# Контрольная работа № 1 по ТВ и МС [2016–2017]

Ф. И. О.

**Задача 1.** Из семей, имеющих двоих разновозрастных детей, случайным образом выбирается одна семья. Известно, что в семье есть девочка (событие $A$).

(a) Какова вероятность того, что в семье есть мальчик (событие $B$)?

(b) Сформулируйте определение независимости событий и проверьте, являются ли события $A$ и $B$ независимыми?

**Задача 2.** Система состоит из $N$ независимых узлов. При выходе из строя хотя бы одного узла, система дает сбой. Вероятность выхода из строя любого из узлов равна 0.000001. Вычислите максимально возможное число узлов системы, при котором вероятность её сбоя не превышает 0.01.

**Задача 3.** Исследование состояния здоровья населения в шахтерском регионе «Великокротовск» за пятилетний период показало, что из всех людей с диагностированным заболеванием легких, 22% работало на шахтах. Из тех, у кого не было диагностировано заболевание легких, только 14% работало на шахтах. Заболевание легких было диагностировано у 4% населения региона.

(a) Какой процент людей среди тех, кто работал в шахте, составляют люди с диагностированным заболеванием легких?

(b) Какой процент людей среди тех, кто НЕ работал в шахте, составляют люди с диагностированным заболеванием легких?

**Задача 4.** Студент Петя выполняет тест (множественного выбора) проставлением ответов наугад. В тесте 17 вопросов, в каждом из которых пять вариантов ответов и только один из них правильный. Оценка по десятибалльной шкале формируется следующим образом:

$$\text{Оценка} = \begin{cases} \text{ЧПО} - 7, & \text{если ЧПО} \in [8;\ 17], \\ 1, & \text{если ЧПО} \in [0;\ 7], \end{cases}$$

где ЧПО означает число правильных ответов.

(a) Найдите наиболее вероятное число правильных ответов.

(b) Найдите математическое ожидание и дисперсию числа правильных ответов.

(c) Найдите вероятность того, что Петя получит «отлично» (по десятибалльной шкале получит 8, 9 или 10 баллов).

Студент Вася также выполняет тест проставлением ответов наугад.

(d) Найдите вероятность того, что все ответы Пети и Васи совпадут.

**Задача 5.** Продавец высокотехнологичного оборудования контактирует с одним или двумя потенциальными покупателями в день с вероятностями 1/3 и 2/3 соответственно. Каждый контакт заканчивается «ничем» с вероятностью 0.9 и покупкой оборудования на сумму в 50 000 у. е. с вероятностью 0.1. Пусть $\xi$ — случайная величина, означающая объем дневных продаж в у. е.

(a) Вычислите $\mathbb{P}(\{\xi = 0\})$.

(b) Сформулируйте определение функции распределения и постройте функцию распределения случайной величины $\xi$.

(c) Вычислите математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\xi$.

**Задача 6.** Интервал движения поездов метро фиксирован и равен $b$ минут, т. е. каждый следующий поезд появляется после предыдущего ровно через $b$ минут. Пассажир приходит на станцию в случайный момент времени. Пусть случайная величина $\xi$, означающая время ожидания поезда, имеет равномерное распределение на отрезке $[0; b]$.

(a) Запишите плотность распределения случайной величины $\xi$.

(b) Найдите константу $b$, если известно, что в среднем пассажиру приходится ждать поезда одну минуту, т. е. $\mathbb{E}[\xi] = 1$.

(c) Вычислите дисперсию случайной величины $\xi$.

(d) Найдите вероятность того, что пассажир будет ждать поезд менее одной минуты.

(e) Найдите квантиль порядка 0.25 распределения случайной величины $\xi$.

(f) Найдите центральный момент порядка 2017 случайной величины $\xi$.

(g) Постройте функцию распределения случайной величины $\xi$.

Марья Ивановна из суеверия всегда пропускает два поезда и садится в третий.

(h) Найдите математическое ожидание и дисперсию времени, затрачиваемого Марьей Ивановной на ожидание «своего» поезда.

