

# Versuchsprotokoll M1

Pendel

19.11.2014



Alexander Schlüter, Josh Wewers

Gruppe 15/mi

`alx.schlueter@gmail.com`

`joshw@muenster.de`

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
1.1	Federpendel . . . . .	1
1.2	Mathematisches Pendel . . . . .	1
1.3	Gekoppeltes Pendel . . . . .	2
1.3.1	Kopplungsgrad . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Versuch: Federpendel</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Versuch: Mathematisches Pendel</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Versuch: Gekoppeltes Pendel</b>	<b>6</b>
4.1	Einzelnes Pendel . . . . .	6
4.2	Gekoppeltes Pendel . . . . .	8
4.2.1	Statischer Kopplungsgrad . . . . .	9
4.2.2	Dynamischer Kopplungsgrad . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>17</b>
5.1	Federpendel . . . . .	17
5.2	Mathematisches Pendel . . . . .	17
5.3	Gekoppeltes Pendel . . . . .	17
<b>6</b>	<b>Doppelpendel</b>	<b>18</b>

# 1 Einführung

## 1.1 Federpendel

Ein **Federpendel** besteht aus einer Feder mit Federkonstante  $D$ , an der eine Waagschale mit einer aufgelegten Masse  $m$  hängt. Wird diese aus der Ruheposition um  $x$  ausgelenkt, so wirkt eine Rückstellkraft  $F$  der Auslenkung entgegen. Nach dem **Hookeschen Gesetz** ist der Zusammenhang linear:

$$m\ddot{x} = F = -Dx \quad (1.1)$$

Da die Feder mit der Waagschale eine Eigenmasse  $m_F$  besitzt, ist folgender Ansatz realistischer:

$$(m + m_F/3)\ddot{x} = -Dx \quad (1.2)$$

Mit den Anfangsbedingungen  $x(0) = x_0$ ,  $\dot{x}(0) = 0$  lautet die Lösung der Bewegungsgleichung

$$x(t) = x_0 \cos \left( \sqrt{\frac{D}{m + m_F/3}} \cdot t \right). \quad (1.3)$$

Die Feder führt also harmonische Schwingungen aus. Aus der Periodendauer  $T$  kann die Federkonstante bestimmt werden:

$$D = \frac{4\pi^2}{T^2} \left( m + \frac{m_F}{3} \right) \quad (1.4)$$

## 1.2 Mathematisches Pendel

Ein **Mathematisches Pendel** ist ein Fadenpendel der Länge  $l$ , wobei angenommen wird, dass der Faden masselos ist, die gesamte Masse im Schwerpunkt vereinigt ist und die Bewegung reibungsfrei abläuft. Als Rückstellkraft bei einer Auslenkung um einen Winkel  $\varphi$  wirkt die Schwerkraft  $F_\varphi = -mg \sin \varphi \approx -mg\varphi$ . Die Bewegungsgleichung und Lösung lauten dann:

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\varphi = 0, \quad \varphi(0) = \varphi_0, \quad \dot{\varphi}(0) = 0 \quad (1.5)$$

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos \left( \sqrt{\frac{g}{l}} t \right) \quad (1.6)$$

Die Erdbeschleunigung  $g$  lässt sich aus der Periodendauer  $T$  einer Schwingung ermitteln:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \quad (1.7)$$

### 1.3 Gekoppeltes Pendel

Bei der Betrachtung des gekoppelten Pendels nimmt man zunächst einige Voraussetzungen an

1. Beide Pendel schwingen in einer Ebene
2. Beide Pendel haben die gleiche Länge  $L$ , die gleiche Masse  $m$  und die gleiche Eigenfrequenz
3. Der Auslenkungswinkel  $\phi$  bleibt im Laufe des Versuchs klein, weshalb man sagen kann  $\sin\phi \approx \phi$
4. Als Maß der Auslenkung wird der horizontale Abstand  $x$  des Pendels angenommen

Unter diesen Annahmen kann man nun für das gekoppelte Pendel folgende Bewegungsgleichungen bestimmen.

