IPS Instituto Politécnico de Setúbal
Escola Superior de Tecnologia de Setúbal

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

MATEMÁTICA I

1^o SEMESTRE 2016/2017

Exame de Época de Recurso

20 de Fevereiro de 2017 Duração: **2h 30m**

Instruções:

- É obrigatória a apresentação de um documento de identificação.
- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
- Não pode responder a diferentes questões numa mesma folha de resposta.
- O abandono da sala só poderá efectuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
- É permitida a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno.
- Não é permitido o manuseamento ou exibição de equipamentos electrónicos durante a prova.
- **Justifique convenientemente todas as respostas.**

[2.0] 1. Caracterize a função inversa da função definida por

$$f(x) = \pi - 3\,\text{arcsen}\,(2x-1)\,.$$

2. Considere a função real de variável real definida por

$$g(x) = \begin{cases} 2x + \ln(2-x) & , x \leq 1 \\ x + e^{2x-2} & , x > 1 \end{cases}.$$

[1.5] (a) Determine o domínio e estude a função quanto à continuidade em todo o seu domínio.

[2.5] (b) Estude a função quanto à diferenciabilidade em todo o seu domínio e calcule $g'(x)$.

[1.0] (c) Justifique a existência da recta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa $x = 0$ e determine a sua equação.

3. Considere a seguinte função real de variável real

$$f(x) = x - 2\,\text{arctg}\,x.$$

[1.5] (a) Determine os intervalos de monotonia e extremos de f.

[1.5] (b) Determine o polinómio de Taylor de ordem 2 de f, em potências de $(x-1)$, e use-o para calcular um valor aproximado de $f(1.1)$.

4. Calcule:

[1.5] (a) $P\left[\operatorname{sen}(2x)\cos(2x) + \dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\right]$;

[1.0] (b) $P\left[\ln(3x-2)\right]$;

[1.5] (c) $P\left[\dfrac{1}{x^3-x}\right]$;

[1.5] (d) $\displaystyle\int_1^{64} \left(\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt{x}}\right) dx.$

5. Considere a seguinte função real de variável real

$$f(x) = \sqrt{2x+1}.$$

[1.5] (a) Calcule o valor médio de f no intervalo $[0,4]$.

[1.5] (b) Seja $H(x) = \displaystyle\int_{x^2}^{1} e^{f(t)}dt$. Calcule, justificando, $H'(x)$.

[1.5] 6. Calcule a área da região do plano limitada pelas linhas $y = x+2$ e $y = x^2$.

Fim do exame