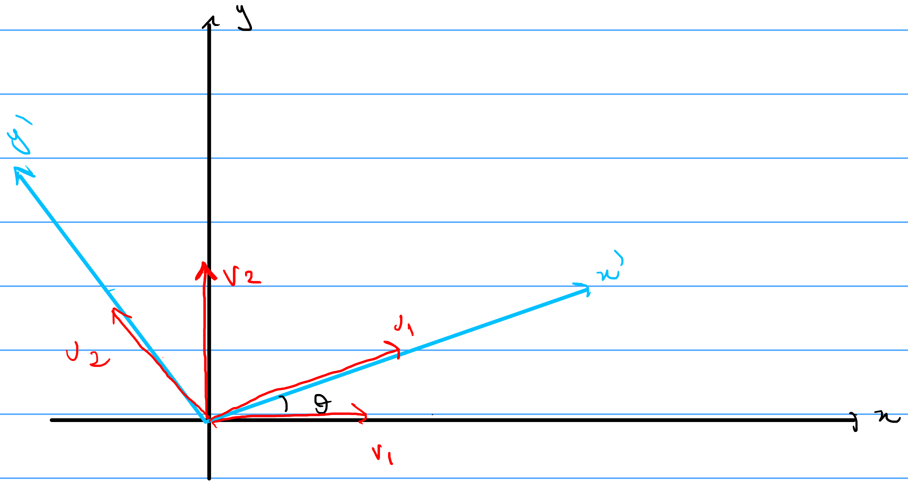
Lista 6
(mudança de coordenadas)

1) Seja $P = (22, 17)$. Se os eixos do sistema de coordenadas forem transladados de forma que a origem vá para (15, 14), quais são as novas coordenadas de P?

$P = (22, 17) \Rightarrow O = (0, 0)$ $\quad x' = x - a$ $\quad O' = (a, b)$

$\boxed{P' = (7, 3) \Rightarrow}_{B_2}$ $O_1 = (15, 14)$. $\quad y' = y - b$

2) São dados $A = (2, 0)$ e $B = (3, \sqrt{3})$. Fazendo uma rotação de 30^o nos eixos quais são as novas coordenadas de A e B? Faça uma figura para entender bem o que aconteceu.



$v_1 = (1, 0)$ $\quad P = (x, y) = (x, 0) + (0, y) = x(1, 0) + y(0, 1)$

$v_2 = (0, 1)$ $\quad \vec{P} = x\vec{v_1} + y\vec{v_2}$.

$u_1 = (\cos\theta, \operatorname{sen}\theta)$
$u_2 = (-\operatorname{sen}\theta, \cos\theta)$

$$P = (x', y')' = x' u_1 + y' u_2 = x'(\cos\theta, \operatorname{sen}\theta) + y'(-\operatorname{sen}\theta, \cos\theta)$$

$$x'(\cos\theta v_1 + \operatorname{sen}\theta v_2) + y'((-\operatorname{sen}\theta v_1) + \cos\theta v_2)$$

$$P = v_1(x'\cos\theta - y'\operatorname{sen}\theta) + v_2(x'\operatorname{sen}\theta + y'\cos\theta).$$

$$\therefore \begin{cases} x = x'\cos\theta - y'\operatorname{sen}\theta \\ y = x'\operatorname{sen}\theta + y'\cos\theta \end{cases}$$

e

$$\begin{cases} x' = x\cos\theta + y\operatorname{sen}\theta \\ y' = -x\operatorname{sen}\theta + y\cos\theta \end{cases}$$

Substituindo: $\theta = 30°$, $A = (2,0)$, $B = (3, \sqrt{3})$

I) $\theta = 30°$ $\wedge$ $A = (2,0)$

$$A' = (2 \cdot \cos 30 + 0 \operatorname{sen} 30, -2\operatorname{sen} 30 + 0 \cdot \cos 30)'$$

$$\boxed{A' = (\sqrt{3}, -1)'}$$

II) $\theta = 30°$ $\wedge$ $B = (3, \sqrt{3})$

$$B' = (3\cos 30 + \sqrt{3}\operatorname{sen} 30, -3\operatorname{sen} 30 + \sqrt{3}\cos 30)'$$

$$\boxed{B' = (2\sqrt{3}, 0)}$$

3) Dadas as equações abaixo, faça uma translação dos eixos de forma que a nova origem seja $O_1 = (4,1)$ e determine as novas equações neste sistema.

