre

2019/2020

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Representação de Números Inteiros

Definição

Um número inteiro $x \in \mathbb{Z}\setminus\{0\}$ é representado numa base $\beta \in \mathbb{N}\setminus\{0,1\}$ por

$$x = \sigma\left(d_m\beta^m + d_{m-1}\beta^{m-1} + \cdots + d_1\beta^1 + d_0\beta^0\right)$$

ou, simbolicamente por

$$x = \sigma\left(d_m d_{m-1}\cdots d_1 d_0\right)_\beta$$

onde $\sigma \in \{+,-\}$, $d_i \in \{0,1,\ldots,\beta-1\}$, $i = 0,1,\ldots,m$ e $d_m \neq 0$.

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Exercício 1.1

Determine a representação decimal dos seguintes números:

1. $(11001)_2$
2. $(11001)_2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 2^0 = 25$
3. $(427)_8$
4. $(427)_8 = 4 \times 8^2 + 2 \times 8 + 7 \times 8^0 = 279$
5. $(27D)_{16}$
6. $(27D)_{16} = 2 \times 16^2 + 7 \times 16 + 13 \times 16^0 = 637$
7. $(2713)_{16}$
8. $(2713)_{16} = 2 \times 16^3 + 7 \times 16^2 + 1 \times 16 + 3 \times 16^0 = 10003$

Exercício 1.2.1

Representação de Números

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Obtenha a representação do número $(1985)_{10}$ nas seguintes bases: 3,8,2 e 16.

- Vamos escrever o número 1985 no sistema de base 3, usando o algoritmo das divisões sucessivas (por 3)

1985	661	220	73	24	8	2	0	quocientes
	2	1	1	1	0	2	2	restos
	d_0	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	

- Concluímos que

$$1985 = (2201112)_3$$

Representação de Números

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Exercício 1.2.2

- Vamos esccrever o número 1985 no sistema de base 8, usando o algoritmo das divisões sucessivas (por 8)

1985	248	31	3	0	quocientes
	1	0	7	3	restos
	d_0	d_1	d_2	d_3	

- Concluímos que

$$1985 = (3701)_8$$

Exercício 1.2.3

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

- Vamos esccrever o número 1985 no sistema de base 2, usando o algoritmo das divisões sucessivas (por 2)

1985	992	496	248	124	62	31	15	7	3
	1	0	0	0	0	0	1	1	1
	d_0	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8
	1	0							
	1	1							
	d_9	d_{10}							

- Concluímos que $1985 = (11111000001)_2$
- **Nota:** Em vez de utilizar o algoritmo das divisões sucessivas podíamos usar a notação dos trígrafos. O número.$1985 = (3701)_8$, usando a notação dos trígafos seria representado por $(011\ 111\ 000\ 001)$. Concluímos assim, que 1985 escrito em binário é $(11111000001)_2$.

Exercício 1.2.4

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

- Vamos esccrever o número 1985 no sistema de base 16, usando o algoritmo das divisões sucessivas (por 16)

1985	124	7	0	quocientes
	1	$12 - C$	7	restos
	d_0	d_1	d_2	

- Concluímos que

$$1985 = (7C1)_2$$

- **Nota:** Em vez de utilizar o algoritmo das divisões sucessivas podíamos usar a notação dos tetragrafos. O número.$1985 = (3701)_8$, usando a notação dos trígafos seria representado por $(011\ 111\ 000\ 001) = (0111\ 1100\ 0001)$. Usando os tetragrafos concluímos que 1985 escrito em hexadecimal é $(7C1)_{16}$.

Representação de números reais

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Definição

Um número real $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ é representado numa base $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ por

$$x = \sigma \left(\begin{array}{c} d_m\beta^m + d_{m-1}\beta^{m-1} + \cdots + d_1\beta^1 + d_0\beta^0 + d_{-1}\beta^{-1} \\ +d_{-2}\beta^{-2} + \cdots + d_{-n}\beta^{-n} + \cdots \end{array} \right)$$

ou, simbolicamente por

$$x = \sigma \left(d_m d_{m-1} \cdots d_1 d_0 . d_{-1} d_{-2} \ldots \right)_\beta$$

onde $\sigma \in \{+, -\}$, $d_i \in \{0, 1, \ldots, \beta - 1\}$, $i = m, m-1, \ldots$ e $d_m \neq 0$.

Exercício 1.3

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Converta as seguintes fracções binárias em decimais: $(0.110001)_2$ e $(0.11111111)_2$.

