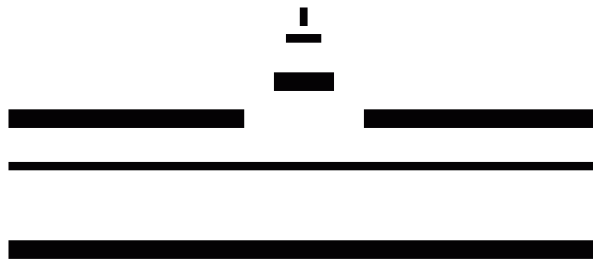


Versuchsprotokoll W1

Stirling-Motor

03.06.2015



Alexander Schlüter, Tobias Holthaus

Gruppe 23/mi

alx.schlueter@gmail.com

holthaus.tobias@gmail.com

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
2	Versuch	4
2.1	Betrieb als Wärmepumpe bzw. Kältemaschine	4
2.1.1	Bestimmung der Reibungsverluste	4
2.1.2	Bestimmung der Kühlleistung	5
2.1.3	Bestimmung der Heizleistung	7
2.2	Betrieb als Wärmekraftmaschine	10
2.2.1	Bestimmung des Wirkungsgrades aus dem (p, V) -Diagramm . . .	10
2.2.2	Bestimmung des Wirkungsgrades durch Abbremsen	10
3	Diskussion	10
3.1	Betrieb als Wärmepumpe bzw. Kältemaschine	10
3.2	Betrieb als Wärmekraftmaschine	10

1 Einführung

Die Wärme ist eine Energieform. Häufig ändert sich die Temperatur T eines Systems linear mit der zugeführten Wärme ΔQ

$$\Delta Q = C_W \Delta T = c \cdot m \cdot \Delta T \quad , \quad (1.1)$$

wobei C_W die Wärmekapazität und c die spezifische Wärme ist. Dies sind materialabhängige Größen, für Wasser gilt laut¹:

$$c_{H_2O} = 4,185 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (1.2)$$

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik verknüpft die Wärme Q , die einem thermodynamischen System zu- oder abgeführt wird, mit der Änderung der inneren Energie ΔU des Systems und der am bzw. vom System geleisteten mechanischen Arbeit W :

$$Q = \Delta U - W \quad (1.3)$$

Nach Konvention hat Energie, die dem System zugeführt wird, ein positives Vorzeichen.

Das ideale Gas ist ein physikalisches Modell eines Gases, bei dem die Ausdehnung der Gasatome und Wechselwirkungen zwischen diesen vernachlässigt werden. Die Zustandsgleichung verknüpft den Druck p , das Volumen V , die Teilchenzahl N und die Temperatur T :

$$pV = Nk_B T \quad k_B = 1,3806 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad (1.4)$$

Durchläuft ein Stoff die Phasenübergänge fest \rightarrow flüssig bzw. flüssig \rightarrow fest, so wird dabei die Schmelzwärme Q_S aufgenommen bzw. freigesetzt. Diese ist proportional zur Masse des Stoffes:

$$Q_S = m \cdot q_S \quad (1.5)$$

Wärmekraftmaschinen wandeln Wärmeenergie in mechanische Arbeit um. Ihre Effizienz

¹Markus Donath und Anke Schmidt. *Anleitung zu den Experimentellen Übungen zur Optik, Wärmelehre und Atomphysik*. Auflage Sommersemester 2015. Westfälische Wilhelms-Universität Münster. Physikalisches Institut, 2015.

wird mit dem Wirkungsgrad angegeben (geleistete Arbeit W , zugeführte Wärme Q):

$$\eta = \frac{|W|}{|Q|} \quad \eta_c = 1 - \frac{T_{\text{kalt}}}{T_{\text{heiss}}} \quad (1.6)$$

η_c ist der maximal mögliche Wirkungsgrad (umgesetzt vom Carnot-Prozess).

