

Versuchsprotokoll E1

Gleich- und Wechselstrom

03.12.2014



Alexander Schlüter, Josh Wewers, Frederik Edens

Gruppe 15/mi

`alx.schlueter@gmail.com`

`joshw@muenster.de`

`f_eden01@wwu.de`

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
2	Versuche	1
2.1	Aufgabe 1	1
2.2	Aufgabe 4	4
2.3	Aufgabe 5	4
2.4	Aufgabe 6	7
2.5	Aufgabe 7	10
2.6	Aufgabe 8	12
3	Diskussion	14

1 Einführung

Eine reale Spannungsquelle wird durch das Modell des Innenwiderstandes beschrieben. Dabei wird gerechnet, als wäre ein Innenwiderstand R_i in Reihe mit der eigentlichen Spannungsquelle mit Leerlaufspannung U_0 geschaltet. Es ergibt sich bei Belastung durch einen Außenwiderstand R_a (Strom I):

$$U_0 = R_i \cdot I + R_a \cdot I \quad (1.1)$$

Die tatsächlich gemessene Spannung an der Quelle weicht von der Leerlaufspannung ab und heißt Klemmspannung U_{Kl} :

$$U_{\text{Kl}} = U_0 - R_i \cdot I = R_a \cdot I \quad (1.2)$$

Beim Kurzschluss für $R_a = 0$ fließt der endliche Strom

$$I_{\text{Ks}} = U_0 / R_i. \quad (1.3)$$

Die an den Verbraucher abgegebene Leistung beträgt

$$P = U_0^2 \frac{R_a}{(R_a + R_i)^2}. \quad (1.4)$$

Wir leiten die Bedingung für maximale Leistungsabgabe her:

$$\frac{dP}{dR_a} = \frac{U_0^2}{(R_a + R_i)^2} - 2 \cdot \frac{R_a U_0^2}{(R_a + R_i)^3} = 0 \quad (1.5)$$

$$\implies (R_a + R_i) = 2R_a \implies R_a = R_i \quad (1.6)$$

2 Versuche

2.1 Aufgabe 1

Ziel dieses Versuches ist die Bestimmung von Leerlaufspannung U_0 und Innenwiderstand R_i von

1. einer einzelnen Akkumulatorzelle

2. drei Zellen parallel

3. drei Zellen in Reihe.

Dazu wird ein Stöpselwiderstand R_a in Reihe und ein Spannungsmessgerät zur Messung der Klemmspannung U_{Kl} parallel zu den Zellen geschaltet. Der Stöpselwiderstand fungiert als Lastwiderstand, über den der Strom I reguliert werden kann. Es werden jeweils 13 Spannungswerte nach Einstellen verschiedener Widerstände R_a abgenommen. Darunter sind auch Werte für den Kurzschlussfall ($R_a=0$) und für nicht geschlossenen Stromkreis ($R_a = \infty$).

R_a [$\pm 1 \Omega$]	U_{Kl} [$\pm 0,015 \text{ V}$]	$I = U_{\text{Kl}}/R_a$ [$\pm 0,5 \text{ mA}$]
∞	1,338	-
0	0,021	-
5	0,303	60,6
10	0,483	48,3
20	0,717	35,8
30	0,840	28,0
40	0,930	23,3
50	0,987	19,7
60	1,035	17,3
70	1,071	15,3
80	1,095	13,7
90	1,113	12,4
100	1,140	11,4

Tabelle 1: Messergebnis für eine Zelle

R_a [$\pm 1 \Omega$]	U_{Kl} [$\pm 0,05 \text{ V}$]	$I = U_{\text{Kl}}/R_a$ [$\pm 1,2 \text{ mA}$]
∞	4,00	-
0	0,10	-
5	0,40	80
10	0,70	70
20	1,15	57,5
30	1,48	49,3
40	1,73	43,3
50	1,98	39,6
60	2,12	35,3
70	2,30	32,9
80	2,40	30,0
90	2,52	28,0
100	2,61	26,1

