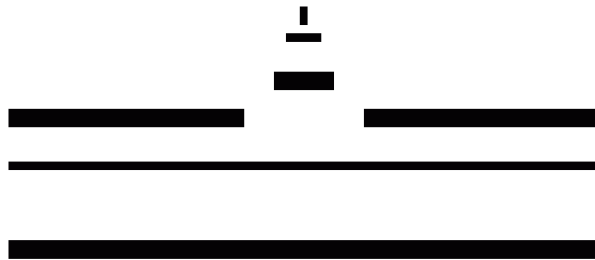


Versuchsprotokoll E2

Wheatstonesche Brücke & Thermoelement

10.12.2014



Alexander Schlüter, Josh Wewers, Frederik Edens

Gruppe 15/mi

`alx.schlueter@gmail.com`

`joshw@muenster.de`

`f_eden01@wwu.de`

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung	1
1.1. Wheatstonesche Brücke	1
1.2. Thermoelement	4
1.2.1. Seebeck-Effekt	4
1.2.2. Peltier-Effekt	5
2. Versuche	5
2.1. Wheatstonesche Brücke	5
2.1.1. Gleichstrombrücke	5
2.1.2. Wechselstrombrücke zur Kapazitätsbestimmung	6
2.1.3. Wechselstrombrücke zur Kapazitäts- und Widerstandsbestimmung eines RC-Gliedes	8
2.1.4. Maxwellbrücke	8
2.2. Thermoelement	9
3. Auswertung	11
3.1. Wheatstonesche Brücke	11
3.2. Thermoelement	11
A. Anhang	12

1. Einführung

1.1. Wheatstonesche Brücke

Die Wheatstonesche Brücke ist eine Schaltung zur Bestimmung eines unbekannten ohmschen Widerstandes R_1 . Dazu werden bekannte Widerstände R_2 bis R_4 so gewählt, dass der in der Mitte des Schaltbildes gemessene Strom I_M verschwindet. Bei der

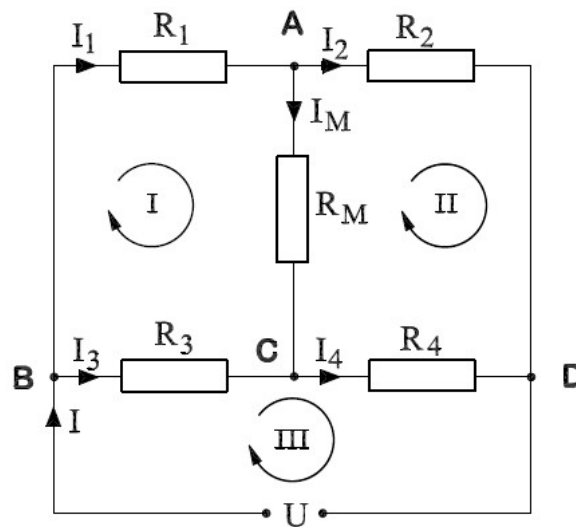


Abbildung 1: Wheatstonesche Brücke

Gleichstrombrücke werden die Widerstände R_3 und R_4 durch ein Potentiometer ersetzt. Es gilt der Zusammenhang:

$$R_x = \frac{l}{L-l} \cdot R_2 \quad (1.1)$$

Dabei ist R_x der unbekannte Widerstand.