Kältemaschinen bzw. Wärmepumpen nehmen mechanische Arbeit auf und transportieren Wärme von einem kalten Reservoir in ein warmes Reservoir. Hier wird die Effizienz durch die Leistungszahl beschrieben (aufgewandte Arbeit W , aus kälterem Reservoir entnommene Wärme Q):

$$\epsilon = \frac{|Q|}{|W|} \quad (1.7)$$

Der Stirling-Motor ist eine zyklisch arbeitende Wärmekraftmaschine, die thermodynamisch durch den idealisierten Stirling-Prozess beschrieben wird. Der Prozess durchläuft

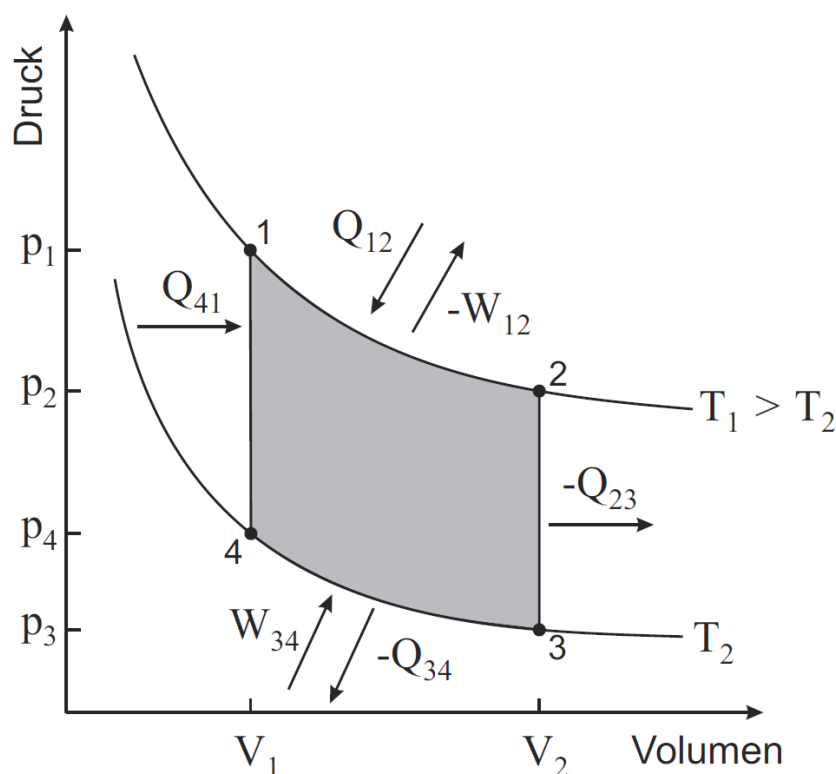


Abbildung 1: Stirling-Kreisprozess im (p, V) -Diagramm²

²Markus Donath und Anke Schmidt. *Anleitung zu den Experimentellen Übungen zur Optik, Wärme-*