Tabelle 2: Messergebnis für drei Zellen parallel

R_a [$\pm 1 \Omega$]	U_{Kl} [$\pm 0,015 \text{ V}$]	$I = U_{\text{Kl}}/R_a$ [$\pm 0,5 \text{ mA}$]
∞	1,323	-
0	0,030	-
5	0,327	65,4
10	0,495	49,5
20	0,717	35,9
30	0,843	28,1
40	0,930	23,3
50	0,990	19,8
60	1,023	17,1
70	1,068	15,3
80	1,095	13,7
90	1,113	12,4
100	1,137	11,4

Tabelle 3: Messergebnis für drei Zellen in Reihe

Wir beobachten bei allen drei Messungen eine Zunahme der Klemmspannung U_{K1} und Abnahme des Stromes I bei höherem Lastwiderstand R_a . Die Werte für eine Zelle entsprechen bis auf geringe Abweichungen den Werten für drei Zellen in Reihe. Die größte Abweichung tritt für $R_a = 5\,\Omega$ auf und beträgt $\Delta U_0 = (0,327\,\text{V} - 0,303\,\text{V}) / (0,303\,\text{V}) \approx 8\,\%$.

2.2 Aufgabe 4

Da es keine weiteren Angaben zur Frequenz der Wechselspannung gab, wurde von den normalen 50 Hz ausgegangen.

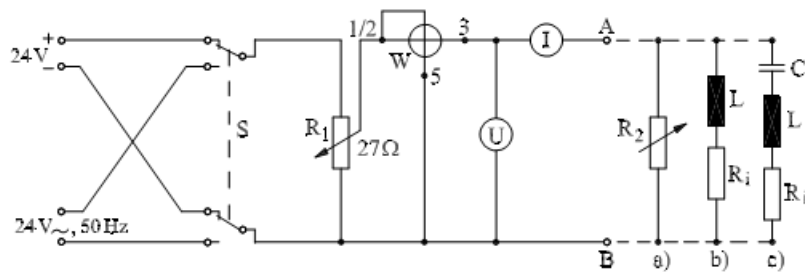


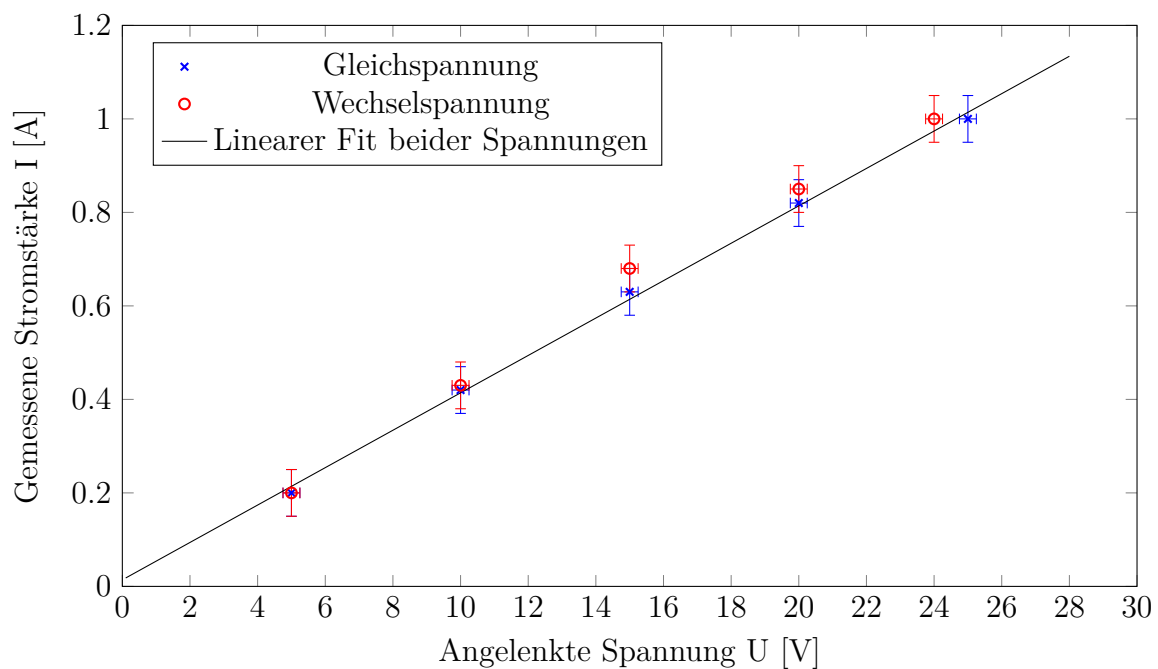
Abbildung 1: Schaltplan für die Aufgaben 4-8¹