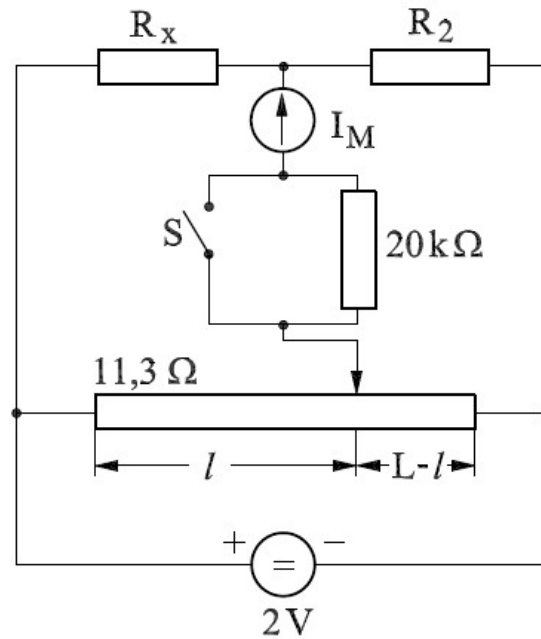


Abbildung 2: Gleichstrombrücke

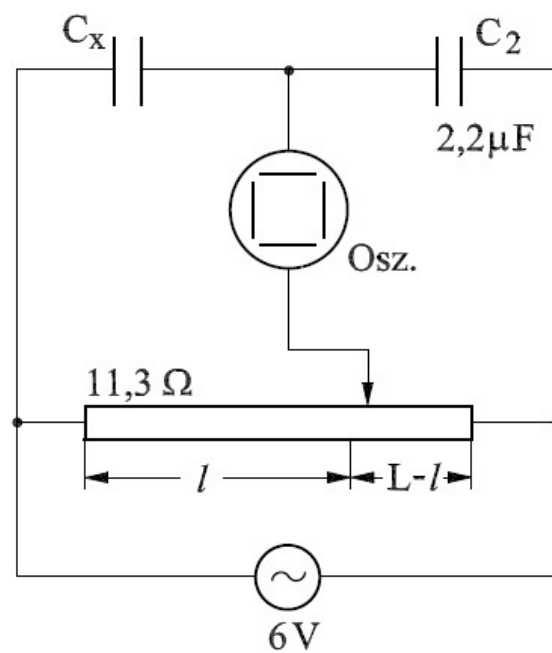


Abbildung 3: Wechselstrombrücke (C-Bestimmung)

Die Brücke kann angepasst werden, um allgemeine komplexwertige Impedanzen zu

bestimmen. Die Kapazität C eines Kondensators (vgl. Schaltbild Abb. 3) ergibt sich aus

$$C_x = \frac{L-l}{l} C_2 \quad (1.2)$$

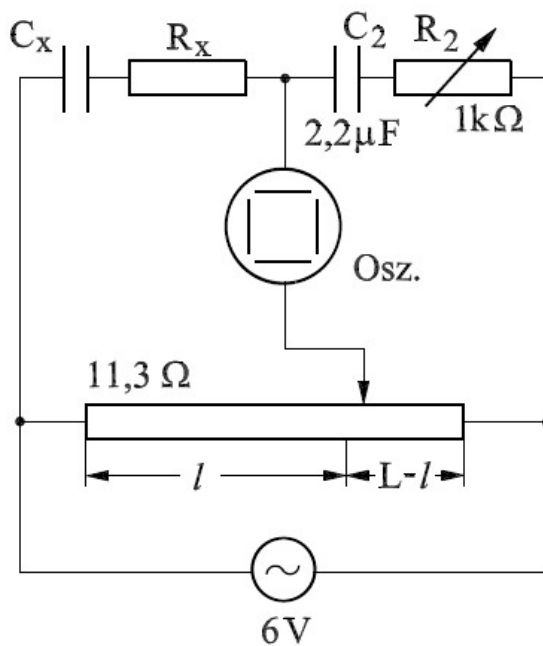


Abbildung 4: Wechselstrombrücke (C- und R-Bestimmung)

Wird eine Kapazität C_x mit einem ohmschen Widerstand R_x in Reihe geschaltet, so können dieses mittels Wechselstrombrücke Abb. 4 bestimmt werden:

$$R_x = \frac{l}{L-l} \cdot R_2 \quad \text{und} \quad C_x = \frac{L-l}{l} \cdot C_2 \quad (1.3)$$

