Sistemas Inteligentes Distribuidos

Agente de aprendizaje por refuerzo para el entorno Cliff Walking

Lluc Martínez Busquets
Eric Medina León
Àlex Rodríguez Rodríguez

2024/2025 Q2

Resumen

Este trabajo presenta un estudio detallado sobre la implementación de cuatro algoritmos de aprendizaje por refuezo en el entorno *CliffWalking-v0* de la libreria de Python *Gymnasium*: *Value Iteration*, *Direct Estimation*, *Q-Learning* y *REINFORCE*. El entorno se configura con el modo *is_slippery* activado, lo cual introduce estocasticidad en las transiciones de estado.
El objetivo es evaluar el rendimiento de cada algoritmo, así como qué parámetros e hiperparámetros son los óptimos para su funcionamiento.

Índice

1. Introducción

El aprendizaje por refuerzo es un paradigma de aprendizaje automático en el que un agente aprende a tomar decisiones interactuando con un entorno y recibiendo recompensas o penalizaciones.
Este trabajo se centra en la implementación y evaluación experimental de cuatro algoritmos de aprendizaje por refuerzo en el entorno *CliffWalking-v0*, de la librería de Python *Gymnasium*, con el objetivo de comparar su rendimiento y eficiencia en dicho entorno. Los algoritmos implementados son: *Value Iteration*, *Direct Estimation*, *Q-Learning* y *REINFORCE*.

1.1. Caracterización del entorno

El entorno de *Cliff Walking*, propuesto originalmente por *Sutton & Barto*, es un entorno clásico para evaluar algoritmos de aprendizaje por refuerzo. En este entorno, el agente debe navegar por una cuadrícula de dimensiones 4x12 evitando caer en un acantilado, lo que representa una penalización significativa. El objetivo del agente es llegar a la esquina inferior derecha de la cuadrícula de la forma más eficiente posible, maximizando la recompensa acumulada a lo largo del tiempo y minimizando el número de pasos necesarios para alcanzar la meta.

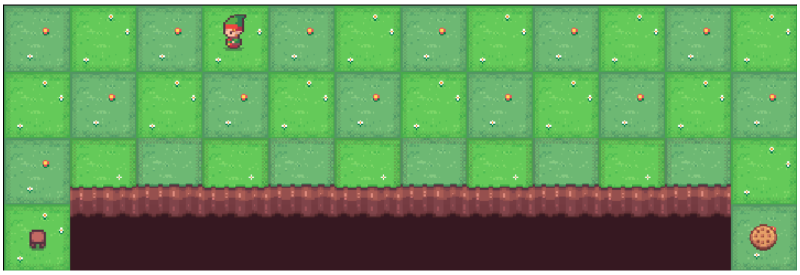


Figura 1: Captura de pantalla del entorno *Cliff Walking*. El agente comienza en la esquina inferior izquierda (s0) y debe llegar a la esquina inferior derecha (sT), evitando caer en el acantilado (cliff) representado por las celdas marrones.

A continuación se caracteriza de forma detallada el entorno:

- **Observabilidad**: Totalmente observable. El agente recibe en cada paso su posición exacta en la cuadrícula, sin ruido ni información oculta, por lo que tiene acceso total al estado relevante.
- **Número de agentes**: Un único agente.
- **Determinismo**: Estocástico, ya que está activado el modo `is_slippery=True`. En este caso, por cada acción que el agente toma, hay una probabilidad de aproximadamente el 66.7 % de que el agente se resvale hacia una dirección perpendicular a la acción deseada.
- **Atomicidad**: Secuencial. Las decisiones del agente tienen consecuencias que dependen de toda la historia de acciones y percepciones, y los efectos futuros de las acciones importan para maximizar la recompensa acumulada.

- **Dinamicidad**: Estático. El estado del entorno sólo cambia cuando el agente toma una acción; no hay cambios "por sí mismos" mientras el agente razona.
- **Continuidad**: Discreto. Tanto el espacio de estados (posiciones en la cuadrícula) como el de acciones (arriba, abajo, izquierda, derecha) y el tiempo de decisión son discretos.
- **Conocimiento**: Conocido. Las reglas de transición (aunque estocásticas) y la función de recompensa están definidas de antemano y son accesibles al agente.

1.1.1. Espacio de acciones

El agente dispone de un conjunto finito de acciones

$$\mathcal{A} = \{\text{Arriba, Derecha, Abajo, Izquierda}\},$$

cada una de las cuales intenta desplazar al agente una celda en la dirección indicada.

1.1.2. Estados inicial y terminal

- **Estado inicial** $s_0 = (3, 0)$, correspondiente a la esquina inferior izquierda de la cuadrícula.
- **Estado terminal** $s_T = (3, 11)$, la meta en la esquina inferior derecha; al llegar aquí, el episodio termina.

Si durante el episodio el agente cae en el acantilado, este regresa al estado inicial s_0 y continua con el episodio.

1.1.3. Función de recompensa

La señal de recompensa $R(s, a, s')$ se define como:

$$R(s, a, s') = \begin{cases} -100, & \text{si } s' \text{ es una celda de acantilado (cliff)}, \\ -1, & \text{en cada transición válida que no alcance la meta ni el cliff}, \\ \ \ 0, & \text{al alcanzar el estado terminal } s_T. \end{cases}$$

De este modo, el agente está incentivado a llegar cuanto antes a la meta evitando caer en el precipicio.

1.2. Entorno experimental

Componente	**Descripción**
Sistema operativo	Ubuntu 24.04.2 LTS
Kernel Linux	6.10.3-061003-generic
CPU	AMD Ryzen 7 5825U (8 núcleos, 16 hilos, hasta 4.5 GHz)
GPU integrada	AMD Radeon Graphics (Barcelo)
Memoria RAM	16 GB DDR4
Intérprete de Python	Python 3. 9. 18

Cuadro 1: Entorno de hardware y software utilizado en los experimentos

2. Value Iteration

2.1. Descripción del algoritmo

La iteración por valor es un método de programación dinámica para resolver un Proceso de Decisión de Markov (MDP) y encontrar simultáneamente la función valor óptima V^* y la política óptima π^*. Se basa en la relación de Bellman óptima:

$$V^*(s) \;=\; \max_{a\in A} \sum_{s'} P(s' \mid s,a)\,\big[R(s,a,s') + \gamma\, V^*(s')\big],$$

donde:

- S es el conjunto de estados.
- A es el conjunto de acciones.
- $P(s' \mid s,a)$ es la probabilidad de transición de s a s' dado a.
- $R(s,a,s')$ es la recompensa recibida al transitar.
- $\gamma \in [0,1)$ es el factor de descuento.

A continuación se presenta el pseudocódigo genérico de Value Iteration que se ha implementado en este proyecto, seguido de las decisiones de diseño adoptadas en la implementación de Python.

Algorithm 1 Value Iteration

Require: Conjunto de estados S, conjunto de acciones A, $P(s' \mid s,a)$ y $R(s,a,s')$, factor de descuento $\gamma \in [0,1)$, umbral de convergencia $\varepsilon > 0$

Ensure: Función valor V y política óptima π

Inicializar $V(s) \leftarrow 0,\ \forall s \in S$
repeat
  $\Delta \leftarrow 0$
  for all $s \in S$ **do**
    $V_{\text{old}} \leftarrow V(s)$
    $V(s) \leftarrow \max_{a\in A} \sum_{s'} P(s' \mid s,a)\big[R(s,a,s') + \gamma\, V(s')\big]$
    $\Delta \leftarrow \max\big(\Delta,\ |V(s) - V_{\text{old}}|\big)$
  end for
until $\Delta \le \varepsilon$
for all $s \in S$ **do**
  $\pi(s) \leftarrow \arg\max_{a\in A} \sum_{s'} P(s' \mid s,a)\big[R(s,a,s') + \gamma\, V(s')\big]$
end for
return V, π

Decisiones de diseño en la implementación Python

- **Cálculo de $Q(s,a)$ con manejo del estado terminal**: para calcular el valor de cada acción consideramos que si se ha llegado a un estado terminal, el término de arranque posterior (*bootstrap*) se anula:

$$Q(s,a) \;=\; \sum_{s'} p\left[r + \gamma\, V(s')\right] \quad \longrightarrow \quad \text{bootstrap} = 0 \text{ si } s' \text{ es terminal.}$$

  De esta forma, se garantiza que al terminar el episodio, no se incorporen erróneamente estimaciones de valor posteriores a la terminación.

- **Evaluación periódica de la política**: tras cada iteración de valor calculamos la recompensa media de la política actual en $N = 100$ episodios de longitud máxima $T_{\text{máx}} = 200$ (método `check_improvements`), tanto para monitorizar progresos como para registrar la mejor recompensa y la iteración en que ocurre. Se fijan los valores de N y $T_{\text{máx}}$ para evitar que el algoritmo se detenga por un número excesivo de episodios, lo que podría ocurrir si la política converge a una política subóptima. En este caso, el algoritmo se detendría sin haber explorado adecuadamente el espacio de estados.

2.2. Experimentación

En esta sección se presentan los experimentos realizados para evaluar el rendimiento del algoritmo de Iteración de Valor en el entorno. Se analiza cómo diferentes parámetros del algoritmo afectan su capacidad para encontrar políticas óptimas, su convergencia y su eficiencia.

2.2.1. Experimento factor de descuento & umbral de convergencia

2.2.1.1 Diseño experimental

El objetivo de este experimento es analizar cómo los parámetros factor de descuento (γ) y umbral de convergencia (ϵ) afectan el rendimiento del algoritmo de iteración de valor.

Observación	El rendimiento y óptimalidad de la política encontrada por *Value Iteration* se ven afectados por los valores de γ y ϵ.
Planteamiento	Para cada pareja de valores de γ y ϵ, se compara la tasa de acierto (llegar al estado final), la recompensa media, número de pasos y tiempo de entrenamiento del algoritmo.
Hipótesis	Se espera que un mayor valor de γ conduzca a una política más óptima, mientras que un menor valor de ϵ permita una convergencia más rápida con una menor precisión.
Método	▪ Se elige un conjunto de valores para γ y ϵ: $\gamma \in \{0.5, 0.7, 0.9, 0.95, 0.99\}$ y $\epsilon \in \{1 \times 10^{-1}, 1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^{-4}, 1 \times 10^{-8}\}$. ▪ Para cada combinación de γ y ϵ, se ejecuta el algoritmo *Value Iteration* en el entorno. ▪ Se evalúa la política obtenida probándola con 500 episodios. ▪ A diferencia de otros algoritmos que requieren de múltiples ejecuciones por su naturaleza estocástica, para Value Iteration basta con una única ejecución por combinación de parámetros, ya que es un algoritmo determinista que siempre converge a la misma política óptima para unos valores dados de γ y ϵ.