In dem Aufbau wird kein Verbraucher angeschlossen um die Verlustleistung des Voltmeters zu bestimmen. Diese beträgt bei maximaler Spannung, $U_{\text{Gleich}} = 27\,\text{V}$ oder $U_{\text{Wechsel}} = 25,5\,\text{V}$, $P_{\text{verlust}} = 1\,\text{W}$ und nimmt bei sinkenden Spannungen weiter ab.

2.3 Aufgabe 5

An den Punkten A und B wird ein ohmscher Widerstand angeschlossen, für den bei Wechsel- und Gleichspannung die möglichen Messwerte bestimmt werden.

Spannungsart	Spannung U [V] $\pm 0,25$	Stromstärke I [A] $\pm 0,05$	Leistung P [W] $\pm 0,5$
Wechselspannung	24	1,00	23,7
	20	0,85	17,0
	15	0,68	9,8
	10	0,43	4,0
	5	0,20	1,0
Gleichspannung	25	1,00	24,5
	20	0,82	16,0
	15	0,63	9,0
	10	0,42	3,9
	5	0,20	0,6

Tabelle 4: Messwerte des ohmschen Widerstands**Abbildung 2:** Versuch mit ohmschen Widerstand (Spannung gegen Stromstärke)

In dem Diagramm wurde nur der Fit für Gleichspannung eingetragen, da sich dieser fast mit dem von der Wechselspannung deckt und so eine größere Übersichtlichkeit erreicht wurde.

Aufgrund des anscheinend sehr linearen Verlaufs der Messwerte für beide Spannungsarten und in Deckung mit der zu erwarteten Formel ?? wurde mit *gnuplot* nach dem *least-squares*-Verfahren die Werte der beiden Spannungsarten gegen die Funktion $f(x) = m \cdot x + b$ gefittet. Ausgabe:

Spannungsart	Variabel m	Variabel b	Varianz der Residuals
Gleichspannung	0,04	0,014	0,00024
Wechselspannung	0,0422	0,007	0,00077