$$P_1 : m\ddot{x}_1 = -D_0 x_1 - D_F(x_1 - x_2) \quad (1.8)$$

$$P_2 : m\ddot{x}_2 = -D_0 x_2 + D_F(x_1 - x_2) \quad (1.9)$$

Diese gekoppelten Gleichungen lassen sich mit Hilfe der Substitutionen  $z_1 = x_1 - x_2$  und  $z_2 = x_1 + x_2$  entkoppeln, und erhält die unabhängigen Gleichungen

$$\ddot{z}_1 + \left(\omega_0^2 + \frac{2D_F}{m}\right)z_1 = 0 \quad (1.10)$$

$$\ddot{z}_2 + \omega_0^2 z_2 = 0. \quad (1.11)$$

Nun betrachtet man zwei Spezialfälle der Bewegung des gekoppelten Pendels

1. Gleichsinnige Bewegung:  $x_1 = x_2$  und damit  $z_1 = 0$ . So ergibt sich aus 1.11

$$\omega_{gl} = \omega_0 \quad (1.12)$$

2. Gegensinnige Bewegung:  $x_1 = -x_2$  und damit  $z_2 = 0$ . So ergibt sich aus 1.10

$$\omega_{geg} = \omega_0 \sqrt{1 + 2D_F/D_0} \quad (1.13)$$

Wenn man nun 1.10 und 1.11 mit den Anfangsbedingungen  $x_1(0) = x_0$ ,  $x_2(0) = 0$  und  $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0$  löst, erhält man

$$x_1 = x_0 \cos\left[\frac{1}{2}(\omega_{geg} - \omega_{gl})t\right] \cdot \cos\left[\frac{1}{2}(\omega_{geg} + \omega_{gl})t\right] \quad (1.14)$$

$$x_2 = x_0 \sin\left[\frac{1}{2}(\omega_{geg} - \omega_{gl})t\right] \cdot \sin\left[\frac{1}{2}(\omega_{geg} + \omega_{gl})t\right]. \quad (1.15)$$

Weiter gilt

$$T = \frac{4\pi}{(\omega_{geg} + \omega_{gl})} \quad (1.16)$$

$$T_{schweb} = \frac{4\pi}{(\omega_{geg} - \omega_{gl})}. \quad (1.17)$$

1.16 und 1.17 ergibt sich aus der Überlegung, dass sich die Terme mit  $(\omega_{geg} + \omega_{gl})$  schnell ändern, während sich die Terme mit  $(\omega_{geg} - \omega_{gl})$  deutlich langsamer ändern und so die Schwebung charakterisieren.

### 1.3.1 Kopplungsgrad

Der Kopplungsgrad beschreibt das Verhältnis zwischen der Auslenkung die von außen auf ein Pendel wirkt und der Auslenkung, die das andere Pendel erfährt.

$$k = \frac{x_2}{x_1} = \frac{\omega_{geg}^2 - \omega_{gl}^2}{\omega_{geg}^2 + \omega_{gl}^2} = \frac{T_{gl}^2 - T_{geg}^2}{T_{gl}^2 + T_{geg}^2} \quad (1.18)$$

Aus 1.18 folgt

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} - 1 \quad (1.19)$$

Was durch Reihenentwicklungen gleich

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = l + \frac{1}{2}k^2 + \frac{1}{2}k^3 + \dots \quad (1.20)$$

## 2 Versuch: Federpendel

Ziel des Versuches ist die Bestimmung der Federkonstante  $D$  auf zwei verschiedene Arten: Zuerst statisch und anschließend aus der Periodendauer einer Schwingung.

Die Feder ist vertikal vor einem Maßstab aufgehängt. Ein schwarzes Plättchen an der Feder zeigt die Höhe auf dem Maßstab an. Die Feder so wird justiert, dass bei angehängter Waagschale das Plättchen auf 0 zeigt. Drei Gewichte stehen zur Verfügung und werden mit einer Waage gewogen. Genauso wird die Masse von Feder und Waagschale bestimmt:  $m_F = (70,47 \pm 0,01) \text{ g}$ .

Die Gewichte werden nacheinander in die Waagschale gelegt und die Auslenkung abgelesen. Dabei wird ein Spiegel zum parallaxenfreien Ablesen neben die Skala gehalten. Wir erwarten aus Gleichung (1.1) einen linearen Zusammenhang.

