

Geometria analítica – Lista 5 – Cônicas

1) Faça um esboço do gráfico da curva $9x^2 + 16y^2 = 144$.

2) Encontre os focos da elipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$.

3) Dados $A = (1, 0)$, $B = (3, 0)$ e $P = (x, y)$ determine a equação da curva descrita pelo ponto P de forma que $d(P, A) + d(P, B) = 4$.

4) Se $a > b$ determine, na elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, o comprimento da corda focal perpendicular ao eixo maior.

5) Determine a área do quadrado inscrito na elipse $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$.

6) Determine k para que a reta $y = \frac{x}{2} + k$ seja tangente à elipse $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

7) Se $P = (x_0, y_0)$ é um ponto da elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ mostre que a reta $\frac{x_0}{a^2}x + \frac{y_0}{b^2}y = 1$ é tangente a essa elipse no ponto P .

8) Determine as tangentes à elipse $\frac{x^2}{10} + \frac{2y^2}{5} = 1$ que são paralelas à reta $3x + 2y + 7 = 0$.

9) Mostre que $P = (2, 1)$ pertence à elipse $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$ e encontre a equação da reta tangente em P a essa elipse.

10) Sendo $a \neq b$, quantos pontos possuem em comum as curvas $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ e $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$?

11) Determine um ponto da elipse $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ cuja distância ao foco da direita é igual a 14.

12) Em uma elipse mostre que o produto das distâncias dos focos a uma tangente qualquer é constante.

13) Determine os focos, as assíntotas e faça um esboço do gráfico da hipérbole $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$.

14) Determine para que valores de m a reta $y = mx$ não possui ponto comum com a hipérbole $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{2} = 1$.

15) Encontre a equação da hipérbole equilátera cujos focos são $(4, 0)$ e $(-4, 0)$.

16) Determine k para que a reta $y = 3x + k$ seja tangente à hipérbole $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$.

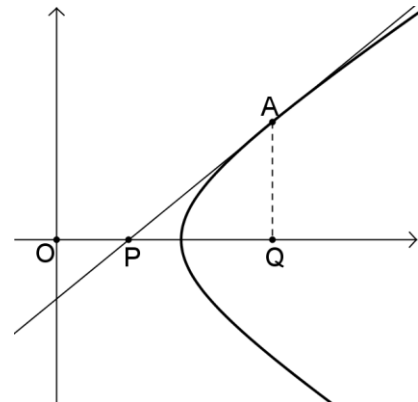
17) Determine a condição de tangência entre a reta $y = kx + m$ e a hipérbole $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

18) Se $P = (x_0, y_0)$ é um ponto da hipérbole $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ mostre que a reta

$\frac{x_0}{a^2}x - \frac{y_0}{b^2}y = 1$ é tangente a essa elipse no ponto P .

19) Na hipérbole $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ determine o comprimento da corda focal perpendicular ao eixo transversal.

20) A figura ao lado mostra uma tangente em um ponto A de uma hipérbole e o segmento AQ perpendicular ao eixo X . Mostre que $OP \cdot OQ = a^2$ onde a é o semieixo transversal.



- 21) Faça um esboço do gráfico das curvas $x^2 - 2y^2 = 2$ e $x^2 - 2y^2 = -2$.
- 22) Sendo $x > y$ determine a equação que x e y devem satisfazer para que o produto das distâncias de $P = (x, y)$ às retas $x + y = 0$ e $x - y = 0$ seja igual a 3.
- 23) Determine o foco e a diretriz da parábola $y = x^2$.
- 24) Determine a equação da curva descrita pelo ponto $P = (x, y)$ de forma que a distância de P ao ponto $(1, 2)$ seja igual à sua distância ao eixo OX .
- 25) Sendo $a > 0$ determine os pontos comuns às parábolas $y^2 = ax$ e $x^2 = ay$.
- 26) Determine k para que a reta $y = 4x + k$ seja tangente à curva $x^2 = 3y$.
- 27) Determine a equação da tangente à parábola $x^2 = 2py$ no ponto (x_0, y_0) pertencente à parábola.

Respostas

- | | |
|--|---|
| 2) $(-2, 0)$ e $(2, 0)$ | 16) $k = \pm\sqrt{5}$ |
| 3) $3x^2 + 4y^2 - 12x = 0$ | 17) $k^2 a^2 - b^2 = m^2$ |
| 4) $\frac{2b^2}{a}$ | 19) $\frac{2b^2}{a}$ |
| 5) 6 | 21) hipérboles conjugadas (mesmas assíntotas) |
| 6) $k = \pm\sqrt{2}$ | 22) $x^2 - y^2 = 6$ |
| 8) $3x + 2y \pm 10 = 0$ | 23) $(0, \frac{1}{4})$ |
| 9) $x + y = 3$ | 24) $y = \frac{1}{4}(x^2 - 2x + 5)$ |
| 10) 4 | 25) $(0, 0)$ e (a, a) |
| 11) $(-5, 3\sqrt{3})$ | 26) $k = -12$ |
| 13) $(\sqrt{13}, 0), (-\sqrt{13}, 0), y = \pm \frac{2x}{3}$ | 27) $y = \frac{x_0}{p}x - y_0$ |
| 114) $m \leq -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ou $m \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$ | |
| 15) $x^2 - y^2 = 8$ | |