a) $3x + 5y = 7$

b) $y = x^2 - 3$

a) $x' = x - 4 \quad ; \quad y' = y - 1$

$$3(x'+4) + 5(y'+1) = 7$$

$$\boxed{3x' + 5y' + 10 = 0}$$

b) $y' + 1 = (x'+4)^2 - 3$

$$y' + 1 = x'^2 + 8x' + 13$$

$$\boxed{y' = x'^2 + 8x' + 12}$$

4) Elimine os termos do primeiro grau e diga o que representa a equação

$x^2 + y^2 - 5x - y + \frac{11}{2} = 0.$

Nova origem: (a,b).

$$(x'+a)^2 + (y'+b)^2 - 5(x'+a) - (y'+b) + \frac{11}{2} = 0$$

$$x'^2 + y'^2 + 2ax' + 2by' - 5x' - y' + a^2 + b^2 - 5a - b + 11/2 = 0$$

$$x'^2 + y'^2 + x'(2a-5) + y'(2b-1) + (a^2 + b^2 - 5a - b + 11/2) = 0$$

$\therefore a = 5/2$ e $b = 1/2$.
$\therefore a^2 + b^2 - 5a - b + 11/2 = -1$

$\Rightarrow x'^2 + y'^2 = 1$.

Portanto, é uma circunferência de centro $(5/2, 1/2)$ e raio 1

5) Elimine os termos de primeiro grau de $2x^2 + 5y^2 - 12x + 10y - 17 = 0$ e dê os comprimentos dos eixos desta cônica.

Novo centro ordenado: (a, b)
$x = x' + a$; $y = y' + b$.

$2(x'+a)^2 + 5(y'+b)^2 - 12(x'+a) + 10(y'+b) - 17 = 0$.
$2(x'^2 + 2x'a + a^2) + 5(y'^2 + 2y'b + b^2) - 12x' - 12a + 10y' + 10b - 17 = 0$
$2x'^2 + 4x'a + 2a^2 + 5y'^2 + 10y'b + 5b^2 - 12x' - 12a + 10y' + 10b - 17 = 0$
$2x'^2 + 5y'^2 + x'(4a - 12) + y'(10b + 10) + (2a^2 + 5b^2 - 12a + 10b - 17) = 0$

$\boxed{\therefore a = 3 \wedge b = -1}$
$\therefore 2a^2 + 5b^2 - 12a + 10b - 17 =$

$\Rightarrow 2x'^2 + 5y'^2 = 40$

$\dfrac{x'^2}{20} + \dfrac{y'^2}{8}$ Elipse com centro em $(3, -1)$
eixo maior $= 4\sqrt{5}$; eixo menor $= 4\sqrt{2}$
eixo focal $= 4\sqrt{3}$

6) Determine o parâmetro e o foco da parábola $y^2-6x-4y+5=0$.

$y^2-4y+4 = 4-5+6x$.

$(y-2)^2 = 6x-1$.

$(y-2)^2 = 6\left(x-\frac{1}{6}\right)$.

centro em $\left(\frac{1}{6},2\right)$ parâmetro $\boxed{=3.}$

foco $=\left(\frac{1}{6}+\frac{3}{2},2\right)=\left(\frac{10}{6},2\right)\boxed{=\left(\frac{5}{3},2\right)}$

7) Faça um esboço do gráfico da curva dada ela equação $x^2-6x+4y=3$.

$x^2-6y = 3-4y$

$x^2-6y+9 = 9+3-4y$

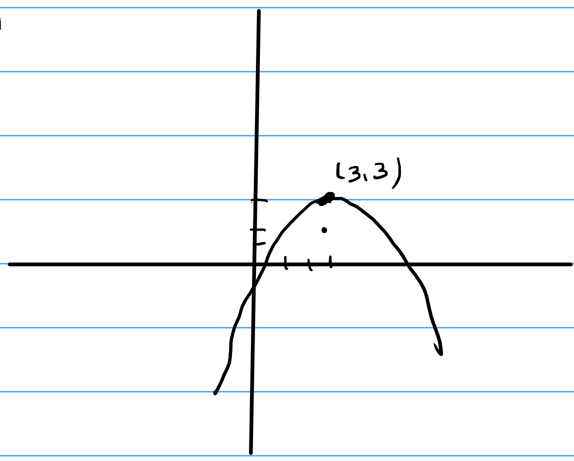
$(x-3)^2=-4(y-3)$

$\hookrightarrow x'^2 = 2(-2).y'$.