Cuadro 2: Value Iteration - Experimento 1 - Factor de descuento & umbral de convergencia

2.2.1.2 Resultados

A continuación se presenta un análisis detallado de las diferentes métricas evaluadas en el experimento. La Tabla 3 muestra un resumen de los resultados más relevantes:

γ	ϵ	Tasa éxito	Recompensa	Pasos	Tiempo (s)
0.99	10^{-8}	1.000	-63.422	63.4	31.77
0.95	10^{-4}	1.000	-64.190	64.2	13.74
0.90	10^{-2}	1.000	-63.920	63.9	7.24
0.70	10^{-1}	0.666	-144.702	144.7	2.44
0.50	10^{-1}	0.594	-152.758	152.8	1.61

Cuadro 3: Resultados representativos del experimento con Value Iteration

Tasa de éxito

La Figura 2 muestra la tasa de éxito para las diferentes combinaciones de parámetros:

- Valores altos de γ (≥ 0.9) logran tasas de éxito perfectas (100 %) o casi perfectas.
- Con $\gamma = 0.7$:
  - 100 % de éxito con $\epsilon \leq 10^{-4}$
  - Cae al 89.6 % con $\epsilon = 10^{-2}$
  - Solo 66.6 % con $\epsilon = 10^{-1}$
- Con $\gamma = 0.5$:
  - 100 % de éxito solo con $\epsilon = 10^{-8}$
  - Deterioro progresivo: 96.4 % (10^{-4}), 77.4 % (10^{-2}), 59.4 % (10^{-1})

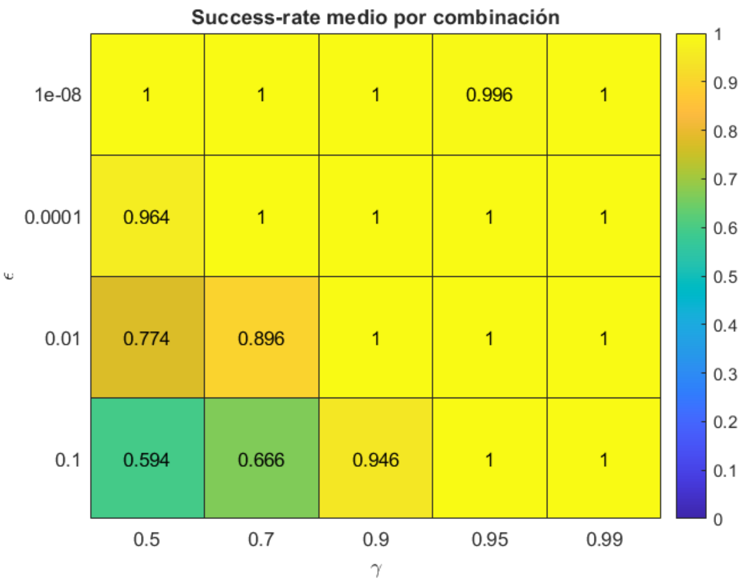


Figura 2: Tasa de éxito para diferentes valores de γ y ϵ en el algoritmo de iteración de valor.

Recompensa media

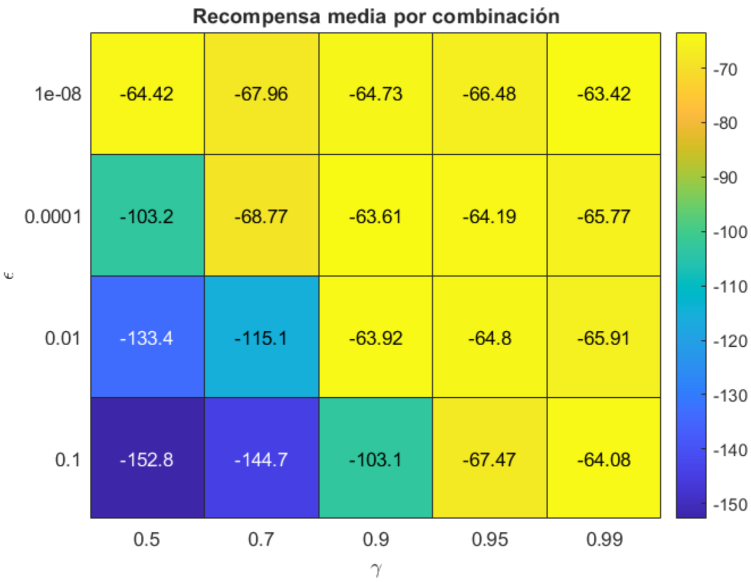


Figura 3: Recompensa media para diferentes valores de γ y ϵ.

El análisis de las recompensas medias muestra patrones claros:

- Con $\gamma = 0.99$:
  - Mejor recompensa global (-63.422) con $\epsilon = 10^{-8}$
  - Rendimiento consistente en todo el rango de ϵ: -65.766 (10^{-4}), -65.906 (10^{-2}), -64.080 (10^{-1})
- Con $\gamma = 0.9$:
  - Recompensas similares con $\epsilon \leq 10^{-2}$: -64.734 (10^{-8}), -63.608 (10^{-4}), -63.920 (10^{-2})
  - Deterioro significativo con $\epsilon = 10^{-1}$: -103.114
- Valores bajos de γ:
  - $\gamma = 0.7$: recompensas entre -67.962 y -144.702
  - $\gamma = 0.5$: peor rendimiento, llegando a -152.758 con $\epsilon = 10^{-1}$

Número de pasos

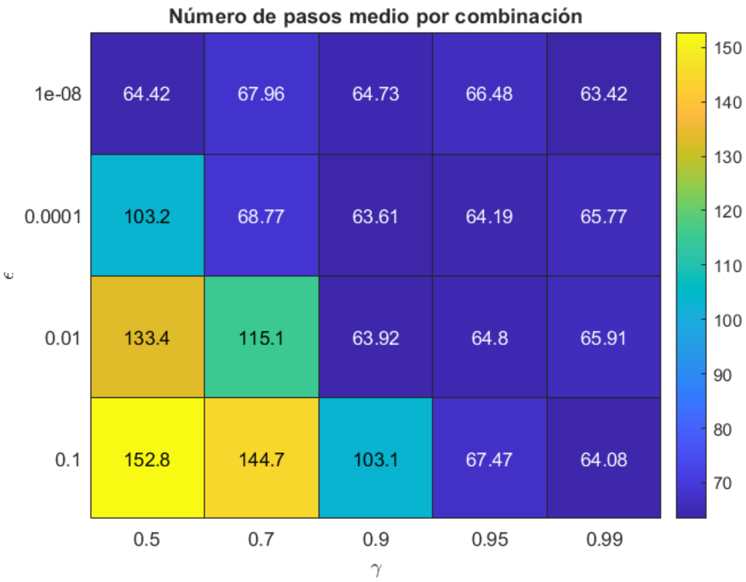


Figura 4: Número medio de pasos para diferentes valores de γ y ϵ.

El análisis de los pasos necesarios revela patrones similares a las recompensas:

- Mejores resultados con $\gamma \geq 0.9$:
  - $\gamma = 0.99$: consistentemente eficiente (63.4-65.9 pasos)
  - $\gamma = 0.95$: rendimiento similar (64.2-67.5 pasos)
  - $\gamma = 0.90$: eficiente con $\epsilon \leq 10^{-2}$ (63.6-64.7 pasos)
- Deterioro con valores bajos de γ:
  - $\gamma = 0.7$: aumento significativo (68.0-144.7 pasos)
  - $\gamma = 0.5$: peor rendimiento (64.4-152.8 pasos)
- Efectos de ϵ:
  - Mayor impacto en γ bajos
  - Menor influencia en γ altos (≥ 0.9)

Tiempo de entrenamiento

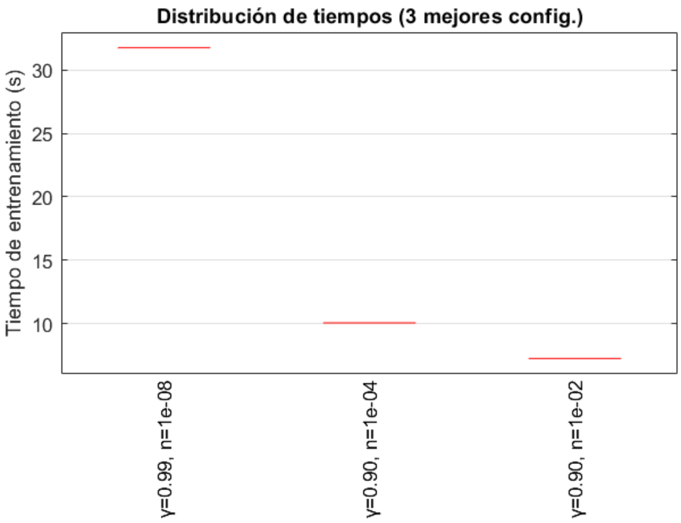


Figura 5: Tiempo de entrenamiento para diferentes valores de γ y ϵ.

El análisis del tiempo de entrenamiento revela patrones importantes:

- Impacto de ϵ:
  - $\epsilon = 10^{-8}$: tiempos más altos (5.03-31.77 segundos)
  - $\epsilon = 10^{-4}$: tiempos moderados (3.53-20.23 segundos)
  - $\epsilon = 10^{-2}$: tiempos bajos (2.38-14.90 segundos)
  - $\epsilon = 10^{-1}$: tiempos mínimos (1.61-11.95 segundos)
- Efecto de γ:
  - $\gamma = 0.99$: mayor rango de tiempos (11.95-31.77 segundos)
  - $\gamma = 0.95$: rango intermedio (8.60-21.52 segundos)
  - $\gamma = 0.90$: rango moderado (5.60-15.19 segundos)
  - Valores bajos ($\gamma \leq 0.7$): tiempos menores en general
- Relaciones observadas:
  - Crecimiento exponencial del tiempo al reducir ϵ
  - Incremento aproximadamente lineal al aumentar γ
  - Mayor sensibilidad al valor de ϵ que al de γ

2.2.1.3 Conclusiones del experimento

Del análisis experimental se pueden extraer las siguientes conclusiones:

1. El factor de descuento (γ) tiene un impacto crítico en el rendimiento del algoritmo:
   - Valores altos ($\gamma \geq 0.9$) son necesarios para políticas óptimas
   - Mejora significativa en todas las métricas al aumentar γ
2. El umbral de convergencia (ϵ) afecta principalmente al tiempo de entrenamiento:
   - Valores más bajos producen mejores políticas pero requieren más tiempo
   - Relación exponencial entre precisión y tiempo de computación
3. La mejor combinación considerando todas las métricas es $\gamma = 0.99$ y $\epsilon = 10^{-8}$:
   - 100 % de tasa de éxito
   - Mejor recompensa media (-63.422)
   - Menor número de pasos (63.422)
   - Tiempo de entrenamiento aceptable (31.77 segundos)
4. Alternativas según prioridades:
   - Balance rendimiento-tiempo: $\gamma = 0.99$, $\epsilon = 10^{-4}$
   - Mínimo tiempo: $\gamma = 0.99$, $\epsilon = 10^{-2}$

Estos resultados demuestran que el algoritmo de Iteración de Valor es capaz de encontrar políticas óptimas para el entorno Cliff Walking, especialmente cuando se utiliza un factor de descuento alto y un umbral de convergencia suficientemente bajo, permitiendo al agente considerar adecuadamente las recompensas futuras y converger a una solución precisa.

3. Direct Estimation

3.1. Descripción del algoritmo

La versión de Estimación Directa que se ha implementado corresponde a un *Método Monte Carlo basado en modelo*, en el cual:

1. Se recolectan muestras de transición (s, a, s', r) jugando acciones aleatorias.

2. Se estiman empíricamente

$$\hat{T}(s, a, s') = \frac{N(s, a, s')}{\sum_u N(s, a, u)},$$
$$\hat{R}(s, a, s') = \frac{\sum_{i=1}^{N(s,a,s')} r_i(s, a, s')}{N(s, a, s')}.$$

   donde $N(s, a, s')$ representa el número de veces que se ha observado la transición del estado s al estado s' tomando la acción a, y $r_i(s, a, s')$ es la recompensa obtenida en la i-ésima transición de s a s' mediante la acción a.

