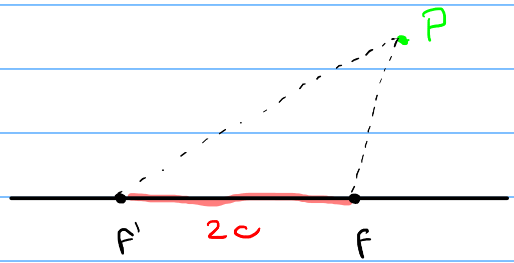
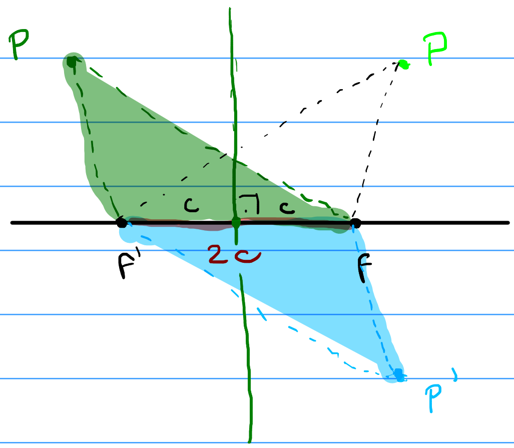
HIPÉRBOLE:

Definição: Sejam F e F' pontos fixos com $FF' = 2c$. Escolhemos $2a$ tal que $0 < 2a < 2c$. O conjunto dos pontos P tais que $|PF' - PF| = 2a$ é a hipérbole de focos F e F' com eixo transverso igual a $2a$.



$|PF' - PF| = 2$

A hipérbole possui 2 eixos de simetria: a reta FF' e a mediatriz de FF':



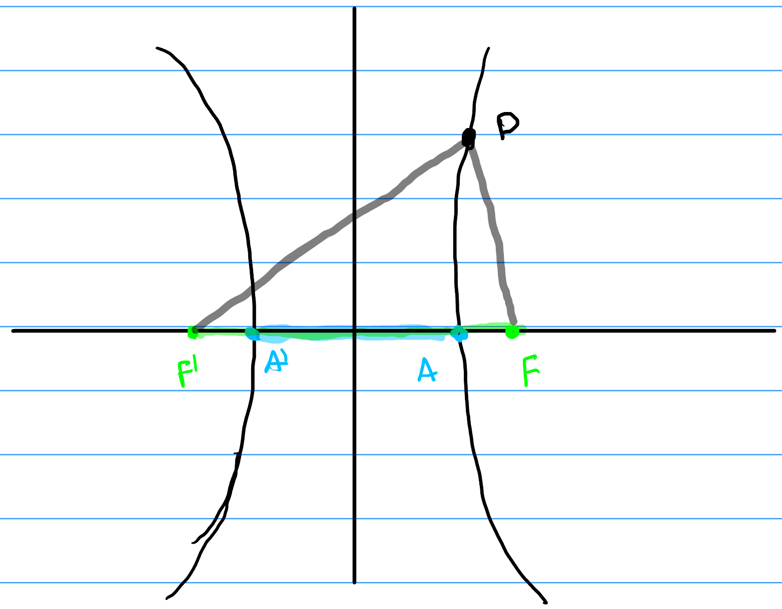
Como fazer uma hipérbole: Faça uma circunferência com raio $2a$. Pegue um ponto C qualquer da circunferência, trace o segmento CF (ou CF', depende do seu centro) e trace a mediatriz desse segmento.

A interseção entre a reta que passa pelo centro da circunferência e C e a reta mediatriz de CF' é P.

Pronto, quando C percorre a circunferência, P percorre a hipérbole.