Tabelle 5: Linearer Fit zu Abbildung 2

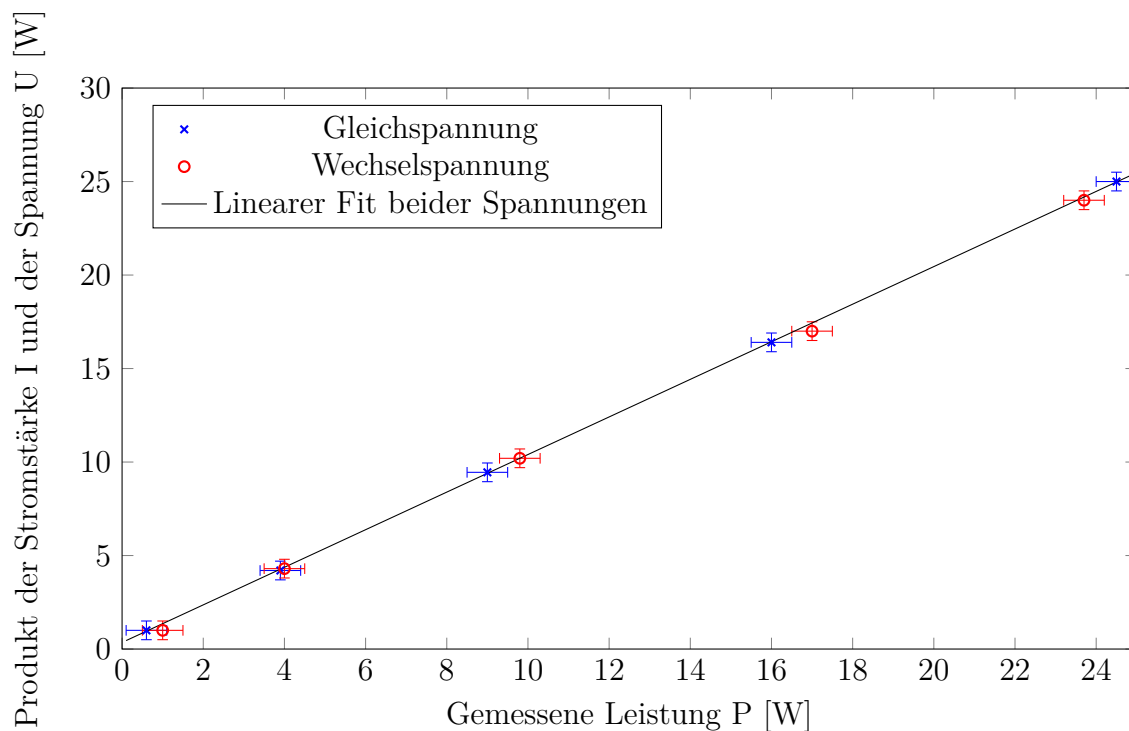


Abbildung 3: Versuch mit ohmschen Widerstand (Leistung gegen Produkt aus Spannung und Stromstärke)

In dem Diagramm wurde nur der Fit für Gleichspannung eingetragen, da sich dieser fast mit dem von der Wechselspannung deckt und so eine größere Übersichtlichkeit erreicht wurde. Der Fehler des Produktes von Stromstärke und Spannung wurde nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung bestimmt.

Aufgrund des anscheinend linearen Verlaufs der Messwerte für beide Spannungsarten und in Deckung mit der zu erwarteten Formel 1.4 wurde mit *gnuplot* nach dem *least-squares*-Verfahren die Werte der beiden Spannungsarten gegen die Funktion $f(x) = m \cdot x + b$ gefittet. Ausgabe:

Spannungsart	Variabel m	Variabel b	Varianz der Residuals
Gleichspannung	1,005	0,352	0,004
Wechselspannung	1,003	0,164	0,45

Tabelle 6: Linearer Fit zu Abbildung 3

2.4 Aufgabe 6

In diesem Versuchsteil wird eine Spule an den Punkten A und B angeschlossen (Aufbau b), und für Wechselspannung die Messwerte bestimmt.

Spannung U [V] $\pm 0,25$	Stromstärke I [A] $\pm 0,05$	Leistung P [W] $\pm 0,5$
25	0,85	16,2
20	0,67	10,8
15	0,50	6,0
10	0,33	2,5
5	0,20	1,0

