(*) Começa no 1.

76 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{7n+1}{4n+27}$

Prova da soma de n termos de uma PA:

$PA = (a_1, a_2, \dots, a_n) = (a_1, a_1+r, \dots, a_1+(n-1)r)$ r é a razão

$S_n = a_1 + a_1 + r + \dots + a_1 + (n-1)r$

$S_n = n.a_1 + \frac{n(n-1)r}{2} \Rightarrow \boxed{S_n = \frac{(2a_1 + (n-1)r)}{2}}$

∴ Chame a primeira PA de $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ razão r e a segunda de $(b_1, b_2, \dots, b_n)$ razão q.

O que queremos: $\frac{a_1 + 10r}{b_1 + 10q}$.

Sabemos que $\frac{S_n}{T_n} = \frac{7n+1}{4n+27}$

$\frac{S_{21}}{T_{21}} = \frac{(2a_1 + 20r)}{(2b_1 + 20q)} = \frac{7.21+1}{4.21+27}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{a_1 + 10r}{b_1 + 10q} = \frac{148}{111}}$.

77 a) Falsa.

Para $x=-3$: $-3<1$, mas $(-3)^2>1$.

b) Falsa

Para $x=-3$: $(-3)^2>1$, mas $-3<1$.

c) Falsa

Para $x=-3$: $2 > -3+1$, mas $\frac{2}{-3+1}<1$.

d) Falsa

Para $x=-3$: $-3<1$, mas $\frac{1}{-3}<1$

e) Verdadeira

Se $\frac{2}{x+1}>1$, $x>0$ e $x+1<2$ $x<1$.

$\therefore$ $0<x<1$.

Se $0<x<1 \Rightarrow 1-x>0$ e $1+x>0$ $\therefore$ $\frac{1-x}{x+1}>0$

28)

I) $x > 0$: $x^2 - 2x - k = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+4k}}{2} \Rightarrow 1 \pm \sqrt{1+k}.$$

II) $x < 0$: $x^2 + 2x - k = 0$

$$x = -1 \pm \sqrt{1+k}$$

Raízes: $\left.\begin{matrix} 1+\sqrt{1+k} \\ 1-\sqrt{1+k} \end{matrix}\right\} > 0$ ✓

$\left.\begin{matrix} -1-\sqrt{1+k} \\ -1+\sqrt{1+k} \end{matrix}\right\} < 0.$ ✓

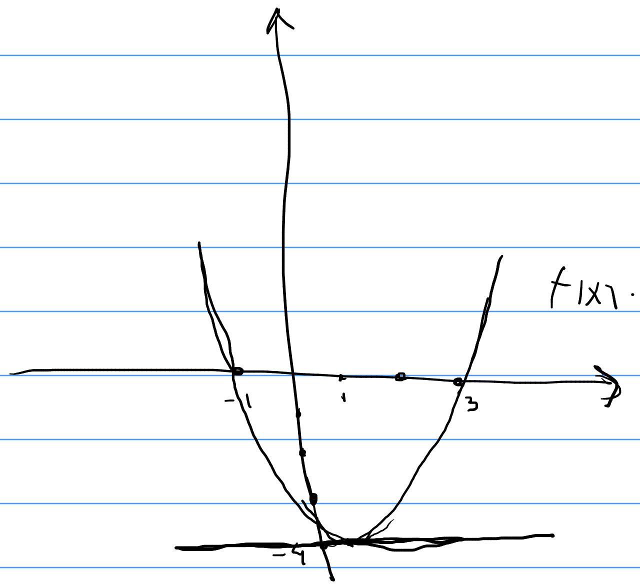
- $1 - \sqrt{1+k} > 0$
  $1 > \sqrt{1+k}.$
  $k < 0$ e $k > -1.$

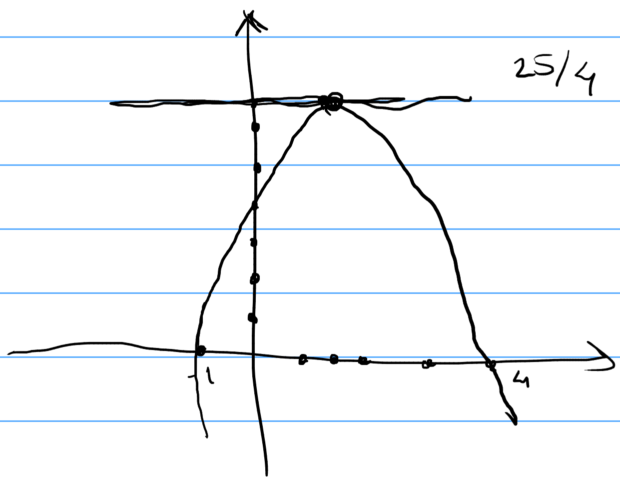
- $-1 + \sqrt{1+k} < 0$
  $1+k < 1$
  $k < 0$ e $k > -1.$