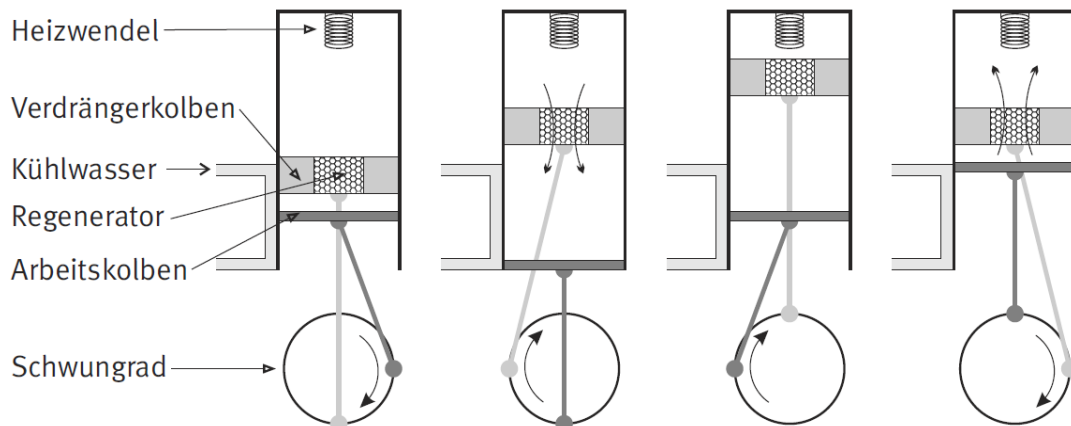


Abbildung 2: „Die Takte des Stirlingmotors. Isotherme Expansion, isochore Abkühlung, isotherme Kompression und isochore Erwärmung (von links nach rechts)“³

vier Teilabschnitte:

1. **isotherme Expansion:** Die Luft dehnt sich bei gleich bleibender Temperatur aus, dabei wird der Arbeitskolben nach unten gedrückt und die Arbeit $-W_{12}$ am Schwungrad verrichtet. Die Wärme Q_{12} wird vom Heizwendel an die Luft abgegeben.
2. **isochore Abkühlung:** Die Luft kühlt ab, wobei der Arbeitskolben den Tiefpunkt des Schwungrades durchläuft. Das Volumen bleibt nahezu konstant und es wird fast keine Arbeit verrichtet. Beim Hochschieben des Verdrängungskolbens wird die Luft nach unten durch den Regenerator gedrückt und dabei die Wärme $-Q_{23}$ wird an diesen abgegeben.
3. **isotherme Kompression:** Das Schwungrad treibt den Arbeitskolben nach oben, wodurch sich das Volumen verkleinert und die Luft verdichtet wird. Dabei wird die Arbeit W_{34} am System verrichtet. Die Temperatur bleibt konstant, da die Wärme $-Q_{34}$ an das Kühlwasser abgegeben wird und sich dadurch die innere Energie nicht ändert.
4. **isochore Erwärmung:** Der Arbeitskolben durchläuft den Hochpunkt des Schwungrades, sodass das Volumen nahezu konstant bleibt und keine Arbeit verrichtet wird.

lehre und Atomphysik. Auflage Sommersemester 2015. Westfälische Wilhelms-Universität Münster. Physikalisches Institut, 2015.

³Markus Donath und Anke Schmidt. *Anleitung zu den Experimentellen Übungen zur Optik, Wärmelehre und Atomphysik.* Auflage Sommersemester 2015. Westfälische Wilhelms-Universität Münster. Physikalisches Institut, 2015.

Der Verdrängungskolben drückt Luft durch den Regenerator, wobei die in Schritt 2 hier gespeicherte Wärme Q_{41} wieder aufgenommen wird und die Luft sich somit erwärmt.

Wird der Heizwendel entfernt und das Schwungrad mit einem Motor angetrieben, so wird der Prozess umgekehrt und der Stirling-Motor arbeitet stattdessen als Kältemaschine (bzw. Wärmepumpe bei anderer Drehrichtung). Pro Umlauf wird die Wärme Q_2 dem Zylinderkopf entzogen und die Wärme $-Q_1$ dem Kühlwasser zugeführt. Durch Kolbenreibung wird außerdem eine Reibungsarbeit W_R aufgewandt und in thermische Energie umgewandelt. Für die Arbeit W , die der Motor pro Umlauf am Schwungrad leisten muss, gilt also:

$$W = Q_1 - Q_2 + W_R \quad (1.8)$$

2 Versuch

Am Praktikumstag stand ein Stirling-Motor analog zu Abb. 2 zur Verfügung. Das Kühlwasser wurde in einem Kreislauf in einen großen Wasserbehälter gepumpt. Über einen Winkelmaßgerät wurde die Stellung des Arbeitskolbens digitalisiert, außerdem wurde der Druck im Zylinder gemessen.

