

Instruções:

- É obrigatória a apresentação de um documento de identificação.
- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
- Não pode responder a diferentes grupos numa mesma folha de resposta.
- O abandono da sala só poderá efetuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
- É permitida a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno.
- É autorizado o uso de máquinas de calcular que respeitem as condições estabelecidas no Ofício-Circular nº 03/DSDC/DES/JNE/2008.
- Não é permitido o manuseamento ou exibição de equipamentos electrónicos durante a prova, excepto a máquina de calcular.

Justifique convenientemente todas as respostas.

1. Considere a função $f(x) = x^4 + 2x^3 - x - 1$ que é crescente em $]0.5, +\infty[$.

[1.5] (a) Mostre que a equação só tem uma raiz α no intervalo $[0.8, 1]$.

[3.0] (b) Obtenha uma aproximação de α usando o método da bissecção em $[0.8, 1]$ para 3 iterações.

[4.0] (c) Verifique que o método de Newton converge para α em $[0.8, 1]$ e use-o para calcular uma aproximação de α com erro absoluto inferior a 0.05.
- [3.5] 2. Calcule o polinómio interpolador de Lagrange da função $f(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right)$ para os nós de interpolação $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ e $x_2 = 3$.

- [3.5] 3. Considere o seguinte suporte de interpolação de uma certa função f :

| | | | |
|--------|------|------|------|
| x | 1.3 | 1.6 | 1.9 |
| $f(x)$ | 0.62 | 0.46 | 0.28 |

Calcule um valor aproximado de $f(1.5)$ usando a fórmula de Gregory-Newton com diferenças finitas.

- [3.0] 4. Aplique a regra dos trapézios para calcular um valor aproximado de

$$I = \int_0^1 \sqrt{1+2x} dx,$$

utilizando 4 subintervalos equidistantes. Indique um majorante do erro cometido.

- [1.5] 5. Considere a função $f(x) = x^2 - e^x$. Determine uma função g que torne o método do ponto fixo convergente para o único zero de f no intervalo $[-1, 0]$.

Fim do teste