

2.2 Betrieb als Wärmekraftmaschine

2.2.1 Bestimmung des Wirkungsgrades aus dem (p, V)-Diagramm

Der Stirling-Motor wird als Wärmekraftmaschine betrieben. Es werden für fünf verschiedene Heizspannungen (8V, 10V, 12V, 14V und 16V) die jeweilige Heizleistung und die Arbeit des Motors durch die Aufnahme des (p, V)-Diagramm bei einer Abtastrate von 1kHz bei der Druck- und Volumenmessung bestimmt. Aus diesen wird anschließend der Wirkungsgrad bestimmt. Die Heizleistung ergibt sich aus der aufgewendeten elektrischen Leistung an der Heizspirale, unter der Annahme der Vollständigen Umwandlung der elektrischen Energie in Wärme.

In der Versuchsreihe wird die Winkelposition φ , statt dem Volumen V gemessen. Aus diesem Grund muss zuerst die Winkelposition in das entsprechend Volumen umgerechnet werden. Das minimale Volumen $V_{\min}=195\text{cm}^3$ und der Hubraum $V_H=140\text{cm}^3$ sind bekannt. Daraus bestimmt sich das maximale Volumen: $V_{\max}=V_{\min}+V_H=335\text{cm}^3$. Das Volumen ist proportional zum Winkel φ und damit können aus den beiden resultierenden Geradengleichungen die Umrechnungsvorschrift bestimmt werden.

$$a \cdot \varphi_{\max} + b = V_{\max}$$

$$a \cdot \varphi_{\min} + b = V_{\min}$$

(2.28)

Durch Subtraktion erhält man die Steigung a und durch einsetzen von a in einer der obriegen Gleichung erhält man b.

$$a = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}}$$

(2.29)

Dabei werden φ_{\max} und φ_{\min} aus den gemessenen (p- φ)-Diagrammen durch ablesen bestimmt. Für die einzelnen Messungen ergeben sich für a und b mit einem Ablesefehler für φ_{\min} und φ_{\max} von $\pm 0,005\text{rad}$ die folgende Wertetabelle:

| Heizspannung in V | φ_{\min} in $(\pm 0,005)$ rad | φ_{\max} in $(\pm 0,005)$ rad | a in $(\pm 0,3) \frac{\text{cm}^3}{\text{rad}}$ | b in cm^3 |
|----------------------|------------------------------------------|------------------------------------------|-------------------------------------------------|-----------------------|
| 8 | -1,060 | 0,947 | 69,8 | 268,94($\pm 0,45$) |
| 10 | -2,011 | 0 | 69,6 | 335,00($\pm 0,35$) |
| 12 | -0,017 | 1,984 | 69,9 | 196,18($\pm 0,69$) |
| 14 | 0,011 | 2,004 | 70,3 | 194,22($\pm 0,70$) |
| 16 | -0,184 | 1,822 | 69,8 | 207,84($\pm 0,66$) |

Tabelle 1: Steigung a und y-Achsenabschnitt b zur Volumenbestimmung

In allen folgenden Graphen wurde das Volume V mit dem entsprechenden a und b Werte aus der Tabelle oben über die Gleichung:

$$a \cdot \varphi + b = V$$

(2.30)

aus den Winkel φ bestimmt. Die von der Kurve im Graphen eingeschlossen Fläche entspricht der geleisteten Arbeit. Dazu wird der Kreisprozess in zwei Teile, der oberen und der unter Hälfte aufgeteilt

und jeweils mit einem Polynom 3. Grades gefittet. Dazu wurde das Programm Gnuplot verwendet. Anschließend werden beide Polynome integriert und voneinander subtrahiert um die Fläche des Graphen zu erhalten. Das Graphische auftragen der Messwerte ergibt die folgenden Graphen:

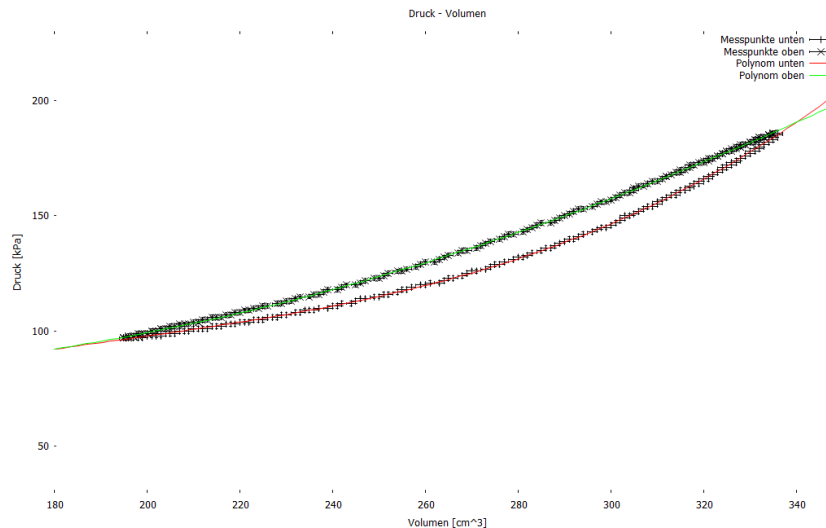


Abbildung 5: p-V Diagramm bei einer Heizspannung von 8V

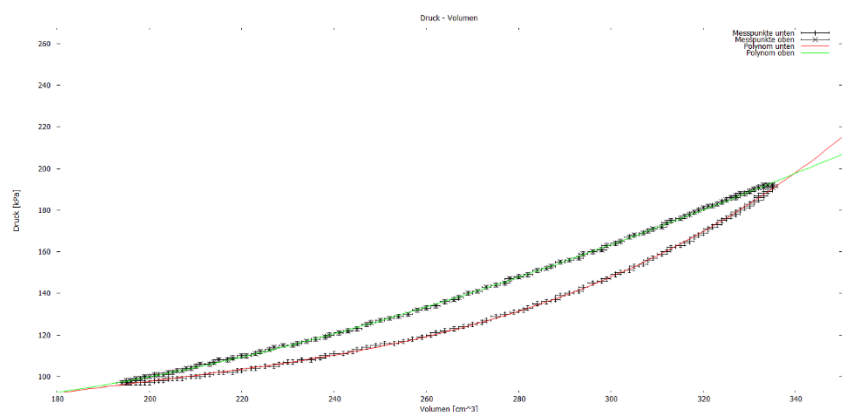


Abbildung 6: p-V Diagramm bei einer Heizspannung von 10V

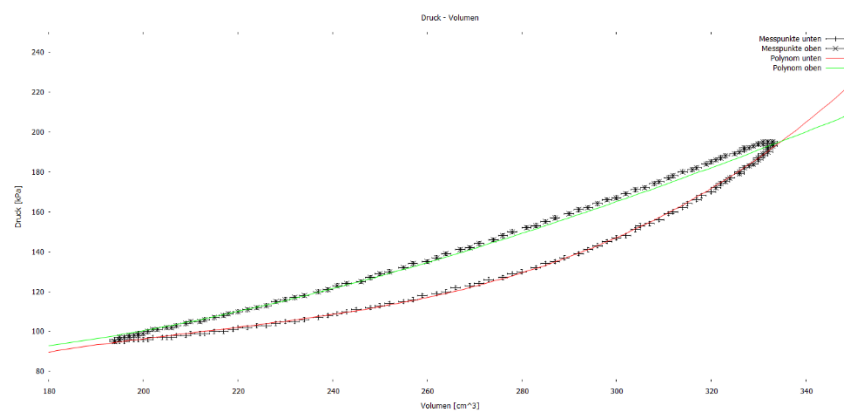


Abbildung 7: p-V Diagramm bei einer Heizspannung von 12V

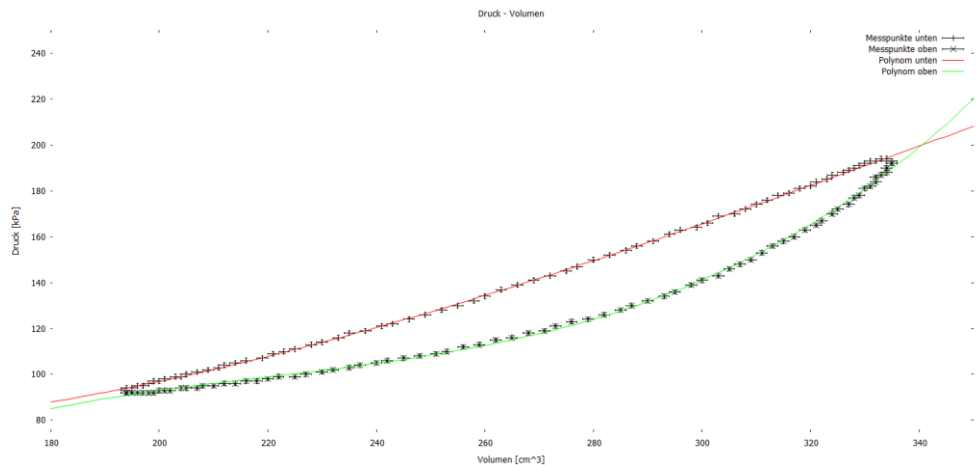