2.1 Betrieb als Wärmepumpe bzw. Kältemaschine

2.1.1 Bestimmung der Reibungsverluste

Zunächst wurde der Reibungsverlust durch Kolbenreibung anhand der Erwärmung des Kühlwassers bestimmt. Der Volumendurchsatz des Kühlwassers wurde mit Stoppuhr und Messkolben gemessen: In $t = (21,13 \pm 0,20)$ s flossen $V = (82 \pm 1)$ ml Wasser, was einem Durchsatz von $D = (3,88 \pm 0,06)$ ml/s entspricht. Vor dem Versuch betrug die Temperatur am Kühlwasserabfluss des Zylinders $T_0 = (22,3 \pm 0,1)$ °C. Der Motor wurde bei offenem Zylinderkopf mit einer Frequenz $f = (3,05 \pm 0,02)$ Hz (bestimmt durch FFT des Winkelsignals mit LabVIEW) betrieben, bis sich die Temperatur am Kühlwasserabfluss nicht mehr geändert hat. Es stellte sich eine Gleichgewichtstemperatur $T_1 = (22,7 \pm 0,1)$ °C ein. Die pro Umlauf an das Kühlwasser abgegebene Wärme (d.h.

die Kolbenreibungsarbeit pro Umlauf) beträgt dann

$$W_R = \frac{D}{f} \cdot \rho_{H_2O} \cdot c_{H_2O} (T_1 - T_0) \quad (2.1)$$

$$= \frac{(3,88 \pm 0,06) \text{ ml/s}}{(3,05 \pm 0,02) \text{ Hz}} \cdot 1 \text{ g cm}^{-3} \cdot 4,185 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot (0,4 \pm 0,2) \text{ K} \quad (2.2)$$

$$= (2,13 \pm 1,07) \text{ J} \quad (2.3)$$

2.1.2 Bestimmung der Kühlleistung

In ein Reagenzglas wurden mit einer Pipette $(1,00 \pm 0,02)$ ml destilliertes Wasser gefüllt und dieses auf den Zylinderkopf aufgesetzt. Der Motor wurde auf dieselbe Drehzahl wie in Teil 1 eingestellt und die Temperatur des Wassers wurde digital aufgenommen.