3. Se aplica iteración de valor sobre el MDP estimado $(\hat{T}, \hat{R}, \gamma)$ para obtener

$$V^*(s) = \max_a \sum_{s'} \hat{T}(s, a, s') \Big[\hat{R}(s, a, s') + \gamma\, V^*(s')\Big],$$

   y de ahí la política óptima

$$\pi^*(s) = \arg\max_a \sum_{s'} \hat{T}(s, a, s') \Big[\hat{R}(s, a, s') + \gamma\, V^*(s')\Big].$$

A continuación se presenta el pseudocódigo genérico de Direct Estimation que se ha implementado en este proyecto, seguido de las decisiones de diseño adoptadas en la implementación de Python.

Algorithm 2 Estimación Directa (Model-based Monte Carlo)

Require: Factor de descuento γ, número de trayectorias N, tolerancia ε, máximo de iteraciones K

Inicializar contadores de transición y recompensa vacíos
Inicializar $V(s) \leftarrow 0$ para todo estado s
for $t = 1, \ldots, K$ **do**
  Recolectar datos:
  for $i = 1, \ldots, N$ **do**
    Jugar un paso aleatorio, obtener (s, a, s', r)
    Incrementar $N(s, a, s')$ y acumular recompensa r para el par (s, a, s')
  end for
  Ajustar modelo:
  for all (s, a) **do**
    $\hat{T}(s, a, s') \leftarrow \dfrac{N(s, a, s')}{\sum_u N(s, a, u)}$
    $\hat{R}(s, a, s') \leftarrow \dfrac{\sum_{i=1}^{N(s,a,s')} r_i(s, a, s')}{N(s, a, s')}$
  end for
  Iteración de valor:
  $\Delta \leftarrow 0$
  for all s **do**
    for all a **do**
      $Q(s, a) \leftarrow \sum_{s'} \hat{T}(s, a, s')\big[\hat{R}(s, a, s') + \gamma V(s')\big]$
    end for
    $V_{\text{nuevo}}(s) \leftarrow \text{máx}_a Q(s, a)$
    $\Delta \leftarrow \text{máx}\{\Delta, |V_{\text{nuevo}}(s) - V(s)|\}$
    $V(s) \leftarrow V_{\text{nuevo}}(s)$
  end for
  if $\Delta < \varepsilon$ **then break**
  end if
end for
return V, y derivar $\pi^*(s) = \arg\text{máx}_a Q(s, a)$

Decisiones de diseño en la implementación Python

- **Criterio de parada por paciencia.** Además de la tolerancia en la iteración de valor, detenemos el entrenamiento si no hay mejora en la recompensa media durante `PATIENCE` iteraciones, midiendo esto con la función `check_improvements()`.

3.2. Experimentación

En el caso de estimación directa se analizan diferentes parámetros como el factor de descuento, el número de trayectorias, episodios de entrenamiento y el número máximo de iteraciones sin mejora para detener el entrenamiento (*patience*).

3.2.1. Experimento factor de descuento & número de trayectorias

3.2.1.1 Diseño experimental

El objetivo de este experimento es analizar el rendimiento del algoritmo *Direct Estimation* en función del factor de descuento y el número de trayectorias.

Observación	El rendimiento del algoritmo varía con el factor de descuento y el número de trayectorias.
Planteamiento	Para cada combinación de γ y *número de trayectorias*, se compara la tasa de acierto (llegar al estado final), la recompensa media, número de pasos y tiempo de entrenamiento del algoritmo.
Hipótesis	Un mayor factor de descuento y un mayor número de trayectorias mejorarán el rendimiento del algoritmo.
Método	▪ Se fijan 500 episodios de entrenamiento y un número máximo de iteraciones sin mejora para detener el entrenamiento (*patience*) de 100. ▪ Se eligen los siguientes valores para γ y *número de trayectorias*: $\gamma \in \{0.5, 0.7, 0.9, 0.95, 0.99\}$ y *número de trayectorias* $\in \{10, 100, 500, 1000\}$. ▪ Para cada combinación de γ y *número de trayectorias*, se ejecuta el algoritmo *Direct Estimation* en el entorno. ▪ Se evalúa la política obtenida probándola con 500 episodios. ▪ Se repite el proceso para cada combinación de γ y *número de trayectorias* 10 veces.

Cuadro 4: Direct Estimation - Experimento 1 - Factor de descuento & número de trayectorias

3.2.1.2 Resultados

Los resultados del experimento se han representado mediante heatmaps para facilitar la visualización de los datos. En cada gráfico, el eje X representa el factor de descuento (γ) y el eje Y representa la el *número de trayectorias*. Los colores indican el valor de la métrica correspondiente. Cada valor representa la media de las 10 ejecuciones del algoritmo (cada ejecución está representada por la media de 500 episodios) de la correspondiente combinación de parámetros.

Tasa de Éxito

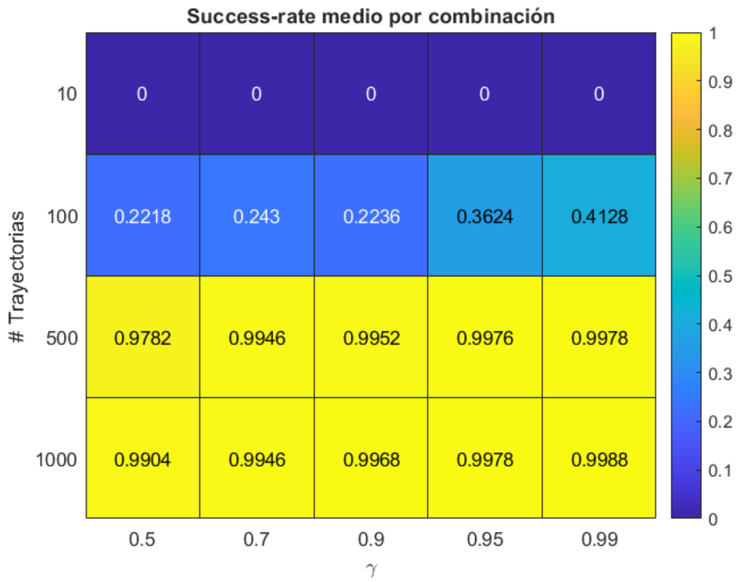
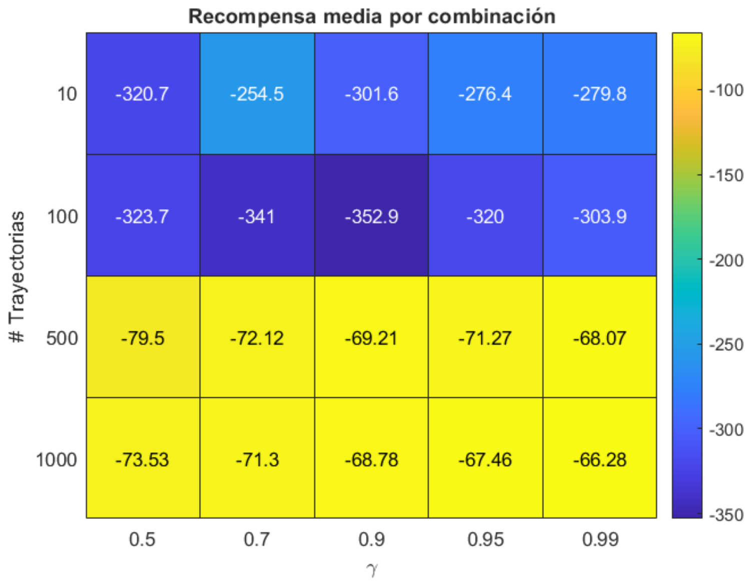


Figura 6: Tasa de éxito para diferentes combinaciones de γ y *número de trayectorias*

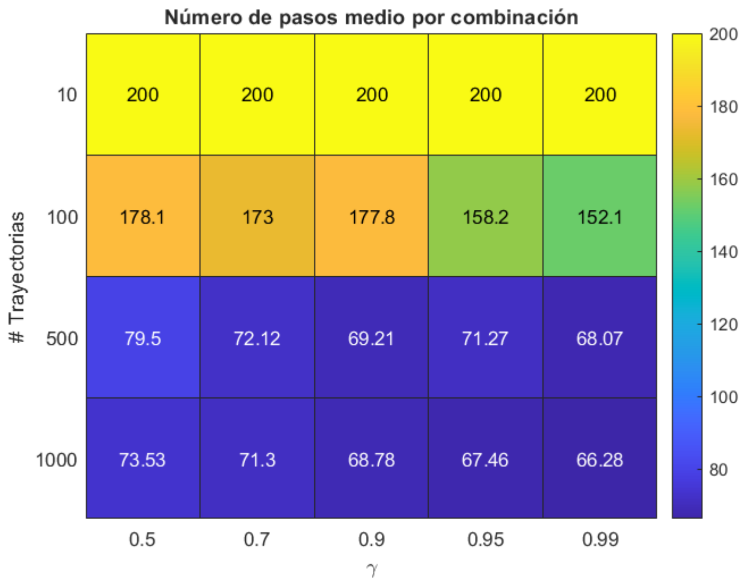
Se puede observar que el parámetro que más afecta a la tasa de éxito es el *número de trayectorias*. A medida que aumenta el número de trayectorias, la tasa de éxito también aumenta. Sin embargo, el factor de descuento no parece tener un efecto significativo en la tasa de éxito.

El mejor resultado se obtiene con un *número de trayectorias* de 1000 y un factor de descuento de 0.99, donde el algoritmo alcanza una tasa de éxito de aproximadamente el 99.9 %.

Recompensa media y número de pasos medios



(a) Recompensa media para diferentes combinaciones de γ y *número de trayectorias*



(b) Número de pasos para diferentes combinaciones de γ y *número de trayectorias*

Figura 7: Análisis de la recompensa media y número de pasos

El análisis de la recompensa media y el número medio de pasos revela que:

- Las recompensas mejoran significativamente (son menos negativas) al aumentar el *número de trayectorias* y, por lo tanto, el número de pasos también se reduce.
- El factor de descuento tiene un efecto menos significativo en la recompensa media y el número de pasos, todo y que se observa que γ inferiores a 0.9 tienden a tener una recompensa media mejor.

- Las mejores recompensas se obtienen con $\gamma \geq 0.99$, y con un *número de trayectorias* de 1000.

La combinación óptima es $\gamma = 0.99$, *número de trayectorias* $= 1000$ y logra una recompensa media de -66.28. Corresponde con la combinación que obtiene mejor tasa de éxito.

Se puede observar que el número medio de pasos corresponde exactamente con la recompensa media en cada configuración. Esto nos indica que el agente no cae por el barranco en ningún momento, ya que sino la recompensa media sería más negativa (-100 de recompensa por caer en 1 paso, perderia la correspondencia de -1 de recompensa por cada paso).

La hipótesis inicial de que un mayor número de trayectorias y un mayor factor de descuento mejoran el rendimiento del algoritmo se confirma. Sin embargo, el número de trayectorias parece tener un efecto más significativo que el factor de descuento.