$\Rightarrow$ Interseções : $\boxed{k \in (-1, 0).}$

79 $f(x) = x^2 - 2x - 3$

$g(x) = -x^2 + 3x + 4.$





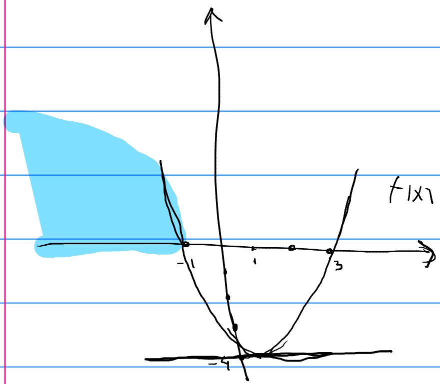
a) Verdadeira. só olhar o gráfico

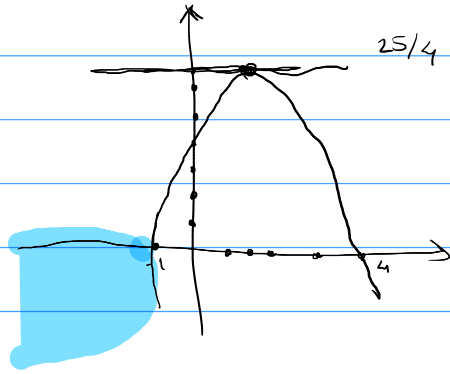
b) Verdadeira

c) Falsa. (tem outros intervalos).

d) $f(x) \cdot g(x) = (x^2 - 2x - 3)(-x^2 + 3x + 4)$

I) $f(x) > 0$ e $g(x) < 0$

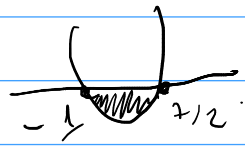




e) $f(x) \leq g(x)$ $\quad x^2-2x-3 \leq -x^2+3x+4$

Verdadeira

$2x^2-5x-7 \leq 0$ raízes: -1 e $\frac{7}{2}$



$\Rightarrow -1 \leq x \leq 7/2$.

80 $\quad \dfrac{x-4}{\sqrt{x}+2} = x-8$

$\boxed{\bullet\ x \geq 0}$

$\sqrt{x}+2 \neq 0$

$$\frac{\cancel{(\sqrt{x}+2)}(\sqrt{x}-2)}{\cancel{(\sqrt{x}+2)}} = x-8.$$

$\sqrt{x}-2 = x-8$

$\sqrt{x} = x-6$

$x = x^2-12x+36$

$x^2-13x+36=0$

$x = \dfrac{13 \pm \sqrt{169-144}}{2}$

$x = \dfrac{13 \pm 5}{2}$ $\to 9$ $\to 4$

$\boxed{\text{soluções: } x=4 \text{ ou } x=9}$

Contudo, como $x \neq 8$, podemos fazer:

Logo, $\frac{x-4}{x-8} \geq 2 \Rightarrow \frac{x-4}{x-8} - 2 \geq 0.$

$$\frac{x-4-(x-8).2}{x-8} \geq 0$$

$$\frac{-x+12}{x-8} \geq 0.$$

$-x+12 \geq 0$ e $x-8 > 0 \Rightarrow (8 < x \leq 12)$

$-x+12 \leq 0$ e $x-8 < 0 \Rightarrow$ (Absurdo)

Logo, apenas $x=9$ satisfaz $8 < x \leq 12$.

C

(81) $2\sqrt{x^2-3} = 2-x.$

Perceba que $2-x \geq 0 \quad x \leq 2.$

$$4(x^2-3) = 4-4x+x^2$$
$$4x^2-12 = 4-4x+x^2$$
$$3x^2+4x-16=0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+12.16}}{6}$$
$$x = \frac{-4 \pm 4\sqrt{13}}{6} = \boxed{\frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{3}}$$

Verificar se $\frac{2\sqrt{13}-2}{3} \leq 2.$

$$2\sqrt{13} \leq 6 + 2$$
$$4.13 \leq 8^2 \quad ✓.$$

Logo, as soluções $\frac{-2-\sqrt{13}}{3}$ e $\frac{-2+2\sqrt{13}}{3}$ satisfazem a equação e as condições de existência.