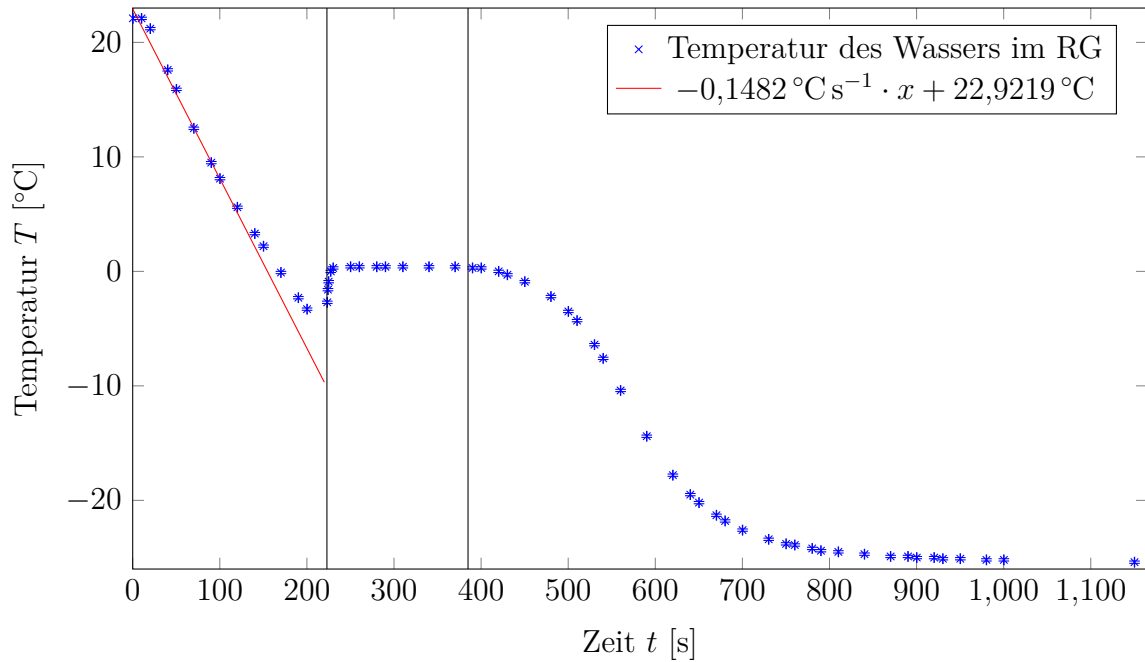


Abbildung 3: Temperatur von 1 ml Wasser im Reagenzglas am Zylinderkopf bei Betrieb des Stirling-Motors als Kältemaschine

Zu sehen ist, dass die Temperatur wie erwartet abfällt. Nach ca. 220 s erreicht sie vorerst einen Tiefpunkt bei $-5,5^\circ\text{C}$. Bis zu diesem Zeitpunkt wurde während des Versuches beobachtet, dass das Wasser noch nicht gefroren war. Bei $t_1 = (223 \pm 1) \text{ s}$ bildete sich Frost an der Reagenzglaswand und die Temperatur stieg schnell auf $0,4^\circ\text{C}$ an, wo sie

bis $t_2 = (385 \pm 1) \text{ s}$ konstant blieb (vgl. vertikale Linien in Abb. 3). Ab da folgte ein monotoner Abfall auf $-25,4^\circ\text{C}$.

Um die Steigung der Abkühlkurve zu bestimmen, wurde mit gnuplot nach dem *least-squares*-Verfahren der Bereich zwischen 13,2 s und 150 s gegen die Funktion $f(x) = a_K \cdot x + b$ gefittet (rote Linie in Abb. 3). Dieser Bereich wurde so gewählt, da in den ersten 13 s noch keine Temperaturänderung gemessen wurde (Anlaufphase des Motors, Reagenzglas muss sich erst abkühlen) und da bei größerem Abstand zur Zimmertemperatur der Wärmeverlust durch Wärmeleitung des Zylinderglases zu groß wird. Die Steigung beträgt $a_K = (-0,1482 \pm 0,0005)^\circ\text{C s}^{-1}$, was einer Kühlleistung von

$$P_K = |a_K| \cdot V \cdot \rho_{H_2O} \cdot c_{H_2O} \quad (2.4)$$

$$= (-0,1482 \pm 0,0005)^\circ\text{C s}^{-1} \cdot 1 \text{ ml} \cdot 1 \text{ g cm}^{-3} \cdot 4,185 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (2.5)$$

$$= (0,6202 \pm 0,0021) \text{ J/s} \quad (2.6)$$

bzw. einer dem Wasser im RG entzogenen Wärme pro Umlauf von

$$Q_2 = P_K / f = \frac{(0,6202 \pm 0,0021) \text{ J/s}}{(3,05 \pm 0,02) \text{ Hz}} = (0,2033 \pm 0,0015) \text{ J} \quad (2.7)$$

entspricht.

Das Plateau von $t_1 = (223 \pm 1) \text{ s}$ bis $t_2 = (385 \pm 1) \text{ s}$ wird als der Zeitraum interpretiert, währenddessen die von der Kältemaschine entzogene Wärme vollständig von der frei werdenden Schmelzwärme Q_S des Wassers kompensiert wird, sodass sich die Temperatur nicht ändert. Die Schmelzwärme beträgt also

$$Q_S = P \cdot (t_2 - t_1) = (0,6202 \pm 0,0021) \text{ J/s} \cdot (162 \pm 2) \text{ s} = (100,47 \pm 1,28) \text{ J} \quad (2.8)$$