Tiempo de entrenamiento

Para el tiempo de entrenamiento, se han elegido las tres combinaciones que mejor rendimiento han dado.

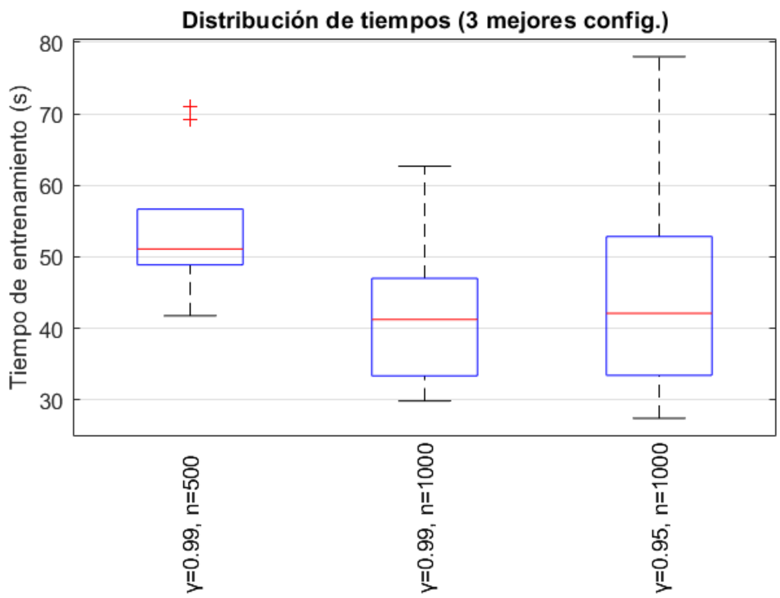


Figura 8: Tiempo de entrenamiento para diferentes combinaciones de γ y *número de trayectorias*

El tiempo de entrenamiento medio resulta ser el mejor para la solución con mejor tasa de éxito y recompensa media. Este es de media de 42.42 segundos, con un intervalo de confianza del 95 % de [34.75, 50.09] segundos. Los demás tiempos del gráfico son los siguientes: 44.95 segundos con IC 95 % [33.92, 55.99] para $\gamma = 0.95$ y *número de trayectorias* = 1000, y 53.89 segundos con IC 95 % [47.35, 60.44] para $\gamma = 0.99$ y *número de trayectorias* = 500.

3.2.2. Experimento número de episodios de entrenamiento

3.2.2.1 Diseño experimental

El objetivo de este experimento es analizar el rendimiento del algoritmo *Direct Estimation* en función del número de episodios de entrenamiento.

Observación	El rendimiento del algoritmo varía con el número de episodios de entrenamiento.
Planteamiento	Se compara la tasa de acierto (llegar al estado final), la recompensa media, número de pasos y tiempo de entrenamiento del algoritmo para diferentes números de episodios de entrenamiento.
Hipótesis	Un mayor número de episodios de entrenamiento mejorará el rendimiento del algoritmo.
Método	▪ Se fijan los mejores valores para γ y *número de trayectorias* del experimento anterior. ▪ Se eligen los siguientes valores para *número de episodios de entrenamiento*: *número de episodios de entrenamiento* $\in \{100, 500, 1000, 5000\}$. ▪ Para cada *número de episodios*, se ejecuta el algoritmo *Direct Estimation* en el entorno. ▪ Se evalúa la política obtenida probándola con 500 episodios. ▪ Se repite el proceso para cada *número de episodios* 10 veces.

Cuadro 5: Direct Estimation - Experimento 2 - Número de episodios de entrenamiento

3.2.2.2 Resultados

Los resultados del experimento se han representado mediante boxplots para facilitar la visualización de los datos. Cada valor representa la media de las 10 ejecuciones del algoritmo (cada ejecución está representada por la media de 500 episodios) de la correspondiente combinación de parámetros.

Tasa de Éxito

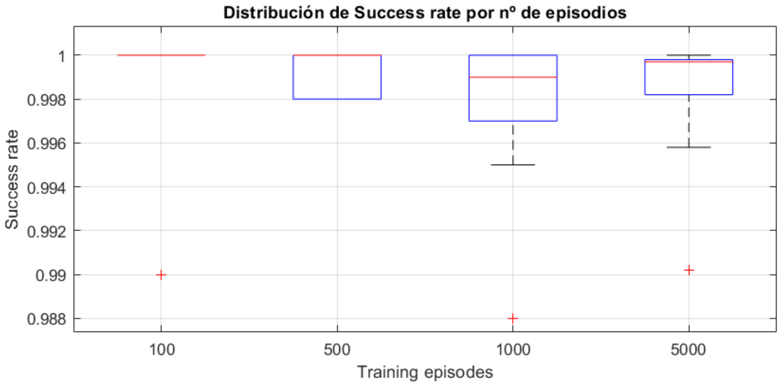


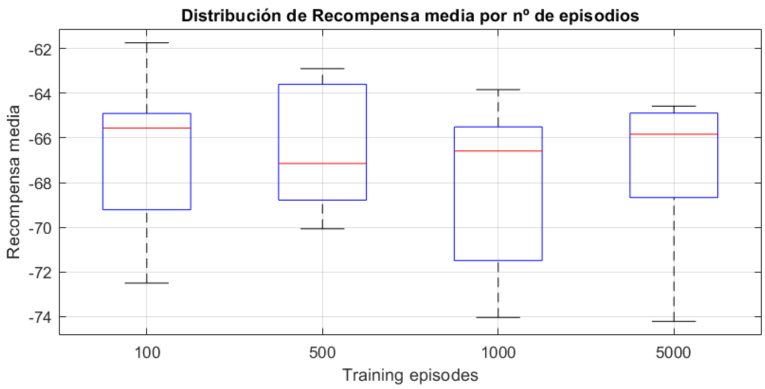
Figura 9: Tasa de éxito para diferentes *números de episodios de entrenamiento*

A continuación se muestran los intervalos de confianza del 95 % para cada *número de episodios de entrenamiento* y su valor medio:

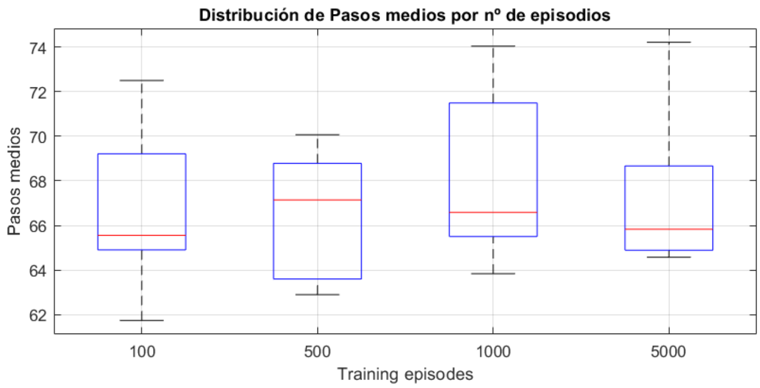
- 100 episodios: 0.998 con IC 95 % [0.996, 1.000]
- 500 episodios: 0.999 con IC 95 % [0.999, 1.000]
- 1000 episodios: 0.997 con IC 95 % [0.996, 0.999]
- 5000 episodios: 0.998 con IC 95 % [0.997, 1.000]

Se puede observar que el número de episodios de entrenamiento no afecta significativamente a la tasa de éxito. Todos los intervalos de confianza son muy similares y están por encima del 99 %. De todas formas, el número de episodios de entrenamiento de 500 parece ser el que mejor rendimiento ha dado, ya que es el que menos varía y el más alto.

Recompensa media y número de pasos medios



(a) Recompensa media para diferentes *números de episodios de entrenamiento*



(b) Número de pasos para diferentes *números de episodios de entrenamiento*

Figura 10: Análisis de la recompensa media y número de pasos

El análisis de la recompensa media y el número medio de pasos revela que:

- Las recompensas y número de pasos son parecidos para todos los *números de episodios de entrenamiento* y son muy similares a las del experimento anterior.
- Si miramos los intervalos de confianza del 95 % de recompensa para cada *número de episodios de entrenamiento* y su valor medio:
  - 100 episodios: -66.585 con IC 95 % [-68.044, -65.126]
  - 500 episodios: -66.497 con IC 95 % [-67.732, -65.262]
  - 1000 episodios: -67.981 con IC 95 % [-69.524, -66.438]
  - 5000 episodios: -67.506 con IC 95 % [-69.191, -65.822]

Como se ha mencionado, el número de episodios de entrenamiento no afecta significativamente a la recompensa media y al número de pasos. Todos los intervalos de confianza son muy similares y están por encima de -70. De todas formas, el número de episodios de entrenamiento de 500 parece ser el que mejor rendimiento ha dado, ya que es el que menos varía y el más alto.

La hipótesis inicial de que un mayor número de episodios de entrenamiento mejorará el rendimiento del algoritmo queda desestimada.

Tiempo de entrenamiento

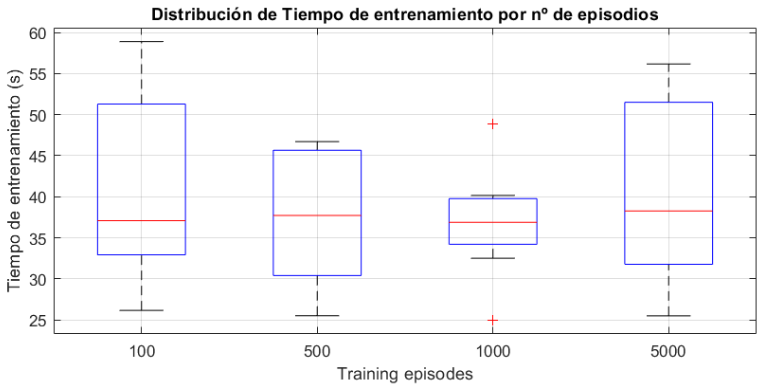


Figura 11: Tiempo de entrenamiento para diferentes *números de episodios de entrenamiento*

El tiempo de entrenamiento medio también es muy similar ya que como se ha fijado el valor del número máximo de episodios sin mejorar a 100, aunque incrementemos el número de episodios de entrenamiento, el tiempo de entrenamiento no varía significativamente. Los tiempos de entrenamiento son los siguientes:

- 100 episodios: 40.63 segundos con IC 95 % [35.45, 45.82]
- 500 episodios: 37.34 segundos con IC 95 % [33.90, 40.79]
- 1000 episodios: 36.85 segundos con IC 95 % [34.06, 39.63]
- 5000 episodios: 40.13 segundos con IC 95 % [35.27, 44.99]

Como la diferencia de tiempos es mínima, elegimos fijar 500 episodios de entrenamiento como el número óptimo, ya que es el que guarda una tasa de éxito más alta y su tiempo de entrenamiento es aceptable en relación a los demás.

3.2.3. Experimento Patience

3.2.3.1 Diseño experimental

El objetivo de este experimento es ver si el algoritmo *Direct Estimation* puede detenerse antes de que se alcance el número máximo de episodios de entrenamiento, lo que podría reducir el tiempo de entrenamiento sin afectar el rendimiento.