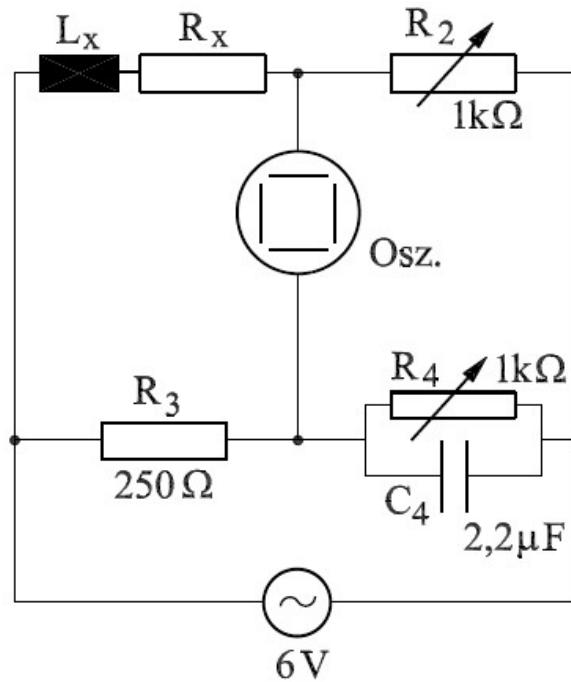


Abbildung 5: Maxwell-Brücke

Durch die Maxwellbrücke (Abb. 5) kann eine unbekannte Induktivität L_x in Serie mit einem ohmschen Widerstand R_x ermittelt werden:

$$R_x = \frac{R_3}{R_4} R_2 \quad \text{und} \quad L_x = R_2 R_3 C_4 \quad (1.4)$$

Die Abbildungen wurden aus¹ übernommen.

1.2. Thermoelement

1.2.1. Seebeck-Effekt

Unter dem Seebeck-Effekt versteht man das Auftreten einer Spannung zwischen zwei Leiterenden, wenn längs des Leiters ein Temperaturgradient vorliegt. Die Spannung entsteht aus dem Bestreben der Elektronen von dem wärmeren Ende, mit mehr kinetischer Energie, zu dem kälteren Ende mit einer höheren Elektronendichte zu kommen. Diese auftretende Spannung nennt sich Thermospannung und ist proportional zur Temperatur-

¹anleitung-ws2014.

differenz der Leiterenden. Es gilt

$$\Delta U \sim \Delta T \Rightarrow \Delta U = \alpha_A \Delta T. \quad (1.5)$$

Der Faktor α_A heißt Seebeckkoeffizient. Dieser Effekt ist jedoch so nicht messbar, deswegen wird der Seebeckkoeffizient, wie in Abbildung 6 dargestellt, bestimmt. Dies führt zu der Formel

$$\Delta U_{AB} = \alpha_A \cdot \Delta T - \alpha_B \cdot \Delta T = \alpha_{AB} \cdot \Delta T \quad (1.6)$$

mit $\alpha_{AB} = \alpha_A - \alpha_B$.

1.2.2. Peltier-Effekt

Der Peltier-Effekt beschreibt die Umkehrung des Seebeck-Effekts, durch einen Aufbau ähnlich Abbildung 6 wird nun ein konstanter Strom I geleitet. Dabei kühlt sich ein Ende ab, während sich das andere erhitzt. Zwischen der umgesetzten Peltierwärme \dot{Q} und dem Strom I gilt

$$\dot{Q} = \pi_{AB} \cdot I \text{ mit } \pi_{AB} = \alpha_{AB} \cdot T. \quad (1.7)$$