Глафира Петровна не садится в поезд, если видит в нем подозрительного человека. Подозрительные люди встречаются в трех из четырех поездах.

(i) Найдите вероятность того, что Глафире Петровне придется ждать не менее пяти минут, чтобы уехать со станции.

(j) Найдите математическое ожидание времени ожидания «своего» поезда для Глафиры Петровны.

**Бонусная задача 7.** На первом этаже десятиэтажного дома в лифт заходят 9 человек. Найдите математическое ожидание числа остановок лифта, если люди выходят из лифта независимо друг от друга.

(1) $\Omega = \{(М,М), (М,Д), (Д,М), (Д,Д)\}$,

$\mathcal{F}$ — система всех подмножеств в $\Omega$,

$\mathbb{P}(\{(М,М)\}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$, $\mathbb{P}(\{М,Д\}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$,

$\mathbb{P}(\{(Д,Д)\}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$, $\mathbb{P}(\{(Д,Д)\}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$A = \{$„в семье есть девочка"$\} =$

$= \{(М,Д), (Д,М), (Д,Д)\}$,

$B = \{$„в семье есть мальчик"$\} =$

$= \{(М,М), (М,Д), (Д,М)\}$

(a) $\mathbb{P}(B \mid A) = \dfrac{\mathbb{P}(B \cap A)}{\mathbb{P}(A)} = \dfrac{\mathbb{P}(\{(М,Д), (Д,М)\})}{\mathbb{P}(A)} =$

$= \dfrac{2/4}{3/4} = \dfrac{2}{3}$.

(b) Соб. $A$ и $B$ наз независимыми, если $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$.

В нашем случае:

$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(\{(М,Д), (Д,М)\}) = \frac{2}{4}$,

$\mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$

следовательно,

$\mathbb{P}(A \cap B) \neq \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$,

значит, соб $A$ и $B$ не являются независимыми.

② $A_i := \{$„$i$-ый узел системы дал сбой"$\}$, $i = 1, \dots, N$;

$B_N := \{$„система дала сбой"$\} =$

$$= \bigcup_{i=1}^{N} A_i ;$$

$$\mathbb{P}(A_i) = \frac{1}{10^6}, \quad i = 1, \dots, N;$$

требуется найти такое максимальное $N \in \mathbb{N}$, при котором

$$\boxed{\mathbb{P}(B_N) \le \frac{1}{10^2}}.$$

$$\mathbb{P}(B_N) = \mathbb{P}\Big(\bigcup_{i=1}^{N} A_i\Big) = 1 - \mathbb{P}\Big(\Big(\bigcup_{i=1}^{N} A_i\Big)^c\Big) =$$

$$\overset{\text{формула де Моргана}}{=} 1 - \mathbb{P}\Big(\bigcap_{i=1}^{N} A_i^c\Big) \overset{A_1, \dots, A_N - \text{независ}}{=}$$

$$= 1 - \mathbb{P}(A_1^c) \cdot \ldots \cdot \mathbb{P}(A_N^c) =$$

$$= 1 - \Big(1 - \frac{1}{10^6}\Big)^N.$$

Итак, треб найти такое макс $N \in \mathbb{N}$, при котором

$$1 - \Big(1 - \frac{1}{10^6}\Big)^N \le \frac{1}{10^2}.$$

имеем

$$1-\left(1-\frac{1}{10^6}\right)^N \le \frac{1}{10^2} \iff$$

$$\iff 1-\frac{1}{10^2} \le \left(1-\frac{1}{10^6}\right)^N \iff$$

$$\iff \ln\left(1-\frac{1}{10^2}\right) \le N \underbrace{\ln\left(1-\frac{1}{10^6}\right)}_{<0} \iff$$

$$\iff N \le \frac{\ln\left(1-\frac{1}{10^2}\right)}{\ln\left(1-\frac{1}{10^6}\right)} \approx 10050.33$$

