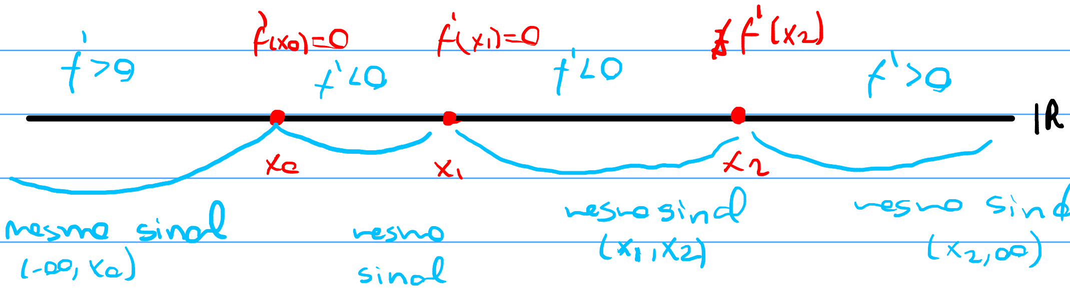
CLASSIFICAÇÃO DOS NÚMEROS CRÍTICOS

Suponha f' contínua em cada intervalo que não contenha os valores críticos ($f'(x)=0$ ou $\nexists f'(x)$).



- x_0 é máx local ($f'>0 \to f'<0$)
- x_1 não é nada
- x_2 é mín local ($f'<0 \to f'>0$)

TESTE DA SEGUNDA DERIVADA

x_0 é número crítico que anula $f'(x_0) \Rightarrow f'(x_0) = 0$.

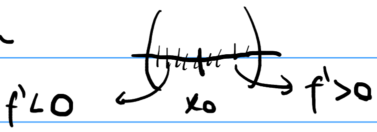
Existe $f''(x_0)$ e $f''(x_0) \neq 0$.

1º caso) $f''(x_0) > 0$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f'(x_0+h) - f'(x_0)}{h} = f''(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f'(x_0+h)}{h}. \text{ Logo,}$$

- $\dfrac{f'(x_0+h)}{h} > 0$, $\begin{cases} \text{para } h > 0, & f'(x_0+h) > 0. \\ \text{para } h < 0, & f'(x_0+h) < 0. \end{cases}$

Para uma vizinhança



Logo, $f' < 0 \rightarrow f' > 0$ e x_0 é ponto de mínimo local para $f''(x_0) > 0$

2º caso) $f''(x_0) < 0$

$f' > 0 \rightarrow f' < 0$, Logo x_0 é máximo local para $f''(x_0) < 0$

(Mesmo raciocínio do 1º caso).

(derivável)

Exemplo: Seja $y = f(x)$ definida implicitamente por $x^4 - xy + y^4 = 253$. Encontre os números críticos de $f(x)$ e classifique-os.

$$4x^3 - y - xy' + 4y^3y' = 0.$$

$$\boxed{y' = \frac{4x^3 - y}{x - 4y^3}}$$

Números críticos:

$y' = 0$ ou $\nexists\, y'$

Por hipótese não preciso verificar.

$\Rightarrow 4x^3 - y = 0 \; (=0)$ ou $x - 4y^3 = 0 \; (\nexists)$

$4x^3 = y$ ou $x = 4y^3$

1) $y = 4x^3 \Rightarrow x^4 - 4x^4 + 4^4x^{12} = 253$

$256x^{12} - 3x^4 - 253 = 0$

• $x^4 = t \Rightarrow 256t^3 - 3t - 253 = 0$

$t = 1$ é a única solução

$\therefore |x = \pm 1$; $y = \pm 4$ $\boxed{(1,4) \text{ e } (-1,-4).}$

máximo. mínimo.