1. $(0.110001)_2$
2. $(0.110001)_2 = 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 0 \times 2^{-4} + 0 \times 2^{-5} + 1 \times 2^{-6} = \dfrac{49}{64}$
3. $(0.11111111)_2$
4. $(0.11111111)_2 = 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} + 1 \times 2^{-5} + 1 \times 2^{-6} + 1 \times 2^{-7} + 1 \times 2^{-8} = \dfrac{255}{256}$

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Exercício 1.4.1

Determine a representação binária dos números 45.375, 22.625 e 2.3.

- $45.375 = 45 + 0.375$
- **<u>Cálculos auxiliares</u>**
- $45 = (101101)_2$, efectuando o algoritmo das divisões sucessivas
- Escrever o número decimal 0.375 no sistema de base 2, usando o algoritmo das multiplicações sucessivas e extracção da parte fraccionária.

0.375	0.75	1.5	1	$\times 2$ parte fraccionária
	0	1	1	parte inteira
	d_{-1}	d_{-2}	d_{-3}	

- $0.375 = (0.011)_2$
- $45.375 = 45 + 0.375 = (101101.011)_2$

Exercício 1.4.2

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

- $22.625 = 22 + 0.625$
- **Cálculos auxiliares**
- $22 = (10110)_2$, efectuando o algoritmo das divisões sucessivas
- Escrever o número decimal 0.625 no sistema de base 2, usando o algoritmo das multiplicações sucessivas e extracção da parte fraccionária.

0.625	1.25	0.5	1	$\times 2$ parte fraccionária
	1	0	1	parte inteira
	d_{-1}	d_{-2}	d_{-3}	

- $0.625 = (0.101)_2$
- $22.625 = 22 + 0.625 = (10110.101)_2$

Exercício 1.4.3

- $2.3 = 2 + 0.3$
- **Cálculos auxiliares**
- $2 = (10)_2$
- Escrever o número decimal 0.3 no sistema de base 2, usando o algoritmo das multiplicações sucessivas e extracção da parte fraccionária.

0.3	0.6	1.2	0.4	0.8	1.6	1.2
	0	1	0	0	1	1
	d_{-1}	d_{-2}	d_{-3}	d_{-4}	d_{-5}	d_{-6}
						$= d_{-2}$

- $0.3 = (0.0\underline{1001}10011\ldots)_2$
- $2.3 = 2 + 0.3 = (101101.011)_2$

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Notação científica

Definição

A representação do número $x \neq 0$ em notação científica em base β é dada por

$$x = \sigma m \beta^t$$

onde $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ é a base, $\sigma \in \{+, -\}$, $t \in \mathbb{Z}$ é o expoente, $m = (d_0.d_{-1}d_{-2}\ldots)_\beta \in [1, \beta[$, $d_i \in \{0, 1, \ldots, \beta - 1\}$, $d_0 \neq 0$ é a mantissa.

Ponto Flutuante

Representação de Números

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Definição

Sejam $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$, $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, $t^-, t^+ \in \mathbb{Z}$. Designa-se por sistema de ponto flutuante na base β, com n dígitos na mantissa, e expoentes variando entre t^- e t^+, ao subconjunto dos números racionais

$$FP\left(\beta, n, t^-, t^+\right) = \left\{x \in \mathbb{Q} : x = \sigma m \beta^t\right\} \cup \{0\},$$

onde $\sigma \in \{+,-\}$, $t \in \mathbb{Z}$, $t^- \leq t \leq t^+$,
$m = \left(d_0.d_{-1}d_{-2}\ldots d_{1-n}\right)_\beta \in \left[1, \beta + \beta^{1-n}\right[$,
$d_i \in \{0,1,\ldots,\beta-1\}$, $d_0 \neq 0$.

O número de elementos do conjunto $FP\left(\beta, n, t^-, t^+\right)$ é dado por

$$card\left(FP\left(\beta, n, t^-, t^+\right)\right) = 2\left(t^+ - t^- + 1\right)\left(\beta - 1\right)\beta^{n-1} + 1$$

Exercício 1.5

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Liste todos os números positivos do sistema $FP\left(2, 3, -1, 1\right)$ e represente-os em notação decimal.