(A)

82 $\sqrt{3x-2} = \sqrt{x}+2$

Perceba que $\sqrt{3x-2} \geq 2$ $\quad 3x \geq 6 \quad x \geq 2.$

Resolvendo: $3x-2 = x+4\sqrt{x}+4.$

$$2x-6 = 4\sqrt{x}$$

$$x-3 = 2\sqrt{x}$$

$$x^2-6x+9 = 4x$$

$$x^2-10x+9 = 0$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} = 5 \pm 4$$

$x = 9$ ou $x = 1.$

Mas $x=1$ não funciona.

Soma $= 9.$

83 $2x-1 = \sqrt{3x^2-2x+2}$

Perceba que $2x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1/2$

Resolvendo:

$$4x^2-4x+1 = 3x^2-2x+2$$

$$x^2-2x-1 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}.$$

Como $1-\sqrt{2} < 0$, então não satisfaz $x \geq 1/2$.

Logo, a única solução é $\boxed{1+\sqrt{2}}$.

84 $\sqrt{5-2\sqrt{3}x-2x} = 1-x$

Perceba que $1-x \geq 0 \mid \underline{x \leq 1}$

Resolvendo:

$$5-2\sqrt{3}x-\cancel{2x} = 1-\cancel{2x}+x^2$$

$$x^2+2\sqrt{3}x-4=0$$

$$x = \frac{-2\sqrt{3} \pm \sqrt{4\cdot 3+4\cdot 4}}{2}$$

$$x = -\sqrt{3} \pm \sqrt{7}.$$

$-\sqrt{3}-\sqrt{7} \leq 1.$

Basta verificar se $\sqrt{7}-\sqrt{3} \leq 1$

$$7 \leq 1+2\sqrt{3}+3.$$

$$3 \leq 2\sqrt{3}$$

$$9 \leq 12 \checkmark.$$

Logo, as soluções são $-\sqrt{3}-\sqrt{7}$ e $\sqrt{7}-\sqrt{3}$.

85 $\sqrt{4-\sqrt{1-x}} - \sqrt{2-x} > 0$

$x \le 1$

$x \le 2$

$\boxed{\Rightarrow -15 \le x \le 1}$

$4-\sqrt{1-x} > 2-x$

$x+2 > \sqrt{1-x}$

$x^2+4x+4 > 1-x$

$x^2+5x+3 > 0$.

$x+2>0$

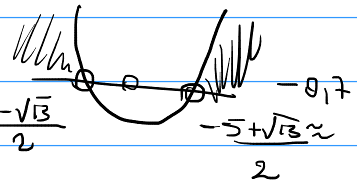
$\boxed{x>-2}$

$\boxed{-2<x\le 1}$

$x = \frac{-5\pm\sqrt{25-12}}{2}$

$x = \frac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$.

$$\begin{cases} x\in(-2,1] \\ x\in\left(-\infty,\frac{-5-\sqrt{13}}{2}\right)\cup\left(\frac{-5+\sqrt{13}}{2},\infty\right). \end{cases}$$



$x\in\left(\frac{-5+\sqrt{13}}{2}, 1\right]$

$\boxed{\text{Solução: } x\in\left(\frac{-5+\sqrt{13}}{2}, 1\right]}$

1903 GRÊMIO FBPA

B.F.C.

(86) $\sqrt{a-\sqrt{a+x}} = x$ $\boxed{x \geq 0}$

$$a - \sqrt{a+x} = x^2$$

$$a - x^2 = \sqrt{a+x}$$

$$a^2 - 2ax^2 + x^4 - a - x = 0$$

$$a^2 - (1+2x^2)a + (x^4 - x) = 0$$

$$a = \frac{1+2x^2 \pm \sqrt{(1+2x^2)^2 - 4(x^4-x)}}{2}$$

$$a = \frac{1+2x^2 \pm \sqrt{1+4x^2+\cancel{4x^4}-\cancel{4x^4}+4x}}{2}$$

$$a = \frac{1+2x^2 \pm \sqrt{(1+2x)^2}}{2}$$

$$a = \frac{1+2x^2 \pm (1+2x)}{2}$$

I) $a = \dfrac{1+2x^2+1+2x}{2}$

$$a = x^2+x+1$$

$$x^2+x+(1-a) = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4(1-a)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{4a-3}}{2}$$

$$x = \frac{-1+\sqrt{4a-3}}{2} \quad \vee \quad \cancel{x = \frac{-1-\sqrt{4a-3}}{2}}$$ não é possível $(x \geq 0)$

