

Reglas de derivación

Las **reglas de derivación** son los métodos que se emplean para el cálculo de la derivada de una función. Dependiendo del tipo de función, se utiliza el más adecuado.

Índice

Derivada de funciones polinómicas

Derivada de función de grado n

Derivada del producto de una constante por una función

Derivada de una suma

Derivada de un producto

Derivada de un cociente

Regla de la cadena

Otras reglas

Funciones inversas y diferenciación

Derivada de una función con respecto a otra cuando ambas son funciones de una tercera variable

Diferenciación implícita

Derivadas de funciones logarítmicas y exponenciales

Derivada de funciones trigonométricas

Derivada de funciones hiperbólicas

Véase también

Referencia

Derivada de funciones polinómicas

Derivada de función de grado n

En una función polinómica de grado n $f(x) = x^n$, donde n es un entero positivo, su derivada es $f'(x) = nx^{n-1}$.

Cabe hablar de la derivada de una función potencial de exponente real sin mencionar grado. Por ejemplo $y = x^{\sqrt{7}}$ que es más fácil considerando $\ln y = \sqrt{7} \ln x$

Algunos tipos de este tipo de funciones son: Función cuadrática, función cúbica, entre otras.

Pasos para cada tipo de derivación

1. Constantes- En este caso todas las derivadas de una constante son iguales a cero.
2. Función identidad- $f(x)=x$ entonces $f'(x)=1$

3. Regla de las potencias- Si se tiene un término que esta elevado a una potencia en una función $f(x) = x^n$, fórmula: $f'(x) = nx^{n-1}$

4. Regla del factor constante- 1.Se deriva la x con la regla de las potencias. 2.Se multiplica el resultado por la constante (Coeficiente), fórmula: $f'(x) = (a)nx^{n-1}$

5. Regla de la suma- Se deriva con las reglas anteriores a cada término de la función. Si $f(x) = g(x) + h(x)$ entonces $f'(x) = g'(x) + h'(x)$

6. Regla de la diferencia- Se realizan los mismos pasos que en la regla de la suma igual pero restando.

7. Regla del producto- 1.Identificar las dos funciones, 2.Multiplicar la primera (u) por la derivada de la segunda (v), y se suma el producto de la segunda por la derivada de la primera. Formula: $f'(x)=uv'+vu'$

8. Regla de la derivada del cociente- 1.Identificar las dos funciones u y v, 2.Multiplicar la derivada de la primera (u) por la segunda (v), y se resta el producto de la primera por la derivada de la segunda, 3. Dividir todo entre la segunda al cuadrado. Formula: $f'(x)=(vu'-v'u)/v^2$

Por ejemplo la función:

$$f(x) = x^3$$

Lo segundo es "bajar" el exponente de tal forma que éste multiplique a la variable con respecto a la cual estamos derivando, luego al mismo exponente se le resta la unidad formando uno nuevo, así:

$$f'(x) = 3x^{3-1}$$

Quedando finalmente:

$$f'(x) = 3x^2$$

Considérese la función $f(x) = x^{1/3}$

Se tiene:

$$f'(x) = 1/3 * x^{-2/3}$$

Derivada del producto de una constante por una función

Cuando una función esté representada por medio de $f(x) = cx^n$, su derivada equivale a $f'(x) = n(cx^{n-1})$ de la siguiente manera:

Consideremos la siguiente función: $f(x) = 8x^4$, lo primero a hacer es "bajar" al exponente a multiplicar por la variable y el coeficiente que la acompaña, y de nuevo se halla un nuevo exponente de la misma manera explicada anteriormente:

$$f'(x) = 4(8x^{4-1})$$

Para obtener

$$f'(x) = 32x^3$$

Cuando una constante acompaña a una variable cuyo exponente es 1 su derivada será el valor de la constante:

$$f(x) = 7x$$

Entonces su derivada con respecto a esta variable será:

$$f'(x) = 7$$

Puesto que $x^0 = 1$

Derivada de una suma

Se puede demostrar a partir de la definición de derivada, que la derivada de la suma de dos funciones es la suma de las derivadas de cada una.¹

$$\text{Es decir, } (f + g)'(x) = f'(x) + g'(x) \text{ o } \frac{d[f(x) + g(x)]}{dx} = \frac{df}{dx} + \frac{dg}{dx}.$$

Como ejemplo consideremos la función $f(x) = 3x^5 + x^3$, para determinar su derivada se trabaja la derivada de cada término aparte y la suma de ambos será la derivada de la función:

$$f'(x) = 15x^4 + 3x^2$$

Téngase presente que la derivada, teniendo en cuenta que $(\alpha f + \beta g)' = \alpha f' + \beta g'$ es una **aplicación lineal** en el conjunto de las funciones reales derivables.²

Derivada de un producto

La derivada se expresa *literalmente* de la siguiente forma:

"La derivada de un producto de dos funciones es equivalente a la suma entre el producto de la primera función sin derivar y la derivada de la segunda función y el producto de la derivada de la primera función por la segunda función sin derivar."

Y *matemáticamente* expresado por la relación $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$. Consideremos la siguiente función como ejemplo:

$$h(x) = (4x + 2)(3x^7 + 2)$$

Identificamos a $f(x) = (4x + 2)$ y $g(x) = (3x^7 + 2)$, utilizando las reglas anteriormente expuestas, vemos que:

$$f'(x) = 4 \text{ y que } g'(x) = 21x^6$$

Por lo tanto

$$h'(x) = 4 \cdot (3x^7 + 2) + (4x + 2) \cdot (21x^6)$$

Simplificando y organizando el producto obtenido nos queda:

$$h'(x) = 84x^7 + 12x^7 + 42x^6 + 8$$

Sumamos términos semejantes y finalmente obtenemos la derivada:

$$h'(x) = 96x^7 + 42x^6 + 8$$

Si por ejemplo tenemos la derivada del producto de tres funciones que dependen de la misma variable, podemos pensar el producto de dos de las funciones como si se tratara de una tercera función es decir $(f \cdot g \cdot h)' = (f \cdot p)'$ en donde $p = g \cdot h$ (sin importar que dos funciones escogemos).