- Os elementos positivos do sistema $FP(2, 3, -1, 1)$ são da forma
$$x = \left(d_0.d_{-1}d_{-2}\right)_2 \times 2^t$$
em que $-1 \leq t \leq 1$, $d_i \in \{0, 1\}$ e $d_0 \neq 0$, ou seja
$$x = \left(1.d_{-1}d_{-2}\right)_2 \times 2^t$$

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Exercício 1.5

- Os elementos positivos do sistema $FP(2,3,-1,1)$ são

$t=-1$	$t=0$	$t=1$
$(1.00)_2 \times 2^{-1} = \frac{1}{2}$	$(1.00)_2 \times 2^{0} = 1$	$(1.00)_2 \times 2 = 2$
$(1.10)_2 \times 2^{-1} = \frac{3}{4}$	$(1.10)_2 \times 2^{0} = \frac{3}{2}$	$(1.10)_2 \times 2 = 3$
$(1.01)_2 \times 2^{-1} = \frac{5}{8}$	$(1.01)_2 \times 2^{0} = \frac{5}{4}$	$(1.01)_2 \times 2 = \frac{5}{2}$
$(1.11)_2 \times 2^{-1} = \frac{7}{8}$	$(1.11)_2 \times 2^{0} = \frac{7}{4}$	$(1.11)_2 \times 2 = \frac{7}{2}$

- Os números positivos do sistema $FP\,(2,3,-1,1)$ em notação decimal. são $\{0.5; 0.625; 0.75; 0.875; 1; 1.25; 1.5; 1.75; 2; 2.5; 3; 3.5\}$

Arredondamento por Corte

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Definição

Dado um número x, representado em notação científica

$$x = \sigma \left(d_0 . d_{-1} d_{-2} \ldots d_{-n} \ldots \right)_\beta \times \beta^t$$

ao armazená-lo num sistema de $FP\left(\beta, n, t^-, t^+\right)$ somos obrigados a suprimir dígitos da mantissa.

Arredondamento por Corte

$$fl_c\left(x\right) = \sigma \left(d_0 . d_{-1} d_{-2} \ldots d_{1-n} \right)_\beta \times \beta^t$$

Arredondamento Simétrico

Representação de Números

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Definição

Arredondamento Simétrico (β par)

- Se $0 \leq d_{-n} < \frac{\beta}{2}$

$$fl_s(x) = \sigma \left(d_0.d_{-1}d_{-2}\dots d_{1-n}\right)_\beta \times \beta^t$$

- Se $\frac{\beta}{2} < d_{-n} < \beta$

$$fl_s(x) = \sigma \left[\left(d_0.d_{-1}d_{-2}\dots d_{1-n}\right)_\beta + \beta^{1-n}\right] \times \beta^t$$

Arredondamento Simétrico

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Nota: Quando $d_{-n} = \dfrac{\beta}{2}$

- Se β e $\dfrac{\beta}{2}$ forem pares, arredondar de modo a que o último dígito fique ímpar.
- Se β for par e $\dfrac{\beta}{2}$ for ímpar, arredondar de modo a que o último dígito fique par.

Exercício 1.6

Representação de Números

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Identifique o arredondamento por corte e o arredondamento simétrico em $FP(10, 5, -99, 99)$ dos seguintes números:

1. $x = \frac{1}{3} = 3.3333333\ldots \times 10^{-1} \notin FP(10, 5, -99, 99)$
2. $fl_c(x) = 3.3333 \times 10^{-1} = fl_s(x)$
3. $x = -83785 \in FP(10, 5, -99, 99)$
4. $fl_c(x) = -8.3785 \times 10^{4} = fl_s(x)$
5. $x = 0.00113295 = 1.1329\underbrace{5}_{d_{-5}}\times 10^{-3}$
6. $fl_c(x) = 1.1329 \times 10^{-3}$
7. $fl_s(x) = \left(1.1329 + 10^{-4}\right) \times 10^{-3} = 1.1330 \times 10^{-3}$
8. $x = \log_{10} 50 = 1.6989\underbrace{7}_{d_{-5}}0004 \notin FP(10, 5, -99, 99)$
9. $fl_c(x) = 1.6989$
10. $fl_s(x) = 1.6989 + 10^{-4} = 1.6990$

Exercício 1.8 a)

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Sejam $A = 0.7422 \times 10^{-1}$, $B = 0.1246 \times 10^{3}$, $C = 0.7421 \times 10^{-1}$. Efectue os cálculos no sistema $FP\,(10, 5, -99, 99, T)$.