$$\Rightarrow N = 10050.$$

$$\boxed{\text{Ответ: } N = 10050}$$

③ $A = \{$„заболевание лёгких"$\}$

$B = \{$„работал в шахте"$\}$

$\mathbb{P}(B|A) = 0.22,$

$\mathbb{P}(B|A^c) = 0.14,$

$\mathbb{P}(A) = 0.04.$

(a) $\mathbb{P}(A|B) = ?$

$$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(B|A)\cdot\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B|A^c)\cdot\mathbb{P}(A^c) =$$

$$= 0.22 \times 0.04 + 0.14 \times 0.96 = 0.1432$$

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A\cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(B\cap A)}{\mathbb{P}(A)}\cdot\frac{\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)} =$$

$$= \mathbb{P}(B|A)\cdot\frac{\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)} = 0.22 \times \frac{0.04}{0.1432} \approx$$

$$\approx 0.0615$$

(в) $\mathbb{P}(A|B^c) = ?$

$$\mathbb{P}(A|B^c) = \frac{\mathbb{P}(A\cap B^c)}{\mathbb{P}(B^c)} = \frac{\mathbb{P}(B^c\cap A)}{\mathbb{P}(A)}\cdot\frac{\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B^c)} =$$

$$= \mathbb{P}(B^c|A)\cdot\frac{\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B^c)} =$$

$$= \left(1-\mathbb{P}(B^c|A)\right)\cdot\frac{\mathbb{P}(A)}{1-\mathbb{P}(B)} =$$

$$= (1-0.22)\times\frac{0.04}{1-0.1432} \approx 0.0364.$$

Ответ: (a) $\mathbb{P}(A|B) \approx 0.0615$

(в) $\mathbb{P}(A|B^c) \approx 0.0364.$

④ $X_i := \begin{cases} 1, & \text{если на } i\text{-ый вопрос теста Петя дал верный ответ,} \\ 0, & \text{в пр. случае,} \end{cases}$

$i = 1, \ldots, 17;$

$X_i \sim Be(p = 1/5);$

$X_1, \ldots, X_{17}$ — независимы;

$X := X_1 + \ldots + X_{17}$ — общее число верных ответов,

$X \sim Bi(n = 17, p = 1/5);$

(а) Наиболее вероятное число правильных ответов $m_0$ может быть найдено по формуле:

1) если число $(n \cdot p - q)$ — не целое, где $q := 1 - p$, то

$\boxed{m_0 = [np - q] + 1}$, (*)

2) если число $(n \cdot p - q)$ — целое, то наиболее вероятных значений $m_0$ два:

$\boxed{m_0' = np - q \quad \text{и} \quad m_0'' = np - q + 1.}$ (**)

Итак, поскольку $n \cdot p - q = 17 \times \frac{1}{5} - \frac{4}{5} = \frac{13}{5} = 2.6$ — не целое, наиболее вероятное число верных ответов $m_0$ может быть найдено по формуле (*):

$m_0 = [np - q] + 1 = [2.6] + 1 = 3.$

(b) $\mathbb{E}[X] = np = 17 \times \frac{1}{5} = \frac{17}{5} = 3.4$

$D(X) = npq = 17 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = 2.72$

(c) $\mathbb{P}(\{$„Петя получит „отлично""$\}) =$

$= \mathbb{P}(\{X \geq 15\}) =$

$= \mathbb{P}(\{X = 15\}) + \mathbb{P}(\{X = 16\}) + \mathbb{P}(\{X \geq 17\}) =$

$= C_{17}^{15} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{15} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{2} + C_{17}^{16} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{16} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{1} +$

$+ C_{17}^{17} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{17} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{0} =$

$= 136 \times \frac{16}{5^{17}} + 17 \times \frac{4}{5^{17}} + \frac{1}{5^{17}} \approx$

$\approx 2.94 \times 10^{-9}$

(d) Обозначим:

$Y_i$ — номер ответа на $i$-ый вопрос, который дал Петя ($Y_i$ может равняться 1, 2, 3, 4 или 5)

$Z_i$ — номер ответа на $i$-ый вопрос, который дал Вася ($Z_i$ может равняться 1, 2, 3, 4 или 5)