Masse $m$	$(49,86 \pm 0,01) \text{ g}$	$(99,71 \pm 0,01) \text{ g}$	$(199,46 \pm 0,01) \text{ g}$
Auslenkung $x$	$(3,7 \pm 0,2) \text{ cm}$	$(7,5 \pm 0,2) \text{ cm}$	$(15,2 \pm 0,2) \text{ cm}$
Federkonst. $D$	$(13,2 \pm 0,7) \text{ N/m}$	$(13,0 \pm 0,4) \text{ N/m}$	$(12,9 \pm 0,2) \text{ N/m}$

**Tabelle 1:** Federkonstante bestimmt aus der Auslenkung

Das Ergebnis der statischen Bestimmung ergibt sich also als

$$D_{\text{stat}} = (13,0 \pm 0,3) \text{ N/m} \quad (2.1)$$

Nun wird die Feder mit angehängter Masse zusätzlich mit der Hand ausgelenkt und die Periodendauer  $50T$  für 50 Schwingungen mit einer Stoppuhr gemessen. Die Federkonstante wird mithilfe von Gleichung (1.4) berechnet. Aus derselben Gleichung wird erwartet, dass die Schwingungsdauer mit der Wurzel der Masse steigt.

Masse $m$	$(49,86 \pm 0,01) \text{ g}$	$(99,71 \pm 0,01) \text{ g}$	$(199,46 \pm 0,01) \text{ g}$
50 Perioden $50T$	$(26,12 \pm 0,50) \text{ s}$	$(32,66 \pm 0,50) \text{ s}$	$(43,41 \pm 0,50) \text{ s}$
Federkonst. $D$	$(10,61 \pm 0,41) \text{ N/m}$	$(11,40 \pm 0,35) \text{ N/m}$	$(11,68 \pm 0,27) \text{ N/m}$

**Tabelle 2:** Federkonstante bestimmt aus Schwingungsperioden

Die dynamisch bestimmte Federkonstante lautet also

$$D_{\text{dyn}} = (11,23 \pm 0,20) \text{ N/m.} \quad (2.2)$$

### 3 Versuch: Mathematisches Pendel

Ziel des Versuches ist die Bestimmung der Erdbeschleunigung  $g$  aus der Schwingungsdauer eines Fadenpendels.

Ein Faden ist an einem Ende an einer Halterung befestigt, am anderen Ende hängt eine metallische Kugel unbekannter Masse. Mit einem Maßstab wird die Pendellänge  $l$  gemessen und für 3 verschiedene Pendellängen wird das Gewicht mit der Hand ausgelenkt, sodass es zur Schwingung kommt. Die Dauer von 50 Schwingungen wird mit der Stoppuhr gemessen und anschließend die Erdbeschleunigung  $g$  über Gleichung (1.7) berechnet.

Länge $l$	$(33,0 \pm 0,3) \text{ cm}$	$(53,0 \pm 0,3) \text{ cm}$	$(81,7 \pm 0,3) \text{ cm}$
50 Perioden $50T$	$(57,06 \pm 0,50) \text{ s}$	$(72,75 \pm 0,50) \text{ s}$	$(90,53 \pm 0,50) \text{ s}$
Erdbeschl. $g$	$(10,0 \pm 0,2) \text{ m/s}^2$	$(9,88 \pm 0,15) \text{ m/s}^2$	$(9,84 \pm 0,11) \text{ m/s}^2$

**Tabelle 3:** Messergebnis zum Fadenpendel

Aus dem Mittelwert ergibt sich:

$$g = (9,91 \pm 0,09) \text{ m/s}^2 \quad (3.1)$$

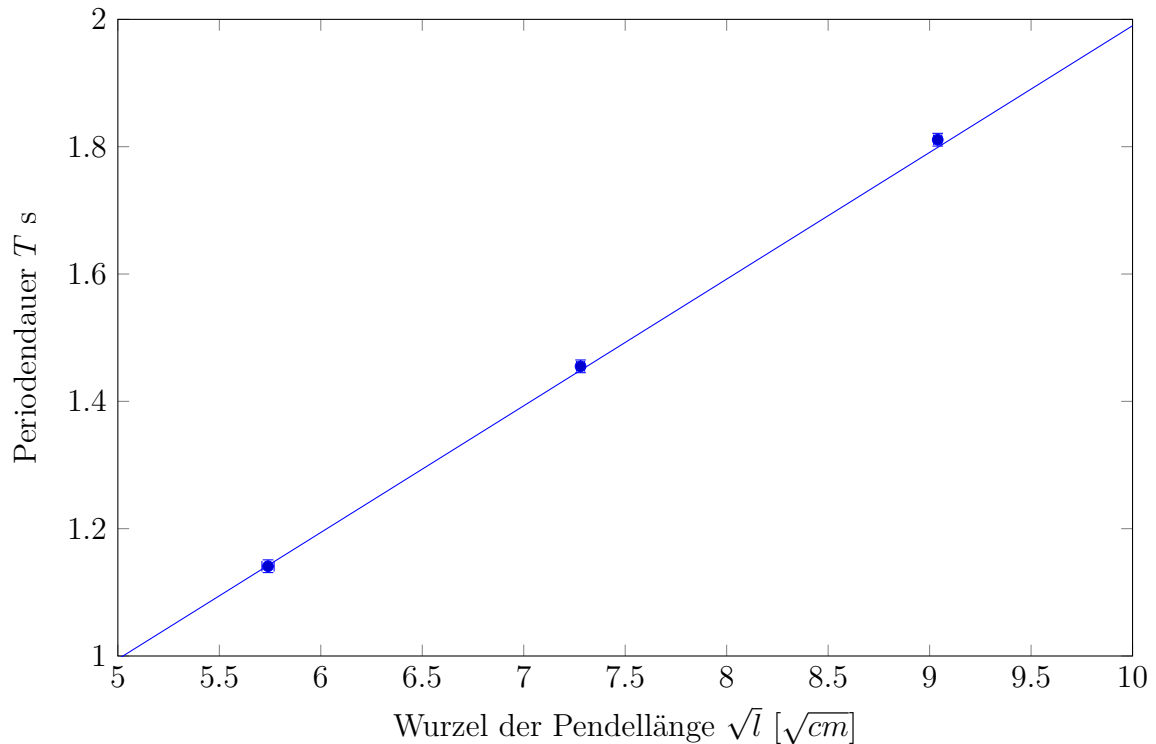


Abbildung 1: Messergebnis zur Erdbeschleunigung

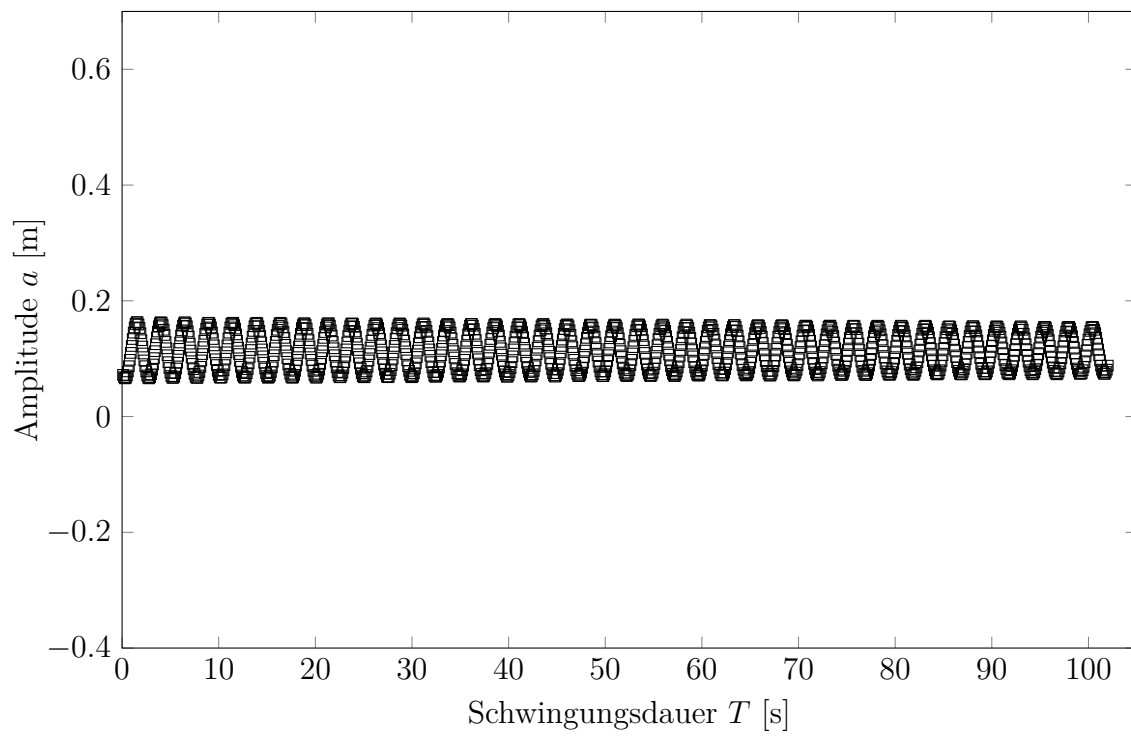
## 4 Versuch: Gekoppeltes Pendel

In diesem Versuchsteil wird ein gekoppeltes Pendel betrachtet, welches aus zwei einzelnen Pendeln, die mit einer weichen Feder verbunden sind, besteht. Die gespannte Feder sorgt dafür, dass sich die beiden Pendel gegenseitig beeinflussen. Zur Messung der Perioden des Pendels wurde ein Ultraschall-Entfernungsmesser genutzt, der auf