- $(A + B) + C$

$$\begin{aligned}
fl_c\left[(A+B)+C\right] &= fl_c\left(\left(fl_c\left(124.67422\right)\right) + fl_c\left(C\right)\right) \\
&= fl_c\left(124.67 + fl_c\left(C\right)\right) \\
&= fl_c\left(124.74421\right) \\
&= 124.74 = 1.2474 \times 10^{2}
\end{aligned}$$

Exercício 1.8 b) e c)

- $\dfrac{A}{C}$

$$\begin{aligned} fl_c\left(\frac{fl_c(A)}{fl_c(C)}\right) &= fl_c\left(\frac{7.422\times 10^{-2}}{7.421\times 10^{-2}}\right) \\ &= fl_c(1.000134753) = 1.0001 \end{aligned}$$

- $A - C$

$$\begin{aligned} fl_c\left(fl_c(A) - fl_c(C)\right) &= fl_c\left(7.422\times 10^{-2} - 7.421\times 10^{-2}\right) \\ &= fl_c\left(0.001\times 10^{-2}\right) = 10^{-5} \end{aligned}$$

Exercício 1.8 d)

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

- $A\left(\frac{B}{C}\right)$

$$fl_c\left(fl_c\left(A\right)\times fl_c\left(\frac{fl_c\left(B\right)}{fl_c\left(C\right)}\right)\right)=$$

$$\begin{aligned}
&= fl_c\left(7.422\times 10^{-2}\times fl_c\left(1.679019\times 10^{3}\right)\right)\\
&= fl_c\left(7.422\times 10^{-2}\times 1.6790\times 10^{3}\right)\\
&= 1.2461\times 10^{2}
\end{aligned}$$

Representação de Números

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Exercício 1.10 a)

Realize as seguintes operações sem passar a notação decimal:

- $(1101)_2 \times (11101)_2 = (101111001)_2$

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 & & \times & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & & & 1^{+1} & 1^{+1} & 1 & 0 & 1 \\
 & & & 0^{+1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
 & & 1^{+1} & 1 & 1 & 0 & 1 & & \\
+ & 1^{+1} & 1 & 1 & 0 & 1 & & & \\
\hline
1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 & & & & & \downarrow & \downarrow & & \\
 & & & & & 3 = (11)_2 & 2 = (10)_2 & &
\end{array}
$$

Exercício 1.10 b)

Representação de Números

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

- $(10.001)_2 \times (11.1)_2 = (111.011100)_2$

$$
\begin{array}{cccccccccc}
 & & & & & 1 & 0. & 0 & 0 & 1 & \rightarrow \text{3 casas decimais} \\
 & & & \times & & 1 & 1. & 1 & 0 & 0 & \rightarrow \text{3 casas decimais} \\
\hline
 & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
 & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
 & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & & & \\
 & & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & & & & \\
+ & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & & & & & \\
\hline
 & 1 & 1 & 1. & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \rightarrow \text{6 casas decimais}
\end{array}
$$

Exercício 1.10 c)

- $(1011.1)_2 + (10.111)_2 = (1110.011)_2$

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & 1 & 0^{+1} & 1^{+1} & 1^{+1}. & 1 & 0 & 0 \\
+ & & & 1 & 0. & 1 & 1 & 1 \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 0. & 0 & 1 & 1 \\
 & & & \downarrow & & \downarrow & & \\
 & & & 3 = (11)_2 & & 2 = (10)_2 & &
\end{array}
$$

Exercício 1.10 d)

Representação de Números

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

- $(111111)_2 \,/\, (11)_2 = (10101)_2$

$$
\begin{array}{ccccccc|ccccc}
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & & & \\
\hline
- & 1 & 1 & & & & & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
\cline{1-3}
 & & 0 & 1 & & & & & & & & \\
 & - & 0 & 0 & & & & & & & & \\
\cline{2-4}
 & & & 1 & 1 & & & & & & & \\
 & & - & 1 & 1 & & & & & & & \\
\cline{3-5}
 & & & & 0 & 1 & & & & & & \\
 & & & - & 0 & 0 & & & & & & \\
\cline{4-6}
 & & & & & 1 & 1 & & & & & \\
 & & & & - & 1 & 1 & & & & & \\
\cline{5-7}
 & & & & & & 0 & & & & & \\
\end{array}
$$

Exercício 1.10 e)

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

- $(1.21)_3 \times 3^3 + (212)_3 \times 3 = (1210)_3 + (2120)_3 = (11100)_3$

$$
\begin{array}{cccccc}
 & & 1^{+1} & 2^{+1} & 1 & 0 \\
+ & & 2 & 1 & 2 & 0 \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 & & & \downarrow & \downarrow & \\
 & & & 4 = (11)_3 & 3 = (10)_3 &
\end{array}
$$