Observación	El algoritmo *Direct Estimation* tiene fases largas de entrenamiento sin mejora.
Planteamiento	Se compara la tasa de acierto (llegar al estado final), la recompensa media, número de pasos y tiempo de entrenamiento del algoritmo para diferentes valores de iteraciones sin mejora para detener el entrenamiento (*patience*).
Hipótesis	Un valor de *patience* más bajo permitirá al algoritmo detenerse antes y reducir el tiempo de entrenamiento sin afectar significativamente el rendimiento.
Método	▪ Se fijan los mejores valores para γ, *número de trayectorias* y *número de episodios de entrenamiento* de los experimentos anteriores. ▪ Se eligen los siguientes valores para *patience*: *patience* $\in \{10, 100, 1000\}$. ▪ Para cada *patience*, se ejecuta el algoritmo *Direct Estimation* en el entorno. ▪ Se evalúa la política obtenida probándola con 500 episodios. ▪ Se repite el proceso para cada *patience* 10 veces.

Cuadro 6: Direct Estimation - Experimento 3 - Patience

3.2.3.2 Resultados

Los resultados del experimento se han representado mediante boxplots para facilitar la visualización de los datos. Cada valor representa la media de las 10 ejecuciones del algoritmo (cada ejecución está representada por la media de 500 episodios) de la correspondiente combinación de parámetros.

Tasa de Éxito

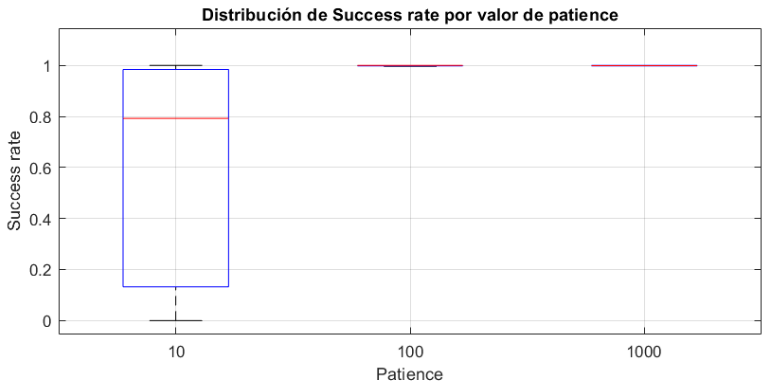


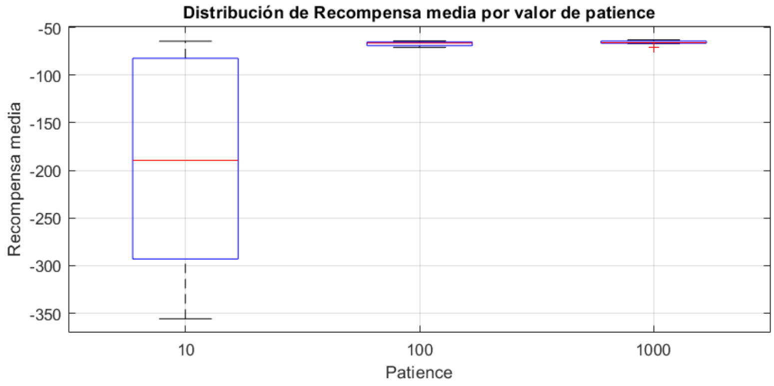
Figura 12: Tasa de éxito para diferentes *patience*

A continuación se muestran los intervalos de confianza del 95 % para cada *patience* y su valor medio:

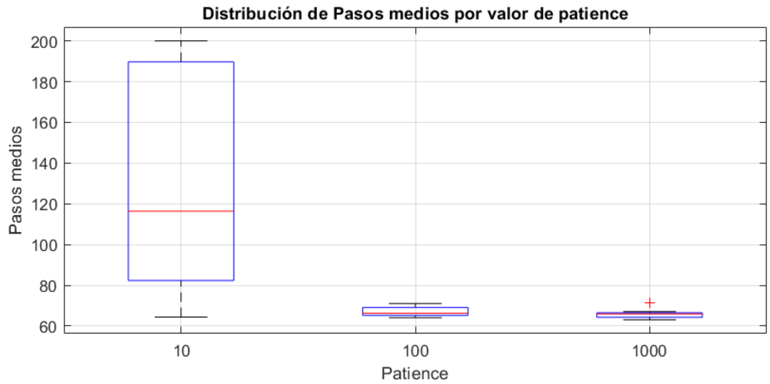
- patience = 10: 0.6 con IC 95 % [0.405, 0.796]
- patience = 100: 0.999 con IC 95 % [0.998, 1.000]
- patience = 1000: 0.999 con IC 95 % [0.999, 0.999]

Se puede ver que un valor de *patience* bajo (10) afecta negativamente a la tasa de éxito, ya que el algoritmo no tiene tiempo suficiente para converger. Sin embargo, un valor de *patience* alto (100 o 1000) permite al algoritmo converger y alcanzar una tasa de éxito del 99.9 %.

Recompensa media y número de pasos medios



(a) Recompensa media para diferentes *patience*



(b) Número de pasos para diferentes *patience*

Figura 13: Análisis de la recompensa media y número de pasos

El análisis de la recompensa media y el número medio de pasos revela que:

- Las recompensas y número de pasos con *patience* = 10 son mucho peores que con *patience* = 100 o 1000.
- Si miramos los intervalos de confianza del 95 % de recompensa para cada *patience* y su valor medio:
  - patience = 10: -193.435 con IC 95 % [-244.839, -142.031]
  - patience = 100: -67.009 con IC 95 % [-68.083, -65.935]
  - patience = 1000: -65.944 con IC 95 % [-66.970, -64.919]
- Los valores con *patience* = 100 y 1000 son muy similares, lo que indica que el algoritmo se puede detener antes de que se alcance el número máximo de episodios de entrenamiento sin afectar significativamente el rendimiento.

Tiempo de entrenamiento

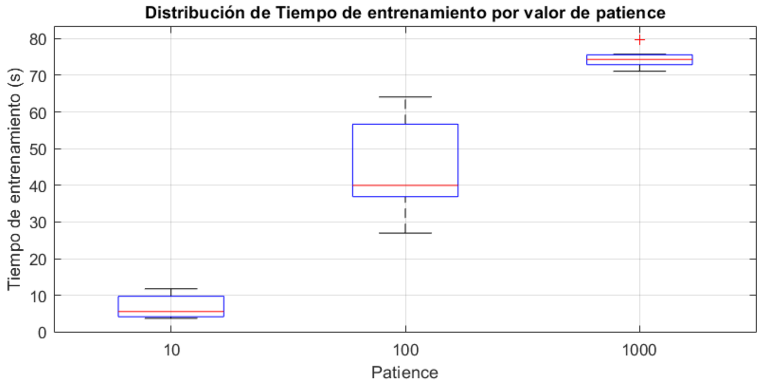


Figura 14: Tiempo de entrenamiento para diferentes *patience*

El gráfico muestra lo esperado: a medida que aumenta el valor de *patience*, el tiempo de entrenamiento también aumenta. Los tiempos de entrenamiento son los siguientes:

- patience = 10: 6.86 segundos con IC 95 % [5.38, 8.34]
- patience = 100: 44.74 segundos con IC 95 % [39.24, 50.24]
- patience = 1000: 74.24 segundos con IC 95 % [73.11, 75.38]

El tiempo de entrenamiento con *patience* = 100 es entorno a 30 segundos más bajo que con *patience* = 1000, lo cual corrobora la hipótesis inicial de que un valor de *patience* más bajo permitirá al algoritmo detenerse antes y reducir el tiempo de entrenamiento sin afectar significativamente el rendimiento. Con un valor de 10 es demasiado bajo, pero con 100 se obtiene un buen equilibrio entre rendimiento y tiempo de entrenamiento.

4. Q-learning

4.1. Descripción del algoritmo

Q-learning es un algoritmo de aprendizaje por refuerzo. La característica fundamental de Q-learning es su capacidad para aprender de forma off-policy, es decir, puede aprender la política óptima mientras sigue una política de exploración diferente (como ε-greedy). El algoritmo actualiza iterativamente sus estimaciones $Q(s, a)$ utilizando la ecuación de Bellman. A medida que el aprendizaje progresa, las estimaciones de Q convergen hacia los valores óptimos, permitiendo derivar la política óptima como $\pi^*(s) = \arg\max_a Q(s, a)$.

A continuación se presenta el pseudocódigo genérico de Direct Estimation que se ha implementado en este proyecto, seguido de las decisiones de diseño adoptadas en la implementación de Python.

Algorithm 3 Q-Learning

Inicializar $Q(s, a) \leftarrow 0$ para todo $s \in S$, $a \in A$
for episodio $\leftarrow 1$ **to** $N_{\text{episodios}}$ **do**
  $\varepsilon \leftarrow \text{máx}(\varepsilon_{\text{mín}}, \varepsilon_0 \cdot \text{decay}^{\text{episodio}})$
  Inicializar $s \leftarrow s_0$
  for $t \leftarrow 1$ **to** $T_{\text{máx}}$ **do**
    if rand() $\leq \varepsilon$ **then**
      $a \leftarrow$ acción aleatoria
    else
      $a \leftarrow \arg\text{máx}_{a'} Q(s, a')$
    end if
    Ejecutar a, observar r, s'
    td_target $\leftarrow r + \gamma\, \text{máx}_{a''} Q(s', a'')$
    td_error $\leftarrow$ td_target $- Q(s, a)$
    $Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + \alpha$ td_error
    if s' es terminal **then**
      break
    end if
    $s \leftarrow s'$
  end for
end for

Decisiones de diseño en la implementación Python

- **Política ε-greedy con decaimiento:**

$$\pi(a \mid s) = \begin{cases} \frac{1}{|\mathcal{A}|}, & \text{con probabilidad } \varepsilon, \\ 1, & \text{si } a = \arg\text{máx}_{a'} Q(s, a'), \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Al inicio de cada episodio:

$$\varepsilon \leftarrow \text{máx}\big(\varepsilon_{\text{mín}},\ \varepsilon \cdot (\text{decay})^{\text{episodio}}\big).$$

- **Wrapper de recompensas customizado:** Se penaliza la acción `Izquierda` añadiendo una recompensa peor que la original, ya que en ningún caso interesa que el agente se desplace hacia la izquierda.

4.2. Experimentación

En esta sección se presentan los experimentos realizados para evaluar el rendimiento del algoritmo Q-Learning en el entorno. Se analiza cómo diferentes parámetros del algoritmo afectan su capacidad para encontrar políticas óptimas, su convergencia y su eficiencia.

4.2.1. Experimento factor de descuento & tasa de aprendizaje

4.2.1.1 Diseño experimental

El objetivo de este experimento es analizar cómo el factor de descuento y la tasa de aprendizaje afectan el rendimiento del algoritmo Q-Learning.