Tabelle 7: Messwerte der Spule bei Wechselspannung

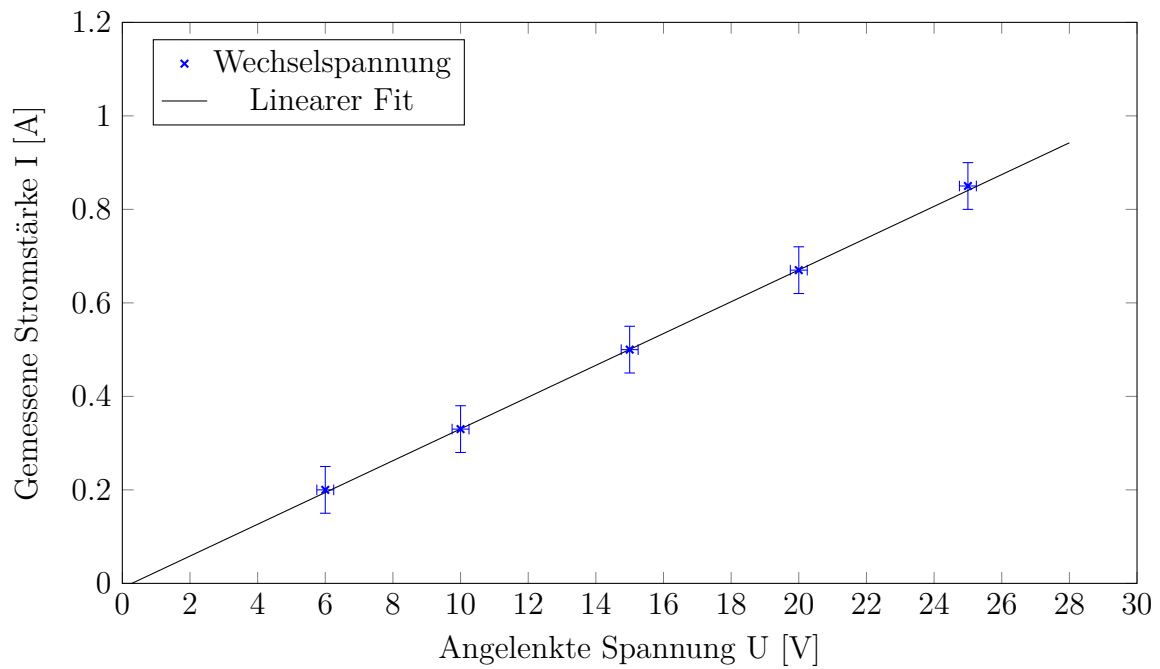


Abbildung 4: Versuch mit Spule (Spannung gegen Stromstärke)

Spannungsart	Variabel m	Variabel b	Varians der Residuals
Wechselspannung	0,034	-0,0096	$2,54 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 8: Linearer Fit zu Abbildung 4

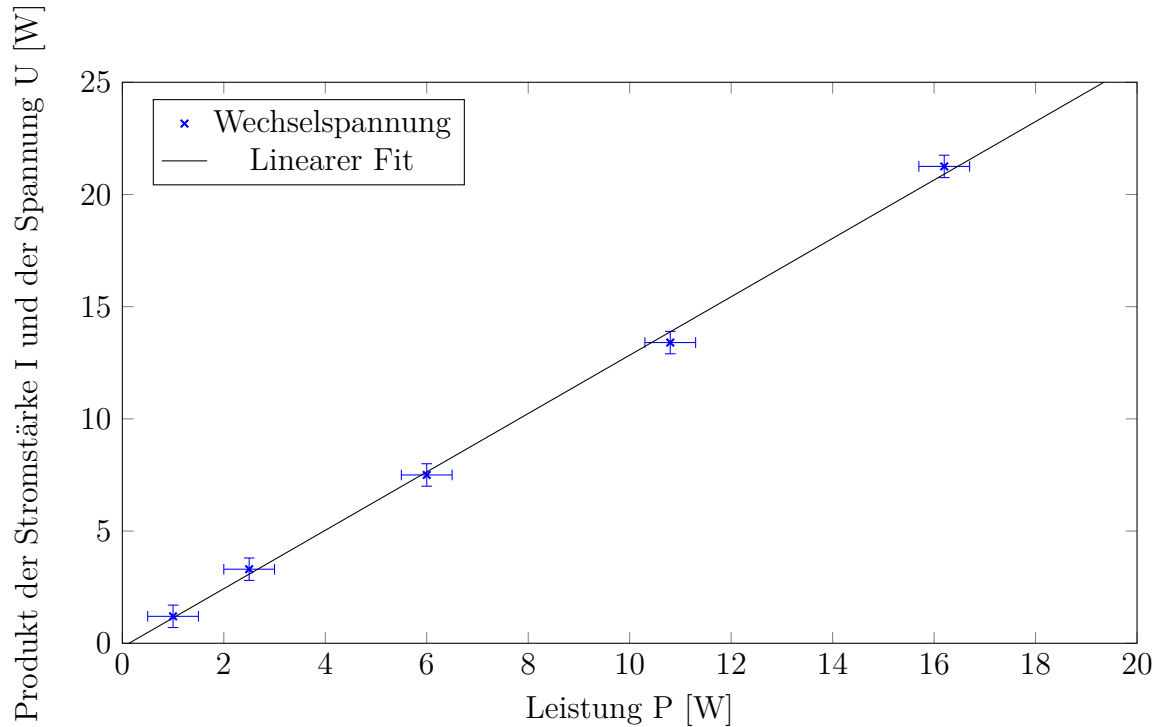


Abbildung 5: Versuch mit Spule (Leistung gegen Produkt aus Spannung und Stromstärke)

Der Fehler des Produktes von Stromstärke und Spannung wurde nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung bestimmt.