vértice: $(3,3)$

parâmetro: -2

foco: $(3+1,3)=(3,2)$



$x^2=2py$ (foco muda em y); $y^2=2px$ (foco muda em x)

8) Determine o comprimento do eixo maior da elipse $x^2+2y^2-3x+4y-2=0$.

$$\left(x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)+2(y^2+2y+1)=2+2+\left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+2(y+1)^2=\frac{25}{4}$$

$$\frac{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2}{\frac{25}{4}}+\frac{(y+1)^2}{\frac{25}{8}}=1$$

Eixo maior: $2\cdot\frac{5}{2}=\boxed{5}$

9) Elimine os termos de primeiro grau da equação $2xy-x-y+4=0$.

$$\begin{cases} x=x'+a \\ y=y'+b \end{cases}$$

$$2(x'+a)(y'+b)-(x'+a)-(y'+b)+4=0$$

$$2(x'y'+x'b+y'a+ab)-x'-a-y'-b+4=0$$

$$2x'y'+2x'b+2y'a+2ab-x'-a-y'-b+4=0$$

$$2x'y'+x'(2b-1)+y'(2a-1)+(2ab-a-b+4)=0$$

$a=b=\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ $2x'y'+2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+4=0$

$$2x'y' + 4 - \frac{1}{2} = 0$$

$$2x'y' + \frac{7}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{4x'y' + 7 = 0.}$$

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= x - 1/2 \\ y' &= y - 1/2 \end{aligned}}$$

10) Algum professor de Cálculo disse que $xy = 1$ é a equação de uma hipérbole. Faça uma rotação de 45° nos eixos para verificar isso e determine os focos dessa hipérbole (no novo sistema e no sistema original).

$$x = x'\cos\theta - y'\operatorname{sen}\theta$$
$$y = x'\operatorname{sen}\theta + y'\cos\theta$$

$$x = x'\frac{\sqrt{2}}{2} - y'\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' - y')$$

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' + y')$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(x' + y') \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(x' - y') = 1$$

$$\frac{1}{2}(x'^2 - y'^2) = 1$$

$$\boxed{\frac{x'^2}{2} - \frac{y'^2}{2} = 1.}$$ Hipérbole equilátera.

Focos: $c^2 = 2.2 \Rightarrow c = 2$.

centrada na origem: $F_1' = (2,0)$ e $F_2' = (-2,0)$

Focos originais:

$$F_1 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}(2-0), \frac{\sqrt{2}}{2}(2+0)\right) = \boxed{(\sqrt{2}, \sqrt{2})}$$

$$F_2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}(-2-0), \frac{\sqrt{2}}{2}(-2+0)\right) = \boxed{(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})}$$

11) Dada a equação . $7x^2 - 6\sqrt{3}xy + 13y^2 = 16$, faça uma rotação adequada dos eixos para eliminar o termo *xy*. Identifique a cônica e dê sua nova equação.

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{B}{A-C} = \frac{-6\sqrt{3}}{7-13} = \frac{-6\sqrt{3}}{-6} = \sqrt{3}.$$

$$\cos 2\theta = \sqrt{\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 2\theta}} \qquad (\operatorname{tg} 2\theta > 0)$$

$$\cos 2\theta = \sqrt{\frac{1}{1+3}} = \frac{1}{2}.$$

$$\operatorname{sen} \theta = \sqrt{\frac{1-\cos 2\theta}{2}} = \sqrt{\frac{1-\frac{1}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}.$$

$$\cos\theta = \sqrt{\frac{1+\cos 2\theta}{2}} = \sqrt{\frac{1+1/2}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\begin{cases} x = x'\cos\theta - y'\operatorname{sen}\theta \\ y = x'\operatorname{sen}\theta + y'\cos\theta \end{cases}$$

$$\left\{ x = \frac{1}{2}(\sqrt{3}x' - y') \right. \quad ; \quad y = \frac{1}{2}(x' + \sqrt{3}y').$$