das eine Pendel ausgerichtet war. Dieses war jedoch nicht genau kalibriert, weshalb die Entfernungsmessungen im weiteren Verlauf mit einem groben Fehler behaftet sind. Dies ist jedoch nicht weiter tragisch, da nur die Schwingungsperioden in der weiteren Betrachtung wichtig sind und nicht die Amplituden bzw. ihr Wert.

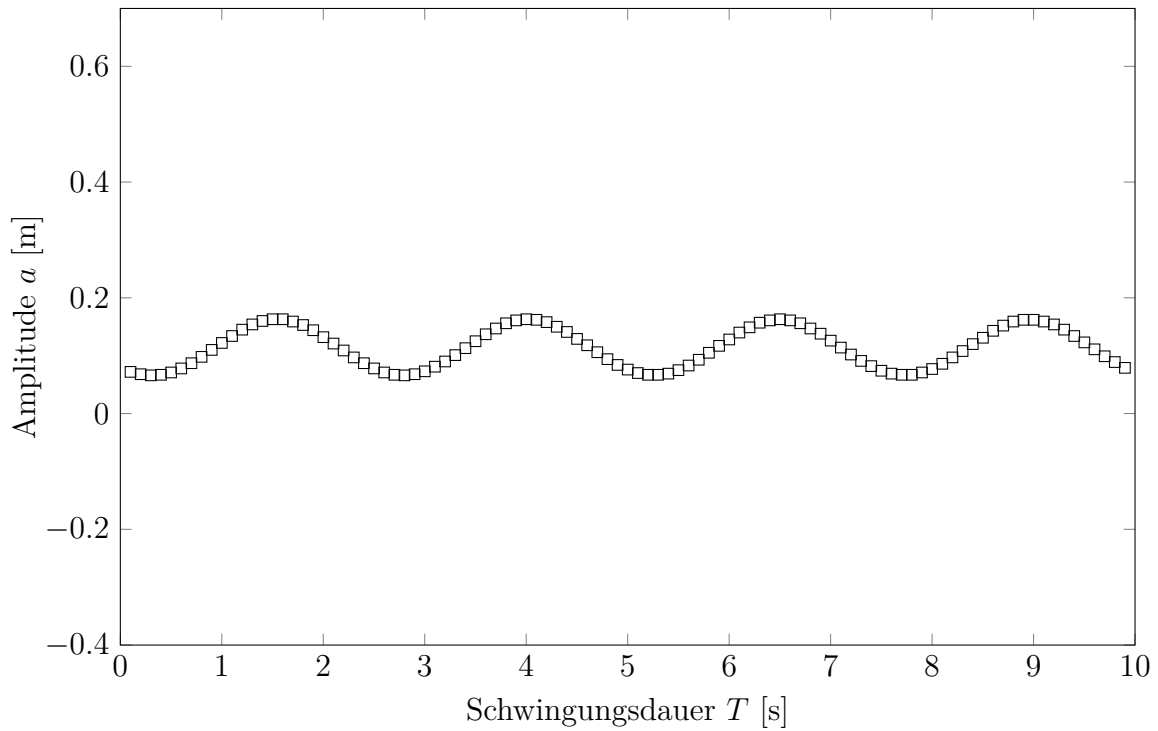
### 4.1 Einzelnes Pendel

Als erstes wurde die Schwingungsdauer eines einzelnen Pendels, ohne weitere Koppelung, bestimmt. Dabei beträgt die Länge des Pendels  $L = (1,572 \pm 0,003)m$ .