Exercício 1.10 f)

Representação de Números

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

- $(2.33)_5 \times 5^2 \times (3.12)_5 \times 5^{-1} = (2.33)_5 \times 5 \times (3.12)_5 = (23.3)_5 \times (3.12)_5 = (134.301)_5$

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & 2 & 3. & 3 & 0 \\
 & & & \times & & 3. & 1 & 2 \\
\hline
 & & & 1^{+1} & 0 & 2 & 1 & 0 \\
 & & & 2 & 3^{+1} & 3 & 0 & \\
+ & 1 & 3 & 0 & 4 & 0 & & \\
\hline
 & 1 & 3 & 4. & 3 & 0 & 1 & 0 \\
 & & & & \downarrow & \downarrow & & \\
 & & & & 8=(13)_5 & 5=(10)_5 & &
\end{array}
$$

Exercício 1.10 g)

Representação de Números

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

- $\left((1.43)_5 \times 5^2\right) \times \left((1.11)_5 \times 5^4\right) = (143)_5 \times (11100)_5 = (2142300)_5$

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & & & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 & & & \times & & 1 & 4 & 3 \\
\cline{4-8}
 & & & 3^{+1} & 3 & 3 & 0 & 0 \\
 & & 4^{+1} & 4 & 4 & 0 & 0 & \\
+ & 1^{+1} & 1 & 1 & 0 & 0 & & \\
\hline
 & 2 & 1 & 4 & 2 & 3 & 0 & 0 \\
 & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\
 & & 6 = (11)_5 & 9 = (14)_5 & 7 = (12)_5 & & &
\end{array}
$$

Exercício 1.11

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Determine como é representado codificado o número $x = 2.31 \times 10^{-2}$ numa máquina com memória binária, onde o primeiro espaço de memória guarda o sinal, os seguintes 9 espaços o expoente e os últimos 9 espaços a mantissa se sabemos que:

- O bit '0' representa sinal positivo.
- Como é frequente em base 2, a máquina não guarda o primeiro algarismo 1 binário da mantissa.
- Para admitir expoentes negativos, qualquer expoente $t \in [-255, 256]$ é guardado através da mantissa binária de $t + 255 \in [0, 511]$.

Exercício 1.11
Resolução

Representação de Números

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

Começamos por representar x em binário

$$\begin{aligned} x &= 2.31 \times 10^{-2} = 0.0231 \\ &= (0.0000010111101001\ldots)_2 \\ &= \left(1.011110100\underbrace{1}_{d_{-10}}\ldots\right)_2 \times 2^{-6} \end{aligned}$$

Exercício 1.11

Resolução . Cálculos Auxiliares

Representação de Números

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

0.0231	0.0462	0.0924	0.1848	0.3696	0.7392	1.4784
	0	0	0	0	0	1
	d_{-1}	d_{-2}	d_{-3}	d_{-4}	d_{-5}	d_{-6}
	0.9568	1.9136	1.8272	1.6544	1.3088	0.6176
	0	1	1	1	1	0
	d_{-7}	d_{-8}	d_{-9}	d_{-10}	d_{-11}	d_{-12}
	1.2352	0.4704	0.9408	1.8816		...
	1	0	0	1		
	d_{-13}	d_{-14}	d_{-15}	d_{-16}		

Exercício 1.11

Representação de Números
Exercício 1.1
Exercício 1.2.1
Exercício 1.2.2
Exercício 1.2.3
Exercício 1.2.4
Repre. Reais
Exercício 1.3
Exercício 1.4.1
Exercício 1.4.2
Exercício 1.4.3
Not. Cient.
Ponto flutuante
Exercício 1.5
Exercício 1.5
Arred. Corte
Arred. Sim.
Arred. Sim.
Exercício 1.6
Exercício 1.8
Exercício 1.8b) e c)
Exercício 1.8d)
Exercício 1.10a)
Exercício 1.10b)
Exercício 1.10c)
Exercício 1.10d)

O número x vai ser representado da seguinte forma:

sinal $= s$ $(-1)^s$	expoente-9bits	mantissa $-$ 9bits $(1.f)_2$

0	011 111 001	011 110 101

Nota:

1. $s = 0$ corresponde a um número positivo.
2. O expoente -6 vai corresponder ao número $-6 + 255 = 249$ escrito em binário, ou seja a $(11111001)_2$.
3. Apenas a parte f da mantissa é armazenada, uma vez que estamos a considerar mantissas a começar sempre em 1.