Abbildung 8: p-V Diagramm bei einer Heizspannung von 14V

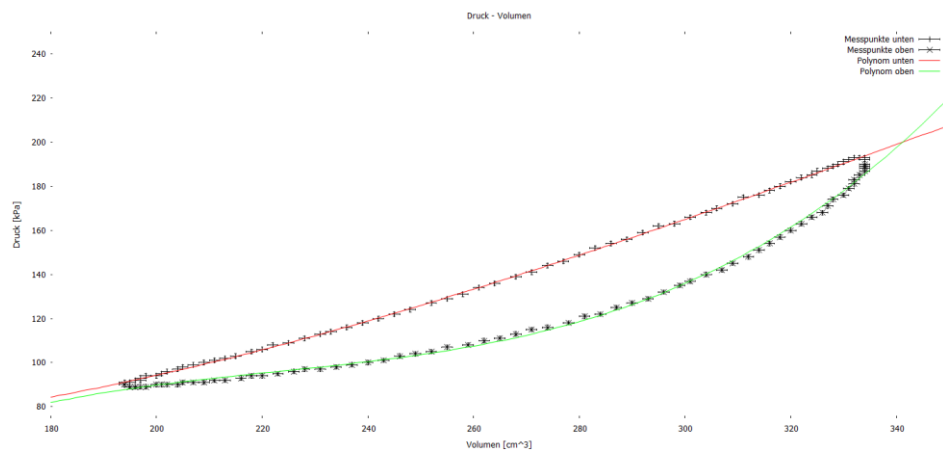


Abbildung 9: p-V Diagramm bei einer Heizspannung von 16V

Die ermittelten Polynome der einzelnen Graphen haben die Form: $a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x^1 + d$. Dessen Werte und Fehler in der folgenden Tabelle dargestellt sind.