Найдем вероятность $\mathbb{P}(\{Y_i = Z_i\})$.
Воспользуемся ф-лой полной вер-ти

$$\mathbb{P}(\{Y_i = Z_i\}) = \mathbb{P}(\{Y_i = Z_i\} | \{Z_i = 1\}) \cdot \mathbb{P}(\{Z_i = 1\}) + \ldots + \mathbb{P}(\{Y_i = Z_i\} | \{Z_i = 5\}) \cdot \mathbb{P}(\{Z_i = 5\}). \quad (***)$$

Найдем вероятность

$$\mathbb{P}(\{Y_i = Z_i\} | \{Z_i = 1\}) = \frac{\mathbb{P}(\{Y_i = Z_i\} \cap \{Z_i = 1\})}{\mathbb{P}(\{Z_i = 1\})} =$$

$$= \frac{\mathbb{P}(\{Y_i = 1\} \cap \{Z_i = 1\})}{\mathbb{P}(\{Z_i = 1\})} \underset{=}{\overset{Y_i \text{ и } Z_i - \text{нез}}{}}$$

$$= \frac{\mathbb{P}(\{Y_i = 1\}) \cdot \cancel{\mathbb{P}(\{Z_i = 1\})}}{\cancel{\mathbb{P}(\{Z_i = 1\})}} = \mathbb{P}(\{Y_i = 1\}).$$

Действуя аналогично, получаем, что

$$\mathbb{P}(\{Y_i = Z_i\} | \{Z_i = 2\}) = \mathbb{P}(\{Y_i = 2\}),$$

$$\mathbb{P}(\{Y_i = Z_i\} | \{Z_i = 5\}) = \mathbb{P}(\{Y_i = 5\}).$$

Подставив полученные вер-ти $\mathbb{P}(\{Y_i = Z_i\} | \{Z_i = 1\}), \ldots, \mathbb{P}(\{Y_i = Z_i\} | \{Z_i = 5\})$ в ф-лу $(***)$, приходим к выражению:

$$\mathbb{P}(\{Y_i = Z_i\}) = \mathbb{P}(\{Y_i = 1\}) \cdot \mathbb{P}(\{Z_i = 1\}) + \ldots + \mathbb{P}(\{Y_i = 5\}) \cdot \mathbb{P}(\{Z_i = 5\}) =$$

$$= \underbrace{\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} + \ldots + \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}}_{5 \text{ раз}} = \cancel{5} \times \cancel{\frac{1}{5}} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5}.$$

$\mathbb{P}(\{$„ответы Пети и Васи на все вопросы совпадают"$\}) =$

$= \mathbb{P}(\{Y_1 = Z_1\} \cap \ldots \cap \{Y_{17} = Z_{17}\}) \underset{=}{\overset{[Y_1, \ldots Y_{17}, Z_1, \ldots Z]}{}}$ – независ

$= \mathbb{P}(\{Y_1 = Z_1\}) \cdot \ldots \cdot \mathbb{P}(\{Y_{17} = Z_{17}\}) =$

$= \left(\frac{1}{5}\right)^{17}.$

Ответ: (a) $m_0 = 3$,

(в) $\mathbb{E}[X] = 17/5 = 3.4$, $D(X) = \frac{17 \times 4}{25} = 2.72$,

(c) $\mathbb{P}(\{$„Петя получил „отл""$\}) =$

$= \frac{136 \times 16 + 17 \times 4 + 1}{5^{17}} \approx 2.94 \times 10^{-9}$,

(d) $\mathbb{P}(\{$„Ответы Пети и Васи на все вопросы совпадают"$\}) = \frac{1}{5^{17}}$.

(5) Введем случ. вел. $\eta$, которая означает число потенциальных покупателей, с которыми контактировал продавец оборуд. По усл. зад. $\eta$ имеет табл. расп.:

| $\eta$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $P_\eta$ | 1/3 | 2/3 |

Сл. вел. $\xi$ мож. прин. знач. 0, 50000 и 100000.

