Lista 3:

▶ Seção 2.2

⑥ a) $\lim_{x\to 3^-} h(x)$ => Limite lateral quando $x \to 3$ e $x < 3$.

Como $h(3)$ é contínua, então o limite existe. Pelo gráfico $\lim_{x\to 3^-} h(x) \approx 4$.

b) $\lim_{x\to 3^+} h(x)$ => Limite lateral quando $x \to 3$ e $x > 3$.

Pelo item a) $\lim_{x\to 3^+} h(x) \approx 4$.

c) Como o $\lim_{x\to 3^+} h(x) = \lim_{x\to 3^-} h(x) \approx 4$, então $\lim_{x\to 3} h(x) \approx 4$

d) $h(-3)$ não é definido pelo gráfico

e) $\lim_{x\to 0^-} h(x) = 1$ $(x \to 0, x < 0)$

f) $\lim_{x\to 0^+} h(x) = -1$ $(x \to 0, x > 0)$

g) Como $\lim_{x\to 0^+} h(x) \neq \lim_{x\to 0^-} h(x)$, então $\lim_{x\to 0} h(x)$ não existe $(x \to 0)$

h) $h(0) = 1$

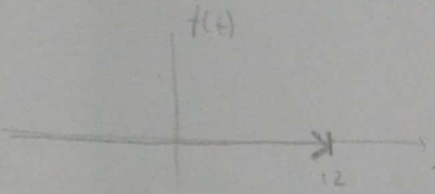
i) $\lim_{x\to 2} h(x)$. Como $\lim_{x\to 2^+} h(x) = \lim_{x\to 2^-} h(x) = 2$, então $\lim_{x\to 2} h(x) = 2$

j) $h(2)$ não é definida

k) $\lim_{x\to5^+} h(x)$ $(x\to5,\ x>5)$, é igual a 3

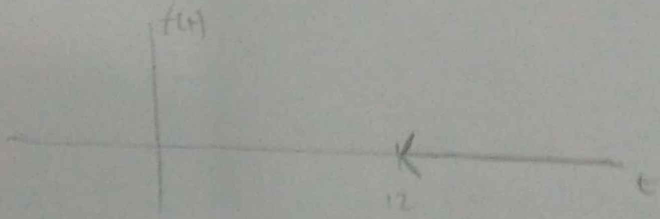
l) $\lim_{x\to5^-} h(x)$ $(x\to5,\ x<5)$ não existe pois o valor oscila entre 2 e 4 (...x)

(10) $\lim_{t\to12^-} f(t)$ significa o limite quando $x\to12$ e $x<12$ (limite pelo esquerdo)



No nosso caso, quando $x\to12^-$ encontramos o valor 150 e tal limite representa a quantidade de remédio no sangue antes de ingeri-lo.

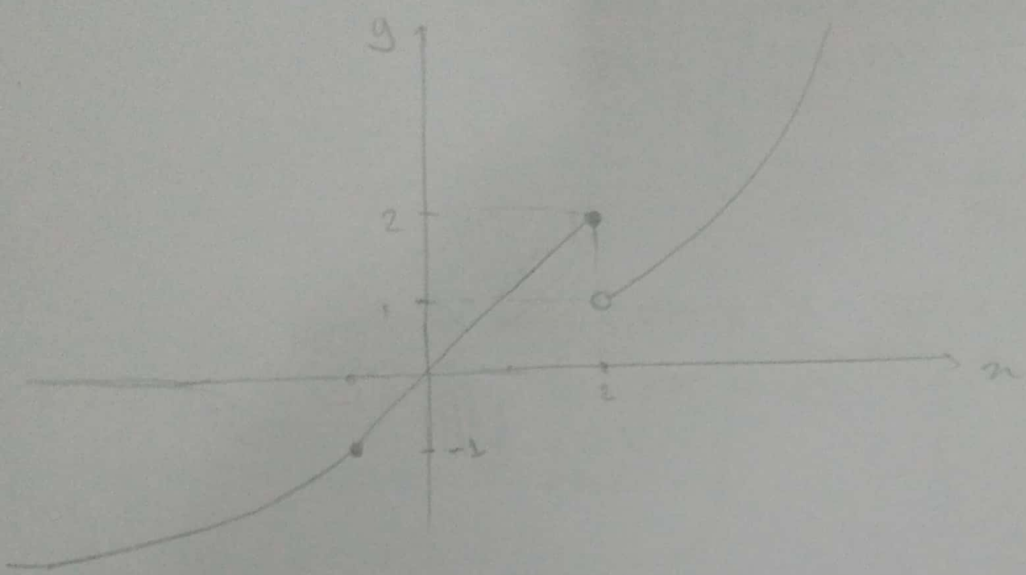
$\lim_{t\to12^+} f(t)$ significa o limite quando $x\to12$ e $x>12$ (limite pelo direito)



No nosso caso, quando $x\to12^+$, encontramos o valor 300, e tal limite representa a quantidade do remédio no sangue após ingeri-lo.

