

Exemplo 1

$P = (6, 2)$. Transladando a origem para $O_1 = (4, -1)$ quais são as novas coordenadas de P ?

$$\begin{aligned}x' &= x - a \Rightarrow x' = 6 - 4 = 2 \\y' &= y - b \Rightarrow y' = 2 - (-1) = 3\end{aligned}$$

$$(2, 3)' = P$$

Exemplo 2

A reta r tem equação $2x + 3y = 7$. Transladando a origem para $O_1 = (2, 1)$ qual é sua nova equação?

$$x = x' + a \Rightarrow x' + 2$$

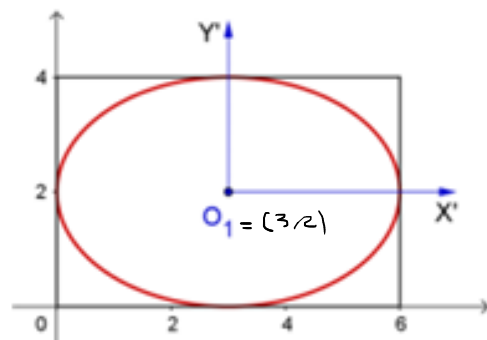
$$y = y' + b \Rightarrow y' + 1 \quad \text{substituindo:}$$

$$2(x' + 2) + 3(y' + 1) = 7$$

$$\boxed{2x' + 3y' = 0}$$

Exemplo 3

Determine a equação da elipse da figura ao lado.



Pela figura, o centro da elipse é $(3, 2)$, o semieixo maior é 3 e o semieixo menor é 2.

Logo, transportando tal elipse para um sistema coordenado centrado em $(3, 2)$:

$$\frac{x'^2}{9} + \frac{y'^2}{4} = 1 \quad \text{Substituindo:}$$
$$x' = x - 3 \text{ e } y' = y - 2.$$

$$\boxed{\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1}$$

Exemplo 4

Determine os focos da elipse $5x^2 + 8y^2 - 30x + 16y + 13 = 0$

$$5(x^2 - 6x + 9) + 8(y^2 + 2y + 1) = 45 + 8 - 13$$

$$5(x-3)^2 + 8(y+1)^2 = 40$$

$$\frac{(x-3)^2}{8} + \frac{(y+1)^2}{5} = 1.$$

$$a^2 = 8; b^2 = 5 \therefore c^2 = 3 \text{ e } c = \sqrt{3}.$$

Portanto, como a eixo maior está em x , então os focos são:
 $(3+\sqrt{3}, -1)$ e $(3-\sqrt{3}, -1)$.

Exemplo 5

$$C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5$$

$$r: x - 3y + 14 = 0$$

Determine $r \cap C$.

Colocando na origem $(3, 4)$:

$$\Rightarrow x'^2 + y'^2 = 5$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (x' + 3) - 3(y' + 4) + 14 &= 0 \\ x' + 3 - 3y' - 12 + 14 &= 0 \\ x' - 3y' + 5 &= 0 \\ x' &= 3y' - 5. \end{aligned}$$

substituindo:

$$(3y' - 5)^2 + y'^2 = 5$$

$$9y'^2 - 30y' + 25 + y'^2 = 5$$

$$10y'^2 - 30y' + 20 = 0$$

$$y'^2 - 3y' + 2 = 0.$$

$$(y' - 1)(y' - 2) = 0$$

$$\therefore y' = 1 \text{ e } x' = -2 \Rightarrow (-2, 1)'$$

$$\therefore y' = 2 \text{ e } x' = 1 \Rightarrow (1, 2)'$$

Transformando para o sistema normal:

$$\begin{array}{l} (-2+3, 1+4) = (1, 5) \\ (1+3, 2+4) = (4, 6) \end{array}$$

Exemplo 6

O que representa a equação $y^2 - 6x - 8y + 22 = 0$?

$$y^2 - 8y + 16 - 6x + 22 - 16 = 0$$

$$(y-4)^2 = 6(x-1)$$

Novo sistema ordenado