LISTA 3

Seção 14.1: 1, 3, 7, 9, 17, 19, 21, 33, 35, 71

(1) $f(x,y) = \dfrac{x^2 y}{2x - y^2}$

a) $f(1,3) = \dfrac{1.3}{2-9} = -\dfrac{3}{7}$

b) $f(-2,-1) = \dfrac{4(-1)}{(-4)-1} = \dfrac{4}{5}$

c) $f(x+h,y) = \dfrac{(x+h)^2 y}{2(x+h) - y^2} = \dfrac{(x^2+2xh+h^2)y}{2x+2h-y^2} = \dfrac{x^2y + 2xyh + h^2y}{2x+2h-y^2}$

d) $f(x,x) = \dfrac{x^2 - x}{2x - x^2} = \dfrac{x(x-1)}{x(2-x)} = \dfrac{x-1}{2-x}, \; x \neq 0.$

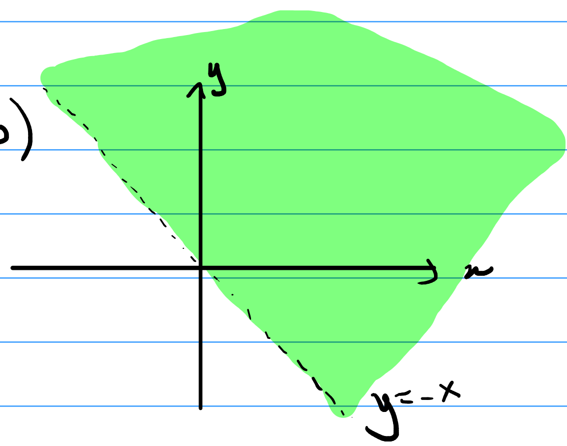
(3) $g(x,y) = x^2 \ln(x+y)$

a) $g(3,1) = 9 \ln 4$

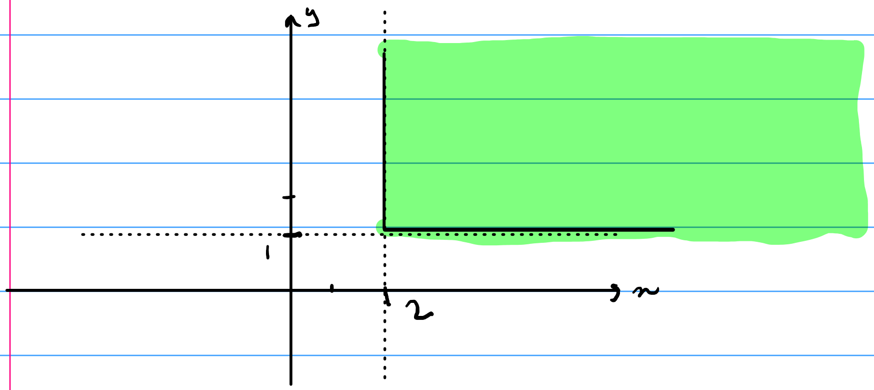
b) $D = \{(x,y) \mid x+y > 0\}$

c) $Im = \mathbb{R}$

b)



(7) $f(x,y) = \sqrt{x-2} + \sqrt{y-1} \Rightarrow Dom = \{(x,y) \mid x \geq 2 \wedge y \geq 1\}$.

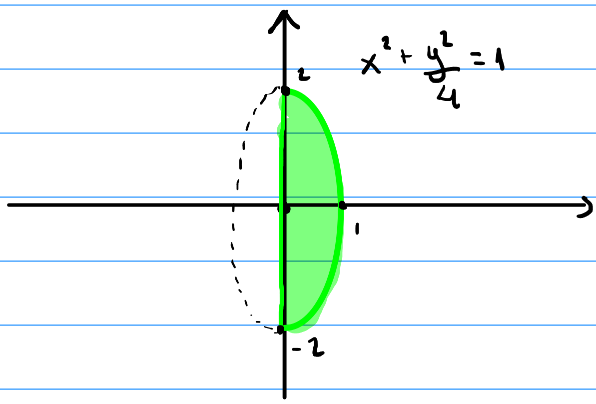


(9) $g(x,y) = \sqrt{x} + \sqrt{4 - 4x^2 - y^2}$

$\Rightarrow x \geq 0 \quad \wedge \quad 4 - 4x^2 - y^2 \geq 0$

$\Rightarrow \quad 4x^2 + y^2 \leq 4 \quad \Rightarrow \quad x^2 + y^2/4 \leq 1$.

$Dom = \{(x,y) \mid x^2 + y^2/4 \leq 1 \quad e \quad x \geq 0\}$.