Substituindo:

$$7\cdot\frac{1}{4}(\sqrt{3}x' - y')^2 - 6\sqrt{3}\,\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}(\sqrt{3}x' - y')(x' + \sqrt{3}y') +$$

$$+13\cdot\frac{1}{4}(x' + \sqrt{3}y')^2 = 16$$

$$7(3x'^2 - 2\sqrt{3}x'y' + y'^2) - 6\sqrt{3}(\sqrt{3}x'^2 + 3x'y' - x'y' - \sqrt{3}y'^2) +$$
$$+13(x'^2 + 2\sqrt{3}x'y' + 3y'^2) = 16\cdot 4$$

$$\left\{\begin{array}{l} 21x'^2 - \cancel{14\sqrt{3}x'y'} + 7y'^2 \\ -18x'^2 - \cancel{12\sqrt{3}x'y'} + 18y'^2 \\ +13x'^2 + \cancel{26\sqrt{3}x'y'} + 39y'^2 = 16\cdot 4 \end{array}\right.$$

$$16x'^2 + 64y'^2 = 64.$$

$$\boxed{\frac{x'^2}{4} + y'^2 = 1}$$

Nova equação. – (Elipse)

12) Dada a equação $x^2 + 6xy + y^2 = 4$, faça uma rotação adequada dos eixos para eliminar o termo xy. Identifique a cônica e dê sua nova equação.

$$\begin{cases} x = x'\cos\theta - y'\operatorname{sen}\theta \\ y = x'\operatorname{sen}\theta + y'\cos\theta \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{B}{A-C} \Rightarrow A = C \therefore 2\theta = 90^\circ \quad \boxed{\theta = 45^\circ}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' - y') \; ; \; y = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' + y') \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}(x'-y')^2 + 6 \cdot \frac{1}{2}(x'-y')(x'+y') + \frac{1}{2}(x'+y')^2 = 4$$

$$x'^2 - 2x'y' + y'^2$$
$$6x'^2 - 6y'^2$$
$$x'^2 + 2x'y' + y'^2 = 8$$

$$8x'^2 - 4y'^2 = 8$$

$$\boxed{x'^2 - \frac{y'^2}{2} = 1} \quad \text{(Hipérbole)}$$

13) Mostre que a equação $x^2 + 6xy + y^2 = 0$ representa um par de retas concorrentes.

$$\begin{cases} x = x'\cos\theta - y'\,\text{sen}\,\theta \\ y = x'\,\text{sen}\,\theta + y'\cos\theta. \end{cases}$$

$tg\,2\theta = \dfrac{B}{A-C} \Rightarrow$ Como $A=C$, então $\nexists\ tg\,2\theta$.

Logo, $\theta = 45°$

$$\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(x'-y') \ ; \ y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(x'+y'). \end{cases}$$

Substituindo:

$$\frac{1}{2}(x'-y')^2 + 6\cdot\frac{1}{2}(x'-y')(x'+y') + \frac{1}{2}(x'+y')^2 = 0$$

$$\begin{cases} x'^2 - \cancel{2x'y'} + y'^2 \\ 6x'^2 - 6y'^2 \\ x'^2 + \cancel{2x'y'} + y'^2 = 0 \end{cases}$$

$8x'^2 - 4y'^2 = 0$ Retas concorrentes.

$2x'^2 = y'^2 \Rightarrow \boxed{(\sqrt{2}x' + y')(\sqrt{2}x' - y') = 0}$

14) Simplifique a equação $x^2 + xy + y^2 - 3y - 6 = 0$.

Vamos fazer a rotação primeiro:

Sumir com o termo retângular xy:

$$tg 2\theta = \frac{B}{A-C} \Rightarrow A = C, \text{ logo } \theta = 45°$$

$$\left\{ x = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' - y') \quad e \quad y = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' - y') \right.$$

Substituindo:

$$\frac{1}{2}(x' - y')^2 + \frac{1}{2}(x' - y')(x' + y') + \frac{1}{2}(x' + y')^2 - \frac{3\sqrt{2}}{2}(x' + y') - 6 = 0$$

$$x'^2 - \cancel{2x'y'} + \cancel{y'^2} + x'^2 - \cancel{y'^2} + x'^2 + \cancel{2x'y'} + y'^2 - 3\sqrt{2}x' - 3\sqrt{2}y' - 6 = 0$$

$$3x'^2 + y'^2 - 3\sqrt{2}x' - 3\sqrt{2}y' - 6 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = x'' + a \\ y' = y'' + b \end{array} \right.$$