Observación	El factor de descuento (γ) y la tasa de aprendizaje (α) de exploración son parámetros críticos en el algoritmo Q-Learning.
Planteamiento	Para cada pareja de valores de γ y α, se compara la tasa de acierto (llegar al estado final), la recompensa media, número de pasos y tiempo de entrenamiento del algoritmo.
Hipótesis	Un mayor factor de descuento y una tasa de aprendizaje más lenta mejorarán el rendimiento del algoritmo.
Método	▪ Se fijan 1000 episodios de entrenamiento, ϵ inicial de 0.9, coeficiente de decaimiento de ϵ de 0.95, un coeficiente de decaimiento de la tasa de aprendizaje de 0.99 y una penalización de la acción "moverse a la izquierda" de -1. ▪ Se eligen los siguientes valores para γ y α: $\gamma \in \{0.5, 0.7, 0.9, 0.95, 0.99\}$ y $\alpha \in \{0.1, 0.2, 0.5, 0.8\}$. ▪ Para cada combinación de γ y α, se ejecuta el algoritmo Q-Learning en el entorno. ▪ Se evalúa la política obtenida probándola con 500 episodios. ▪ Se repite el proceso para cada combinación de γ y *decay* 20 veces para obtener una muestra representativa (debido a la estocasticidad del entorno).

Cuadro 7: Q-Learning - Experimento 1 - Factor de descuento & tasa de aprendizaje

4.2.1.2 Resultados

Los resultados del experimento se han representado mediante heatmaps para facilitar la visualización de los datos. En cada gráfico, el eje X representa el factor de descuento (γ) y el eje Y representa la tasa de aprendizaje (α). Los colores indican el valor de la métrica correspondiente. Cada valor representa la media de las 20 ejecuciones del algoritmo (cada ejecución está representada por la media de 500 episodios) de la correspondiente combinación de parámetros.

Tasa de Éxito

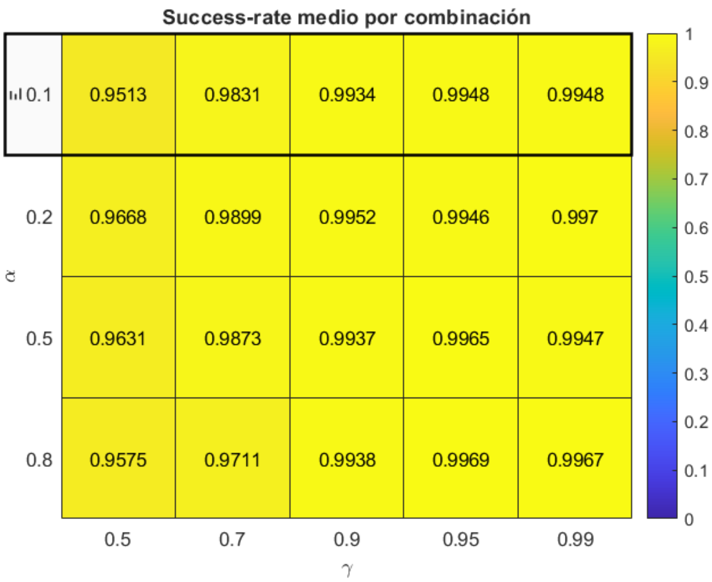


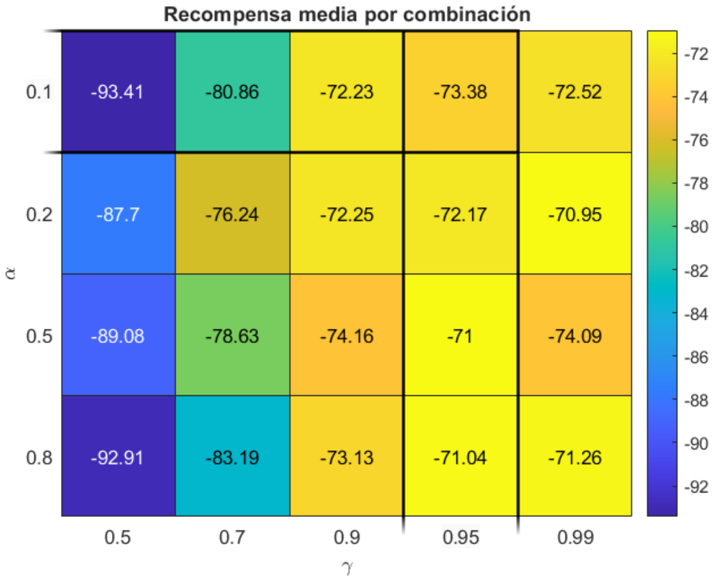
Figura 15: Tasa de éxito para diferentes combinaciones de α y γ

En general, la tasa de éxito en este caso es bastante alta para todas las combinaciones de valores. Sin embargo, puede observarse una pequeña tendencia. Conforme aumenta el factor de descuento (γ), el porcentaje de éxito se aproxima a 1.

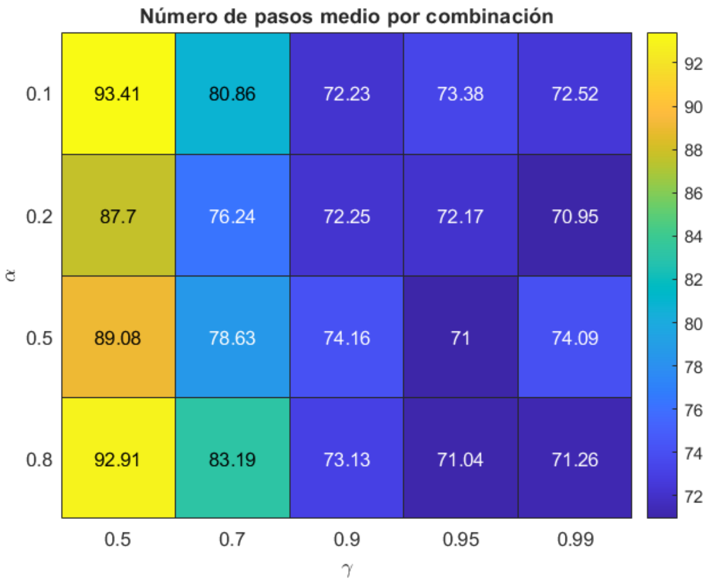
- Con $\gamma = 0.5$, la tasa de éxito se mantiene alrededor del 95-96 %
- Para $\gamma \geq 0.9$, la tasa de éxito supera consistentemente el 99 %

La mejor combinación se alcanza con $\gamma = 0.99$ y $\alpha = 0.2$, logrando una tasa de éxito del 99.7 %

Recompensa media y número de pasos medios



(a) Recompensa media para diferentes combinaciones de α y γ



(b) Número de pasos para diferentes combinaciones de α y γ

Figura 16: Análisis de la recompensa media y número de pasos

El análisis de la recompensa media y el número medio de pasos revela que:

- Las recompensas mejoran significativamente (son menos negativas) al aumentar γ y, por lo tanto, el número de pasos también se reduce.
- La tasa de aprendizaje no tiene mucha influencia en esta cambinación de parámetros.
- Con $\gamma = 0.5$, las recompensas medias oscilan entre -93 y -87, representando trayectorias más largas.

- Las mejores recompensas se obtienen con $\gamma \geq 0.9$, alcanzando valores cercanos a -70.

La combinación óptima es $\gamma = 0.99$, $\alpha = 0.2$ y logra una recompensa media de -70.95. Corresponde con la combinación que obtiene mejor tasa de éxito.

Se puede observar que el número medio de pasos corresponde exactamente con la recompensa media en cada configuración. Esto nos indica que el agente no cae por el barranco en ningún momento, ya que sino la recompensa media sería más negativa (-100 de recompensa por caer en 1 paso, perderia la correspondencia de -1 de recompensa por cada paso).

Tiempo de entrenamiento

Para el tiempo de entrenamiento, se han elegido las tres combinaciones que mejor rendimiento han dado.

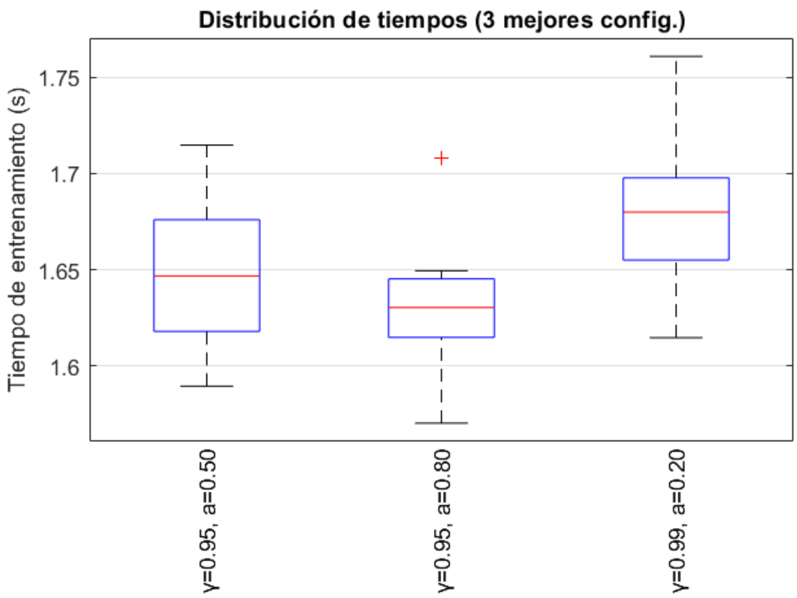


Figura 17: Tiempo de entrenamiento para diferentes combinaciones de α y γ

El análisis del tiempo de ejecución muestra que para las tres combinaciones, el tiempo se mueve entorno a los 1.65 segundos. Hay poca diferencia entre ellos, con una pequeña variabilidad en las colas.

Tabla resumen

γ	α	Métrica	Media	Intervalo de Confianza del 95 %
0.95	0.50	Success-rate	0.997	[0.993, 1.000]
		Rew. media	-71.000	[-74.340, -67.660]
		Steps medios	71.0	[67.7, 74.3]
		Time (s)	1.65	[1.62, 1.67]
0.95	0.80	Success-rate	0.997	[0.994, 1.000]
		Rew. media	-71.039	[-73.977, -68.101]
		Steps medios	71.0	[68.1, 74.0]
		Time (s)	1.63	[1.61, 1.65]
0.99	0.20	Success-rate	0.997	[0.995, 0.999]
		Rew. media	-70.945	[-73.840, -68.051]
		Steps medios	70.9	[68.1, 73.8]
		Time (s)	1.68	[1.66, 1.71]

Cuadro 8: Resultados para combinaciones seleccionadas de γ y α

Conclusiones

Del análisis experimental se pueden extraer las siguientes conclusiones:

1. El factor de descuento (γ) tiene un impacto más significativo que la tasa de aprendizaje (α) en el rendimiento del algoritmo con la configuración de parámetro definida.

2. Los valores óptimos se encuentran en el rango de $\gamma \geq 0.9$.

3. La tasa de aprendizaje óptima parece estar entre 0.2 y 0.5.

4. La mejor combinación general considerando todas los métricas es $\gamma = \mathbf{0.99}$ y $\alpha = \mathbf{0.2}$, que proporciona:

   - Una tasa de éxito del 99.7 %.
   - Una recompensa media de -70.95.
   - Un tiempo de entrenamiento de 1.68 segundos.

Aunque los parámetros seleccionados no minimizan el tiempo de entrenamiento, las diferencias temporales observadas son mínimas. En este estudio se ha priorizado la optimización de la tasa de aciertos y la recompensa sobre el tiempo de entrenamiento, ya que estos criterios son más relevantes para evaluar la efectividad del algoritmo.

4.2.2. Experimento tasa de exploración (ϵ) & decaimiento de la tasa de exploración (ϵ)

4.2.2.1 Diseño experimental

El objetivo de este experimento es analizar cómo la tasa de exploración y su decaimiento afectan el rendimiento del algoritmo Q-Learning.

