

Geometria analítica – **Lista 6** – Mudança de coordenadas

- 1) Seja $P = (22, 17)$. Se os eixos do sistema de coordenadas forem transladados de forma que a origem vá para $(15, 14)$, quais são as novas coordenadas de P ?
- 2) São dados $A = (2, 0)$ e $B = (3, \sqrt{3})$. Fazendo uma rotação de 30° nos eixos quais são as novas coordenadas de A e B ? Faça uma figura para entender bem o que aconteceu.
- 3) Dadas as equações abaixo, faça uma translação dos eixos de forma que a nova origem seja $O_1 = (4, 1)$ e determine as novas equações neste sistema.
 - a) $3x + 5y = 7$
 - b) $y = x^2 - 3$
- 4) Elimine os termos do primeiro grau e diga o que representa a equação
$$x^2 + y^2 - 5x - y + \frac{11}{2} = 0.$$
- 5) Elimine os termos de primeiro grau de $2x^2 + 5y^2 - 12x + 10y - 17 = 0$ e dê os comprimentos dos eixos desta cônica.
- 6) Determine o parâmetro e o foco da parábola $y^2 - 6x - 4y + 5 = 0$.
- 7) Faça um esboço do gráfico da curva dada pela equação $x^2 - 6x + 4y = 3$.
- 8) Determine o comprimento do eixo maior da elipse $x^2 + 2y^2 - 3x + 4y - 2 = 0$.
- 9) Elimine os termos de primeiro grau da equação $2xy - x - y + 4 = 0$.

10) Algum professor de Cálculo disse que $xy = 1$ é a equação de uma hipérbole. Faça uma rotação de 45° nos eixos para verificar isso e determine os focos dessa hipérbole (no novo sistema e no sistema original).

11) Dada a equação $7x^2 - 6\sqrt{3}xy + 13y^2 = 16$, faça uma rotação adequada dos eixos para eliminar o termo xy . Identifique a cônica e dê sua nova equação.

12) Dada a equação $x^2 + 6xy + y^2 = 4$, faça uma rotação adequada dos eixos para eliminar o termo xy . Identifique a cônica e dê sua nova equação.

13) Mostre que a equação $x^2 + 6xy + y^2 = 0$ representa um par de retas concorrentes.

14) Simplifique a equação $x^2 + xy + y^2 - 3y - 6 = 0$.

15) O que representa a equação $x^2 - 4xy + 4y^2 = 4$?

16) Complete quadrados para determinar o que significa cada uma das equações abaixo:

a) $x^2 - 6xy + 9y^2 + 5x - 15y + 6 = 0$

b) $x^2 - 6xy + 9y^2 + 4x - 12y + 4 = 0$

c) $x^2 - 6xy + 9y^2 + x - 3y + 2 = 0$

17) Elimine os termos de primeiro grau da equação $2x^2 + xy - y^2 - 6x + 3y = 0$.

18) A equação $2x'^2 + x'y' - y'^2 = 0$ é a resposta do exercício anterior. Mostre que ela representa duas retas concorrentes. Dê as equações dessas retas após a translação e antes da translação.

19) Determine o centro e o comprimento do eixo maior da elipse definida pela equação $36x^2 + 24xy + 29y^2 - 120x + 10y = 0$.

20) Identifique a cônica $9x^2 + 24xy + 16y^2 + 80x - 60y = 0$

Respostas

- 1) (7, 3)
- 2) $A = (\sqrt{3}, -1)$, $B = (2\sqrt{3}, 0)$
- 3) a) $3x' + 5y' = -10$ b) $y = x'^2 + 8x' + 12$
- 4) circunferência $x'^2 + y'^2 = 1$ de centro $O_1 = (\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$ e raio 1.
- 5) $2x'^2 + 5y'^2 = 40$, $4\sqrt{5}$ e $4\sqrt{2}$
- 6) $y'^2 = 6x'$, $p = 3$, $F = (\frac{5}{3}, 2)$
- 7) $O_1 = (3, 3)$, $x'^2 = -4y'$
- 8) $2a = 5$
- 9) $4x'y' + 7 = 0$
- 10) novo: $F'_1 = (2, 0)$, $F'_2 = (-2, 0)$, antigo: $F_1 = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$, $F_2 = (-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$
- 11) Elipse, $x'^2 + 4y'^2 = 4$
- 12) Hipérbole, $2x'^2 - y'^2 = 2$
- 13) $(\sqrt{2}x' + y')(\sqrt{2}x' - y') = 0$
- 14) $3x'^2 + y'^2 = 18$
- 15) duas retas paralelas
- 16) a) duas paralelas: $x - 3y = -2$ e $x - 3y = -3$, b) a reta $x - 3y = -2$, c) \emptyset
- 17) $2x'^2 + x'y' - y'^2 = 0$ com $O_1 = (1, 2)$
- 18) depois: $y' = 2x'$ e $y' = -x'$, antes: $x + y = 3$ e $2x - y = 0$
- 19) $O_1 = (2, -1)$ e $2a = 5$
- 20) Parábola $x'^2 = 4y'$