

Geometria analítica – **Lista 8** – Reta, plano e esfera

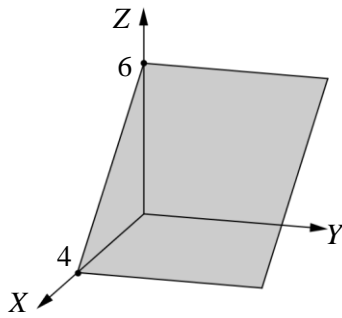
EMAp

- 1) Faça um desenho mostrando do plano  $3x + 2z = 12$ .
- 2) Sendo  $A = (-1, 3, 0)$  e  $B = (3, 1, 4)$  determine a equação do plano mediador do segmento  $AB$ .
- 3) Determine a equação do plano que contém os pontos  $(1, 0, 1)$ ,  $(-1, -2, 3)$  e  $(2, 3, 1)$ .
- 4) Determine a equação do plano que contém os pontos  $(1, -2, 1)$ ,  $(2, 0, 3)$  e  $(3, 2, 6)$ .
- 5) São dados,  $\alpha = \{(x, y, z) ; x - 2y + 4z = -1\}$  e  $r = \{(-1 + 2t, 3t, 2 - t) ; t \in \mathbb{R}\}$ . Determine  $r \cap \alpha$ .
- 6) Determine  $k$  para que a reta  $r = \{(-8 + 2t, 5 + t, -2 + kt) ; t \in \mathbb{R}\}$  seja paralela ao plano  $3x + 2y - z = 0$ .
- 7) O plano  $3x + 4y + 6z = 24$  e os planos  $XY$ ,  $YZ$  e  $ZX$  delimitam um tetraedro. Determine seu volume.
- 8) São dados os pontos  $A = (1, 2, 0)$  e  $B = (3, 1, 3)$ . Determine o ponto onde a reta  $AB$  intersecta o plano  $2x + 4y - z = 1$ .
- 9) Determine a equação do plano que contém o ponto  $P = (4, -2, 3)$  e a reta  $r$  definida pelas equações 
$$\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 4t - 1 \\ z = t - 2 \end{cases}$$
- 10) Determine os pontos onde a reta  $r = \{(3 - 2t, -1 + t, 2 + t) ; t \in \mathbb{R}\}$  intersecta a esfera de centro  $(1, 3, 0)$  e raio  $2\sqrt{6}$ .
- 11) Determine o raio da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 10z - 11 = 0$ .
- 12) O ponto  $P = (3, 4, k)$  pertence à esfera  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 8 = 0$ . Determine  $k$ .
- 13) Para o menor valor de  $k$  encontrado no exercício anterior, determine a equação do plano tangente à esfera no ponto  $P$ .

- 14) Determine dois pontos distintos que estejam na interseção dos planos  $x + y + z = 3$  e  $2x - y - 6z = 0$ .
- 15) Encontre dois planos diferentes que passem pelos pontos  $(-2, 1, 5)$  e  $(4, 3, 1)$ .
- 16) Verifique se os vetores  $u = (5, 7, 1)$ ,  $v = (4, 2, -3)$  e  $w = (-1, 1, 2)$  são coplanares ou não.
- 17) Determine o cosseno do ângulo entre os planos  $x + y - z = 2$  e  $2x + y + z = 0$ .
- 18) Determine o ponto da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$  cujo valor de  $z$  é máximo.
- 19) Determine a equação da esfera de centro  $C = (1, 1, 1)$ , tangente ao plano  $x - 2y + 2z + 8 = 0$ .
- 20) A reta  $r$  é a interseção dos planos  $2x - y = 1$  e  $3x - z = 2$ . A reta  $s$  é definida por  $x = y = z$ . Essas retas possuem algum ponto comum?
- 21) Determine o simétrico do ponto  $P = (-2, -3, 1)$  em relação ao plano  $x + y + 2z = 3$ .
- 22) Seja  $r = \{(2t + 1, -2t + 1, t + 1); t \in \mathbb{R}\}$ . Determine a distância do ponto  $P = (2, -1, 1)$  à reta  $r$ .
- 23) Considere o quadrado  $ABCD$  de lado 2. De um mesmo lado do plano do quadrado considere os segmentos  $AE$ ,  $BF$ ,  $CG$  e  $DH$ , perpendiculares a esse plano. Sabe-se que  $AE = 2$ ,  $BF = 1$ ,  $CG = 4$  e que os quatro pontos  $E$ ,  $F$ ,  $G$  e  $H$  são coplanares. Calcule:
- a) o comprimento de  $DH$ .
  - b) a área do quadrilátero  $EFGH$ .
  - c) o cosseno do ângulo entre os planos  $ABCD$  e  $EFGH$ .

## Respostas

1)



2)  $2x - y + 2z = 4$

3)  $3x - y + 2z = 5$

4)  $2x - y = 4$

5)  $\{(1, 3, 1)\}$

6)  $k = 8$

7) 24

8)  $(7, -1, 9)$

9)  $21x - 5y - 22z = 28$

10)  $(3, -1, 2)$  e  $(-1, 1, 4)$ .

11) 7

12)  $k = 1, k = 3$

13)  $2x + 3y - z = 17$

14) Resposta pessoal. Por exemplo,  $(56, -86, 33)$  e  $(-44, 74, -27)$

15) Resposta pessoal. Por exemplo,  $x - y + z = 2$  e  $3x + y + 5z = 20$

16) não

17)  $\sqrt{2}/3$

18)  $(1, -2, 7)$

19)  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$

20) sim

21)  $(0, -1, 5)$

22) 1

23) a) 5      b)  $2\sqrt{14}$       c)  $2/\sqrt{14}$