Verificar quando $\frac{\sqrt{4a-3}-1}{2} \geq 0$

$$\Rightarrow \sqrt{4a-3} \geq 1$$

$$4a \geq 4$$

$$\boxed{a \geq 1}_{//}.$$

II) $a = \frac{1+2x^2-(1+2x)}{2}$

$$a = \frac{2x^2-2x}{2} \Rightarrow a = x^2-x.$$

$$x^2-x-a=0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4(-a)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{4a+1}}{2}$$

$$x = \frac{1+\sqrt{4a+1}}{2} \quad \vee \quad x = \frac{1-\sqrt{4a+1}}{2}$$

Já é ≥ 0

Verificando quando $\frac{1-\sqrt{4a+1}}{2} \geq 0$

$1 \geq \sqrt{4a+1}$

$\cancel{a \leq 0}$. (Não é possível $\sqrt{a-\sqrt{a+x}} \geq 0$).

→ Apenas para $a=0$, se $a=0$, então $x=0$.

Logo, as soluções reais são:

$$x = \frac{-1+\sqrt{4a-3}}{2}, \quad a \geq 1.$$

$$x = 0, \quad a = 0.$$

$$x = \frac{1+\sqrt{4a+1}}{2}, \quad a \geq -1/4.$$

87 $f: A \to B$ $\quad g(f(x)) = x.$
$g: B \to A$

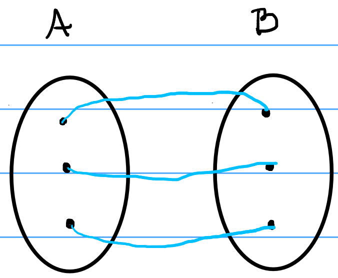
I) f injetiva: Condição de injeção: $x_1 \neq x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

Faça $x_1 \neq x_2 \Rightarrow g(f(x_1)) = x_1 \wedge g(f(x_2)) = x_2$

$$g(f(x_1)) \neq g(f(x_2)) \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2) \checkmark.$$

II) g sobrejetiva: Condição de sobrejeção: $Im(g) = A$.

Se f é injetiva, então cada elemento de A se relaciona com exatamente um elemento de B. Desenho ilustrativo:



I) Se algum elemento de A sobrar, então f não é função.
II) Se mais de um elemento de B se relacionarem com um mesmo elemento de A, então f não é função
I e II são parte da definição de função.

Como B é domínio de g e cada elemento de B se relaciona com exatamente um elemento de A (f é injetiva), então o conjunto imagem de g é o próprio A (todos elementos correspondem a outro e não "sobra" ninguém).

Portanto, g é sobrejetiva e injetiva, logo, possui inversa (assim como f).

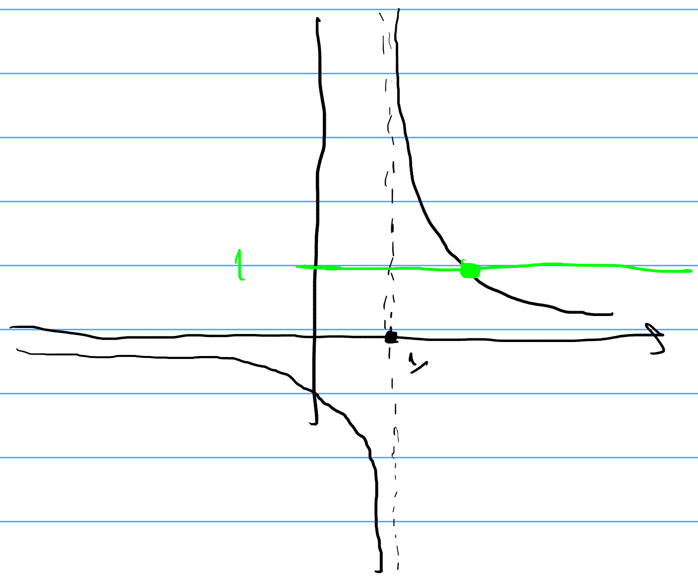
III) Se A ou B tiver pelo menos um elemento que não se relaciona com um elemento do conjunto oposto, f não seria sobrejetiva e, portanto, não poderia ter/ser uma função inversa (assim como a função g).