OBS: $f(12)=150$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & \text{se } x \leq -1 \\ x & \text{se } -1 < x \leq 2 \\ (x-1)^2 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$



Não existe $\boxed{\lim_{x \to 2} f(x)}$, mas $f(2) = 2$.

(32) $\lim_{x \to 3^-} \dfrac{\sqrt{x}}{(x-3)^5}$ $\quad x \to 3 \ (x < 3)$. se $x < 3$, então

$x - 3 < 0$. Logo $(x-3)^5 < 0$. e $(x-3)^5 \to 0$

e $\sqrt{x} \to \sqrt{3}$.

Portanto $\lim_{x \to 3^-} \dfrac{\sqrt{x}}{(x-3)^5} = -\infty$

43) a)

$x\ (x<1)$	y	$x\ (x>1)$	y
0,5	-1,1428	1,5	0,421
0,8	-2,049	1,2	1,373
0,9	-3,690	1,01	33,002
0,99	-33,668	1,001	333,0002
0,999	-333,666	1,0001	3333,0000

$$y = f(x) = \frac{1}{x^3 - 1}$$

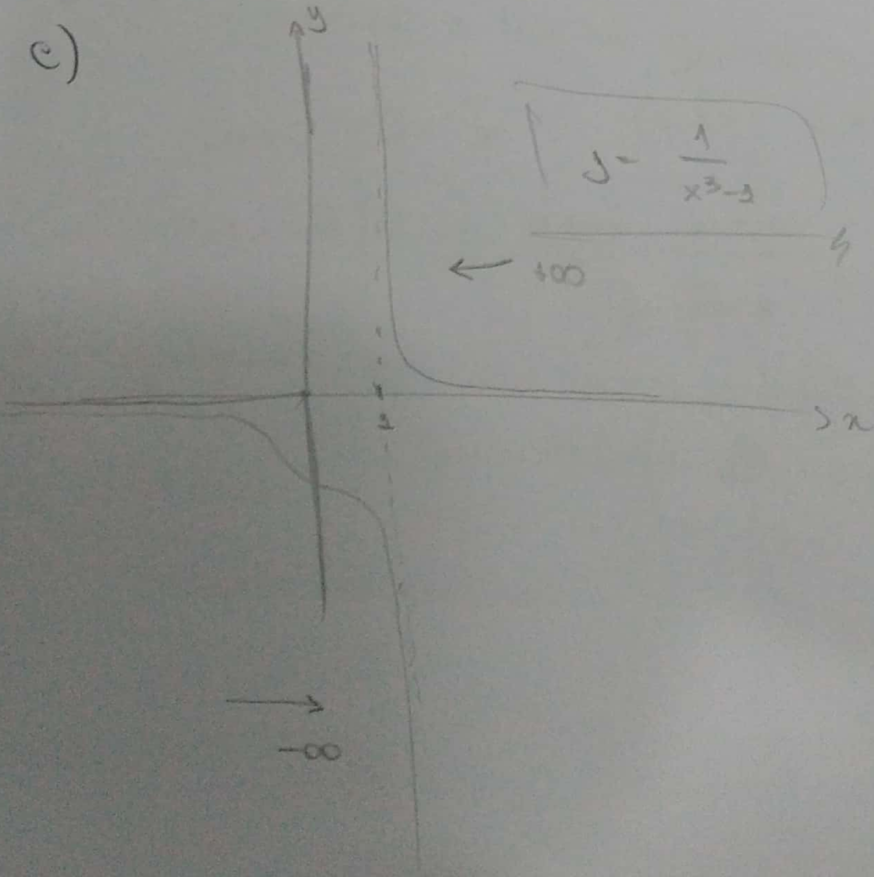
$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$$

b) • Se $x \to 1$ e $x > 1$, então $x^3 - 1 \to 0$, mas $x^3 - 1 > 0$. Por esse motivo, $x^3 - 1$ é um número muito pequeno e positivo. Logo $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \infty$

• Se $x \to 1$ e $x < 1$, então $x^3 - 1 \to 0$, mas $x^3 - 1 < 0$. Por esse motivo, $x^3 - 1$ é um número muito pequeno e negativo. Logo $\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$

c)



Seção 2.3

(9) $\lim\limits_{t\to -1}\left(\dfrac{2t^5-t^4}{5t^2+4}\right)^3 \overset{Prop6}{=} \left[\lim\limits_{t\to -1}\dfrac{2t^5-t^4}{5t^2+4}\right]^3$

$\overset{Prop5}{=} \left[\dfrac{\lim\limits_{t\to -1} 2t^5-t^4}{\lim\limits_{t\to -1} 5t^2+4}\right]^3 \overset{Prop1e2}{=} \left[\dfrac{\lim\limits_{t\to -1} 2t^5 - \lim\limits_{t\to -1} t^4}{\lim\limits_{t\to -1} 5t^2 + \lim\limits_{t\to -1} 4}\right]^3$