2. Versuche

2.1. Wheatstonesche Brücke

2.1.1. Gleichstrombrücke

Für den ersten Versuchsteil wird eine Gleichstrombrücke entsprechend Abbildung ?? aufgebaut. Der Widerstand R_2 war auf dem Bauteil mit $270\,\Omega$ angegeben. Wir nehmen eine Unsicherheit von $\pm 0,5\,\Omega$ an. Die Gesamtlänge des Potentiometers beträgt $L = (100,0 \pm 0,1)\,\text{cm}$. Nacheinander werden als unbekannter Widerstand R_x ein Widerstand mit der Kennzeichnung E4/8, ein Widerstand mit der Kennzeichnung E4/2, beide Widerstände in Reihe, beide Widerstände parallel und eine Spule angeschlossen. Die Spule verhält sich bei Gleichstrom genau wie ein ohmscher Widerstand. Bei jedem der unbekannten Widerstände wird die Stellung des Potentiometers gesucht, bei der Strom I_M verschwindet. Dazu wird zunächst ein Schutzwiderstand mit dem Strommessgerät in Reihe geschaltet um dieses vor Überlastung zu schützen. Ist der Strom fast 0 wird der Schutzwiderstand durch Betätigen eines Schalters kurzgeschlossen, so dass das

Potentiometer mit höherer Genauigkeit eingestellt werden kann. Wenn kein messbarer Strom mehr fließt wird die Abgleichbedingung als erfüllt angenommen, und das linke Streckenstück l als Messwert genommen. Mithilfe von (??) lässt sich dann R_x errechnen. Zusammen mit der Fehlerrechnung aus dem Anhang erhalten wir so

	l [cm]	R_x [Ω]
E4/8	$41,8 \pm 0,1$	$193,92 \pm 0,94$
E4/2	$32,1 \pm 0,1$	$127,64 \pm 0,66$
Reihenschaltung	$54,4 \pm 0,1$	$322,11 \pm 1,59$
Parallelschaltung	$22,1 \pm 0,1$	$76,60 \pm 0,48$
Spule	$48,4 \pm 0,1$	$253,26 \pm 1,22$

Tabelle 1: Messwerte und errechnete Widerstände

Die Widerstände bei Parallel- und Reihenschaltung lassen sich auch anhand der bekannten Gesetze für Parallel- und Reihenschaltung errechnen. Es gilt für Reihenschaltung

$$R_r = R_1 + R_2$$

und für Parallelschaltung

$$R_p = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Dadurch erhalten wir rechnerische Vergleichswerte. Die Fehlerrechnung ist im Anhang

	Rechnerisch [Ω]	Gemessen [Ω]
Reihenschaltung	$321,56 \pm 1,59$	$322,11 \pm 1,59$
Parallelschaltung	$76,98 \pm 0,18$	$76,60 \pm 0,48$

Tabelle 2: Vergleich mit Gesetz für Parallel- bzw. Reihenschaltung

2.1.2. Wechselstrombrücke zur Kapazitätsbestimmung

Bei der Wechselstrombrücke verwendet man die Verallgemeinerung von Widerständen auf Impedanzen. Der Schaltkreis wird entsprechend Abbildung ?? aufgebaut. Das Oszilloskop muss in diesem Versuch anstelle des Strommessgerätes verwendet werden, da Wechselstrom angelegt wird. Normale Messgeräte sind häufig zu träge um Stromverlauf bei Wechselstrom anzuzeigen und zeigen daher stattdessen das arithmetische Mittel

des Stroms an. Das arithmetische Mittel einer Sinus-Welle ist 0, so dass auch ohne Erfüllung der Abgleichbedingung ein normales Messgerät anzeigen könnte, dass kein Strom fließe. Ansonsten entspricht der Aufbau im Wesentlichen der Gleichstrombrücke. Für die Kapazität des Kondensators C_2 ist auf dem Bauteil $C_2 = 2,2 \mu\text{F}$, als Unsicherheit nehmen wir $\pm 0,05 \mu\text{F}$ an. Das Potentiometer ist das selbe wie bei der Gleichstrombrücke ($L = (100,0 \pm 0,1) \text{ cm}$). Für C_x werden nacheinander ein kurzer, dicker Kondensator, ein langer, dünner Kondensator, beide in Reihe und beide parallel angeschlossen. Die Abgleichbedingung wird als erfüllt angenommen, wenn das Oszilloskop einen vernachlässigbar kleinen Ausschlag zeigt. Das linke Streckenstück des Potentiometer wird gemessen und in (??) eingesetzt. Mit der Fehlerrechnung aus dem Anhang ergeben sich die folgenden Werte