8) $f(x) = \sum_{k=1}^{2024} \frac{1}{x-k}$

Vamos fazer para casos menores:

$\sum_{k=1}^{1} \frac{1}{x-k} = 1$:

Gráfico de $\frac{1}{x-1}$:

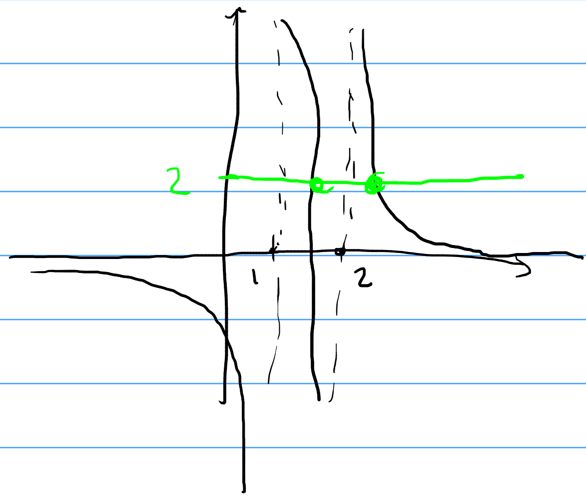


Fazendo a derivada de $\frac{1}{x-1}$: $-\frac{1}{(x-1)^2}$

Vemos então que a inclinação das retas tangentes serão sempre negativas, logo a função $\frac{1}{x-1}$ será sempre decrescente e contínua no seu domínio. Fazendo a segunda derivada: $\frac{2}{(x-2)^3}$

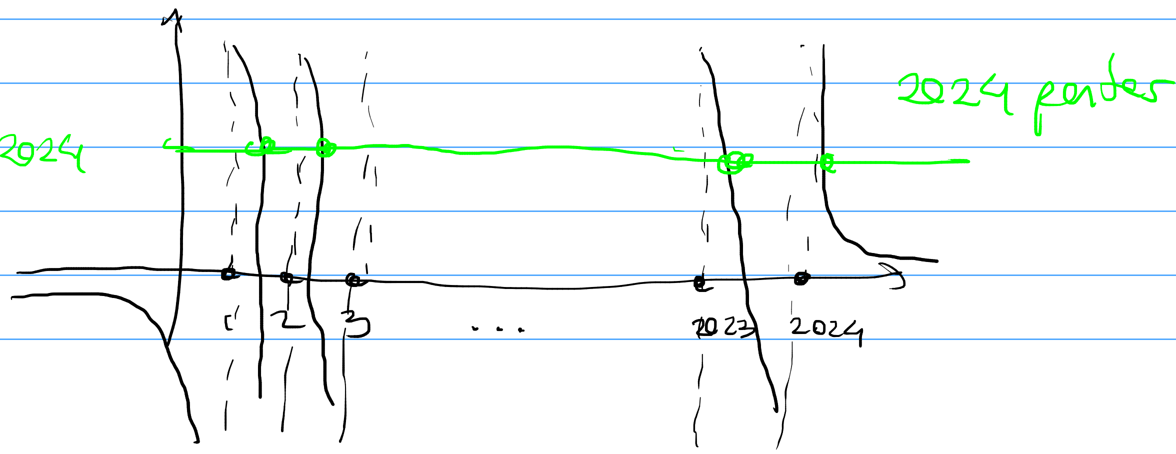
Portanto, a concavidade é positiva. A partir disso, conseguimos fazer as características das funções $\frac{1}{x-k}$.

Fazendo o gráfico de $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = 2$:



Podemos dizer que uma parte do gráfico é negativa e as outras são positivas (seguindo as mesmas características descritas anteriormente)

Fazendo o gráfico de $\sum_{k=1}^{2024} \frac{1}{x-k} = 2024$:



Logo, a equação $\sum_{k=1}^{2024} \frac{1}{x-k} = 2024$ terá

2024 soluções reais.

89 $\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{36-12x+x^2}=10-|y+3|-|y-2|$

$$|x-1|+|6-x|=10-|y+3|-|y-2|$$

$$|x-1|+|x-6|+|y-2|+|y+3|=10.$$

I) $x-6>0$, $x-1>0$, $y-2>0$, $y+3>0$ ($x>6$ e $y>2$)

reta $2x+2y=16$

$x+y=8$. (Absurdo!).

II) $x-6<0$, $x-1<0$, $y-2<0$, $y+3<0$ ($x<1$ e $y<-3$)

