

Análise Real

Exercícios

Calcule os seguintes limites

① $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^2}}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2}}{x}$

atenção: se $a > 0$, indicamos por \sqrt{a} a raiz quadrada positiva de a

② $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - a^2}{x^2 + 2ax + a^2}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{x}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$$

③ Prove que $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$ se e somente se para toda sequência decrescente $x_n \rightarrow a$ tem-se $f(x_n) \rightarrow L$

④ Considere uma função crescente definida em um intervalo aberto I , $a \in I$. Se existe $x_n \in I$, $x_n > a$ t.q. $x_n \rightarrow a$ e $f(x_n) \rightarrow L$ então $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$

⑤ Nos casos 3 e 4 acima, trabalhe com o limite lateral à esquerda.

⑥ Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{\sin nx}$