(17) $S = f(w,h) = 0{,}0072 \cdot w^{0{,}425} \cdot h^{0{,}725}$

w = weight (Kg)

h = height (cm)

a) $f(73,178) = 1{,}9\,m^2$ (área da superfície do corpo de uma pessoa com 73kg e 1,78m de altura.

b) —

19

Velocidade do vento (km/h)

Temperatura real (°C)

T \ v	5	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80
5	4	3	2	1	1	0	−1	−1	−2	−2	−3
0	−2	−3	−4	−5	−6	−6	−7	−8	−9	−9	−10
−5	−7	−9	−11	−12	−12	−13	−14	−15	−16	−16	−17
−10	−13	−15	−17	−18	−19	−20	−21	−22	−23	−23	−24
−15	−19	−21	−23	−24	−25	−26	−27	−29	−30	−30	−31
−20	−24	−27	−29	−30	−32	−33	−34	−35	−36	−37	−38
−25	−30	−33	−35	−37	−38	−39	−41	−42	−43	−44	−45
−30	−36	−39	−41	−43	−44	−46	−48	−49	−50	−51	−52
−35	−41	−45	−48	−49	−51	−52	−54	−56	−57	−58	−60
−40	−47	−51	−54	−56	−57	−59	−61	−63	−64	−65	−67

$w = f(T, v)$

a) $f(-15, 40) = -27°C$

Uma temperatura -15°C com ventos de 40Km/h equivale a uma temperatura de -27°C sem ventos.

b) Para qual faixa de valores da velocidade dos ventos fazem a temperatura de -20°C ter a sensação térmica de -30°C?

Podemos pegar uma faixa 15Km/h-25Km/h. (mais exato seria uma vizinhança de 20Km/h).

c) Para qual faixa de temperaturas, juntamente com uma velocidade do vento de 20Km/h tem a sensação térmica de -49°C

Podemos pegar a faixa na vizinhança de -35°C.

d) Uma função da velocidade do vento que retornam uma sensação térmica para uma temperatura de -5°C.

e) Uma função da temperatura que retorna uma sensação térmica para uma velocidade do vento de 50km/h.

21

Duração (horas)

Velocidade do vento (km/h)

v \ t	5	10	15	20	30	40	50
20	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
30	1,2	1,3	1,5	1,5	1,5	1,6	1,6
40	1,5	2,2	2,4	2,5	2,7	2,8	2,8
60	2,8	4,0	4,9	5,2	5,5	5,8	5,9
80	4,3	6,4	7,7	8,6	9,5	10,1	10,2
100	5,8	8,9	11,0	12,2	13,8	14,7	15,3
120	7,4	11,3	14,4	16,6	19,0	20,5	21,1

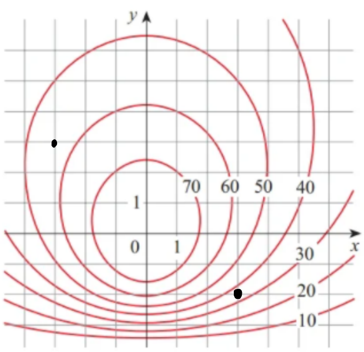
$h = f(v,t)$

a) $f(40,15) = 2{,}4$ m. ventos soprando a 40km/h por 15h em mar aberto produzem ondas de 2,4m de altura.

b) Uma função do tempo que retorna o tamanho das ondas quando ventos de 30km/h sopram em mar aberto.

c) Uma função dos ventos que retorna o tamanho das ondas quando incidem em mar aberto por 30h.

33

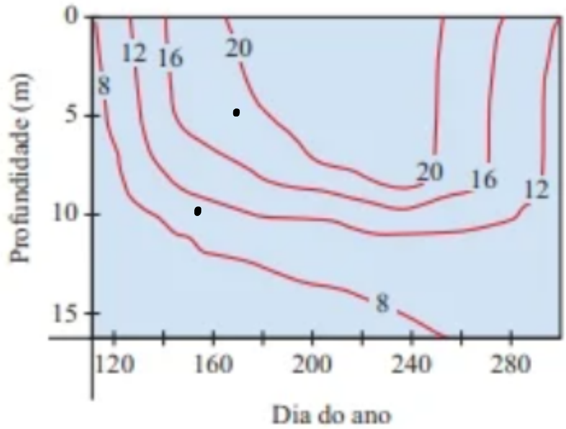


I) $f(-3,3) \approx 55$

II) $f(3,-2) \approx 36$

III) O gráfico possui cortes arredondados da função e há uma concentração no ponto $(0,-3)$, ou seja, nesse ponto a função é íngreme e quanto maior o y, maior o espaçamento dos cortes.

(35)



I) $f(160, 10) \approx 19$

II) $f(180, 5) \approx 18$

(71) a) Desloque o gráfico de $f(x,y)$ duas unidades para cima

b) Estique o gráfico 2 vezes na vertical

c) Inverta o gráfico em relação ao plano xy.

d) Inverta o gráfico em relação ao plano xy e desloque duas unidades para cima.

Seção 14.2: 1, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 31, 33, 41, 43, 45.