**Abbildung 2:** Amplitude des einzelnen Pendels  $a$  gegen die Schwingungsdauer  $T_0$



**Abbildung 3:** Ausschnitt des Graphen 2 für die ersten 10s

Die Schwingungsperiode  $T_0$  wurde nun grafisch bestimmt.

$$T_0 = (2,5 \pm 0,3)s \quad (4.1)$$

## 4.2 Gekoppeltes Pendel

Nun werden die beiden Pendel wie bereits erwähnt mit einer Feder verbunden. Dies geschieht in  $l = (0,507 \pm 0,003)m$  Abstand zu den Fixpunkten der Pendel. Zunächst wurde die Messung mit  $l' = (1,530 \pm 0,003)m$  durchgeführt, bei diesem Abstand kam es jedoch im weiteren Verlauf zu keiner genau bestimmbar Schwebung, weshalb im Weiteren mit  $l$  statt  $l'$  gearbeitet wurde.

Dieser Aufbau wird mit zwei verschiedenen Federn ,Feder 1 (silbern) und Feder 2 (kupfern), durchgeführt und es werden jeweils der Kopplungsgrad statisch und die Schwingungsperiode für eine gleichsinnige, eine gegensinnige und eine schwebende Schwingung bestimmt.

### 4.2.1 Statischer Kopplungsgrad

Bei diesem Versuch wird ein Pendel um  $a$  ausgelenkt und die resultierende Auslenkung  $a'$  des anderen Pendels bestimmt.

Feder	Auslenkung $a$ [cm]	$5 \pm 0,1$	$10 \pm 0,1$	$15 \pm 0,1$
1		$(0,2 \pm 0,1)\text{cm}$	$(0,5 \pm 0,1)\text{cm}$	$(0,8 \pm 0,1)\text{cm}$
2		$(0,0 \pm 0,1)\text{cm}$	$(0,2 \pm 0,1)\text{cm}$	$(0,3 \pm 0,1)\text{cm}$

**Tabelle 4:** Statische Bestimmung des Kopplungsgrad

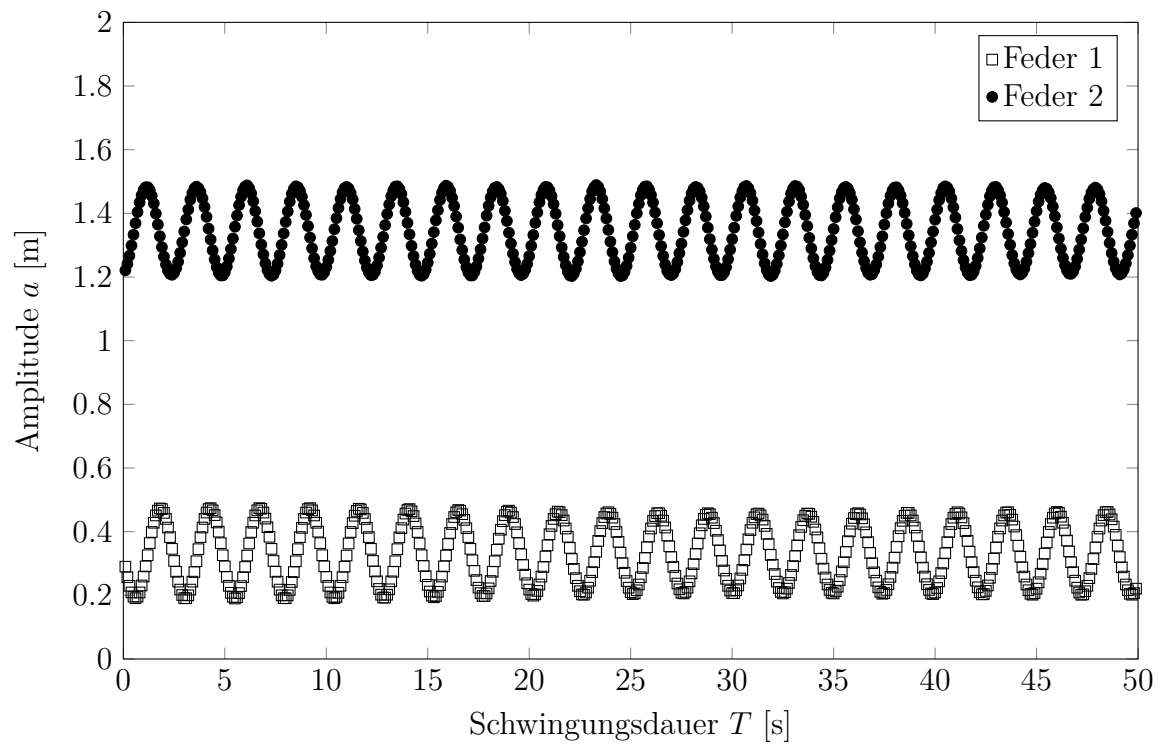
Daraus ergibt sich nach 1.18 ein durchschnittlicher Kopplungsgrad  $k$  für die beiden Federn.