Derivada de un cociente

La derivada de un cociente se determina por la siguiente relación:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$

Para aquellos que se puedan confundir por algunas variables de más se puede escribir así:

$$\left(\frac{f}{g} \right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

Es decir:

"La derivada de un cociente de dos funciones es la función ubicada en el denominador por la derivada del numerador menos la derivada de la función en el denominador por la función del numerador sin derivar, todo sobre la función del denominador al cuadrado".

Este caso se relaciona mucho con la regla de derivada de un producto, pero hay que tener en cuenta la resta y el orden de los factores. Pero ya explicando lo dicho anteriormente consideremos como ejemplo la siguiente función:

$$h(x) = \frac{3x + 1}{2x}$$

Ahora se trabaja el enunciado anterior el cual nos dice que multipliquemos el denominador que en este caso es $g(x) = 2x$ y se multiplique por la derivada del numerador que sería $f'(x) = 3$; luego la segunda parte dice que tomemos la función del numerador ($f(x)$) sin derivar y lo multipliquemos por la derivada de $g(x) = 2x$, que sería $g'(x) = 2$, todo esto lo dividimos entre el denominador al cuadrado, así:

$$h'(x) = \frac{(3)(2x) - (3x + 1)(2)}{(2x)^2}$$

Ahora todo es cuestión de simplificar:

$$h'(x) = \frac{6x - 6x - 2}{4x^2} = -\frac{1}{2x^2}$$

Regla de la cadena

La **regla de la cadena** es una fórmula para calcular la derivada de la composición de dos o más funciones. Esto es, si f y g son dos funciones, entonces la regla de la cadena expresa la derivada de la función compuesta $f \circ g$ en términos de las derivadas de f y g . Por ejemplo, la regla de la cadena de $f \circ g(x) \equiv f[g(x)]$ es

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

o escrito en notación de Leibniz

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{dg} \frac{dg}{dx}.$$

Otras reglas

Funciones inversas y diferenciación

Si $y = f(x)$,
 entonces $x = f^{-1}(y)$,
 y si $f(x)$ y su inversa $f^{-1}(x)$ son diferenciables,
 entonces $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$ para los casos en que $dx \neq 0$ y cuando $dy \neq 0$,

Derivada de una función con respecto a otra cuando ambas son funciones de una tercera variable

Sea $x = f(t)$ y $y = g(t)$.
 entonces $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$

Diferenciación implícita

Si $f(x, y) \neq 0$ es una función implícita,
 se tiene que: $\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$

Derivadas de funciones logarítmicas y exponenciales

$$\frac{d}{dx}(c^{ax}) = c^{ax} \ln c \cdot a, \quad c > 0$$

Lo anterior es válido para todo c , pero para $c < 0$ el resultado es un número complejo.

$$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$\frac{d}{dx}(\log_c x) = \frac{1}{x \ln c}, \quad c > 0, c \neq 1$$

Lo anterior es válido para todo c , pero para $c < 0$ el resultado es un número complejo.

$$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}, \quad x > 0$$

$$\frac{d}{dx}(\ln |x|) = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx}(x^x) = x^x(1 + \ln x).$$

Derivada de funciones trigonométricas

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$(\csc x)' = -\csc x \cot x$$

$$(\operatorname{arccsc} x)' = -\frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$(\cot x)' = -\csc^2 x = \frac{-1}{\sin^2 x} = -(1 + \cot^2 x)$$

$$(\operatorname{arccot} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

Derivada de funciones hiperbólicas

$$(\sinh x)' = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$(\operatorname{arsinh} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$(\cosh x)' = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$(\operatorname{arcosh} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$(\tanh x)' = \operatorname{sech}^2 x$$

$$(\operatorname{artanh} x)' = \frac{1}{1-x^2}$$

$$(\operatorname{sech} x)' = -\tanh x \operatorname{sech} x$$

$$(\operatorname{arsech} x)' = -\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\operatorname{csch} x)' = -\coth x \operatorname{csch} x$$

$$(\operatorname{arcsch} x)' = -\frac{1}{|x|\sqrt{1+x^2}}$$

$$(\coth x)' = -\operatorname{csch}^2 x$$

$$(\operatorname{arcoth} x)' = -\frac{1}{1-x^2}$$

Véase también

- [Derivación numérica](#)
- [Integrales](#)
- [Cálculo](#)

Referencia

1. Demostración de la derivada de una suma de funciones en wikimatematica (http://www.wikimatematica.org/index.php?title=Derivadas_de_polinomios_y_funciones_exponenciales&cb=3194#Regla_d)

e_la_Suma)

2. Serge Lang. Álgebra lineal

Obtenido de «https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Reglas_de_derivaci3n&oldid=125410304»

Esta página se editó por última vez el 22 abr 2020 a las 18:06.

El texto está disponible bajo la [Licencia Creative Commons Atribución Compartir Igual 3.0](#); pueden aplicarse cláusulas adicionales. Al usar este sitio, usted acepta nuestros [términos de uso](#) y nuestra [política de privacidad](#).
Wikipedia® es una marca registrada de la [Fundación Wikimedia, Inc.](#), una organización sin ánimo de lucro.