$\overset{Prop4}{=} \left[\dfrac{\lim\limits_{t\to -1} 2 \cdot \lim\limits_{t\to -1} t^5 - \lim\limits_{t\to -1} t^4}{\lim\limits_{t\to -1} 5 \cdot \lim\limits_{t\to -1} t^2 + \lim\limits_{t\to -1} 4}\right]^3 \overset{Prop6e7}{=} \left[\dfrac{2\cdot\left(\lim\limits_{t\to -1} t\right)^5 - \left(\lim\limits_{t\to -1} t\right)^4}{5\cdot\left(\lim\limits_{t\to -1} t\right)^2 + 4}\right]^3$

$\overset{Prop8}{=} \left(\dfrac{2\cdot(-1)^5-(-1)^4}{5\cdot(-1)^2+4}\right)^3 = \left(\dfrac{-2-1}{5+4}\right)^3 = \left(-\dfrac{3}{9}\right)^3 = \left(-\dfrac{1}{3}\right)^3 = -\dfrac{1}{27}$

(10) a) A função $\dfrac{x^2+x-6}{x-2}$, não está definida para $x=2$. Fatorando, temos $\dfrac{x^2+x-6}{x-2} = \dfrac{(x-2)(x+3)}{(x-2)} = x+3$ (quando $x \neq 2$). Mas, a função da direita está definida para $x=2$ mesmo que $x+3 = x+3$, os seus domínios são diferentes.

b) $\lim_{x \to 2} \frac{x^2+x-6}{x-2}$ consideramos que x tende a 2, mas $x \neq 2$

Portanto, $\lim_{x \to 2} \frac{x^2+x-6}{x-2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x+3)}{\cancel{(x-2)}} = \lim_{x \to 2} x+3 = 5$

Logo, $\lim_{x \to 2} \frac{x^2+x-6}{x-2} = 5$, mas $\frac{x^2+x-6}{x-2}$ não está definido em $x=2$. Agora, $\lim_{x \to 2} x+3 = 5$ $\therefore$ $\boxed{\lim_{x \to 2} \frac{x^2+x-6}{x-2} = \lim_{x \to 2} x+3}$

13) $\lim_{t \to 4} \frac{t^2-2t-8}{t-4} = \lim_{t \to 4} \frac{\cancel{(t-4)}(t+2)}{\cancel{(t-4)}}$ (como $t \neq 4$, então $t-4 \neq 0$) $\Rightarrow \lim_{t \to 4} t+2 = \lim_{t \to 4} t + \lim_{t \to 4} 2 = 4+2 = 6$

15) $\lim_{x \to 2} \frac{x^2+5x+4}{x-2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x+4)(x+1)}{x-2} = \frac{\lim_{x \to 2} (x+4)(x+1)}{\lim_{x \to 2} (x-2)}$

Como $\lim_{x \to 2} (x-2) = 0$ e não temos termos para simplificar,

$\lim_{x \to 2} \frac{x^2+5x+4}{x-2}$ não existe

$\lim_{h\to 0} \frac{(h-3)^2-9}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h^2-6h+\cancel{9}-\cancel{9}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h(h-6)}{h}$

como $h \neq 0$, temos que $\lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h}(h-6)}{\cancel{h}} = \lim_{h\to 0} h-6 = \lim_{h\to 0} h - \lim_{h\to 0} 6$

$= 0-6 = \underline{-6}$

2.3) $\lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{9+h}-3}{h} = \lim_{h\to 0} \left[\frac{(\sqrt{9+h}-3)(\sqrt{9+h}+3)}{h(\sqrt{9+h}+3)} \right]$

$= \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{9}+h-\cancel{9}}{h(\sqrt{9+h}+3)} = \lim_{h\to 0} \frac{h}{h(\sqrt{9+h}+3)}$. como $h \neq 0$,

$\lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h}}{\cancel{h}(\sqrt{9+h}+3)} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{\sqrt{9+h}+3} = \frac{\lim_{h\to 0} 1}{\lim_{h\to 0}(\sqrt{9+h}+3)}$

$= \frac{1}{\lim_{h\to 0}\sqrt{9+h} + \lim_{h\to 0} 3} = \frac{1}{\sqrt{(\lim_{h\to 0} 9 + \lim_{h\to 0} h)}+3} = \frac{1}{\sqrt{9}+3}$

$= \underline{1/6}$

30) $$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-4x+4}{x^2-3x^2-4} = \lim_{x\to 2} \frac{x^4-4x+4}{-2x^2-4} = \frac{\left(\lim_{x\to 2} x\right)^4 - 4\cdot\lim_{x\to 2} x + 4}{-2\cdot\left(\lim_{x\to 2} x\right)^2 - 4}$$

$$= \frac{2^4-4\cdot 2+4}{-2\cdot 2^2-4} = \frac{16-8+4}{-8-4} = \frac{12}{-12} = -1$$