Forma da Hipérbole

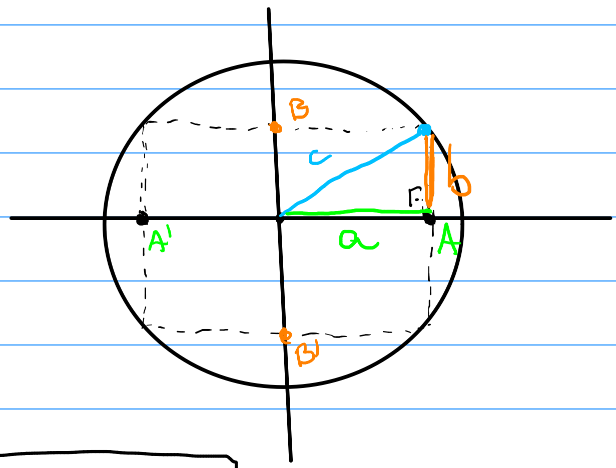
- $|PF' - PF| = 2a$
- $FF' = 2c$ (eixo focal)
- $AA' = 2a$ (eixo transversal)



$$\boxed{e = \frac{c}{a}, \quad e > 1}$$

excentricidade

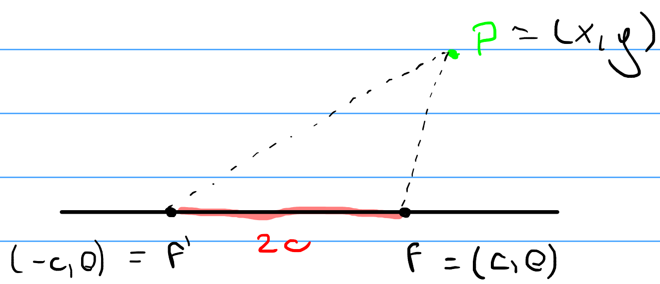
Elementos da Hipérbole:



Logo, $\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$

$FF' = 2c$ (eixo focal)
$AA' = 2a$ (eixo transversal)
$BB' = 2b$ (eixo não transversal)

Equação:



$PF = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$
$PF' = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}$

$PF' - PF = 2a \quad \wedge \quad c^2 = a^2 + b^2$

Desenvolvendo: $\boxed{\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1}$

ASSÍNTOTAS:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{a^2} - 1 \Rightarrow y^2 = \frac{b^2}{a^2}\left(1 - \frac{a^2}{x^2}\right) \cdot x^2$$

$$y = \pm \frac{b}{a} \cdot \sqrt{1 - \frac{a^2}{x^2}} \cdot x$$

Quando $x \to \infty$ $\boxed{y = \pm \frac{b}{a} x}$

TANGENTE POR UM PONTO:

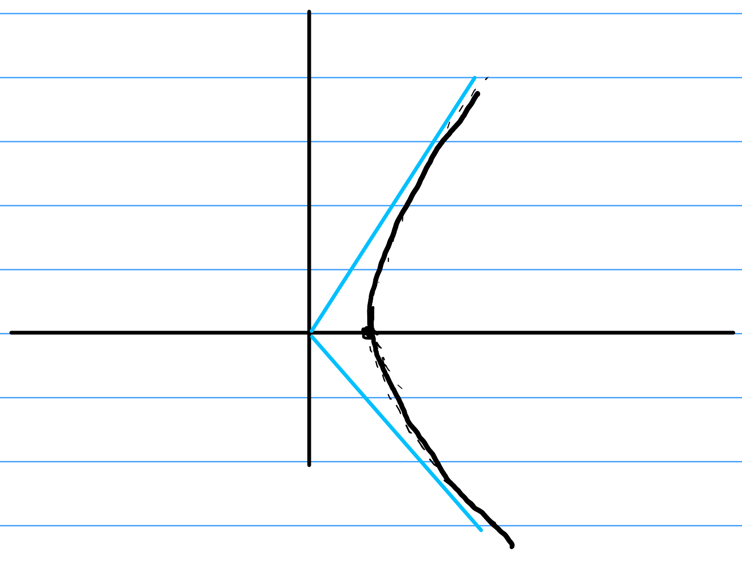
Hipérbole: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$(x_0, y_0) \in$ Hipérbole.

Tangente em $(x_0, y_0) \Rightarrow$ $\frac{x_0}{a^2} \cdot x - \frac{y_0}{b^2} y = 1$

Só usar derivação implícita!!

TANGENTE COM INCLINAÇÃO DADA:



Assíntotas: $\pm \frac{b}{a} x$.

Existe reta de coeficiente angular m, tangente à hipérbole se $m > b/a$ ou $m < -b/a$

a) $\frac{\cancel{36}^{4}}{\cancel{9}} - \frac{\cancel{4}.3}{\cancel{4}} = 1 \Rightarrow 4 - 3 = 1$ ✓.