| Heizspannung | a | Δa | b | Δb | c | Δc | d | Δd |
|-----------------|---------------|--------------|-------------|------------|-----------|------------|----------|------------|
| 8V Obererteil | 1,67182e-005 | 0,67182e-006 | -0,00967902 | 0,0004203 | 2,15005 | 0,1104 | -78,6802 | 9,5 |
| 8V Untererteil | -1,16667e-006 | 5,536e-007 | 0,00273777 | 0,0004422 | -0,565755 | 0,1159 | 112,278 | 9,965 |
| 10V Obererteil | 2,25259e-005 | 9,096e-007 | -0,0135509 | 0,0007222 | 2,99708 | 0,1881 | -139,774 | 16,06 |
| 10V Untererteil | -3,70078e-006 | 8,401e-007 | 0,00469012 | 0,000669 | -1,00676 | 0,1748 | 143,291 | 14,97 |
| 12V Obererteil | 3,28012e-005 | 1,581e-006 | -0,0208855 | 0,00125 | 4,71741 | 0,3243 | -274,098 | 27,58 |
| 12V Untererteil | -3,64192e-006 | 5,05e-006 | 0,00469012 | 0,004011 | -1,00676 | 1,045 | 143,291 | 89,18 |
| 14V Obererteil | -5,15813e-006 | 1,333e-006 | 0,00547523 | 0,001059 | -1,07046 | 0,2758 | 133,276 | 23,55 |
| 14V Untererteil | 3,86135e-005 | 1,84e-006 | -0,0255169 | 0,00146 | 5,90353 | 0,3803 | -376,024 | 32,46 |
| 16V Obererteil | -4,85456e-006 | 1,285e-006 | 0,00509116 | 0,001017 | -0,916123 | 0,2643 | 112,686 | 22,5 |
| 16V Untererteil | 4,46263e-005 | 2,87e-006 | -0,0297802 | 0,002278 | 6,8718 | 0,5935 | -450,338 | 50,68 |

Tabelle 2: Werte und Fehler des Polynoms 3. Ordnung

Nach Integration und Differenzbildung der oberen- und unteren Hälfte erhält man die verrichtete Arbeit eines Umlaufes.

| Heizspannung | Verrichtete Arbeit in J |
|--------------|-------------------------|
| 8V | 1,05(±0,37) |
| 10V | 1,50(±0,71) |
| 12V | 1,79(±0,89) |
| 14V | 2,36(±0,97) |
| 16V | 2,79(±0,54) |

Tabelle 3: verrichtete Arbeit eines Umlaufes des Motors

Die Heizleistung pro Umlauf, ergibt sich aus der gemessenen Stromstärke und Spannung an der Heizwendel und der Frequenz des Motors. Es gilt:

$$W_{HpU} = \frac{U * I}{f} . \quad (2.31)$$

| angegeben Heizspannung | gemessen Heizspannung in (±0,4)V | Stromstärke in (±0,75)A | Frequenz in (±0,04)Hz | Heizleistung pro Umlauf in J |
|---------------------------|----------------------------------------|----------------------------|--------------------------|---------------------------------|
| 8V | 8,17 | 9 | 2,66 | 27,64(±4,19) |
| 10V | 10,03 | 11,25 | 4,14 | 27,26(±3,32) |
| 12V | 11,72 | 13 | 5,08 | 29,99(±3,17) |
| 14V | 13,15 | 14,75 | 3,63 | 53,43(±14,74) |
| 16V | 13,99 | 16,25 | 7,13 | 31,89(±2,73) |

Tabelle 4: Heizleistung pro Umlauf

Aus der Heizleistung pro Umlauf und der verrichtet Arbeit lässt sich nun der Wirkungsgrad bestimmen.

$$\eta = \frac{W}{W_{HpU}} \quad (2.32)$$

Der Fehler ergibt sich aus der Fehlerfortpflanzung.

| angegeben Heizspannung | W in J | W_{HpU} in J | η in % |
|---------------------------|-------------|----------------|--------------|
| 8V | 1,05(±0,37) | 27,64(±4,19) | 3,79%(±1,46) |
| 10V | 1,50(±0,71) | 27,26(±3,32) | 5,5%(±2,69) |
| 12V | 1,79(±0,89) | 29,99(±3,17) | 5,96(±3,1) |
| 14V | 2,36(±0,97) | 53,43(±14,74) | 4,42(±2,11) |
| 16V | 2,79(±0,54) | 31,89(±2,73) | 8,78(±1,85) |