Fazendo a translação.

$$3(x'' + a)^2 + (y'' + b)^2 - 3\sqrt{2}(x'' + a) - 3\sqrt{2}(y'' + b) - 6 = 0$$

$$3x''^2 + 6x''a + 3a^2 + y''^2 + 2y''b + b^2 - 3\sqrt{2}x'' - 3\sqrt{2}a - 3\sqrt{2}y'' - 3\sqrt{2}b - 6 = 0$$

$$0 = y''^2 + 3x''^2 + x''(6a - 3\sqrt{2}) + y''(2b - 3\sqrt{2}) + (3a^2 + b^2 - 3\sqrt{2}a - 3\sqrt{2}b - 6)$$

$$\boxed{a = \frac{\sqrt{2}}{2} \; ; \quad b = \frac{3\sqrt{2}}{2}}$$

$$3x''^2 + y''^2 - 3\cancel{\sqrt{2}} \cdot \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}} - 3\cancel{\sqrt{2}} \cdot \frac{3\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}} - 6 = 0$$

$$\boxed{3x''^2 + y''^2 = 18}$$ (elipse).

15) O que representa a equação $x^2 - 4xy + 4y^2 = 4$?

Perceba que $x^2 - 4xy + 4y^2 = (x - 2y)^2$

$$(x - 2y)^2 = 4$$

$$x - 2y = \pm 2$$

$$x \pm 2 = y \cdot 2$$

$$\boxed{y = \frac{x}{2} \pm 1}$$

Duas retas paralelas.

16) Complete quadrados para determinar o que significa cada uma das equações abaixo:

a) $x^2-6xy+9y^2+5x-15y+6=0$

b) $x^2-6xy+9y^2+4x-12y+4=0$

c) $x^2-6xy+9y^2+x-3y+2=0$

a) $(x-3y)^2+5(x-3y)+6=0$

$(x-3y)^2+2\cdot\frac{5}{2}(x-3y)+\frac{25}{4}=\frac{25}{4}-6$

$\left((x-3y)+5/2\right)^2=1/4$

Duas retas paralelas.

b) $(x-3y)^2+4(x-3y)+4=0$

$((x-3y)+2)^2=0$

Uma reta: $\boxed{x-3y=-2}$

c) $(x-3y)^2+(x-3y)+2=0$

$(x-3y)^2+2\cdot\frac{1}{2}(x-3y)+\frac{1}{4}=-\frac{7}{4}$

$$((x-3y)+1/2)^2 = -7/2 \quad \text{(Absurdo)}$$

$$\varnothing$$

17) Elimine os termos de primeiro grau da equação $2x^2 + xy - y^2 - 6x + 3y = 0$.

$$\begin{cases} x = x' + a \\ y = y' + b \end{cases}$$

Substituíndo:

$$2(x'+a)^2 + (x'+a)(y'+b) - (y'+b)^2 - 6(x'+a) + 3(y'+b) = 0$$

$$2x'^2 + 4x'a + 2a^2 + x'y' + x'b + y'a + ab - y'^2 - 2y'b - b^2$$
$$-6x' - 6a + 3y' + 3b = 0$$

$$2x'^2 - y'^2 + x'y' + x'(4a+b-6) + y'(a-2b+3) + (2a^2+ab-b^2$$
$$-6a+3b) = 0$$

$$\begin{cases} 4a+b-6=0 \\ a-2b+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a+b=6 \\ 2b-a=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8a+2b=12 \\ -2b+a=-3 \end{cases}$$

$\boxed{a=1}$, $\boxed{b=2}$.

$$2x'^2 - y'^2 + x'y' + 2+2-4-6+6 = 0$$

$$\boxed{2x'^2 - y'^2 + x'y' = 0}$$

18) A equação $2x'^2 + x'y' - y'^2 = 0$ é a resposta do exercício anterior. Mostre que ela representa duas retas concorrentes. Dê as equações dessas retas após a translação e antes da translação.

$$2x'^2 + x'y' - y'^2 = 0$$

$$x'^2 - y'^2 + x'^2 + x'y' = 0$$

$$(x'+y')(x'-y') + x'(x'+y') = 0$$

$$(x'+y')(2x'-y') = 0$$

I) $y' = -x'$; $y' = 2x'$. Depois $\qquad O_1 = (1,2)$.

