INTERSEÇÃO DE CIRCUNFERÊNCIAS:

Ex: $\begin{cases} C_1: x^2+y^2+4x-2y-5=0 \\ C_2: x^2+y^2-8x-8y+7=0. \end{cases}$

$C_1 \cap C_2$.

$C_1 - C_2 = 2x+y=2$.

Essa reta se chama EIXO RADICAL (reta perpendicular a reta que passa pelos centros das circunferências) e passa pelas interseções, se tiver, das circunferências.

Fazendo $ER \cap C_1$ (ou $ER \cap C_2$):

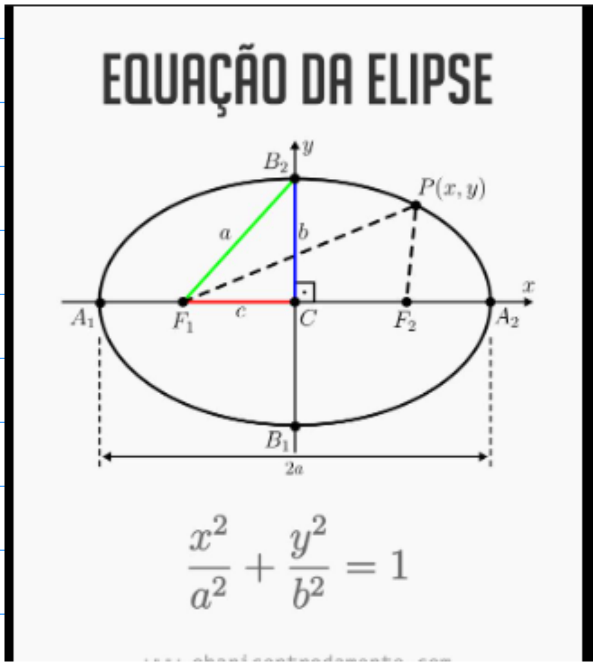
$y = 2-2x \Rightarrow x^2+(2-2x)^2+4x-2(2-2x)-5=0$

As raízes são $x = \pm 1$

Logo: pontos de encontro: $(1,0)$ e $(-1,4)$.

ELIPSE:

Sejam F e F' pontos fixos com FF' = 2c
Seja 2a > 2c
O conjunto dos pontos P tais que PF + PF' = 2a se chama elipse de focos F e F' e eixo maior 2a

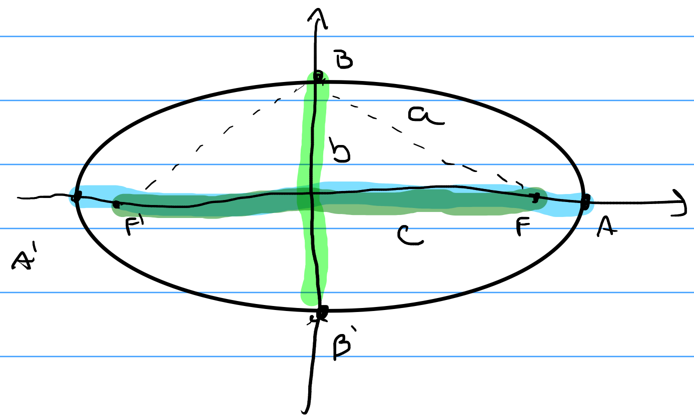


A elipse possui 2 eixos de simetria

Vamos criar uma elipse:

Faça dois pontos fixos F e F' e uma circunferência centrada em F com raio 2a (2a > 2c)
Tome um ponto C qualquer da circunferência, faça a mediatriz de CF' e marque o ponto de interseção da mediatriz com CF.

Todos esses pontos formam a elipse pois $PF = PC = PF' = a$.



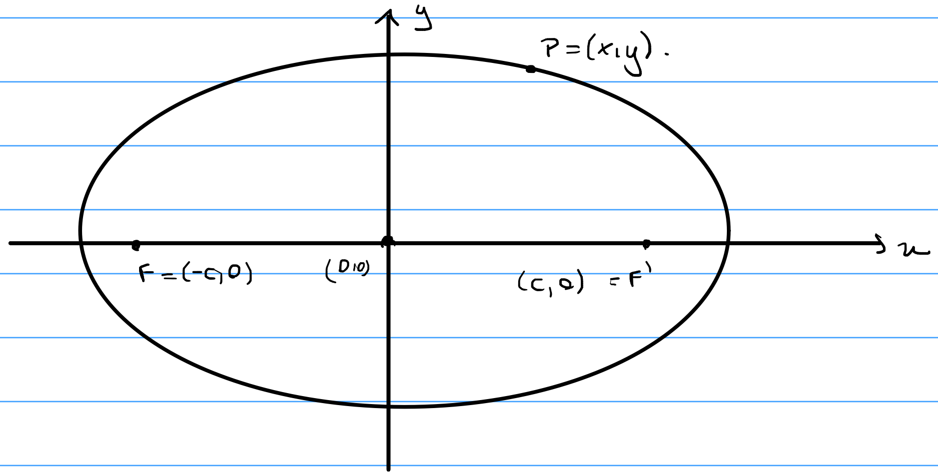
$AA' = 2a$ (eixo maior)
$FF' = 2c$ (eixo focal)
$BB' = 2b$ (eixo menor)

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

Chamamos excentricidade (e quão "achatada" ela é). $e = \frac{c}{a}$

Percebe que $0 < e < 1$. Quando e está próximo de 0, a elipse parece uma circunferência.

Vamos achar a equação da elipse:



$$PF = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}.$$
$$PF' = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

E $\quad PF + PF' = 2a$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$(x+c)^2 + \cancel{y^2} = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + \cancel{y^2}$$

$$\cancel{x^2} + 2xc + \cancel{c^2} = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + \cancel{x^2} - 2xc + \cancel{c^2}$$

$$\cancel{4}xc = \cancel{4}a^2 - \cancel{4}a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$
$$xc = a^2 - a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$
$$a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = a^2 - xc$$
$$a^2\left(x^2 - 2xc + c^2 + y^2\right) = a^4 - 2a^2xc + x^2c^2$$
$$a^2x^2 - \cancel{2xca^2} + a^2c^2 + a^2y^2 = a^4 - \cancel{2a^2xc} + x^2c^2$$

$$a^2x^2 + a^2c^2 + a^2y^2 = a^4 + x^2(a^2 - b^2) \qquad c^2 = a^2 - b^2$$

$$a^2x^2 + a^2c^2 + a^2y^2 = a^4 + x^2(a^2 - b^2)$$

$$\cancel{a^2x^2} + a^2(a^2 - b^2) + a^2y^2 = a^4 + \cancel{a^2x^2} - b^2x^2$$

$$-a^2b^2 + a^2y^2 = -b^2x^2$$

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$$

Se tiver centro $\neq (0,0)$

$$\boxed{\therefore \frac{(x - x_c)^2}{a^2} + \frac{(y - y_c)^2}{b^2} = 1}$$

a = semieixo maior
b = semieixo menor
c = semieixo focal

Aqui seria se $b > a$