Tabelle 5: Wirkungsgrad des Heißluftmotors

2.2.2 Bestimmung des Wirkungsgrades durch Abbremsen

Der Motor wird mit einer Reibungsbremse, dem Prony'schen Zaum der am Schwungrad befestigt wird abgebremst. Der Motor übt ein Drehmoment aus, dass im Gleichgewicht mit einer Federwaage bestimmt wird. Aus diesem Drehmoment lässt sich die Leistung P_{Zaum} bestimmen.

$$P_{Zaum} = 2\pi f M = 2\pi f F r \quad (2.33)$$

Der Motor wird bei einer Heizspannung von 16V betrieb und der Radius des Prony'schen Zaum beträgt $r=25(\pm 0,1)cm$. Die Heizleistung $P_H=U \cdot I$ ist $227,35(\pm 12,34)W$. Sie ist aus der vorherigen Versuchsreihe bekannt. Damit Ergibt sich der Wirkungsgrad zu:

$$\eta = \frac{P_{Zaum}}{P_H} \quad (2.34)$$

| F in ($\pm 0,03$)N | f in Hz | P_{Zaum} in W | η in % |
|-------------------------|---------|-----------------|-------------|
| 0,68 | 4,69 | 5,01 | 2,20 |
| 0,84 | 4,33 | 5,71 | 2,51 |
| 0,90 | 4,21 | 5,95 | 2,62 |
| 0,57 | 5,13 | 4,59 | 2,02 |
| 0,10 | 6,79 | 1,07 | 0,47 |
| 1,13 | 3,37 | 5,98 | 2,63 |
| 0,91 | 4,09 | 5,85 | 2,57 |
| 1,01 | 3,86 | 6,12 | 2,69 |
| 0,74 | 4,78 | 5,56 | 2,44 |
| 0,46 | 5,78 | 4,18 | 1,84 |
| 0,41 | 5,96 | 3,84 | 1,69 |
| 0,21 | 6,59 | 2,17 | 0,96 |

Tabelle 6: Wirkungsgrade beim Abbremsen durch einen Prony'schen Zaum

Der Frequenzfehler würde sich aus dem Halbwertsbreite der FFT bestimmen. Diese Bestimmung wurde von uns im Versuch vergessen und war nachträglich ohne die FFT nicht möglich, wodurch eine Fehlerrechnung in diesem Abschnitt nicht möglich ist.

Um den Maximalwirkungsgrad des Motors zu bestimmen wird der Wirkungsgrad gegen die Frequenz mithilfe von Excel graphisch aufgetragen und der y-Achsenabschnitt der Ausgleichsgerade bestimmt. Dieser entspricht dem Maximalwirkungsgrad.

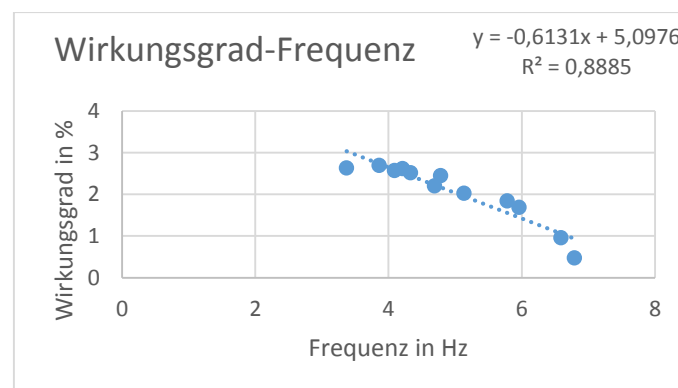


Abbildung: Wirkungsgrad gegen Frequenz zur Bestimmung des maximalen Wirkungsgrades.

Der y-Achsenabschnitt beträgt 6,0976%. Dies ist der maximale Wirkungsgrad des Motors.