	l [cm]	C_x [μF]
kurzer Kondensator	$80,5 \pm 0,1$	$0,533 \pm 0,013$
langer Kondensator	$30,5 \pm 0,1$	$5,013 \pm 0,117$
beide in Reihe	$82,0 \pm 0,1$	$0,483 \pm 0,012$
beide parallel	$28,4 \pm 0,1$	$5,546 \pm 0,129$

Tabelle 3: Messwerte und errechnete Kapazitäten

Die Gesamtkapazität der in Reihe und parallel geschalteten Kondensatoren lässt sich alternativ auch aus den Kapazitätsgesetz für Reihen- und Parallelschaltung bestimmen. Dieses lautet für Parallelschaltung

$$C_p = C_1 + C_2$$

und für Reihenschaltung

$$C_r = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

Die entsprechenden Fehlerrechnungen sind im Anhang. Die daraus resultierenden Vergleichswerte lauten:

	Rechnerisch [μF]	Gemessen [μF]
Reihenschaltung	$0,482 \pm 0,093$	$0,483 \pm 0,012$
Parallelschaltung	$5,546 \pm 0,130$	$5,546 \pm 0,129$

Tabelle 4: Vergleich mit Gesetz für Parallel- bzw. Reihenschaltung

2.1.3. Wechselstrombrücke zur Kapazitäts- und Widerstandsbestimmung eines RC-Gliedes

Genau wie bei der alleinigen Kapazitätsbestimmung muss auch die gleichzeitige Kapazitäts- und Widerstandsbestimmung aus den gleichen Gründen mit einem Oszilloskop anstelle des Strommessgerätes durchgeführt werden. Der Schaltkreis wird Abbildung 4 entsprechend aufgebaut. Bei der Durchführung muss beachtet werden, dass die Gesamtimpedanz $Z_x = R_x + Z_{C_x}$ komplex ist und somit durch das zweite Potentiometer R_2 Real- und Imaginärteil gleichzeitig abgeglichen werden müssen. Das heißt, dass zum herstellen der Abgleichbedingung beide Potentiometer richtig eingestellt werden müssen. Der verwendete bekannte Kondensator C_2 und das eine Potentiometer sind die selben wie im vorherigen Versuch ($C_2 = (2,20 \pm 0,05) \mu\text{F}$, $L = (100,0 \pm 0,1) \text{ cm}$). Schließt man nun verschiedene RC-Glieder, bestehend aus jeweils einem Widerstand und einem Kondensator aus den vorherigen Versuchen in Reihe geschaltet, kann die Kombination aus R_2 und l bestimmt werden, so dass die Abgleichbedingung erfüllt ist. Aus (1.3) lässt sich C_x und R_x errechnen. Die Fehlerrechnung ist im Anhang zu finden. Wir erhalten die folgenden Werte

	l [cm]	R_2 [Ω]	R_x [Ω]	C_x [μF]
E4/2, kurzer Kondensator	$80,5 \pm 0,1$	36 ± 4	$148,62 \pm 16,56$	$0,533 \pm 0,013$
E4/8, kurzer Kondensator	$80,5 \pm 0,1$	51 ± 4	$210,54 \pm 16,60$	$0,533 \pm 0,013$
E4/8, langer Kondensator	$30,5 \pm 0,1$	441 ± 1	$193,53 \pm 1,05$	$5,013 \pm 0,117$
E4/2, langer Kondensator	$30,5 \pm 0,1$	290 ± 1	$127,27 \pm 0,77$	$5,013 \pm 0,117$