reta $x+y=-2$

$$6-x+1-x+2-y-3-y=10$$

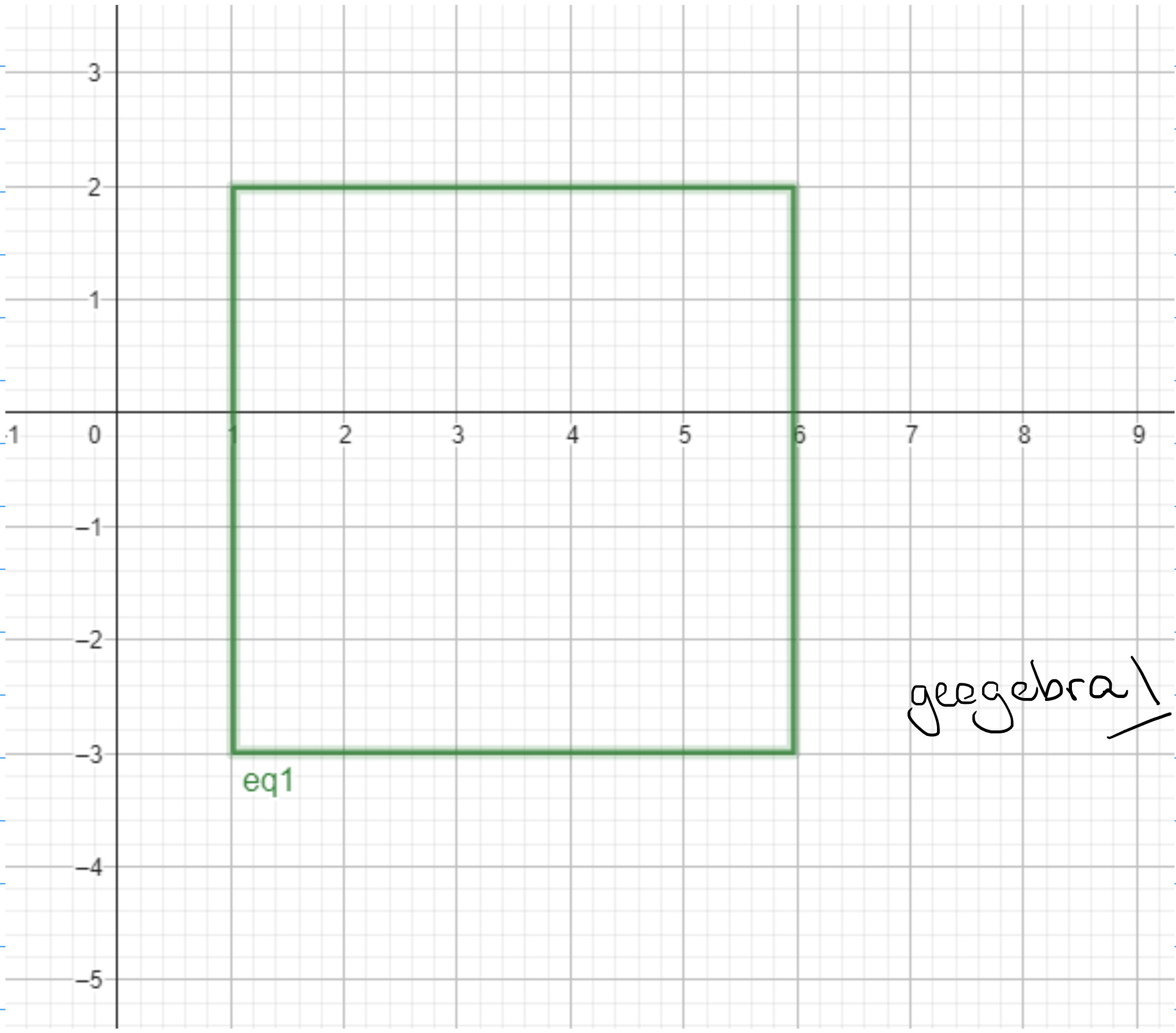
$$-2x-2y=4$$

$x+y=-2$. (Absurdo!).

Analisando esses casos, chegamos que equações do tipo $\alpha x+\beta x=\theta$ ($\alpha,\beta\neq 0 \wedge \theta\in\mathbb{R}$). Mas chegaremos em equações do tipo $x=m$ e $y=n$ ($m,n\neq 0$).

Com isso, formaremos um quadrado delimitado pelas retas $x=1$, $x=6$, $y=2$ e $y=-3$.

⊛ Observação: sempre que ver este tipo de problema, pense em quadrados.



Como a equação é:

$$|x-1|+|x-6|+|y-2|+|y+3|=10.$$

então os pontos (x,y) formam o perímetro do "quadrado"

Observações Se a equação fosse $|x-1|+|x-6|+|y-2|+|y+3|<10$, os pontos (x,y) formariam a área do "quadrado"

Se a equação fosse
$|x-1|+|x-6|+|y-2|+|y+3| \geq 10$, os pontos (x, y)
formariam a área do plano
cartesiano menos a área do "quadrado"

Consulta: https://www.youtube.com/watch?v=50tqTbH-UaU&list=PLxg4Vb_Q8E5ej0c_lCIF1-cUlUgxZ0UQh&index=2

Canal: A Hora do Bizu: A Questão mais difícil do IME 2023!