Spannungsart	Variabel m	Variabel b	Varianz der Residuals
Wechselspannung	1,301	-0,171	0,14

Tabelle 9: Linearer Fit zu Abbildung 5

Aus dem Fit 9 ergibt sich, wenn man den b Achsenabschnitt, der aus Messungenauigkeiten folgt, vernachlässigt,

$$U \cdot I = 1,301 \cdot P. \quad (2.1)$$

Wenn man dies nun in ?? einsetzt und nach dem Phasenwinkel φ auflöst, erhält man

$$\varphi = \pm \arccos\left(\frac{1}{1,301}\right) = \pm 39,77^\circ. \quad (2.2)$$

Da es sich um eine Schaltung bestehend aus nur einer Spule handelt, kann man allgemein

sagen, dass die Stromstärke der Spannung folgt, woraus folgt, dass gilt

$$\varphi = 39,77^\circ. \quad (2.3)$$

Aus dem Fit 8 ergibt sich unter der Vernachlässigung von b

$$I = 0,034\Omega^{-1} \cdot U. \quad (2.4)$$

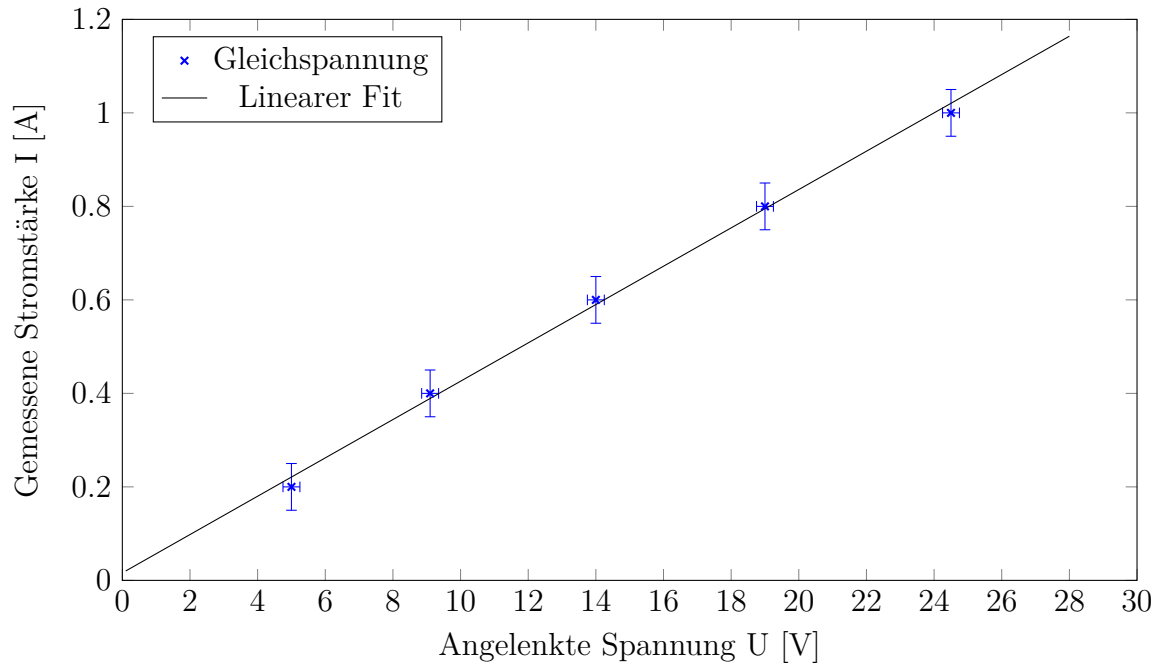
Wenn man dies nun in die Formel ?? einsetzt erhält man

$$R_W = \frac{U}{I} \cos(\varphi) = \frac{U}{0,034\Omega^{-1} \cdot U} \cos(\varphi) = \frac{1}{0,034\Omega^{-1}} \cos(\varphi) = \frac{500}{17} \cos(\varphi) \Omega \approx 22,61\Omega \quad (2.5)$$