Reta tangente no ponto $P = (6, 2\sqrt{3})$:

$$\frac{\cancel{6}^{2}}{3\cancel{9}}x - \frac{2\sqrt{3}}{4_2}y = 1 \Rightarrow \boxed{\frac{2}{3}.x - \frac{\sqrt{3}}{2}y = 1}$$ m.

b) Retas tangentes a H e paralelas a $y=x$ são da forma $y = x + k$.

Substituindo em H.

$$\frac{x^2}{9} - \frac{(x+k)^2}{4} = 1$$

$$4x^2 - 9(x+k)^2 = 36$$

$$4x^2 - 9(x^2 + 2xk + k^2) = 36$$

$$5x^2 + 18xk + (9k^2 + 36) = 0.$$

$$x = \frac{-18k \pm \sqrt{18^2k^2 - 4.5(9k^2+36)}}{10}$$

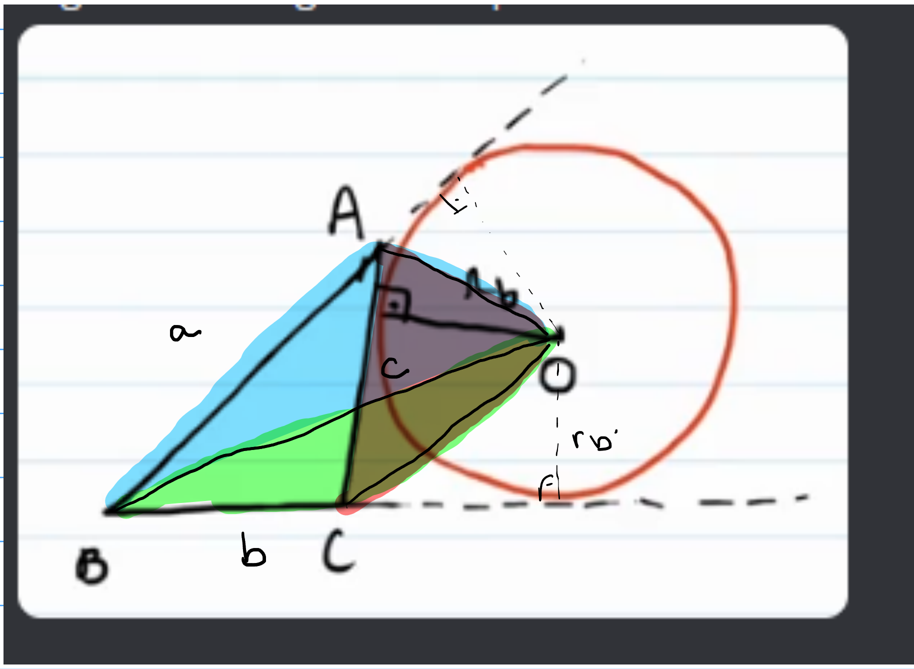
$$18^2k^2 - 4.5.9k^2 - 4.5.36 = 0.$$

$$144k^2 = 4.5.36.$$

$$(12k)^2 = (2.6)^2.5.$$

$$k = \pm\sqrt{5}.$$

Retas: $y = x \pm \sqrt{5}$.



$A(BCO) = \dfrac{BC \cdot r_b}{2}$

$A(ABO) = \dfrac{AB \cdot r_b}{2}$

$A(AOC) = \dfrac{AC \cdot r_b}{2}$

$$A(ABC) = A(ABO) + A(BCO) - A(AOC).$$

$$A(ABC) = \frac{r_b}{2}(AB + BC - AC) = \boxed{(a+b-c)\frac{r_b}{2}}.$$

$$p = \frac{a+b+c}{2} \quad -\frac{2c}{2} = \frac{a+\cancel{c}+b-c}{2} \qquad \frac{a+b-c}{2} = p-c$$

$$\boxed{A(ABC) = (p-c)r_b.}$$

Área do triângulo é o semiperímetro menos o lado que tangencia a circunferência, tudo isso multiplicado pelo raio da circunferência.

⊗ Não sei se é circunferência ex-inscrita