Tabelle 5: Messwerte und errechnete Kapazitäten, Widerstände

2.1.4. Maxwellbrücke

Zum gleichzeitigen Bestimmen von Innenwiderstand und Induktivität eine Spule kann die Maxwellbrücke (Abbildung 5) verwendet werden. Der Kondensator C_4 und der Widerstand R_3 in dieser Schaltung sind die selben wie C_2 bzw. R_2 aus den vorherigen Versuchen ($C_4 = (2,20 \pm 0,05) \mu\text{F}$, $R_3 = (270,0 \pm 0,5) \Omega$). Ist die Abgleichbedingung erfüllt, kann mit (1.4) Induktivität und Innenwiderstand errechnet werden. Die Fehlerrechnung ist im Anhang. Bei unserer Durchführung erhielten wir

R_2 [Ω]	R_4 [Ω]	R_x [Ω]	L_x [H]
260 ± 5	272 ± 5	$258,09 \pm 6,88$	$0,1544 \pm 0,0046$

2.2. Thermoelement

Der Versuch wird wie in dem Schema 6 aufgebaut und das Referenzbecken wird auf $T_2 = 1,6^\circ\text{C}$ mit Hilfe von Eiswasser gehalten. Nun wird das Becken 1 mit Hilfe einer Heizplatte erst bis auf $T_1 = 100^\circ\text{C}$ erhitzt und anschließend wieder auf die Ausgangstemperatur herunter gekühlt. Um den Abkühlprozess zu beschleunigen wird langsam Eis in das Becken 1 gegeben. Während des Aufwärmens und Abkühlens wird bei regelmäßigen Temperaturabständen die Spannung am Voltmeter bestimmt.