II) $\begin{cases} x' = x - a = x - 1 \\ y' = y - b = y - 2 \end{cases}$

$\Rightarrow (y-2) = 1 - x \qquad \Rightarrow (y-2) = 2(x-1)$

$\boxed{y = 3 - x.} \qquad \boxed{y = 2x}$

Antes

19) Determine o centro e o comprimento do eixo maior da elipse definida pela equação $36x^2+24xy+29y^2-120x+10y=0$.

Fazendo a translação:

$x = x' + a$

$y = y' + b$.

$36(x'+a)^2 + 24(x'+a)(y'+b) + 29(y'+b)^2 - 120(x'+a) + 10(y'+b) = 0$

$36x'^2 + 72x'a + 36a^2 + 24x'y' + 24x'b + 24y'a + 24ab + 29y'^2 + 58y'b + 29b^2 - 120x' - 120a + 10y' + 10b = 0$

$36x'^2 + 29y'^2 + 24x'y' + x'(72a + 24b - 120) + y'(24a + 58b + 10) + (36a^2 + 24ab + 29b^2 - 120a + 10b) = 0$.

$\begin{cases} 72a + 24b = 120 \\ 24a + 58b = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 72a + 24b = 120 \\ 72a + 174b = -30 \end{cases}$

$36.4 - 24.2 + 29$ $\quad -150b = 150$

$-240 - 10$ $\quad \boxed{b = -1} \to \boxed{a = 2}$.

$36x'^2 + 29y'^2 + 24x'y' - 125 = 0$.

$36x'^2 + 24x'y' + 29y'^2 = 125$

Vamos fazer a rotação:

$tg\,2\theta = \frac{B}{A-C} = \frac{24}{36-29} = \boxed{24/7}$.

$$\cos 2\theta = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{24^2}{7^2}}} = \frac{7}{25}.$$

$$\operatorname{sen}\theta = \sqrt{\frac{1-\cos 2\theta}{2}} = \frac{3}{5}$$

$$\cos\theta = \frac{4}{5}.$$

$$x' = \frac{1}{5}(4x'' - 3y'') \; ; \quad y' = \frac{1}{5}(3x'' + 4y'').$$

Substituindo:

$$36x'^2 + 24x'y' + 29y'^2 = 125$$

$$\frac{36}{25}(4x''-3y'')^2 + \frac{24}{25}(4x''-3y'')(3x''+4y'') + \frac{29}{25}(3x''+4y'')^2 = 125$$

$$36(16x''^2 - 24x''y'' + 9y''^2)$$
$$24(12x''^2 + 7x''y'' - 12y''^2)$$
$$29(9x''^2 + 24x''y'' + 16y''^2) = 125 \cdot 25$$

$$(576 + 288 + 261)x''^2 + (324 - 288 + 464)y''^2 = 125.25$$
$$1125x''^2 + 500y''^2 = 125.25.$$

$$9x''^2 + 4y''^2 = 25$$

$$\boxed{\frac{x''^2}{\frac{25}{9}} + \frac{y''^2}{\frac{25}{4}} = 1}$$

Centro: $(2,-1)$
Eixo maior: 5
$(5/2 \cdot 2 = 5)$.

20) Identifique a cônica $9x^2+24xy+16y^2+80x-60y=0$

Fazendo a rotação:

$$tg2\theta = \frac{24}{9-16} = \frac{-24}{7}.$$

$$\therefore \cos 2\theta = -\sqrt{\frac{1}{1+\frac{24^2}{7^2}}} = -\frac{7}{25}.$$

$$\operatorname{sen}\theta = \sqrt{\frac{1-\cos 2\theta}{2}} = \frac{4}{5}$$

$$\cos\theta = \sqrt{\frac{1+\cos 2\theta}{2}} = \frac{3}{5}$$

$$x = \frac{1}{5}(3x' - 4y') \quad ; \quad y = \frac{1}{5}(4x' + 3y').$$

Substituindo:

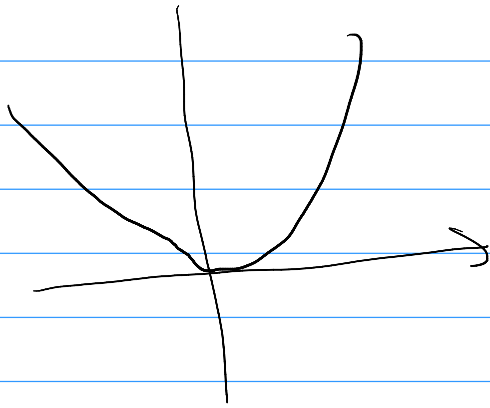
$$\frac{9}{25}(3x'-4y')^2 + \frac{24}{25}(3x'-4y')(4x'+3y') + \frac{16}{25}(4x'+3x')^2 + \frac{80}{5}(3x'-4y')$$

$$-\frac{60}{5}(4x'+3y') = 0.$$

$$\cancel{81x'^2} - \cancel{216x'y'} + \cancel{144y'^2}$$
$$+ \cancel{288x'^2} + \cancel{216x'y'} - \cancel{384x'y'} - \cancel{288y'^2}$$
$$+ \cancel{256x'^2} + \cancel{384x'y'} + \cancel{144y'^2}$$
$$\cancel{1200x'} - 1600y'$$
$$- \cancel{1200x'} - 900y' = 0$$

$$625x'^2 = 2500y'$$
$$\boxed{x'^2 = 4y'}$$

Parábola

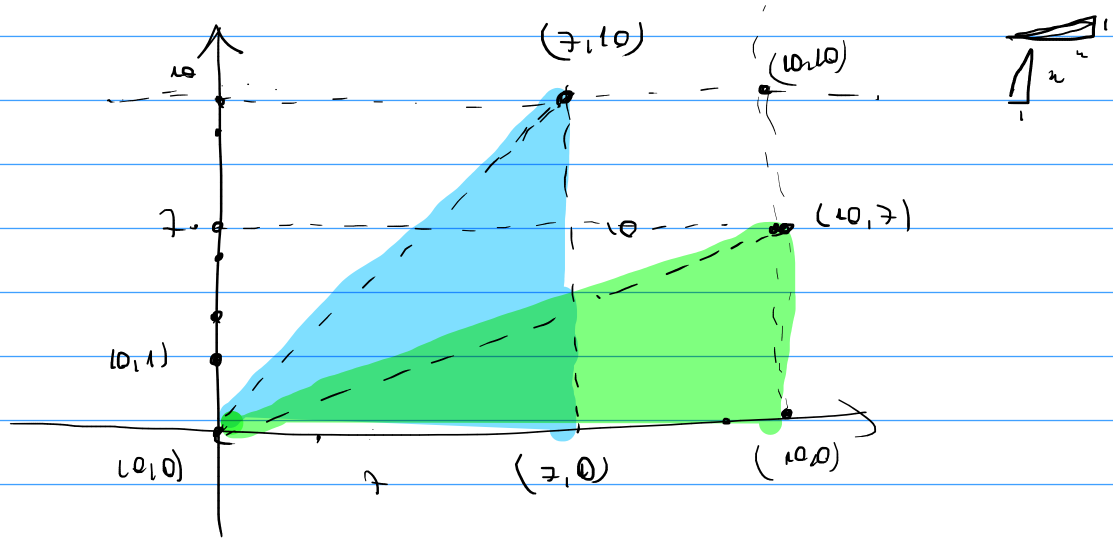



Limda da vó
VS

$(z,0)$; $(10,9)$ $(x,0)$; $(1,0)$
$(y,0)$; $(x,4)$; $(z,0)$; $(y,1)$.

Mínimo de $\sqrt{x^2+1} + \sqrt{(y-x)^2+4} + \sqrt{(z-y)^2+1} + \sqrt{(10-z)^2+9}$.