Die Temperaturen des abfließenden Kühlwassers sowie des Wasserreservoirs wurden vor und nach der Aufnahme der Abkühlkurve mit dem Thermometer gemessen:

	vorher	nachher
abfl. Kühlwasser	$T_0 = (22,3 \pm 0,1)^\circ\text{C}$	$T_1 = (23,9 \pm 0,1)^\circ\text{C}$
Wasserreservoir	$(22,0 \pm 0,1)^\circ\text{C}$	$(22,8 \pm 0,1)^\circ\text{C}$

Tabelle 1: Wassertemperaturen vor und nach Betrieb der Kältemaschine

Die pro Umlauf an das Kühlwasser abgegebene Wärme wird analog zu Gleichung (2.3) ermittelt:

$$Q_1 = \frac{D}{f} \cdot \rho_{H_2O} \cdot c_{H_2O} (T_1 - T_0) \quad (2.9)$$

$$= \frac{(3,88 \pm 0,06) \text{ ml/s}}{(3,05 \pm 0,02) \text{ Hz}} \cdot 1 \text{ g cm}^{-3} \cdot 4,185 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot (1,6 \pm 0,2) \text{ K} \quad (2.10)$$

$$= (8,52 \pm 1,07) \text{ J} \quad (2.11)$$

Die Leistungszahl ergibt sich mit der in Teil 1 berechneten Reibungsarbeit pro Umlauf zu

$$\epsilon_K = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2 + W_R} \quad (2.12)$$

$$= \frac{(0,2033 \pm 0,0015) \text{ J}}{(8,52 \pm 1,07) \text{ J} - (0,2033 \pm 0,0015) \text{ J} + (2,13 \pm 1,07) \text{ J}} \quad (2.13)$$

$$= (1,95 \pm 0,39) \% \quad (2.14)$$

2.1.3 Bestimmung der Heizleistung

Nun wird der Motor bei gleich bleibender Drehzahl in umgekehrter Umlaufrichtung betrieben und die Aufwärmkurve des Wassers aufgenommen.

Zu sehen ist ein rascher Anstieg bis ca. $T = 0^\circ\text{C}$ bei $t = 50 \text{ s}$, dann ein Plateau (im Unterschied zur Abkühlkurve liegt auch in diesem Abschnitt eine leichte Steigung vor) bis ca. $t = 220 \text{ s}$ und anschließender monotoner Anstieg.

Wieder wurden die Temperaturen des abfließenden Kühlwassers sowie des Wasserreservoirs vor und nach der Aufnahme der Kurve mit dem Thermometer gemessen.

	vorher	nachher
abfl. Kühlwasser	$T_0 = (23,9 \pm 0,1)^\circ\text{C}$	$T_1 = (22,7 \pm 0,1)^\circ\text{C}$
Wasserreservoir	$(22,8 \pm 0,1)^\circ\text{C}$	$(22,9 \pm 0,1)^\circ\text{C}$

Tabelle 2: Wassertemperaturen vor und nach Betrieb der Wärmemaschine

Analog zu Teil 2 wird mit einem Fit (rote Linie in Abb. 4) die Steigung in der Nähe der Raumtemperatur bestimmt: $a_W = (0,3152 \pm 0,0013)^\circ\text{C s}^{-1}$.