(а) Найдем $\mathbb{P}(\{\xi=0\})$. По ф-ле полной вер-ти имеем:

$$\mathbb{P}(\{\xi=0\}) = \underbrace{\mathbb{P}(\{\xi=0\}\mid\{\eta=1\})}_{=0.9} \cdot \underbrace{\mathbb{P}(\{\eta=1\})}_{=1/3} +$$

$$+ \underbrace{\mathbb{P}(\{\xi=0\}\mid\{\eta=2\})}_{=0.9\times 0.9} \cdot \underbrace{\mathbb{P}(\{\eta=2\})}_{=2/3} = 0.84.$$

(в) Найдем $\mathbb{P}(\{\xi=50000\})$ и $\mathbb{P}(\{\xi=100000\})$:

$$\mathbb{P}(\{\xi=50000\}) = \underbrace{\mathbb{P}(\{\xi=50000\}\mid\{\eta=1\})}_{=0.1} \cdot \underbrace{\mathbb{P}(\{\eta=1\})}_{=1/3} +$$

$$+ \underbrace{\mathbb{P}(\{\xi=50000\}\mid\{\eta=2\})}_{=2\times 0.1\times 0.9} \cdot \underbrace{\mathbb{P}(\{\eta=2\})}_{=2/3} = 0.15(3);$$

$$\mathbb{P}(\{\xi=100000\}) = \underbrace{\mathbb{P}(\{\xi=100000\}\mid\{\eta=1\})}_{=0} \cdot \underbrace{\mathbb{P}(\{\eta=1\})}_{=1/3} +$$

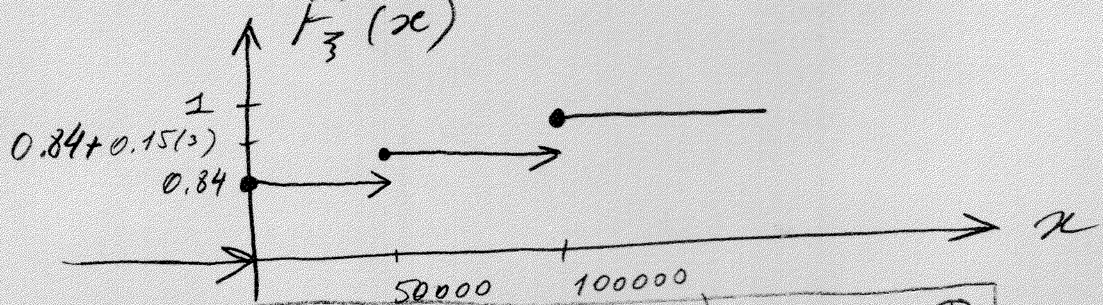
$$+ \underbrace{\mathbb{P}(\{\xi=100000\}\mid\{\eta=2\})}_{=0.1\times 0.1} \cdot \underbrace{\mathbb{P}(\{\eta=2\})}_{=2/3} = 0.00(6)$$

Табл. распр. сл. вел. $\xi$ имеет вид:

| $\xi$ | 0 | 50000 | 100000 |
|---|---|---|---|
| $\mathbb{P}_\xi$ | 0.84 | 0.15(3) | 0.00(6) |

Стало быть ф-ия распр сл. вел $\xi$ имеет вид:

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x < 0, \\ 0.84 \text{ при } 0 \le x < 50000, \\ 0.84 + 0.15(3) \text{ при } 50000 \le x < 100000, \\ 1 \text{ при } x > 100000 \end{cases}$$




$\boxed{\text{Опр. } F_\xi(x) = \mathbb{P}(\{\xi \le x\}),\ x \in \mathbb{R}}$

(c) $\mathbb{E}[X] = 0 \times 0.84 + 50000 \times 0.15(3) + 100000 \times 0.00(6) =$

$= 8333.(3)$

$$D(X) = (0 - 8333.(3))^2 \times 0.84 +$$
$$+ (50000 - 8333.(3))^2 \times 0,15(3) +$$
$$+ (10000 - 8333.(3))^2 \times 0.00(6) =$$
$$= 380555555.(5)$$

Ответ:

(a) $\mathbb{P}(\{\xi = 0\}) = 0.84$,

(b) $F_\xi(x) = \mathbb{P}(\{\xi \le x\})$, $x \in \mathbb{R}$, — ф-ия распр сл вел $\xi$,

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x < 0 \\ 0.84 \text{ при } 0 \le x < 50000, \\ 0.84 + 0.15(3) \text{ при } 50000 \le x < 100000, \\ 1 \text{ при } x \ge 100000. \end{cases}$$

(c) $\mathbb{E}[X] = 8333.(3)$,

$D(X) = 380555555.(5)$.

