Multiplicadores de Lagrange.

Vamos usar os multiplicadores de Lagrange para maximizar/minimizar uma função $f(x,y,z)$ com uma restrição $g(x,y,z) = k$.

Para isso, devemos determinar $c \mid f(x,y,z) = c$ intercepte a curva $g(x,y,z) = k$ e seja o maior possível. Tal fato ocorre quando essas curvas têm uma reta tangente em comum.

Logo, as retas normais no ponto do encontro (x_0, y_0, z_0) devem ser iguais e, por consequência, os gradientes serem paralelos.

Logo, $\nabla f(x_0, y_0, z_0) = \lambda \nabla g(x_0, y_0, z_0)$

Método de Lagrange.

1) Determinar x, y, z, λ tais que:

$$\begin{cases} \nabla f(x,y,z) = \lambda \nabla g(x,y,z) \\ g(x,y,z) = k \end{cases}$$

. Análogo para mais variáveis

2) Calcular f nos pontos encontrados. O maior é o máximo e o menor é o mínimo.

Obs: Iremos encontrar os pontos esgotando as possibilidades de λ, x, y, z

Se $\lambda = 0$, (x,y,z) é ponto crítico de f, sendo um candidato a extremo local.

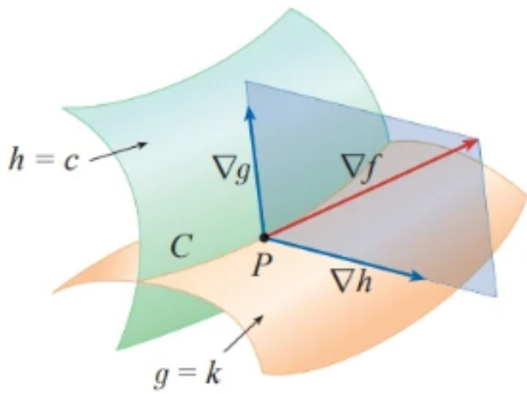
Para duas restrições

Queremos achar os extremos de f que estão na curva C, resultante da intersecção das equações de nível $g=k$ e $h=c$.

Como já vimos, ∇g é ortogonal a $g=k$ e ∇h é ortogonal a $h=c$. Além disso, ∇f é ortogonal a C em P e $\nabla g, \nabla h$ são ortogonais a C em P.

Isso significa que ∇f está no plano definido por ∇g e ∇h.

E $\nabla f = \alpha \nabla g + \beta \nabla h$.



Portanto, devemos esgotar as possibilidades de pontos e α, β t.q:

$$\begin{cases} \nabla f = \alpha \nabla g + \beta \nabla h \\ g = k \\ h = c. \end{cases}$$