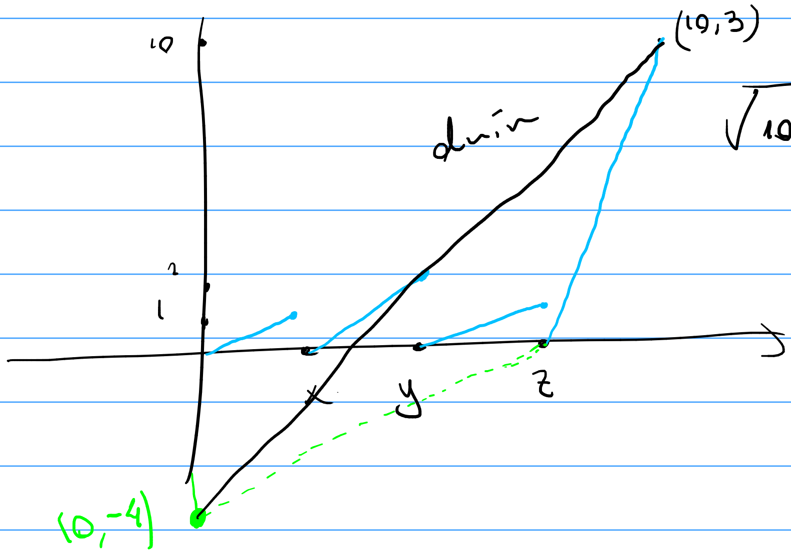
Distância entre pontos: $x \leq y \leq z$.



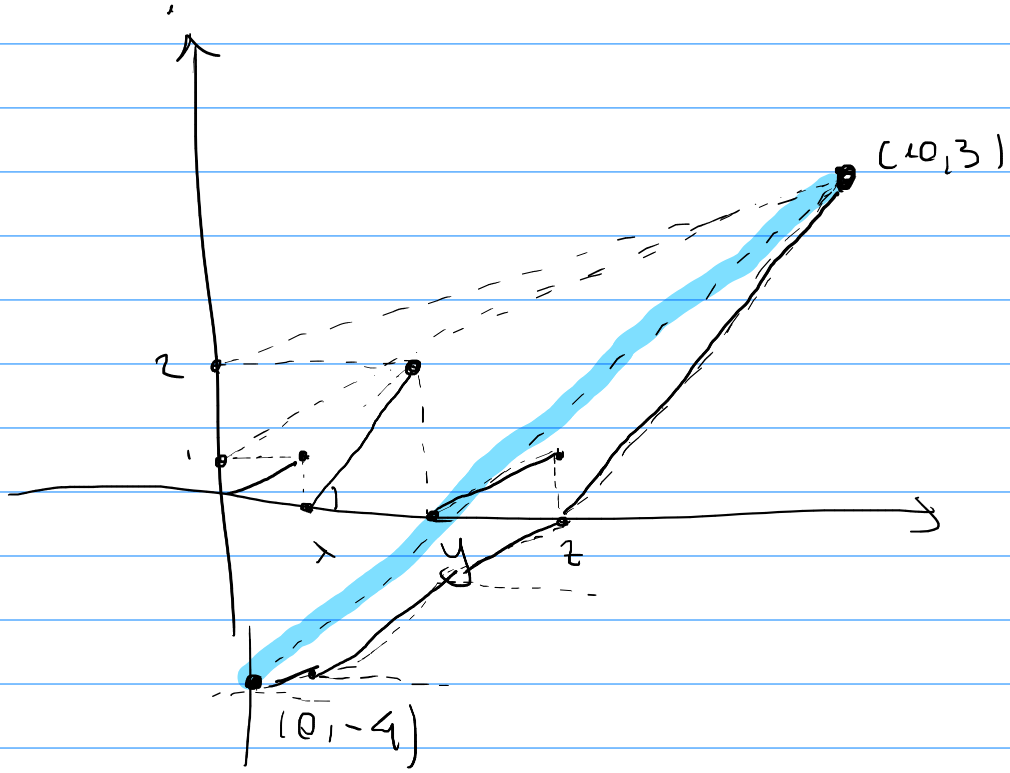
$$\sqrt{x^2+1} + \sqrt{(y-x)^2+4} + \sqrt{(z-y)^2+1} + \sqrt{(10-z)^2+9}$$

$$\boxed{\Rightarrow \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}$$

I) $(x,1)$ e $(0,0)$
II) $(y,2)$ e $(x,0)$
III) $(z,1)$ e $(y,0)$
IV $(10,3)$ e $(z,0)$



$\sqrt{100+49} = \sqrt{149}$



$$\sqrt{x^2+1}+\sqrt{(y-x)^2+4}+\sqrt{(z-y)^2+1}+\sqrt{(9-z)^2+9}$$

$(x,1)$ e $(0,0)$
$(y,2)$ e $(x,0)$
$(z,1)$ e $(y,0)$
$(9,3)$ e $(z,0)$

$9,9$ $\sqrt{162}$