(6) (a) $f_\xi(x) = \begin{cases} \frac{1}{b} & \text{при } x \in [0; b], \\ 0 & \text{при } x \notin [0; b]. \end{cases}$

(b) Известно, что если $\xi \sim U[a; b]$, то $\mathbb{E}[\xi] = \frac{a+b}{2}$

Стало быть, из уравнения

$$\mathbb{E}[\xi] = 1$$

получаем

$$\frac{b}{2} = 1,$$

т.е. $b = 2$.

(c) Известно, что если $\xi \sim U[a; b]$, то $D(\xi) = \frac{(b-a)^2}{12}$. Значит,

$$D(\xi) = \frac{2^2}{12} = \frac{1}{3}$$

(d) Воспользуемся ф-лой:

$$\boxed{\mathbb{P}(\{\xi \in B\}) = \int_B f_\xi(x)\,dx}$$

имеем:

$\mathbb{P}(\{\xi > 1\}) = \mathbb{P}(\{\xi \in (1, +\infty)\}) =$

$= \int_1^{+\infty} f_\xi(x)\,dx = \int_1^2 \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}$.

(e) Треб. найти такое минимальное число $q_{0.25}$, что $\int_{-\infty}^{q_{0.25}} f_\xi(x)\,dx = 0.25$.

Итак

$$\int_{-\infty}^{q_{0.25}} f_\xi(x)\,dx = 0.25 \Leftrightarrow \int_0^{q_{0.25}} \frac{1}{2}\,dx = 0.25 \Leftrightarrow$$

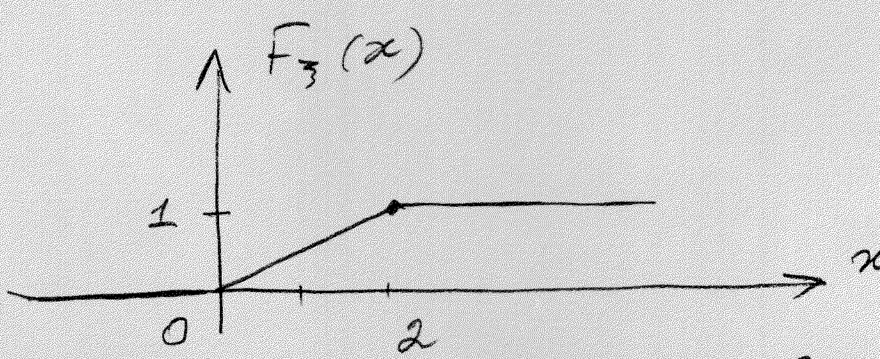
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot q_{0.25} = 0.25 \Leftrightarrow q_{0.25} = 2\times 0.25 = 0.5.$$

(f) $$\mathbb{E}\left[(\xi-\mathbb{E}\xi)^{2017}\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mathbb{E}\xi)^{2017}\cdot f_\xi(x)\,dx =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} (x-1)^{2017}\cdot f_\xi(x)\,dx = \int_0^2 (x-1)^{2017}\cdot\frac{1}{2}\,dx =$$

$$= \frac{(x-1)^{2018}}{2018}\cdot\frac{1}{2}\Bigg|_{x=0}^{x=2} = 0$$

(g)




$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x<0, \\ \dfrac{x}{2} & \text{при } 0\le x\le 2, \\ 1 & \text{при } x>2. \end{cases}$$

(h) Согласно условиям задачи, время до прихода 1-го поезда есть $\xi$; время до прих 2-го поезда равно $\xi+в$, время до прих 3-его (заветного) поезда есть $\xi+2в$. Таким образом, Марья Ивановна в среднем ожидает „своего" поезда $\mathbb{E}[\xi+2в] = 1+2в = 1+2\times 2 = 5$ мин. При этом $D(\xi+2в) = D(\xi) = 1/3$.