1) I) Nada

II) Se f é contínua: $\lim_{(x,y)\to(3,1)} f(x,y) = f(3,1) = 6$

5) $\lim_{(x,y)\to(3,2)} (x^2y^3 - 4y^2)$ ⇒ função polinomial ⇒ substituição direta. Logo, $\lim_{(x,y)\to(3,2)} (x^2y^3 - 4y^2) = 9.8 - 4.4 = 56$

7) $\lim_{(x,y)\to(-3,1)} \frac{x^2y - xy^3}{x-y+2}$ ⇒ O ponto $(-3,1)$ está no domínio ⇒ substituição direta

$\lim_{(x,y)\to(-3,1)} \frac{x^2y - xy^3}{x-y+2} = \frac{9.1-(-3).1}{(-3)-1+2} = \frac{12}{-2} = -6$

9) $\lim_{(x,y)\to(\pi,\pi/2)} y\,sen(x-y)$ ⇒ Ponto $(\pi, \pi/2)$ está no domínio

$\lim_{(x,y)\to(\pi,\pi/2)} y\,sen(x-y) = \frac{\pi}{2}\,sen\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi/2$

11) $\lim_{(x,y)\to(1,1)} \left(\frac{x^2y^3 - x^3y^2}{x^2-y^2}\right) = \lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{x^2y^2\cancel{(y-x)}}{-\cancel{(y-x)}(y+x)} = -\frac{1.1}{1+1} \boxed{= -\frac{1}{2}}$

13) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^2}{x^2+y^2} \Rightarrow$ $x=0 \Rightarrow y^2/y^2 = 1$

$y=0 \Rightarrow 0/x^2 = 0$

Caminhos diferentes deram resultados diferentes.

15) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} \Rightarrow$ $x=0$: $y^2/y^2 = 1$

$x=y$: $4x^2/2x^2 = 2$

Caminhos diferentes deram resultados diferentes.

17) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^2 \operatorname{sen}^2 x}{x^4+y^4} \Rightarrow$ $y=0$: $0/x^4 = 0$

$\Rightarrow$ $x=y$: $\operatorname{sen}^2 x/(2x^2) = 1/2$

limite fundamental

$\lim_{x\to0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} \cdot \lim_{x\to0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} \cdot \lim_{x\to0} \frac{1}{2}$

$= 1 \cdot 1 \cdot 1/2 = 1/2$

Caminhos diferentes deram resultados diferentes.

19) $\lim_{(x,y)\to(-1,-2)} (x^2y - xy^2+3)^3 \Rightarrow$ polinomial

$\Rightarrow (1.(-2) - (-1).4 + 3)^3 = (-2+4+3)^3 = 125$

(21) $\lim_{(x,y)\to(2,3)} \frac{3x-2y}{4x^2-y^2} = \frac{3.2-2.3}{4.4-9} = 0$

(23) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^2\cos y}{x^2+y^4} \Rightarrow x=y^2 \Rightarrow \lim_{y\to 0} \frac{y^4\cos y}{2y^4} = \frac{1}{2}$

$x=0 \Rightarrow \lim_{y\to 0} \frac{0}{x^2} = 0$

Caminhos diferentes deram resultados diferentes.

(25) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2+1}-1} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\cancel{(\sqrt{x^2+y^2+1}-1)}(\sqrt{x^2+y^2+1}+1)}{\cancel{(\sqrt{x^2+y^2+1}-1)}}$

$= \sqrt{0+0+1}+1 = 2$

(31) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} xy \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right)$

$\Rightarrow -xy \leq xy \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right) \leq xy$

$\lim_{(x,y)\to(0,0)}(-xy) \leq \lim_{(x,y)\to(0,0)} xy \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right) \leq \lim_{(x,y)\to(0,0)} xy$

$\lim_{(x,y)\to(0,0)} xy \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right) = 0.$

(33) $$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^4}{x^4+y^4}$$

$$-x \leq \frac{xy^4}{x^4+y^4} \leq x \quad \text{ou} \quad x \leq \frac{xy^4}{x^4+y^4} \leq -x$$

Mas $\lim_{x\to 0}(-x) = \lim_{x\to 0}(x) = 0$, Logo

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^4}{x^4+y^4} = 0$$

(41) $F(x,y) = \dfrac{xy}{1+e^{x-y}} \Rightarrow$ Como $e^{\alpha} \geq 0$, então

o domínio de $F(x,y)$ é $\mathbb{R}^2$

(43) $F(x,y) = \dfrac{1+x^2+y^2}{1-x^2-y^2} \Rightarrow x^2+y^2 \neq 1$

O Domínio é $D = \{(x,y) \mid x^2+y^2 \neq 1\}$

45 $G(x,y) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x^2-y^2}$

$\Rightarrow x \geq 0$ e $1 \geq x^2+y^2$

$D = \{(x,y) \mid x^2+y^2 \leq 1 \wedge x \geq 0\}$.