((Limite meio esquisito)

31) $$\lim_{t\to 0}\left(\frac{1}{t\sqrt{1+t}} - \frac{1}{t}\right) = \lim_{t\to 0}\left(\frac{1-\sqrt{1+t}}{t(\sqrt{1+t})}\right)$$

$$\lim_{t\to 0}\left[\frac{(1-\sqrt{1+t})(1+\sqrt{1+t})}{t(\sqrt{1+t})(1+\sqrt{1+t})}\right] = \lim_{t\to 0}\left[\frac{1-(1+t)}{t(\sqrt{1+t})(1+\sqrt{1+t})}\right]$$

$$\lim_{t\to 0}\left(\frac{-\cancel{t}}{\cancel{t}(\sqrt{1+t})(1+\sqrt{1+t})}\right) \overset{(t\neq 0)}{=} \frac{\lim_{t\to 0} -1}{\lim_{t\to 0}\sqrt{1+t}\cdot\lim_{t\to 0}(1+\sqrt{1+t})}$$

$$= \frac{-1}{\sqrt{\lim_{t\to 0} 1 + \lim_{t\to 0} t}\cdot\left(\lim_{t\to 0} 1 + \sqrt{\lim_{t\to 0} 1 + \lim_{t\to 0} t}\right)} = \frac{-1}{\sqrt{1+0}\cdot\left(1+\sqrt{1+0}\right)}$$

$$= \frac{-1}{1\cdot 2} = \boxed{-1/2}$$

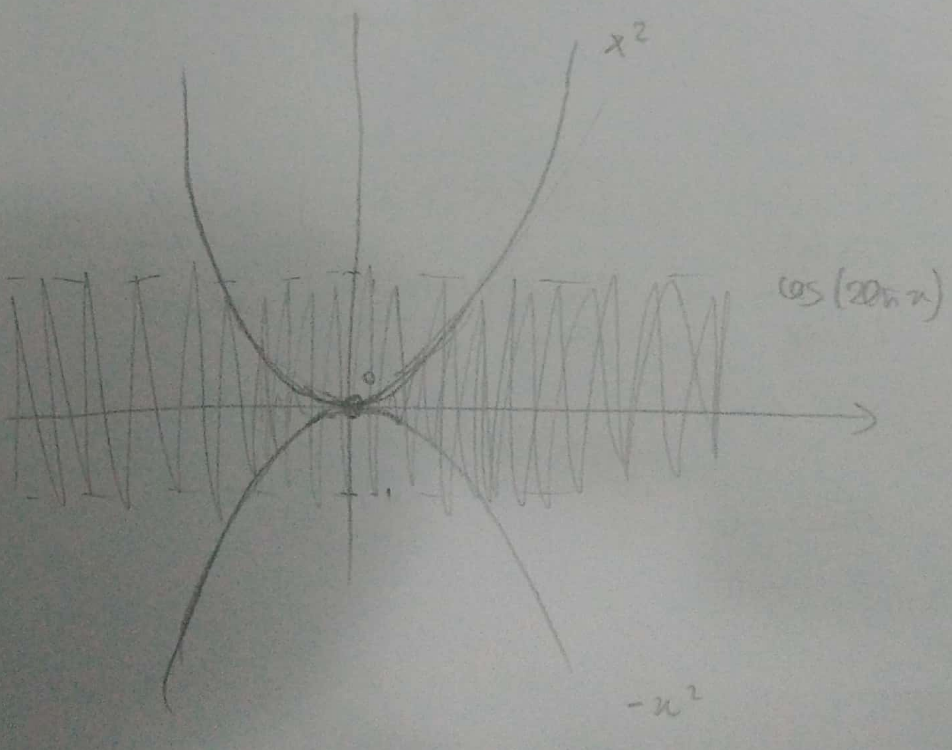
Sabemos que $-1 \leq \cos\theta \leq 1$. $\therefore$ $-1 \leq \cos(20\pi x) \leq 1$

Como $x^2 \geq 0$, podemos afirmar que $-x^2 \leq x^2 \cdot \cos(20\pi x) \leq x^2$.

e $\lim_{x\to 0} -x^2 \leq \lim_{x\to 0} [x^2 \cos(20\pi x)] \leq \lim_{x\to 0} x^2$.