2.5 Aufgabe 7

Spannung U [V] $\pm 0,25$	Stromstärke I [A] $\pm 0,05$
24,5	1,0
19,0	0,8
14,0	0,6
9,1	0,4
5,0	0,2

Tabelle 10: Messwerte der Spule bei Wechselspannung

**Abbildung 6:** Versuch mit Spule

Spannungsart	Variabel m	Variabel b	Varianz der Residuals
Gleichspannung	0,041	0,016	0,00035

Tabelle 11: Linearer Fit zu Abbildung 6

Aus dem Fit 11 ergibt sich unter der Vernachlässigung von b

$$I = 0,041\Omega^{-1} \cdot U. \quad (2.6)$$

Wenn man dies nun in die Formel ?? einsetzt erhält man

$$R_i = \frac{U}{I} = \frac{U}{0,041\Omega^{-1} \cdot U} = \frac{1}{0,041\Omega^{-1}} = \frac{1000}{41}\Omega = 24,39024\Omega \quad (2.7)$$

Aus der Formel ?? folgt

$$L = \sqrt{\frac{|Z|^2 - R^2}{\omega^2}} \approx 0,96H \quad (2.8)$$

2.6 Aufgabe 8

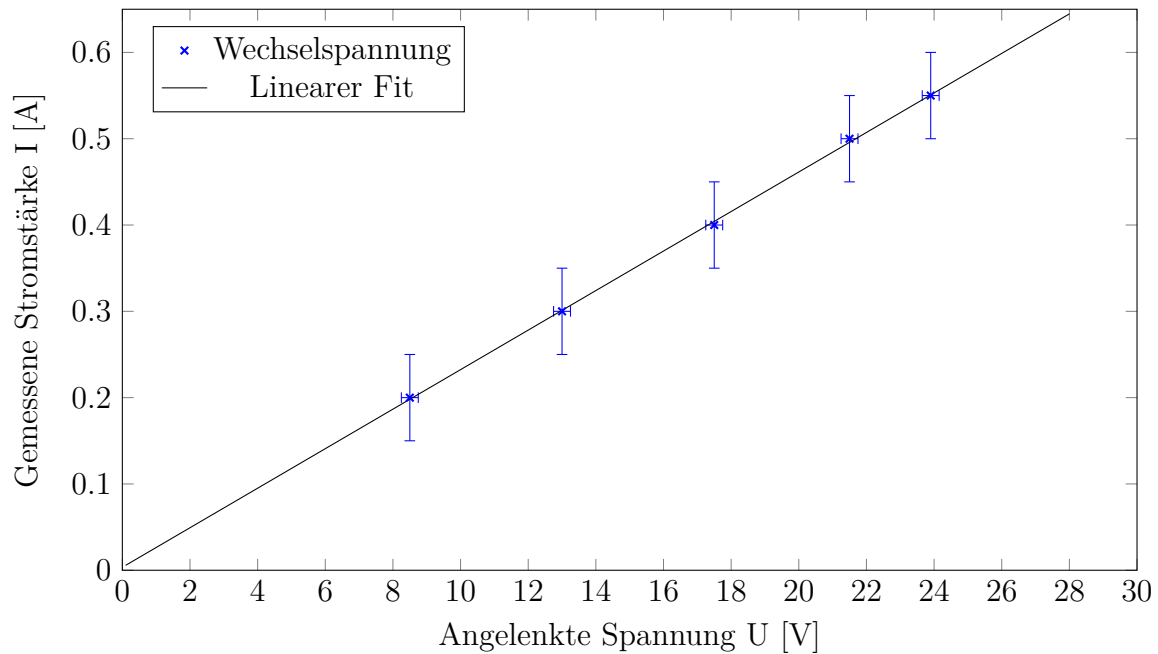


Abbildung 7: Versuch mit Spule und Kondensator (Spannung gegen Stromstärke)

Spannungsart	Variabel m	Variabel b	Varianz der Residuals
Wechselspannung	0,023	0,003	$1,36 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 12: Linearer Fit zu Abbildung 7

