Graduação FGV

Geometria analítica – **Lista 3**

EMAp

- O produto escalar dos vetores $u=(x,\ y)$ e $v=(x',\ y')$ é $u\cdot v = xx' + yy'$.
- O cosseno do ângulo entre os vetores u e v é $\cos\theta = \frac{u\cdot v}{|u||v|}$.
- A distância do ponto $(x_0,\ y_0)$ à reta $ax+by+c=0$ é $d=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.
- A área do triângulo determinado pelos vetores $u=(a,\ b)$ e $v=(c,\ d)$ é $A=\dfrac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}\right|$.

1) Determine o cosseno do ângulo formado pelos vetores $u=(3,\ 1)$ e $v=(1,\ 7)$.

2) No paralelogramo *ABCD*, $A=(1,\ 1)$, $B=(6,\ 3)$ e $C=(9,\ 7)$. Determine o cosseno do ângulo formado pelas diagonais.

3) Dados $A=(1,\ 5)$, $B=(-1,\ 0)$ e $C=(4,\ 2)$ encontre um ponto *P* de forma que as retas *AP* e *BC* sejam perpendiculares.

4) São dados os pontos $A=(-1,\ 0)$, $B=(0,\ 3)$ e $C=(4,-1)$.
a) Calcule os cossenos dos ângulos do triângulo *ABC*.
b) Com uma calculadora encontre valores aproximados em graus para os ângulos.

5) Dados os vetores $u=(4,\ -1)$, $v=(1,\ 2)$ e $w=(13,\ 8)$, escreva *w* como combinação linear de *u* e *v*.

6) *ABCD* é um retângulo onde $A=(1,\ 3)$, $B=(3,\ 0)$ e $C=(t,\ 4)$. Calcule *t*, determine o vértice *D* e a área do retângulo.

7) Dados $A=(1,\ 5)$, $B=(-1,\ 0)$ e $C=(5,\ 2)$, calcule a área do triângulo *ABC*.

8) São dados os pontos $A=(1,\ 0)$, $B=(5,\ -2)$ e sabe-se que o ponto *C* pertence à reta $y=x+1$. Determine *C* sabendo que a área do triângulo *ABC* é igual a 25.

9) Mostre que se os vetores *u* e *v* têm mesmo comprimento então *u* + *v* e *u* – *v* são ortogonais.

10) Considere as retas $r:\ x-3y=-7$ e $s:\ 2x-y=1$.
a) Determine o ponto de interseção entre *r* e *s*.
b) Faça um desenho dessas retas no plano cartesiano.
c) Mostre que o ângulo entre essas retas é 45º.

Para os exercícios 11 e 12:
São dados os pontos $A=(4,\ 8)$, $B=(1,\ 0)$, $C=(7,\ 3)$ e $D=(5,\ 0)$.

11) a) Encontre as equações paramétricas da reta *BC*.
b) Encontre um ponto *P* da reta *BC* cuja distância ao ponto *D* é igual a 10.

12) Determine o pé da perpendicular traçada de *A* à reta *BC*.

13) Determine a distância do ponto (8, 3) à reta $3x+4y=1$.

14) Calcule *t* sabendo que a distância do ponto $(7,\ t)$ à reta $x-2y-3=0$ é igual a $2\sqrt{5}$.

15) Os vetores *u* e *v* são tais que $|u|=2$, $|v|=3$ e $|u+v|=4$. Calcule o produto escalar dos vetores *u* e *v*.

16) Os vetores *u* e *v* têm módulos 6 e 2, respectivamente. Sabe-se que os vetores *u* e *v* são perpendiculares e que os vetores $2u+v$ e $u+tv$ são também perpendiculares. Calcule *t*.

17) Encontre a projeção do vetor $v=(3,\ 5)$ sobre a reta $x-2y=0$.

18) Calcule a área do quadrilátero convexo cujos vértices são $(0,\ 9)$, $(1,\ 1)$, $(4,\ -1)$ e $(6,\ 3)$.

19) Seja *ABCD* um quadrilátero convexo. Se *E* é o ponto médio do lado *AB* e *F* é o ponto médio do lado *DC*, prove que $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC})$.

20) Desenhe um triângulo *ABC*. O ponto *M* é médio do lado *BC* e os pontos *P* e *Q* dividem o lado *AB* em três partes iguais ($AP=PQ=QB$). Sendo $\overrightarrow{AB}=u$ e $\overrightarrow{AC}=v$, escreva o vetor $\overrightarrow{PM}$ como combinação linear de *u* e *v*.

Respostas

1) $\dfrac{\sqrt{5}}{5} \cong 0,4472$

2) $\dfrac{\sqrt{2}}{10} \cong 0,1414$

4) a) $\cos A = \dfrac{1}{\sqrt{65}} \cong 0,1240$, $\cos B = \dfrac{1}{\sqrt{5}} \cong 4472$, $\cos C = \dfrac{1}{\sqrt{13}} \cong 0,8321$

b) 82,9º; 63,4º e 33,7º

5) $w = 2u + 5v$

6) $D = (7,\ 7)$, área = 26

7) 13

8) (8, 9) ou $(-\dfrac{26}{3},\ -\dfrac{23}{3})$

9) Calcule $(u+v)\cdot(u-v)$ e observe que o resultado é zero.

10) a) (2, 3)

11) a) $(1+2t,\ t)$ b) (13, 6)

12) $P = (\dfrac{33}{5},\ \dfrac{14}{5})$

13) 7

14) –3 ou 7

15) $\dfrac{3}{2}$

16) –18

17) $\left(\dfrac{22}{5},\ \dfrac{11}{5}\right)$

18) 29

20) $\dfrac{1}{6}u + \dfrac{1}{2}v$