Como $\lim_{x\to 0} -x^2 = \lim_{x\to 0} x^2 = 0$, então $0 \leq \lim_{x\to 0} [x^2 \cos(20\pi x)] \leq 0$

Pelo teorema do confronto $\boxed{\lim_{x\to 0} [x^2 \cdot \cos(20\pi x)] = 0}$



(44) $\lim_{x \to -4} \frac{|x+4|}{2x+8}$

• $\lim_{x \to -4^+} \frac{|x+4|}{2x+8}$ $(x \to -4,\ x > -4)$

OBS: $|x+4| = \begin{cases} x+4, & x > -4 \\ -(x+4), & x < -4 \\ 0, & x = -4 \end{cases}$

$\Rightarrow \lim_{x \to -4^+} \frac{\cancel{x+4}}{2\cancel{(x+4)}} = \frac{1}{2}$

• $\lim_{x \to -4^-} \frac{|x+4|}{2x+8}$ $(x \to -4,\ x < -4)$

$\Rightarrow \lim_{x \to -4^-} \frac{-\cancel{(x+4)}}{2\cancel{(x+4)}} = -\frac{1}{2}$

Como $\lim_{x \to -4^+} \frac{|x+4|}{2x+8} \neq \lim_{x \to -4^-} \frac{|x+4|}{2x+8}$, então

$\lim_{x \to -4} \frac{|x+4|}{2x+8}$ não existe.

$$\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{|x|}\right) \qquad |x| = \begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x<0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$$

• $x \to 0^-$ $(x\to 0,\ x<0)$

$$\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{|x|-x}{x\cdot|x|}\right) = \lim_{x\to 0^-}\left(\frac{-x-x}{x\cdot(-x)}\right) = \lim_{x\to 0^-}\left(\frac{-2x}{-x^2}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0^-}\left(\frac{2}{x}\right) = -\infty \quad \text{(Não existe)}.$$

(51) $g(x) = \dfrac{x^2+x-6}{|x-2|} = \boxed{\dfrac{(x-2)(x+3)}{|x-2|}}$. $\qquad |x-2| = \begin{cases} x-2, & x>2 \\ -(x-2), & x<2 \\ 0, & x=2 \end{cases}$.

a) i) $\lim_{x\to 2^+} g(x)$ $\quad (x\to 2,\ x>2)$ $\Rightarrow$ $\lim_{x\to 2^+}\dfrac{(x-2)(x+3)}{|x-2|}$
$(x-2\to 0,\ x-2\neq 0)$.

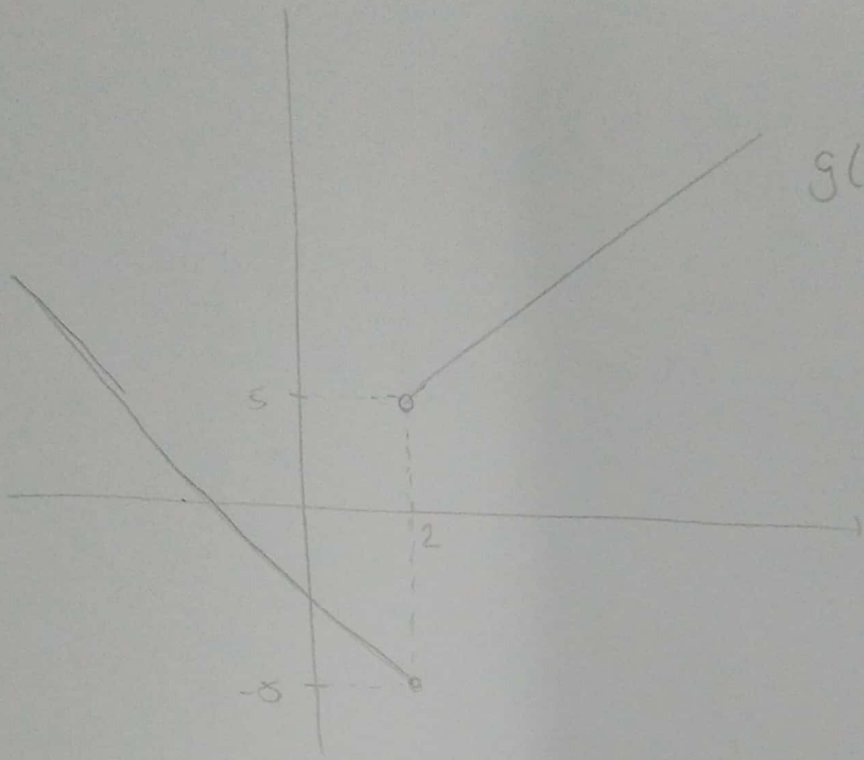
$$= \lim_{x\to 2^+}\frac{\cancel{(x-2)}(x+3)}{\cancel{(x-2)}} = x+3 = \underline{5}.$$

ii) $\lim_{x\to 2^-} g(x)$ $\quad (x\to 2,\ x<2)$ $\Rightarrow$ $\lim_{x\to 2^-}\dfrac{(x-2)(x+3)}{|x-2|} = \lim_{x\to 2^-}\dfrac{\cancel{(x-2)}(x+3)}{-\cancel{(x-2)}}$
$(x-2\to 0,\ x-2\neq 0)$

