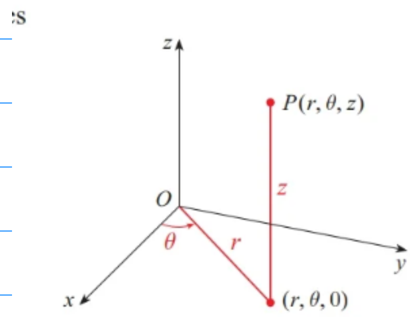
# Integrais triplas em coordenadas cilindricas

Coordenadas cilindricas são a representação das ternas ordenadas reais em "coordenadas polares". A terna $(x,y,z)$ seria $(r,\theta,z)$, em qe $(r,\theta)$ são as coordenadas polares de $(x,y)$.




$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\,\text{sen}\,\theta \\ z = z \\ x^2 + y^2 = r^2 \\ \text{tg}\,\theta = y/x \end{cases}$$

Tal sistema é interessante em casos de simetria, em qe o eixo $z$ é escolhido como eixo de simetria do volume do sólido.

# Cálculo com coordenadas cilíndricas

Suponha, por exemplo que a projeção de $E$ em $xy$ seja conveniente para o uso de coordenadas polares.
Além disso, suponha $f$ do tipo I.

Assim $E = \{(x,y,z) \mid (x,y) \in D \quad u_1(x,y) \leq z \leq u_2(x,y)\}$
e $D = \{(r,\theta) \mid \alpha \leq \theta \leq \beta, \quad h_1(\theta) \leq r \leq h_2(\theta)\}$.

Assim, pelo sistema de coordenadas cilíndricas:

$$\iiint_E f(x,y,z)\,dV = \iint_D \left[\int_{u_1(x,y)}^{u_2(x,y)} f(x,y,z)\,dz\right] dA$$

$$\boxed{= \int_\alpha^\beta \int_{h_1(\theta)}^{h_2(\theta)} \int_{u_1(r\cos\theta,\, r\,\text{sen}\,\theta)}^{u_2(r\cos\theta,\, r\,\text{sen}\,\theta)} f(r\cos\theta, r\,\text{sen}\,\theta, z)\, r\, dz\, dr\, d\theta}$$

O mesmo raciocínio pode ser extendido para os planos $XZ$ e $YZ$.