Observación	El rendimiento y óptimalidad de la política encontrada por Q-Learning se ven afectados por la tasa de exploración y su decaimiento.
Planteamiento	Para cada combinación de ϵ y decaimiento de ϵ, se compara la tasa de acierto (llegar al estado final), la recompensa media, número de pasos y tiempo de entrenamiento del algoritmo.
Hipótesis	Un mayor valor de ϵ y un decaimiento más lento mejorarán el rendimiento del algoritmo.
Método	▪ Se fijan 1000 episodios de entrenamiento, un coeficiente de decaimiento de la tasa de aprendizaje de 0.99, una penalización de la acción "moverse a la izquierda" de -1. y los mejores valores para γ y α del experimento anterior. ▪ Se eligen los siguientes valores para ϵ y decaimiento de ϵ: $\epsilon \in \{0.7, 0.9, 0.95, 0.99\}$ y decaimiento de $\epsilon \in \{0.8, 0.9, 0.95, 0.99\}$. ▪ Para cada combinación de ϵ y decaimiento de ϵ, se ejecuta el algoritmo Q-Learning en el entorno. ▪ Se evalúa la política obtenida probándola con 500 episodios. ▪ Se repite el proceso para cada combinación de ϵ y decaimiento de ϵ 20 veces para obtener una muestra representativa (debido a la estocasticidad del entorno).

Cuadro 9: Q-Learning - Experimento 2 - Tasa de exploracion & decaimiento de la tasa de exploracion

4.2.2.2 Resultados

Los resultados del experimento se han representado mediante heatmaps para facilitar la visualización de los datos. En cada gráfico, el eje X representa la tasa de exploración (ϵ) y el eje Y representa el decaimiento de la tasa de exploración. Los colores indican el valor de la métrica correspondiente. Cada valor representa la media de las 20 ejecuciones del algoritmo (cada ejecución está representada por la media de 500 episodios) de la correspondiente combinación de parámetros.

Tasa de Éxito

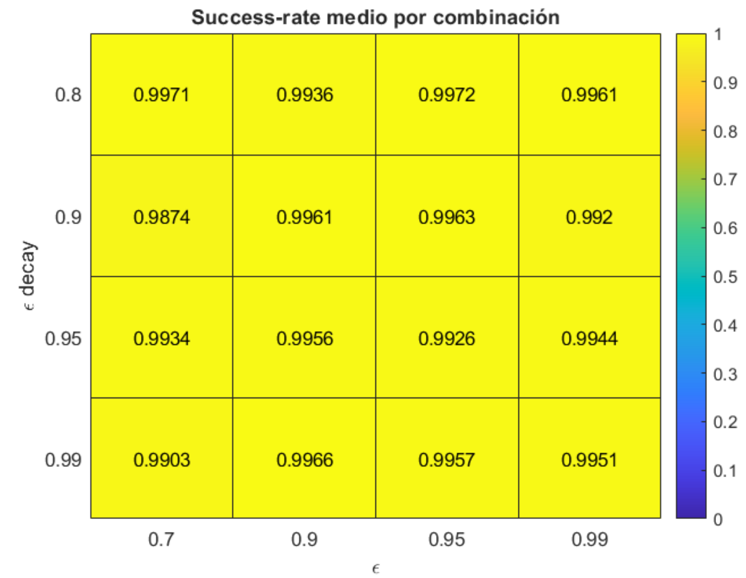
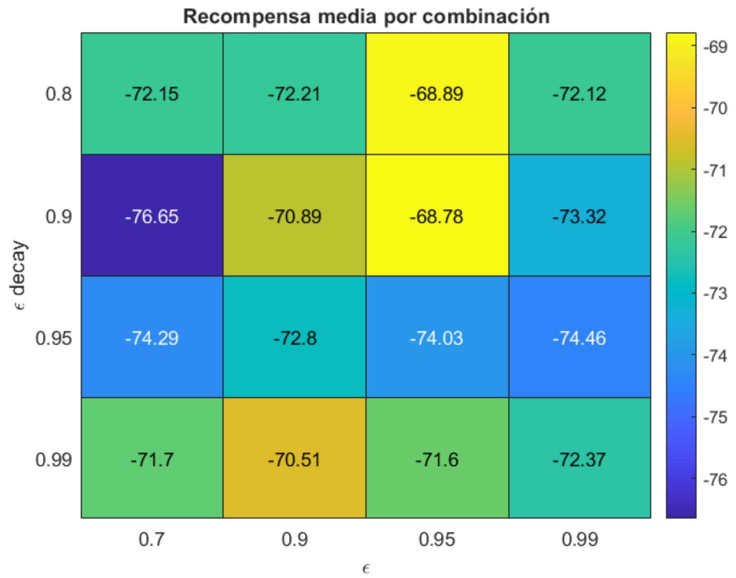


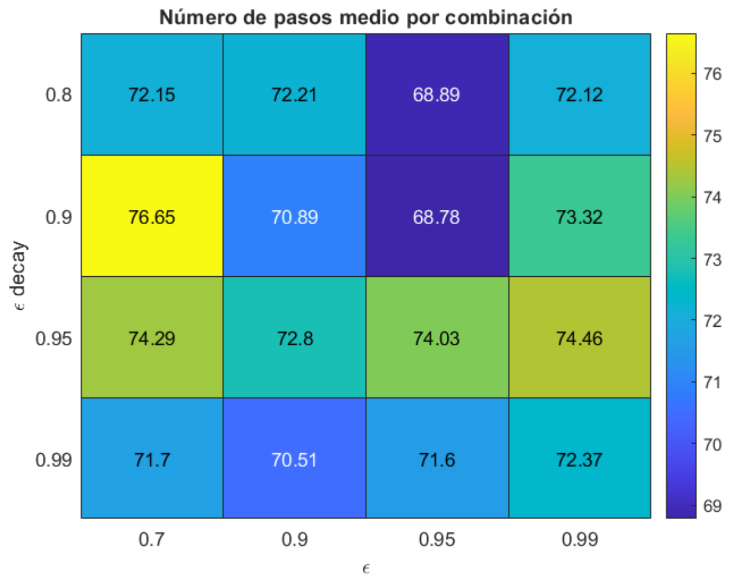
Figura 18: Tasa de éxito para diferentes combinaciones de ϵ y su decaimiento

La tasa de éxito también es bastante elevada en este caso y no se observa ninguna tendencia clara. Todos los valores se encuentran entre el 98.7 % y el 99.7 %.
La mejor combinación se alcanza con $\epsilon = 0.95$ y su decaimiento $= 0.8$, logrando una tasa de éxito del 99.72 %.

Recompensa media y número de pasos medios



(a) Recompensa media para diferentes combinaciones de ϵ y su decaimiento



(b) Número de pasos para diferentes combinaciones de ϵ y su decaimiento

Figura 19: Análisis de la recompensa media y número de pasos

El análisis de la recompensa media y el número medio de pasos tampoco revela una tendencia clara. Lo que si que se puede observar es que todas las configuraciones se encuentran entre -76.65 y -68.79 de recompensa, lo que indica que ninguna de ellas se desvia ni obtiene resultados muy negativos.

Se puede observar también que el número medio de pasos corresponde exactamente con la recompensa media en cada configuración. Esto nos indica que el agente no cae por el barranco en ningún momento, ya que sino la recompensa media sería más negativa.

Las combinaciones óptimas son $\epsilon = 0.95$ y su decaimiento $= 0.8$, logrando una recompensa media de -68.89, y $\epsilon = 0.95$ y su decaimiento $= 0.9$, logrando una recompensa media de -68.78.

Tiempo de entrenamiento

Para el tiempo de entrenamiento, se han elegido las tres combinaciones que mejor rendimiento han dado.

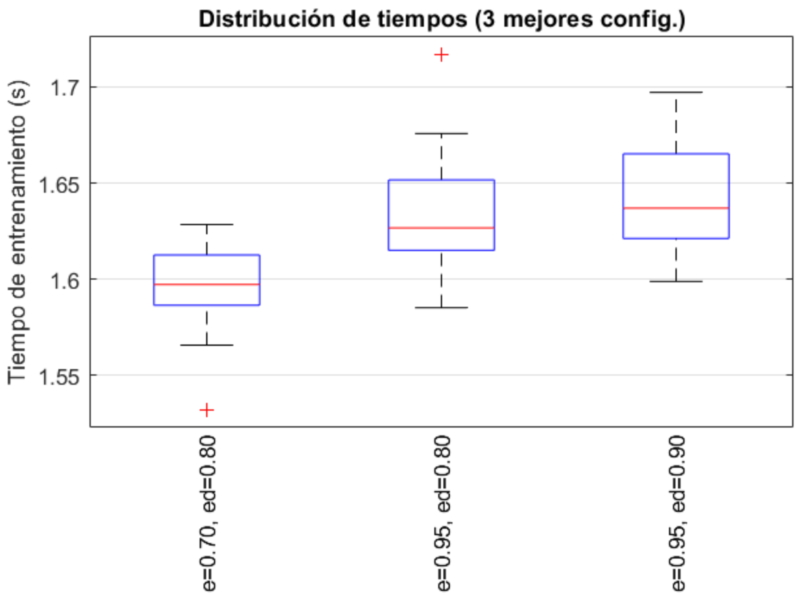


Figura 20: Tiempo de entrenamiento para diferentes combinaciones de ϵ y su decaimiento

El análisis del tiempo de ejecución muestra que para las tres combinaciones, el tiempo se mueve entorno a los 1.62 segundos. Hay poca diferencia entre ellos, con una pequeña variabilidad en las colas.

Tabla resumen

ϵ	*decay*	Métrica	Media	Intervalo de Confianza del 95 %
0.70	0.80	Success-rate	0.997	[0.995, 0.999]
		Rew. media	-72.150	[-75.391, -68.910]
		Steps medios	72.2	[68.9, 75.4]
		Time (s)	1.60	[1.58, 1.61]
0.95	0.80	Success-rate	0.997	[0.995, 0.999]
		Rew. media	-68.889	[-70.869, -66.909]
		Steps medios	68.9	[66.9, 70.9]
		Time (s)	1.63	[1.61, 1.66]
0.95	0.90	Success-rate	0.996	[0.990, 1.003]
		Rew. media	-68.782	[-72.091, -65.473]
		Steps medios	68.8	[65.5, 72.1]
		Time (s)	1.64	[1.62, 1.66]

Cuadro 10: Resultados para combinaciones seleccionadas de ϵ y *decay*

Conclusiones

Del análisis experimental se pueden extraer las siguientes conclusiones:

1. La tasa de exploración y su decaimiento no parecen tener un impacto significativo en el rendimiento del algoritmo Q-Learning.

2. La mejor combinación general considerando todas los métricas es $\epsilon = \mathbf{0.95}$ y su decaimiento = **0.8**, que proporciona:

   - Una tasa de éxito del 99.72 %.
   - Una recompensa media de -68.89.
   - Un tiempo de entrenamiento de 1.63 segundos.

Aunque los parámetros seleccionados no minimizan el tiempo de entrenamiento, las diferencias temporales observadas son mínimas. En este estudio se ha priorizado la optimización de la tasa de aciertos y la recompensa sobre el tiempo de entrenamiento, ya que estos criterios son más relevantes para evaluar la efectividad del algoritmo.