$$= \lim_{x\to 2^-} -(x+3) = -x-3 = \underline{-5}.$$

b) como $\lim\limits_{x \to 2^+} g(x) \neq \lim\limits_{x \to 2^-} g(x)$, então $\lim\limits_{x \to 2} g(x)$ não existe

c)



d) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x) - 8}{x - 1} = 10$

$\lim\limits_{x \to 1} (f(x) - 8) = \lim\limits_{x \to 1} \left[\dfrac{(f(x) - 8) \cdot (x - 1)}{(x - 1)} \right] = \lim\limits_{x \to 1} \left(\dfrac{f(x) - 8}{x - 1} \right) \cdot \lim\limits_{x \to 1} (x - 1) =$

$= 10 \cdot 0 = 0 \Rightarrow \lim\limits_{x \to 1} f(x) - \lim\limits_{x \to 1} 8 = 0$ $\boxed{\therefore \lim\limits_{x \to 1} f(x) = 8}$ //.

$\therefore \boxed{f(x) = 10x - 2}$ //. $\Rightarrow \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{10x - 2 - 8}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{10\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}} = \lim\limits_{x \to 1} 10$

$= 10$

$\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} 10x - 2 = 10 \cdot 1 - 2 = 8$.

(05) Sejam $f(x) = \frac{|x|}{x}$ e $g(x) = \frac{x^2}{|x|}$

$\lim_{x \to 0} f(x)$ e $\lim_{x \to 0} g(x)$ não existem, mas $\lim_{x \to 0} (f(x) \cdot g(x)) = 0$

(66) $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{6-x} - 2}{\sqrt{3-x} - 1} = \lim_{x \to 2} \frac{(\sqrt{6-x} - 2)(\sqrt{6-x} + 2)(\sqrt{3-x} + 1)}{(\sqrt{3-x} - 1)(\sqrt{3-x} + 1)(\sqrt{6-x} + 2)}$

$= \lim_{x \to 2} \frac{(6-x-4)(\sqrt{3-x}+1)}{(3-x-1)(\sqrt{6-x}+2)} = \lim_{x \to 2} \left[\frac{\cancel{(2-x)}}{\cancel{(2-x)}} \cdot \frac{\sqrt{3-x}+1}{\sqrt{6-x}+1} \right].$

$= \lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{3-x}+1}{\sqrt{6-x}+1} = \frac{\lim_{x \to 2} \sqrt{3-x}+1}{\lim_{x \to 2} \sqrt{6-x}+1} = \frac{\sqrt{3-2}+1}{\sqrt{6-2}+1} = \frac{1+1}{2+1} = \boxed{\frac{2}{3}}$

· OBS: $x \to 2, x \neq 2$; $2-x \to 0$, $2-x \neq 0$.

(68) Temos que a equação de C_2 é $x^2+y^2=r^2$ e de C_1 é $(x-1)^2+y^2=1$.

∴ Para a interseção superior de C_1 e C_2, temos $r^2 - x^2 = 1 - (x-1)^2$

$\Rightarrow r^2 - \cancel{x^2} = \cancel{1} - \cancel{x^2} + 2x - \cancel{1}$. ∴ $\boxed{x = \frac{r^2}{2}}$ e $y = \sqrt{r^2 - \frac{r^4}{4}} = \boxed{\frac{r}{2}\sqrt{4-r^2}}$.

$0 \leq r \leq 2$

Digitalizado com CamScanner

Logo, $P = (0, r)$ e $Q = \left(\frac{r^2}{2}, \frac{r}{2}\sqrt{4-r^2}\right)$ ∴ Portanto a reta r $(P, Q \in r)$ é da forma $y = \frac{\sqrt{4-r^2}-2}{r}x + r$, supondo $r \neq 0$.

O ponto $R \in r$ e é da forma $(k, 0)$.

$$\therefore \quad 0 = \frac{\sqrt{4-r^2}-2}{r} \cdot k + r \quad k = \frac{-r^2}{\sqrt{4-r^2}-2} = \frac{r^2}{2-\sqrt{4-r^2}}$$

$$k = \frac{r^2\left(2+\sqrt{4-r^2}\right)}{4-(4-r^2)} = \frac{\cancel{r^2}\left(2+\sqrt{4-r^2}\right)}{\cancel{r^2}} = 2+\sqrt{4-r^2}$$

Fazendo $\lim_{r \to 0^+} 2+\sqrt{4-r^2} = 2+\sqrt{4-0^2} = 2+2 = 4$

Logo o ponto R tende ao ponto $(4,0)$.