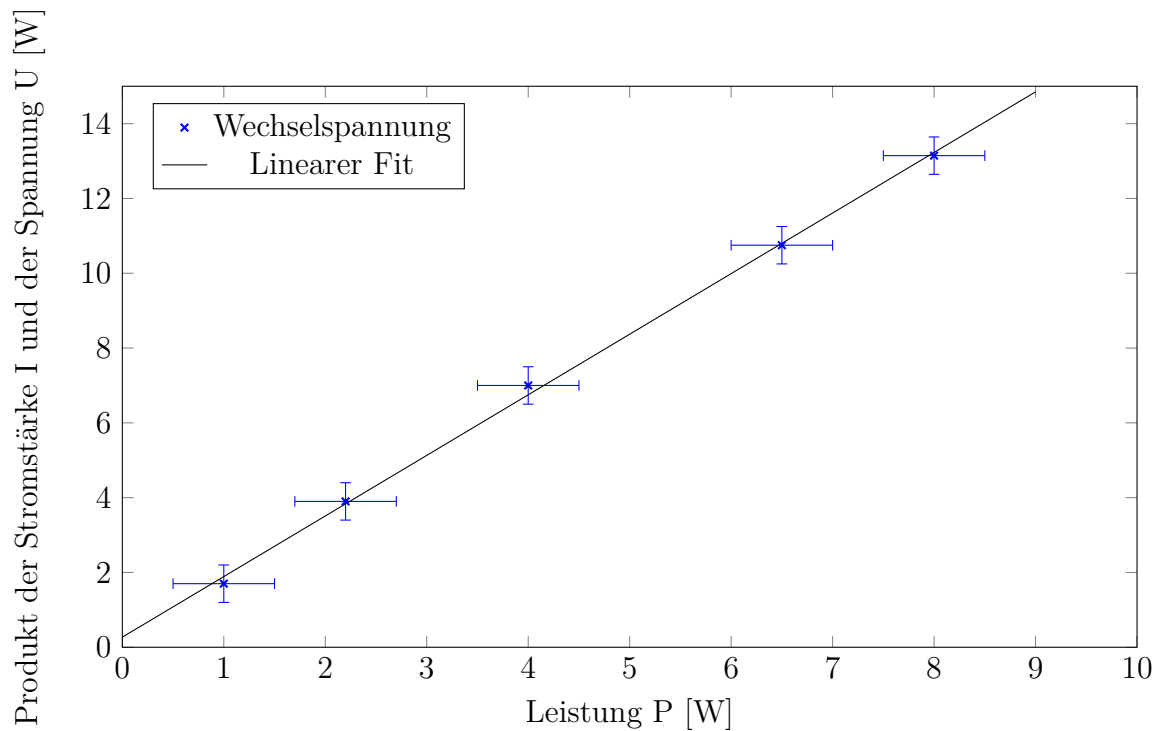


Abbildung 8: Versuch mit Spule (Leistung gegen Produkt aus Spannung und Stromstärke)

Der Fehler des Produktes von Stromstärke und Spannung wurde nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung bestimmt.

Spannungsart	Variabel m	Variabel b	Varianz der Residuals
Wechselspannung	1,62	0.27	0,038

Tabelle 13: Linearer Fit zu Abbildung 8

Der Phasenwinkel lässt sich analog zu Aufgabe 6 berechnen

$$\varphi = \arccos(1,62^{-1}) = 51,88^\circ. \quad (2.9)$$

Ebenso kann man den Widerstand $|Z|$ so wie bei Aufgabe 6 berechnen.

$$|Z| = \frac{1}{0,023\Omega^{-1}} = \frac{1000}{23}\Omega \approx 43,48\Omega \quad (2.10)$$

Damit kann nun die Kapazität des Kondensators berechnet werden

$$C = \frac{1}{\omega^2 L + \omega \sqrt{|Z|^2 - R^2}} = 10,54 \mu F \quad (2.11)$$

3 Diskussion

Literatur

Donath, Markus und Anke Schmidt. *Anleitung zu den Experimentellen Übungen zur Mechanik und Elektrizitätslehre*. Auflage Wintersemester 2014/2015. Westfälische Wilhelms-Universität Münster. Physikalisches Institut, Oktober 2014.