Graduação FGV EMAp

Geometria analítica – **Lista 2**

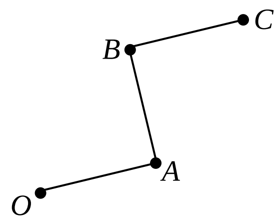
- Girando o vetor $u = (a,\ b)$ de 90° no sentido positivo obtemos o vetor $v = (-b,\ a)$.
- A reta r passa pelo ponto P_0 e é paralela ao vetor v. A equação vetorial de r é $P = P_0 + tv$, $P \in r$.
- Toda reta possui equação da forma $ax + by = c$ sendo $n = (a,\ b)$ um vetor perpendicular à essa reta. (*equação cartesiana*)
- Toda reta não vertical possui equação da forma $y = mx + p$ onde m é a tangente do ângulo que o eixo X forma com a reta. (*equação reduzida*)

Exercícios

1) Os pontos $A = (1,\ 2)$ e $C = (11,\ 6)$ são vértices opostos do quadrado *ABCD*. Determine os outros dois vértices.

2) Dado $A = (3,\ -1)$ determine o ponto *B* que possui coordenadas iguais sabendo que o ângulo *OAB* é reto.

3) Na figura ao lado os segmentos *OA*, *AB* e *BC* têm mesmo comprimento e os ângulos *OAB* e *ABC* são retos.
Se $A = (3,\ 1)$, determine o ponto *C*.



4) Dados $A = (2,\ -1)$ e $B = (4,\ 3)$ determine um ponto *P* do eixo *X* de forma que o ângulo *APB* seja reto.

5) Determine as equações paramétricas, cartesiana e reduzida da reta que passa pelo ponto $(2,\ 3)$ e é paralela ao vetor $(4,\ -1)$.

6) A reta *r* passa pelos pontos $(-2,\ 11)$ e $(6,\ -9)$.
a) Determine os pontos onde *r* corta os eixos.
b) Qual é o coeficiente angular da reta *r*?

7) A reta *r* passa pelo ponto $(2,\ 4)$ e tem coeficiente angular ½. A reta *r* e as retas $y = 0$, $x = 0$ e $x = 8$ delimitam um trapézio. Calcule a área desse trapézio.

8) Determine a interseção dos pares de retas:

a) $x + y = 1$ e $2x - y = 2$.

b) $4x - 6y = 5$ e $-6x + 9y = 8$

c) $7x - 4y = 9$ e $5x - 3y = 8$

9) Dada a reta $r: 2x + 3y = 5$ determine:

a) a reta *s*, paralela a *r* que contém o ponto $(-1, 4)$.

b) a reta *t*, perpendicular a *r* que contém o ponto $(5, 4)$.

10) Considere as retas $2x - 5y = 1$ e $3x + ky = 2$. Determine o valor de *k* para que essas retas sejam:

a) paralelas.

b) perpendiculares.

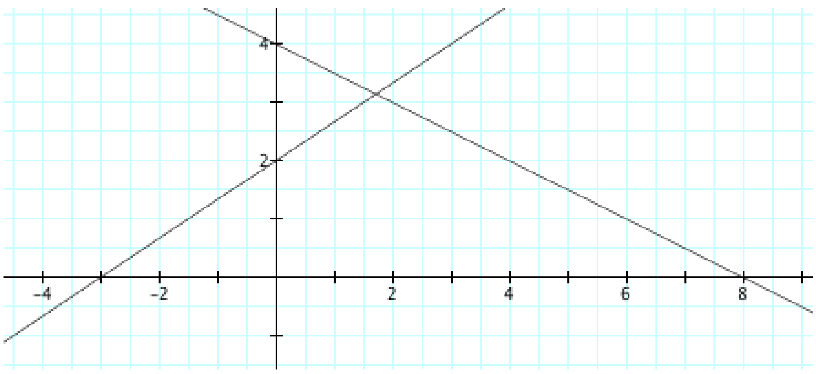
11) A reta *r* passa pelo ponto $A = (1, -2)$ e é paralela ao vetor $v = (3, 1)$. Determine o ponto de *r* mais próximo do ponto $B = (6, 3)$.

