

1) O arquivo FIFA_2019_2022.csv contém a lista de arestas correspondentes a alguns jogos de seleções da FIFA. A rede correspondente é direcionada e as arestas tem pesos. Uma aresta indo de A até B significa que A perdeu de B e o peso é a importância daquele jogo (jogos amistosos têm pesos menores do que jogos de copa do mundo). Construa a rede a partir da lista de arestas dada e calcule:

- a) O número de componente conexas.
- b) O grau ponderado médio.
- c) O diâmetro da rede.
- d) Os 10 nós com maior centralidade por grau.
- e) Os 10 nós com maior centralidade por Page Rank (com parâmetro 0.85).

2) a) Crie uma rede aleatória com 1000 nós e calcule seu coeficiente de agrupamento (clustering) médio.

b) O coeficiente de agrupamento de uma rede aleatória é compatível com o coeficiente de agrupamento que esperamos encontrar em uma rede social, como Instagram?

3) Considere uma rede de N nós vermelhos e N nós azuis. A probabilidade de haver um link entre nós de cor idêntica é p e a probabilidade de haver um link entre nós de cores diferentes é q . Uma rede é esnobe se $p > q$, capturando uma tendência de se conectar a nós da mesma cor. Para $q = 0$, a rede tem pelo menos dois componentes, contendo nós com a mesma cor.

a) Calcule o grau médio da sub-rede "azul" composta apenas por nós azuis e o grau médio na rede completa.

b) Determine os valores mínimos de p e q necessários para ter, com alta probabilidade, apenas um componente.

c) Mostre que para grandes N , mesmo redes muito esnobes ($p \gg q$) exibem a propriedade de pequeno mundo.

4) A distribuição de grau p_k expressa a probabilidade de que um nó selecionado aleatoriamente tenha k vizinhos. No entanto, se selecionarmos aleatoriamente um link, a probabilidade de que um nó em uma de suas extremidades tenha grau k é $q_k = A p_k$, onde A é um fator de normalização.

a) Encontre o fator de normalização A , assumindo que a rede tem uma distribuição de grau em lei de potência com $2 < \gamma < 3$, com grau mínimo k_{min} e grau máximo k_{max} .

b) Calcule o grau médio dos vizinhos de um nó escolhido aleatoriamente em uma rede com $N = 10^4$, $\gamma = 2.3$, $k_{min} = 1$ e $k_{max} = 1000$. Compare o resultado com o grau médio da rede, $\langle k \rangle$.

c) Como você pode explicar o "paradoxo" do item (b), ou seja, os amigos de um nó têm mais amigos do que o próprio nó?