(90) $\sqrt{2x-1} - x + a = 0.$

$$\sqrt{2x-1} = x - a \qquad \boxed{x \geq a}$$

$$2x-1 = x^2 - 2ax + a^2$$

$$x^2 - (2+2a)x + (a^2+1) = 0$$

$$x = \frac{2+2a \pm \sqrt{(2+2a)^2 - 4(a^2+1)}}{2}$$

$$x = 1+a \pm \sqrt{(1+a)^2 - (a^2+1)}$$

$$x = 1+a \pm \sqrt{\cancel{1}+2a+\cancel{a^2}-\cancel{a^2}-\cancel{1}}$$

$$x = 1+a \pm \sqrt{2a}.$$

$$1+\cancel{a}-\sqrt{2a} \geq \cancel{a}$$

$$1 \geq \sqrt{2a}$$

$$1 \geq a \cdot 2$$

$$\boxed{a \leq 1/2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x = 1+a+\sqrt{2a} \quad \forall a > 1/2 \\ x = \begin{cases} 1+a-\sqrt{2a} \\ 1+a+\sqrt{2a} \end{cases} \forall a \in 0 \leq a \leq 1/2 \end{array}}$$

91

$f(0) = 1$

$f(xy+1) = f(x)f(y) - f(y) - x + 2$

Calculando $f(1)$:

$$f(1) = (f(0))^2 - f(0) - 0 + 2$$

$$f(1) = 2.$$

Fixando $y=0 \Rightarrow f(1) = f(x)\cdot f(0) - f(0) - x + 2$

$\therefore \cancel{2} = f(x)\cdot 1 - f(0) - x + \cancel{2}.$

$\boxed{f(x) = x+1}$ (III verdadeira)

Fixando $x=1 \Rightarrow f(y+1) = 2f(y) - f(y) - 1 + 2$

$f(y+1) = f(y) + 1.$

$f(y) = f(y-1) + 1.$

$\boxed{\therefore\ f(y) = y+1}$

Logo, existe f que satisfaz as condições e como a função $f(x) = x+1$ é bijetora, então f também é.

I e III) corretas (C)

(92) $\frac{5}{7} = \frac{a_2}{2!} + \frac{a_3}{3!} + \frac{a_4}{4!} + \frac{a_5}{5!} + \frac{a_6}{6!} + \frac{a_7}{7!}$

$\frac{5 \cdot 7!}{7} = \frac{7!}{2!}a_2 + \frac{a_3 \cdot 7!}{3!} + \frac{7! \cdot a_4}{4!} + \frac{7! \cdot a_5}{5!} + \frac{7! a_6}{6!} + \frac{7! a_7}{7!}$

$5 \cdot 6! = 2520 a_2 + 840 a_3 + 210 a_4 + 42 a_5 + 7 a_6 + a_7.$

$3600 = 2520 a_2 + 840 a_3 + 210 a_4 + 42 a_5 + 7 a_6 + a_7.$

$0 \leq a_2 < 2$ $\boxed{a_2 = 1}$.

$0 \leq a_3 < 3$

$0 \leq a_4 < 4$

$0 \leq a_5 < 5$

$0 \leq a_6 < 6$

$0 \leq a_7 < 7$.

a_2 só pode ser 0 ou 1. Se fizermos $a_2 = 0$, seria impossível obter a igualdade (basta testar os valores máximos que a_3, a_4, a_5, a_6 e a_7 podem assumir).

$840 a_3 + 210 a_4 + 42 a_5 + 7 a_6 + a_7 = 1080.$

Se $a_3 = 2$, teríamos que a_4, a_5, a_6 ou a_7 seria < 0, pois $840 \cdot 2 > 1080$.

Se $a_3 = 0$, o raciocínio do valor de a_2 se repetiria.

Logo $\boxed{a_3 = 1}$

$210a_4 + 42a_5 + 7a_6 + a_7 = 240.$

Logo, $a_4 \neq 3$ e $a_4 \neq 2$. Se $a_4 = 0$, o mesmo raciocínio seguiria. Portanto $\boxed{a_4 = 1}$

$42a_5 + 7a_6 + a_7 = 30.$

Portanto $\boxed{a_5 = 0.}$

$7a_6 + a_7 = 30.$

Analisando a equação e as restrições
$0 \leq a_6 < 6.$
$0 \leq a_7 < 7.$
chegamos que a única solução possível é $\boxed{a_6 = 4 \quad e \quad a_7 = 2.}$

Por fim $a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 1 + 1 + 1 + 0 + 4 + 2 = \boxed{9}.$