12) Dados os pontos $A = (4, 7)$ e $B = (8, 1)$ determine a equação da reta que passa pela origem e é equidistante de *A* e *B*.

13) Dados os pontos $A = (7, 4)$ e $B = (-1, -2)$, determine a equação da mediatriz do segmento *AB*.

14) Determine o ponto da reta $-x + 2y = 6$ que é equidistante dos pontos $(0, 2)$ e $(4, 0)$.

15) Determine o ponto de interseção das retas da figura a seguir.



Para os exercícios 15 e 16:

São dados os pontos $A = (4, 8)$, $B = (1, 0)$, $C = (7, 3)$ e $D = (5, 0)$.

16) a) Encontre as equações paramétricas da reta *BC*.

b) Encontre um ponto *P* da reta *BC* cuja distância ao ponto *D* é igual a 10.

17) Determine o pé da perpendicular traçada de *A* à reta *BC*.

18) Determine o ponto da reta $x + 2y = 3$ mais próximo do ponto (7, 3).

19) Uma reta *r* passa pelo ponto $(3,\ 3)$ e determina com os eixos, e no primeiro quadrante, um triângulo de área 24. Determine a equação dessa reta.

Demonstração

20) Sejam $A = (a,\ 0)$, $B = (-a,\ 0)$ e *P* um ponto da circunferência $x^2 + y^2 = a^2$ distinto de *A* e *B*. Prove que o ângulo *APB* é reto.

21) Prove que as três alturas de um triângulo cortam-se em um mesmo ponto (ortocentro).
Sugestão: Dado um triângulo, sempre é possível escolher um sistema de coordenadas de forma que os vértices sejam $(a,\ 0)$, $(b,\ 0)$ e $(0,\ c)$.

22) Recentemente foi descoberto um manuscrito do pirata Barba Negra descrevendo a localização de um tesouro enterrado por ele em certa ilha do Caribe. O manuscrito identifica perfeitamente a ilha e dá as seguintes instruções:

“...qualquer um que desembarque sesta ilha verá imediatamente dois grandes carvalhos que chamarei *A* e *B* e uma palmeira, que chamarei *C*. Eu enterrei o tesouro em um ponto *X* que pode ser encontrado da seguinte forma.
Caminhe de *C* para *A* contando seus passos. Chegando em *A*, vire para a esquerda e dê exatamente o mesmo número de passos para chegar ao ponto *M*.
Volte ao ponto *C*.
Caminhe de *C* para *B* contando seus passos. Chegando em *B*, vire para a direita e dê exatamente o mesmo número de passos para chegar ao ponto *N*.
O ponto *X* está na reta que liga *M* a *N*, e a mesma distância desses dois pontos.”

Com essas informações os exploradores chegaram à referida ilha, mas tiveram uma desagradável surpresa. Os carvalhos (*A* e *B*) lá estavam, mas a palmeira (*C*) tinha desaparecido completamente. O tesouro estava perdido.

Mostre que ainda assim é possível encontrar o tesouro.

Respostas

1) $(4,\ 9)$ e $(8,\ -1)$

2) B = (5, 5)

3) C = (5, 5)

4) (1, 0) ou (5, 0)

5) $\begin{cases} x = 2+4t \\ y = 3-t \end{cases}$ $\qquad x+4y=14$ $\qquad$ e $\qquad y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{7}{2}$

6) a) $(\frac{12}{5},\ 0)$ e $(0,\ 6)$ b) $-5/2$

7) 40

8) a) (1, 0) b) não há c) $(-5,\ -11)$

9) a) $2x+3y=10$ b) $3x-2y=7$

10) a) $-15/2$ b) $6/5$

11) P = (7, 0)

12) $2x-3y=0$

13) $4x+3y=15$

14) (4, 5)

15) a) $(1+2t,\ t)$ b) (13, 6), $(-\frac{23}{5},-\frac{14}{5})$

16) $(\frac{12}{7},\ \frac{22}{7})$

17) $P=(\frac{33}{5},\ \frac{14}{5})$

18) $(5,\ -1)$

19) $3x+y=12$ ou $x+3y=12$