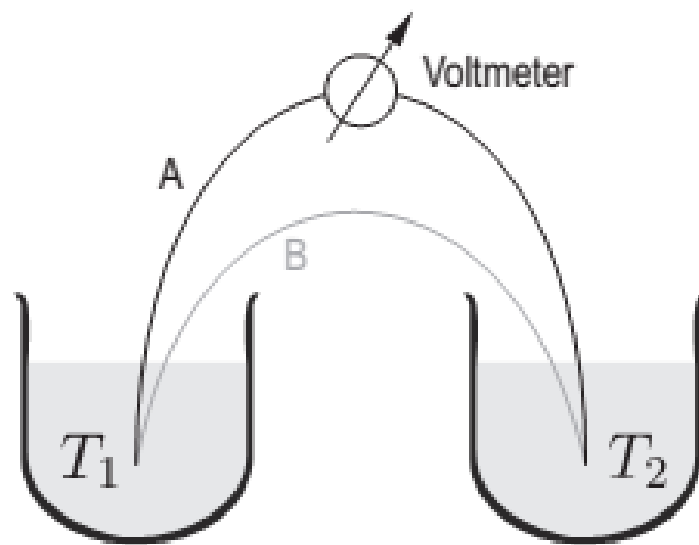


Abbildung 6: Schematische Darstellung des Thermoelementsaufbau²

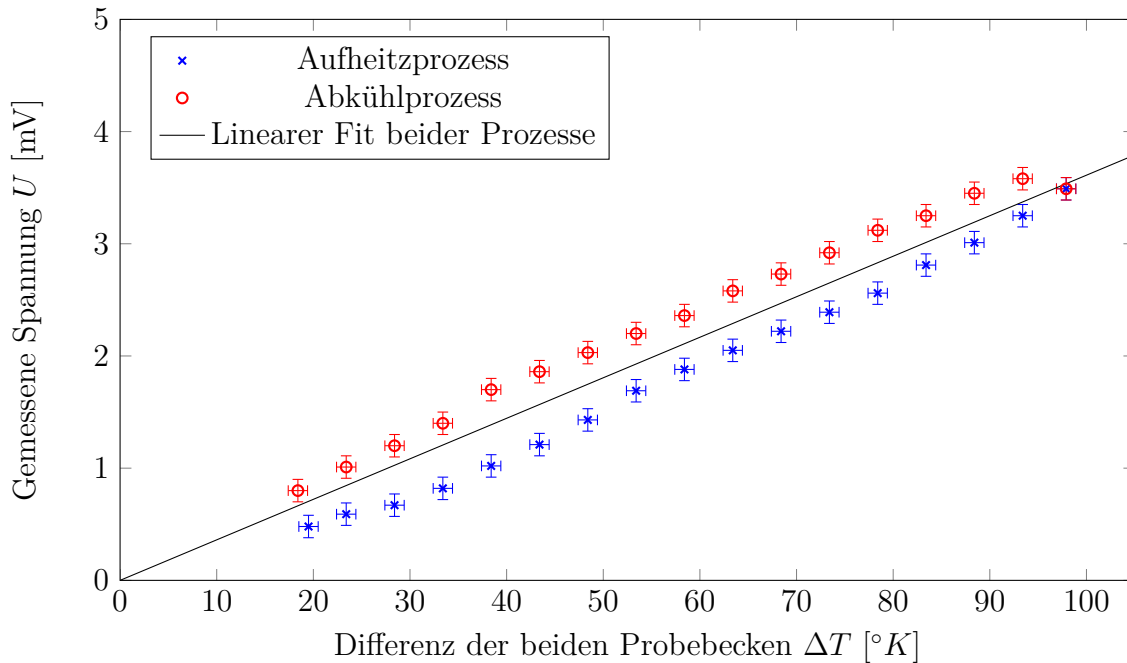


Abbildung 7: Gemessene Spannung gegen Differenz der Temperatur der Probebecken

Dem anscheinend linearen Verlaufs und der erwarteten Formel 1.6 nach wurden die Messwerte beider Prozesse zusammen gegen die Funktion $U = m \cdot \Delta T$ mit *gnuplot* nach dem *least-squares*-Verfahren gefittet.

Variabel m [mV/K]	Varianz der Residuals
0,0361	0,069

Tabelle 6: Linearer Fit zu Abbildung 7

Es wurden beide Prozesse zusammengefasst, um die Trägheit der Temperaturbestimmung auszugleichen.

Unsere Variabel m entspricht dem α_{AB} aus der Formel 1.6.

3. Auswertung

3.1. Wheatstonesche Brücke

3.2. Thermoelement

Bei dem Vergleich von dem bestimmten $m = 0,0361 \text{ mV/K}$ mit den Literaturwerten aus der Abbildung 8 wird deutlich, dass es mehrere Paare geben kann, die so einen Seebeckkoeffizienten haben.

Material	Seebeck Coeff. *	Material	Seebeck Coeff. *	Material	Seebeck Coeff. *
Bismuth	-72	Aluminum	3.5	Tungsten	7.5
Constantan	-35	Lead	4.0	Iron	19
Nickel	-15	Tantalum	4.5	Nichrome	25
Potassium	-9.0	Rhodium	6.0	Antimony	47
Sodium	-2.0	Copper	6.5	Germanium	300
Platinum	0	Gold	6.5	Silicon	440
Mercury	0.60	Silver	6.5	Tellurium	500
Carbon	3.0	Cadmium	7.5	Selenium	900

*: Units are $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$; all data provided at a temperature of 0°C (32°F)

Abbildung 8: Literaturwerte des Seebeckkoeffizienten³

Material 1	Material 2	Resultierender Seebeckkoeffizienten[mV/K]
Konstantan	Platin	-0,035
Kalium	Antimon	0,038
Bismut	Konstantan	-0,037

Tabelle 7: Einige mögliche Kombinationen die ein $\alpha_{AB} \approx m$ ergeben

Das Vorzeichen des Seebeckkoeffizienten ist dabei nicht entscheidend, weil keine bestimmte Messrichtung vorgegeben war und bei Umpolung des Messgeräts der gleiche Wert mal -1 heraus kommt.

So lässt sich sagen, dass die Messung zwar gelungen ist, es sind realistische Werte herausgekommen, jedoch reicht dies nicht aus um das Material genau zu bestimmen.

A. Anhang