Seção 2.4

(1) $|x-1| < \delta$ e $|f(x)-1| < 0{,}2$

$1-0{,}2 < f(x) < 1+0{,}2 \Rightarrow \boxed{0{,}8 < f(x) < 1{,}2}$

Para que $|f(x)-1| < 0{,}2$ ocorra, $x \in (0{,}7;\ 1{,}1)$, calculando a menor distância entre 1 e os extremos do intervalo, chegamos em $\delta = 0{,}1$ (ou qualquer $\delta > 0$ menor)

(3) $|x-4| < \delta$ e $|\sqrt{x}-2| < 0{,}4$

$\therefore\ 1{,}6 < \sqrt{x} < 2{,}4 \Rightarrow \boxed{2{,}56 < x < 5{,}76}$

Portanto, $x \in (2{,}56;\ 5{,}76)$ calculando a menor distância entre 4 e os extremos do intervalo, chegamos em $\delta = 1{,}44$ (ou qualquer $\delta > 0$ menor)

(11) a) $\pi r^2 = 1000 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{1000}{\pi}} = 10\sqrt{\frac{10}{\pi}}$ cm

b) $|\pi r^2 - 1000| < 5$ e $\left|r - 10\sqrt{\frac{10}{\pi}}\right| < \delta$

$\sqrt{\frac{995}{\pi}} < r < \sqrt{\frac{1005}{\pi}}$

$\therefore\ r \in \left(\sqrt{\frac{995}{\pi}},\ \sqrt{\frac{1005}{\pi}}\right) = (17{,}7965;\ 17{,}8857)$

calculando a menor distância entre $10\sqrt{\frac{10}{\pi}} \approx 17{,}8412$, chegamos num erro $\delta \approx 0{,}0445$ cm

c) $\lim_{x \to a} f(x) = L$

x = raio

$f(x)$ = área do círculo

a = raio ideal $\left(\sqrt{\frac{1000}{\pi}}\right)$

L = área ideal (1000)

Tomando as notas do item 11 b) e transformando em notação de limite:

$|\pi r^2 - 1000| < 5$ e $\left|r - \sqrt{\frac{1000}{\pi}}\right| < 0{,}0445$

$\therefore$

$|f(x) - L| < \varepsilon$ e $|x - a| < \delta$

$\boxed{\varepsilon = 5 \text{ e } \delta = 0{,}0445}$

(13) a) $|x-2| < \delta$ e $|4x - 8| < \varepsilon$ $(\varepsilon = 0{,}1)$

$|x-2| < \delta$ e $4|x-2| < \varepsilon$

$|x-2| < \frac{\varepsilon}{4}$ $\therefore$ $\boxed{\delta = \frac{\varepsilon}{4}}$

Para $\varepsilon = 0{,}1 \Rightarrow \delta = 0{,}025$

b) Para $\varepsilon = 0{,}01 \Rightarrow \delta = 0{,}0025$

$\lim_{x \to 2} (5x-7) = 3$ Def 2

$|(5x-7)-3| < \varepsilon$ e $|x-2| < \delta$

I) $\delta = \frac{0{,}1}{5} = 0{,}02$

II) $\delta = \frac{0{,}05}{5} = 0{,}01$

III) $\delta = \frac{0{,}01}{5} = 0{,}002$

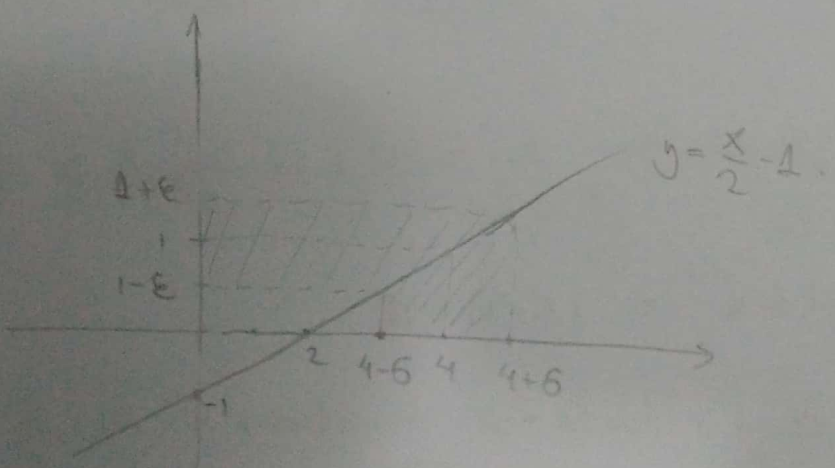
$5|x-2| < \varepsilon$

$|x-2| < \frac{\varepsilon}{5} \Rightarrow \boxed{\delta = \frac{\varepsilon}{5}}$

(15) $\lim_{x \to 4} \left(\frac{x}{2} - 1\right) = 1$

$\left|\left(\frac{x}{2} - 1\right) - 1\right| < \varepsilon$ e $|x-4| < \delta$

$\frac{1}{2}|x-4| < \varepsilon$ e $|x-4| < \delta$ $\boxed{\delta = 2\varepsilon}$