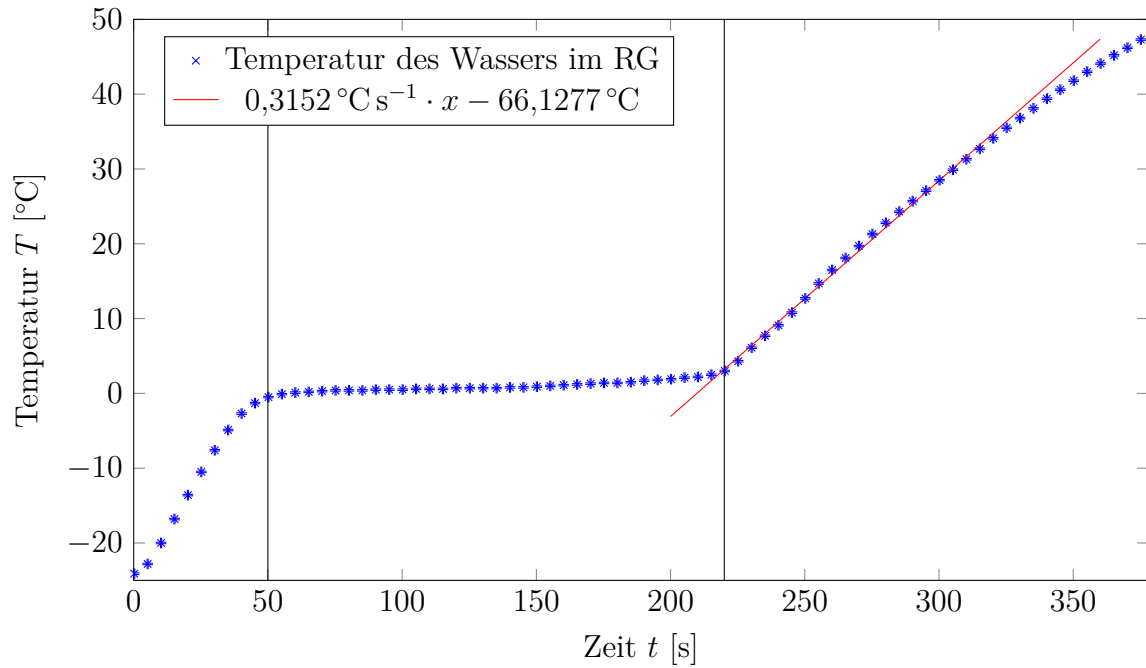


Abbildung 4: Temperatur von 1 ml Wasser im Reagenzglas am Zylinderkopf bei Betrieb des Stirling-Motors als Wärmemaschine

Dies führt zu einer Heizleistung von

$$P_H = |a_H| \cdot V \cdot \rho_{H_2O} \cdot c_E \quad (2.15)$$

$$= (0,3152 \pm 0,0013) \text{ °C s}^{-1} \cdot 1 \text{ ml} \cdot 1 \text{ g cm}^{-3} \cdot 4,185 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (2.16)$$

$$= (1,319 \pm 0,005) \text{ J/s} \quad (2.17)$$

bzw. einer dem Wasser im RG pro Umlauf zugeführte Wärme von

$$Q_2 = P_H / f = \frac{(1,319 \pm 0,005) \text{ J/s}}{(3,05 \pm 0,02) \text{ Hz}} = (0,4325 \pm 0,0032) \text{ J} \quad (2.18)$$

Die pro Umlauf dem Kühlwasser entzogene Wärme wird analog zu Gleichung (2.11)

ermittelt:

$$Q_1 = \frac{D}{f} \cdot \rho_{H_2O} \cdot c_{H_2O} (T_0 - T_1) \quad (2.19)$$

$$= \frac{(3,88 \pm 0,06) \text{ ml/s}}{(3,05 \pm 0,02) \text{ Hz}} \cdot 1 \text{ g cm}^{-3} \cdot 4,185 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot (1,2 \pm 0,2) \text{ K} \quad (2.20)$$

$$= (6,39 \pm 1,07) \text{ J} \quad (2.21)$$

Die Leistungszahl ergibt sich mit der in Teil 1 berechneten Reibungsarbeit pro Umlauf zu

$$\epsilon_H = \frac{Q_2}{|W|} = \frac{Q_2}{|Q_2 - Q_1 + W_R|} \quad (2.22)$$

$$= \frac{(0,4325 \pm 0,0032) \text{ J}}{|(0,4325 \pm 0,0032) \text{ J} - (6,39 \pm 1,07) \text{ J} + (2,13 \pm 1,07) \text{ J}|} \quad (2.23)$$