Пусть $\tau$ — наименьший номер поезда без „подозрительных лиц". По усл задачи табл распр сл. вел. $\tau$ имеет вид

| $\tau$ | 1 | 2 | 3 | 4 | … |
|---|---|---|---|---|---|
| $P_\tau$ | $1/4$ | $3/4 \cdot 1/4$ | $(3/4)^2 \cdot 1/4$ | $(3/4)^3 \cdot 1/4$ | … |

т.е. сл. вел $\tau$ имеет геометрич. распр с парам $p = 1/4$ $\left(\tau \sim G(p=\frac{1}{4})\right)$

Несложно сообразить, что время ожидания Глафирой Петровной „своего" поезда составляет:

$$\boxed{\eta := \xi + b\cdot(\tau - 1)}$$

(j) Стало быть,

$\mathbb{E}[\eta] = \mathbb{E}[\xi] + b\cdot\left(\mathbb{E}[\tau] - 1\right) =$

$= 1 + 2\times(4-1) = 7$ минут

Здесь мы воспольз тем фактом, что если $\eta \sim G(p)$, то $\mathbb{E}[\eta] = 1/p$.

(i) Найдем теперь вер-ть

$\mathbb{P}(\{\eta \geq 5\})$.

Для нахождения искомой вер-ти воспо ф-лой полн вер-ти:

$$\boxed{\mathbb{P}(\{\eta \geqslant 5\}) = \sum_{k=1}^{\infty} \mathbb{P}(\{\eta \geqslant 5\} | \{\tau = k\}) \cdot \mathbb{P}(\{\tau = k\})} \quad (4*)$$

имеем

$$\mathbb{P}(\{\eta \geqslant 5\} | \{\tau = k\}) = \mathbb{P}(\{\xi + b \cdot (\tau - 1) \geqslant 5\} | \{\tau = k\}) =$$

$$= \mathbb{P}(\{\xi + 2 \cdot (k-1) \geqslant 5\} | \{\tau = k\}) \underset{=}{\overset{\xi \text{ и } \tau \text{ - нез}}{}}$$

$$= \mathbb{P}(\{\xi + 2 \cdot (k-1) \geqslant 5\}) =$$

$$= \begin{cases} 1 & \text{при } k \geqslant 4 \quad (\text{т.к. } \xi \geqslant 0) \\ \mathbb{P}(\{\xi + 4 \geqslant 5\}) & \text{при } k = 3 \\ \mathbb{P}(\{\xi + 2 \geqslant 5\}) & \text{при } k = 2 \\ \underbrace{\mathbb{P}(\{\underset{\in [0;2]}{\xi} \geqslant 5\})}_{=0} & \text{при } k = 1 \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} 1 & \text{при } k \geqslant 4, \\ 1/2 & \text{при } k = 3, \\ 0 & \text{при } k = 2, \\ 0 & \text{при } k = 1. \end{cases} \quad (\text{т.к. } \xi \in [0;2])$$

Таким образом,

$$\mathbb{P}(\{\eta \geq 5\}) = 0 + 0 + \frac{1}{2}\cdot\mathbb{P}(\{\tau = 3\}) + $$

$$+ \sum_{k=4}^{\infty} \mathbb{P}(\{\tau = k\}) =$$

$$= \frac{1}{2}\mathbb{P}(\{\tau = 3\}) + \underbrace{\sum_{k=1}^{\infty} \mathbb{P}(\{\tau = k\})}_{=1} -$$

$$- \mathbb{P}(\{\tau = 1\}) - \mathbb{P}(\{\tau = 2\}) - \mathbb{P}(\{\tau = 3\}) =$$

$$= 1 - \mathbb{P}(\{\tau = 1\}) - \mathbb{P}(\{\tau = 2\}) - \frac{1}{2}\mathbb{P}(\{\tau = 3\}) =$$

$$= 1 - \frac{1}{4} - \frac{3}{4}\times\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{1}{4} \approx 0.49$$