4.2.3. Experimento tasa de aprendizaje & decaimiento de la tasa de aprendizaje

4.2.3.1 Diseño experimental

El objetivo de este experimento es analizar cómo la tasa de aprendizaje y su decaimiento afectan el rendimiento del algoritmo Q-Learning.

Observación	La tasa de aprendizaje (α) y su decaimiento son parámetros que influyen en la convergencia del algoritmo Q-Learning.
Planteamiento	Para cada combinación de α y su decaimiento, se compara la tasa de acierto (llegar al estado final), la recompensa media, número de pasos y tiempo de entrenamiento del algoritmo.
Hipótesis	Una tasa de aprendizaje lenta con un decaimiento gradual mejorará el rendimiento del algoritmo.
Método	▪ Se fijan 1000 episodios de entrenamiento, una penalización de la acción "moverse a la izquierda" de -1. valores de γ, y los mejores valores de γ, ϵ y su decaimiento de los experimentos anteriores. ▪ Se eligen los siguientes valores para α y su decaimiento: $\alpha \in \{0.1, 0.2, 0.5, 0.8\}$ y decaimiento de $\alpha \in \{0.95, 0.99, 0.995, 0.999\}$. ▪ Para cada combinación de α y su decaimiento, se ejecuta el algoritmo Q-Learning en el entorno. ▪ Se evalúa la política obtenida probándola con 500 episodios. ▪ Se repite el proceso para cada combinación de α y su decaimiento 20 veces.

Cuadro 11: Q-Learning - Experimento 3 - Tasa de aprendizaje & decaimiento de la tasa de aprendizaje

4.2.3.2 Resultados

4.2.4. Experimento número de episodios

4.2.4.1 Diseño experimental

El objetivo de este experimento es analizar cómo el número de episodios de entrenamiento afectan el rendimiento del algoritmo Q-Learning.

Observación	El número de episodios de entrenamiento es un parámetro crítico en el algoritmo Q-Learning.
Planteamiento	Se compara la tasa de acierto (llegar al estado final), la recompensa media, número de pasos y tiempo de entrenamiento del algoritmo para diferentes números de episodios de entrenamiento.
Hipótesis	Un mayor número de episodios de entrenamiento mejorará el rendimiento del algoritmo.
Método	▪ Se fijan los mejores valores para γ, α, decaimiento de α, ϵ, decaimiento de ϵ de los experimentos anteriores y una penalización de la acción "moverse a la izquierda" de -1. ▪ Se eligen los siguientes *números de episodios de entrenamiento*: $\{500, 1000, 5000, 10000\}$. ▪ Para cada *número de episodios*, se ejecuta el algoritmo Q-Learning en el entorno. ▪ Se evalúa la política obtenida probándola con 500 episodios. ▪ Se repite el proceso para cada número de episodios 20 veces.

Cuadro 12: Q-Learning - Experimento 3 - Número de episodios

4.2.4.2 Resultados

4.2.5. Experimento penalización de la acción izquierda

4.2.5.1 Diseño experimental

El objetivo de este experimento es analizar si penalizar acciones poco favorables afectan el rendimiento del algoritmo Q-Learning.

Observación	Moverse a la izquierda no es deseable para el agente en ningún momento, ya que no le acerca al objetivo. Por lo tanto, penalizarla con una recompensa menor que las demás acciones puede alterar el comportamiento del agente.
Planteamiento	Se compara la tasa de acierto (llegar al estado final), la recompensa media, número de pasos y tiempo de entrenamiento del algoritmo para diferentes penalizaciones a la acción "moverse a la izquierda".
Hipótesis	Penalizar la acción "moverse a la izquierda" mejorará el rendimiento del algoritmo.
Método	▪ Se fijan los mejores valores para γ, α, decaimiento de α, ϵ, decaimiento de ϵ de los experimentos anteriores. ▪ Se eligen los siguientes valores para la penalización de la acción "moverse a la izquierda": {-1, -2, -10, -50}. ▪ Para cada penalización, se ejecuta el algoritmo Q-Learning en el entorno. ▪ Se evalúa la política obtenida probándola con 500 episodios. ▪ Se repite el proceso para cada penalización 20 veces.

Cuadro 13: Q-Learning - Experimento 4 - Penalización de la acción "moverse a la izquierda"

4.2.5.2 Resultados

5. Comparación de los algoritmos

En esta sección se comparan los algoritmos *Value Iteration*, *Direct Estimation* y *Q-Learning* en el entorno. Con los mejores parámetros obtenidos en los experimentos previos, se evalúa el rendimiento de cada algoritmo.

5.1. Diseño experimental

El objetivo de este experimento es descubrir que algoritmo es el más eficiente para resolver el problema del entorno. Para ello, se comparan los algoritmos *Value Iteration*, *Direct Estimation* y *Q-Learning* en el entorno.

Observación	Los tres algoritmos tienen funcionamientos distintos, así como puntos fuertes y débiles. Uno de ellos será el más eficiente para resolver el problema del entorno.
Planteamiento	Se ejecuta cada algoritmo con sus mejores parámetros obtenidos en los experimentos previos. Se evalúa la tasa de éxito, tiempo de entrenamiento, número de pasos medio y recompensa media.
Hipótesis	El algoritmo *Value Iteration* es el más estable y eficaz para resolver el problema, mientras que *Direct Estimation* es el más ineficiente.
Método	- Se fijan los mejores parámetros obtenidos en los experimentos previos para cada algoritmo. La única excepción es en el algoritmo *Q-Learning*, donde la penalización sobre la acción izquierda se pone a -1 en vez de -50 para poder comparar las recompensas con los otros algoritmos. - Se evalúa la política obtenida para cada algoritmo probándola con 500 episodios. - Se repite el proceso para los algoritmos de *Q-Learning* y *Direct Estimation* 10 veces. Para el algoritmo *Value Iteration* se hace una sola vez, ya que siempre obtiene la misma política.

Cuadro 14: Comparación de algoritmos

5.2. Resultados

A continuación se presentan los resultados obtenidos de la comparación de los algoritmos. En la tabla 15 se muestran las métricas de rendimiento de cada algoritmo, incluyendo la tasa de éxito, el tiempo de entrenamiento, el número de pasos medio y la recompensa media.

Algorithm	Success rate	Reward	Steps	Time (s)
Value Iteration	1.0000 ± 0.0000	-64.292 ± 0.0000	64.292 ± 0.0000	29.909 ± 0.0000
Direct Estimation	0.9978 ± 0.0020	-66.392 ± 2.2788	66.392 ± 2.2788	41.961 ± 7.8967
Q-learning	0.9974 ± 0.0037	-69.095 ± 4.4346	69.095 ± 4.4346	12.659 ± 0.0908

Cuadro 15: Resumen de métricas (media ± std) por algoritmo

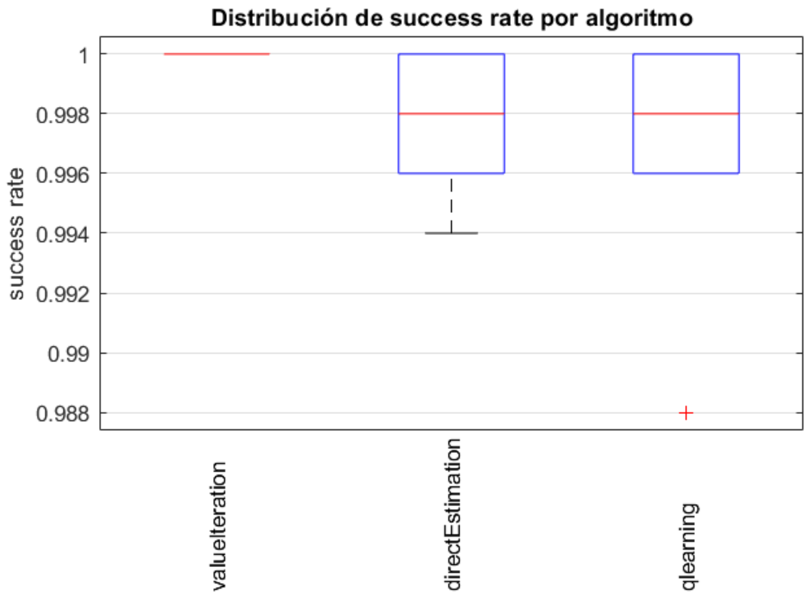


Figura 21: Tasa de éxito

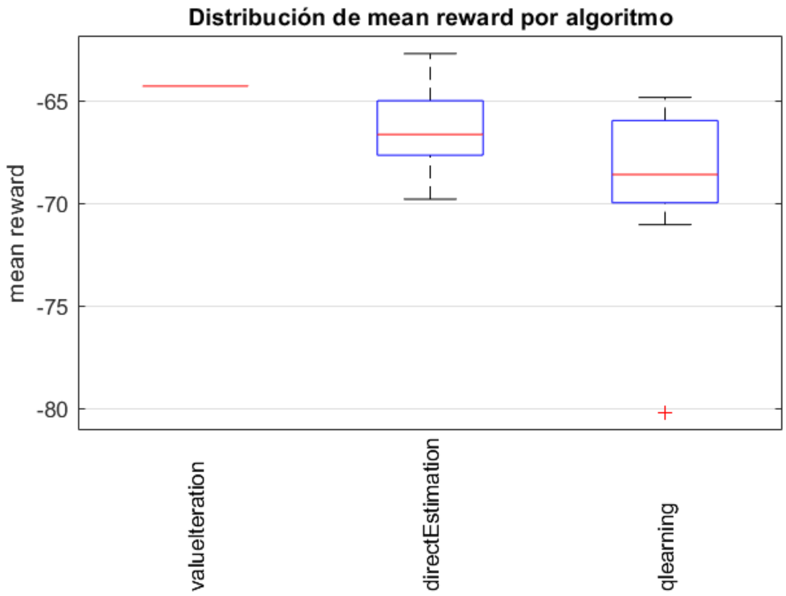


Figura 22: Recompensa media

Se puede observar que *Value Iteration* garantiza la política óptima una vez converge. Los otros dos métodos, *Direct Estimation* y *Q-learning*, tienen un pequeño sesgo y mayor varianza, reflejando la incertidumbre Monte Carlo y la exploración ϵ-greedy.

Es interesante notar que *Q-learning* es el algoritmo más rápido, a pesar de ser el que tiene mayor varianza. Sin embargo, su alta varianza puede llevar a resultados menos consistentes en comparación con *Value Iteration* y *Direct Estimation*, que son más estables pero más lentos.

El algoritmo *Direct Estimation* es el más lento de los tres y tampoco produce una mayor recompensa media que el *Value Iteration*, por lo que no es recomendable para este entorno.

Por consecuente, si se busca una solución rápida y eficiente, *Q-learning* es la mejor opción. Sin embargo, si se busca una solución óptima y estable, *Value Iteration* es el candidato más adecuado.

6. Conclusiones

7. Bibliografia

Referencias

[1] Farama Foundation. Cliff walking environment. `https://gymnasium.farama.org/environments/toy_text/cliff_walking/`, 2025. Accedido: 15 de abril de 2025.

[2] Farama Foundation. Gymnasium: A reinforcement learning library. `https://github.com/Farama-Foundation/Gymnasium`, 2025. Accedido: 15 de abril de 2025.

8. Apéndices