(19) $\lim_{x\to 9}\left(1-\frac{x}{3}\right)=-2$ Existem $\varepsilon>0$ e $\delta>0$ (δ dependente de ε), que satisfazem $\left|\left(1-\frac{x}{3}\right)-(-2)\right|<\varepsilon$ e $|x-9|<\delta$

$\left|3-\frac{x}{3}\right|<\varepsilon \Rightarrow \frac{1}{3}\cdot|9-x|<\varepsilon \Rightarrow \frac{1}{3}|x-9|<\varepsilon \therefore \boxed{\delta=3\varepsilon}$

• $|x-9|=|9-x|$ $(|5|=|-5|)$

Logo $\exists\ \varepsilon,\delta>0 \mid \left|1-\frac{x}{3}+2\right|<\varepsilon$ e $|x-9|<\delta$

(21) $\lim_{x\to 4}\frac{x^2-2x-8}{x-4}=6 \Rightarrow \lim_{x\to 4}\left[\frac{(x+2)\cancel{(x-4)}}{\cancel{(x-4)}}\right]=\lim_{x\to 4} x+2=6$

Provar $\lim_{x\to 4}\frac{x^2-2x-8}{x-4}$ é o equivalente a provar que $\lim_{x\to 4}(x+2)=6$. Logo, existem $\varepsilon,\delta>0$ (δ dependente do ε) tais que $|(x+2)-6|<\varepsilon$ e $|x-4|<\delta$

$\Rightarrow |x-4|<\varepsilon \therefore \boxed{\delta=\varepsilon}$. Portanto $\lim_{x\to 4}(x+2)=6$ existe.

$\lim_{x\to 2} (x^2-4x+5) = 1$. Logo, existem $\varepsilon, \delta > 0$ (δ dependendo de ε)

tais que $|(x^2-4x+5)-1| < \varepsilon$ e $|x-2| < \delta$

$$|(x-2)^2| < \varepsilon \Rightarrow |x-2|^2 < \varepsilon \Rightarrow |x-2| < \sqrt{\varepsilon}$$

$\therefore \boxed{\delta = \sqrt{\varepsilon}}$ Portanto $\lim_{x\to 2} (x^2-4x+5) = 1$

Dúvida

33) $\lim_{x\to 3} x^2 = 9$

Logo: $|x^2-9| < \varepsilon$ e $|x-3| < \delta$.

$\Rightarrow |(x+3)(x-3)| < \varepsilon$

$|x+3| \cdot |x-3| < \varepsilon$

Fazendo $c = |x+3| \Rightarrow |x-3| < \dfrac{\varepsilon}{c} \therefore \boxed{\delta = \dfrac{\varepsilon}{c}}$

Restringindo x a algum intervalo centrado em 3:

$|x-3| < 0{,}1 \Rightarrow 2{,}9 < x < 3{,}1 \Rightarrow 5{,}9 < x+3 < 6{,}1$

$\therefore |x+3| < 6{,}1$. Por fim $\boxed{\delta = \dfrac{\varepsilon}{6{,}1}}$

(34) $\lim_{x \to 3} x^2 = 9 \Rightarrow |x^2-9| < \varepsilon$ e $|x-3| < \delta$

- $9-\varepsilon < x^2 < 9+\varepsilon \Rightarrow \boxed{\sqrt{9-\varepsilon} < x < \sqrt{9+\varepsilon}}$

- $3-\delta < x < 3+\delta$ O maior delta possível satisfaz

$3+\delta = \sqrt{9+\varepsilon} \quad \therefore \boxed{\delta_{máx} = \sqrt{9+\varepsilon} - 3}$ //

Dúvida.

(37) Demonstrar $\lim_{x \to a} \sqrt{x} = \sqrt{a}$ $(a>0)$.

Existem $\varepsilon, \delta > 0$ (δ dependente de ε) tais que:

$|\sqrt{x} - \sqrt{a}| < \varepsilon$ e $|x-a| < \delta$

$\Rightarrow \dfrac{|x-a|}{\sqrt{x}+\sqrt{a}} < \varepsilon \quad \therefore |x-a| < \varepsilon(\sqrt{x}+\sqrt{a})$

Seja $\sqrt{x}+\sqrt{a} = K$. $\therefore \delta = K \cdot \varepsilon$. Restringindo $\sqrt{x}$ a algum intervalo centrado em $\sqrt{a}$. $|\sqrt{x}-\sqrt{a}| < b$ $\sqrt{a}-b < \sqrt{x} < \sqrt{a}+b$

$2\sqrt{a}-b < \sqrt{x}+\sqrt{a} < 2\sqrt{a}+b. \quad \therefore \boxed{|\sqrt{x}+\sqrt{a}| < 2\sqrt{a}+b}$ //

$\boxed{\therefore \delta = \varepsilon(2\sqrt{a}+b)}$ //