Departamento de Física
UNIVERSIDADE DE AVEIRO

Modelação e Física Estatística

2020.06.24

Exame

1. (5 valores) Constrói uma função function [x] = ex1(gama) que gera números aleatórios com uma densidade de probabilidade $p_X(x) = (\gamma + 1)x^\gamma$ com $0 < x < 1$ e $\gamma > -1$.

2. (7 valores) Considera uma variável s, que toma dois valores 0 ou 1 e a cadeia de Markov onde a variável transita, em cada passo, de 0 para 1 ou de 1 para 0 com probabilidade p, isto é, $P(0 \to 1) = P(1 \to 0) = p$.
   a. Faz uma função function [sn] = ex2a(n,p, s0) que simula esta cadeia de Markov durante n passos partindo do estado inicial s0 devolvendo na saída o estado final sn.
   b. Considera que s0=0 ou s0=1 com probabilidade 1/2 , p=1/3 , e faça M=1000 realizações do processo. Estime a probabilidade conjunta $P_{S_0,S_n}(s_0 s_n)$ a partir da fração das M realizações que correspondem a um dado par $(s_0 s_n)$. Represente cada uma destas quatro quantidades em função de n, para n=1, 2, …,20, em escala semi-logaritmica.

3. (8 valores) Considera um grafo aleatório com grau médio c e N vértices. Em cada vértice, i, existe uma variável que pode tomar os valores $s_i = \pm 1$. A energia do sistema é dada por, $E = -\frac{J}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{k_i} s_i s_{i_j}$, onde k_i é o grau (número de vizinhos) do vértice i.
   a. Faz uma função function [mag, susc, e, cv] = ex3a(N,npassos, nequi, T, listav) que simula usando o algoritmo de Metropolis o sistema tendo em vista produzir em regime estacionário configurações com probabilidade $P(s_1, \cdots, s_N) = \frac{e^{-\frac{E}{k_B T}}}{Z}$. Usa uma unidade de energia $u_E = J$ e uma unidade de temperatura $u_T =$

u_E/k_B . Nesta função, npassos é o número de passos de simulação (em cada passo cada spin é atualizado uma vez em média), nequi é o número de passos para equilibrar, T, é a temperatura e listav é a lista de vizinhos de cada vértice. Na saída a função devolve a média do valor absoluto da magnetização por vértice, $m = \frac{1}{N}\langle\left|\sum_{i=1}^{N} s_i\right|\rangle$, a suscetibilidade magnética por vértice, a energia média por vértice e a capacidade térmica por vértice.

b. Faz simulações de um sistema com c=2, N=1000, npassos=10000, nequi=1000, para temperaturas no intervalo, $1.5 \ \leq T \leq 2.5$. Apresenta gráficos das variáveis de saída da função desenvolvida em a., em função da temperatura.