$$= (11,3 \pm 6,3) \% \quad (2.24)$$

Es hat $t = (55,8 \pm 0,2) \text{ s}$ gedauert, das Eis von $(-24,1 \pm 0,1) ^\circ\text{C}$ auf $0 ^\circ\text{C}$ aufzuwärmen. Mit der Heizleistung kann die spezifische Wärme von Eis berechnet werden:

$$c_E = \frac{\Delta Q}{m \Delta T} = \frac{P_H \cdot t}{m \Delta T} \quad (2.25)$$

$$= \frac{(1,319 \pm 0,005) \text{ J/s} \cdot (55,8 \pm 0,2) \text{ s}}{1 \text{ g} \cdot (24,1 \pm 0,1) ^\circ\text{C}} \quad (2.26)$$

$$= (3,054 \pm 0,020) \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (2.27)$$

3 Diskussion

3.1 Betrieb als Wärmepumpe bzw. Kältemaschine

Die größte Fehlerquelle war hier die Messung der Temperatur des abfließenden Kühlwassers mit dem Thermometer. Zum Beispiel kam es bei der Berechnung der Reibungsarbeit in Gleichung (2.3) zu einem relativen Fehler von 50 %, da der Temperaturunterschied nur mit $(0,4 \pm 0,2)$ K angegeben werden konnte. Auch der Fehler in der Leistungszahl der Wärmepumpe (Gleichung (2.24)) ist hierauf zurückzuführen. Hinzu kommt, dass die Temperatur des Wasserreservoirs nicht konstant blieb (wie die Messungen in den Tabellen 1 und 2 zeigen). Das bedeutet, dass die Temperaturänderung beim abfließenden Kühlwasser nicht alleine der Wärme von einem Umlauf zuzuschreiben ist. Deutlich genauer war die Bestimmung der Heiz- bzw. Kühlleistung anhand der Steigung in den Temperaturkurven.

Die Leistungszahl der Wärmepumpe ist, auch wenn man an den unteren Rand des Fehlerintervalls geht, deutlich größer als die Leistungszahl der Kältemaschine.

3.2 Betrieb als Wärmekraftmaschine

Betrachtet man die Abschnitt 2.2.1 ermittelte Heizleistung pro Umlauf, so fällt direkt ein Fehler bei der 14V Messung auf. Die Frequenz f von 3,63 Hz ist zu niedrige. Man würde eine Frequenz zwischen 5,08 Hz und 7,13 Hz erwarten. Entsprechend ist die für diesen Wert ermittelte Heizleistung nicht Aussage Kräftig. Eine mögliche Ursache für diesen Messfehler könnte gewesen sein, dass sich das System noch nicht vollständig eingeschwungen hatte oder dass der Fehler bei der FTT Bestimmung aufgetreten ist. Die Auswertung zeigt auch, dass der Wirkungsgrad mit zunehmender Heizspannung steigt (vgl. Tabelle 5).

Bei dem in 2.2.2 ermittelten maximalen Wirkungsgrad des Motors vom 6,0976 % bei 16 V ist im Vergleich mit dem im 2.2.1 ermittelten Wirkungsgrad von $(8,78 \pm 1,85)$ % für 16 V, dass dieser deutlich über den 6,0976 % liegt und auch nicht im Toleranzbereich dieser Messung liegt. Leider kann aufgrund der fehlenden Bestimmung der Halbwertsbreite der Frequenz im FTT keine Aussagen über den Toleranzbereich des ermittelten maximal Wirkungsgrad gemacht werde. Die Größenordnung der Wirkungsgrade stimmen aber weites gehend überein.

Literatur

Demtröder. *Experimentalphysik 1*. 2008.

Donath, Markus und Anke Schmidt. *Anleitung zu den Experimentellen Übungen zur Optik, Wärmelehre und Atomphysik*. Auflage Sommersemester 2015. Westfälische Wilhelms-Universität Münster. Physikalisches Institut, 2015.