(93) $m \geq 0$; $f(x) = x^2 - 2|x| + 1$
$g(x) = mx + 2m$

$f(x) = g(x)$

$$x^2 - 2|x| + 1 = mx + 2m$$

Como $m \geq 0$, então $x^2 - 2|x| + 1 \geq 0$

I) Se $x \geq 0$: $x^2 - 2x + 1 \geq 0$.

$$(x-1)^2 \geq 0$$

$$\boxed{x \geq 1} \Rightarrow \boxed{x \geq 1.}$$

II) Se $x < 0$: $x^2 + 2x + 1 \geq 0$

$$\boxed{x \geq -1} \Rightarrow \boxed{-1 \leq x < 0.}$$

Se $x > 0$:

$$x^2 - (2+m)x - 2m + 1 = 0$$

$$x = \frac{2+m \pm \sqrt{m^2+4m+4-4(1-2m)}}{2}$$

$$x = \frac{2+m \pm \sqrt{m^2+12m}}{2}$$

(*) $\frac{2+m+\sqrt{m^2+12m}}{2} \geq 1$ ✓ (Teste $m=0$ e veja)

(*) Verificar se $\frac{2+m-\sqrt{m^2+12m}}{2} \geq 1$

Logo, verificar se $m \geq \sqrt{m^2+12m}$

Como $m \geq 0$ $\sqrt{m^2+12m} \geq m$, Logo, para $x > 0$, há uma raiz: $\frac{2+m+\sqrt{m^2+12m}}{2}$

Se $x < 0$: $x^2+2x+1-mx-2m=0$

$$x^2-(m-2)x+1-2m=0$$

$$x = \frac{m-2 \pm \sqrt{m^2-4m+4-4(1-2m)}}{2}$$

$$x = \frac{m-2 \pm \sqrt{m^2+4m}}{2}$$

$$x = \frac{m-2+\sqrt{m^2+4m}}{2} \quad \text{ou} \quad x = \frac{m-2-\sqrt{m^2+4m}}{2}$$

Para satisfazer esse caso $-1 \leq x < 0$.

I) $-1 \leq \frac{m+\sqrt{m^2+4m}-2}{2} < 0$

$$-2 \leq m+\sqrt{m^2+4m}-2 < 0.$$

- $-2 \leq m+\sqrt{m^2+4m}-2$ (como $m \geq 0$, sempre verdade)
- $m+\sqrt{m^2+4m}-2 < 0.$

$$\sqrt{m^2+4m} < 2-m$$

$$\cancel{m^2}+4m < 4-4m+\cancel{m^2}$$

$$m < 1/2. \Rightarrow \text{Logo } 0 \leq m < 1/2.$$

II) $-2 \leq m-2-\sqrt{m^2+4m} < 0.$

- $-\cancel{2} \leq m - \cancel{2} - \sqrt{m^2+4m}$

  $0 \leq m - \sqrt{m^2+4m}$

  $m \geq \sqrt{m^2+4m}$ (só certo apenas para $m=0$)

- $m - 2 - \sqrt{m^2+4m} < 0$

  Como $m \geq 0$ $\sqrt{m^2+4m} \geq m$. Logo

  $m - 2 - \sqrt{m^2+4m} < 0 \quad \forall m \geq 0$.

Fazendo a interseção: $\boxed{m=0 \quad x=-1.}$

III) Para $x=0$, $m=1/2$. (só checar).

Então há duas soluções possíveis para $x^2 - 2|x| + 1 = mx + 2m \wedge m \geq 0$:

$x > 0 \Rightarrow \dfrac{m+2+\sqrt{m^2+12m}}{2}$

$x=0 \wedge m=1/2$

$x=-1 \wedge m=0$

$x < 0 \Rightarrow \dfrac{m+\sqrt{m^2+4m}-2}{2}$

$0 \leq m < 1/2$

94 $\min(x+3\,;\,1-x) < 1$

I $x+3 < 1-x$. $\therefore$ $x+3<1$

$2x < -2$ $\quad \boxed{x<-2}$,

$\boxed{x<-1}$.

Fazendo a interseção: $x \in (-\infty, -2)$.

II $1-x<x+3$ $\therefore$ $1-x<1$

$-2<2x$

$\boxed{x>-1.}$ $\quad 1-1<x \Rightarrow \boxed{x>0}$

Fazendo a interseção: $x \in (0, +\infty)$

Além disso, quando $x+3=1-x \Rightarrow x=-1$, como $-1<1$,
então -1 também é solução

Conjunto solução: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in (-\infty,-2) \cup (0,+\infty) \cup \{-1\}\}$