Feder	1	2
k	0,047	0,013

**Tabelle 5:** Statisch bestimmter Kopplungsgrad

### 4.2.2 Dynamischer Kopplungsgrad

**Gleichsinnige Schwingung** Das gekoppelte Pendel wird zu einer gleichsinnigen Schwingung angeregt und die Schwingungsperiode wird über den Ultraschall-Entfernungsmessung bestimmt.



**Abbildung 4:** Amplitude des gekoppelten Pendels  $a$  gegen die Schwingungsdauer  $T_0$

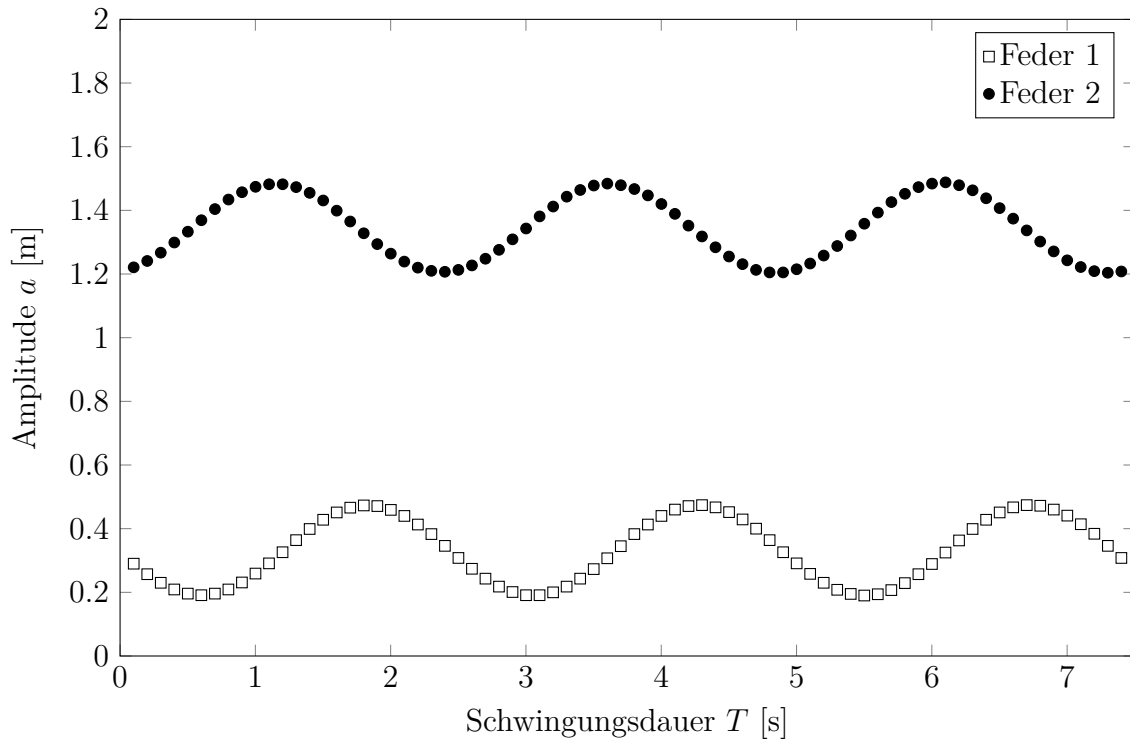


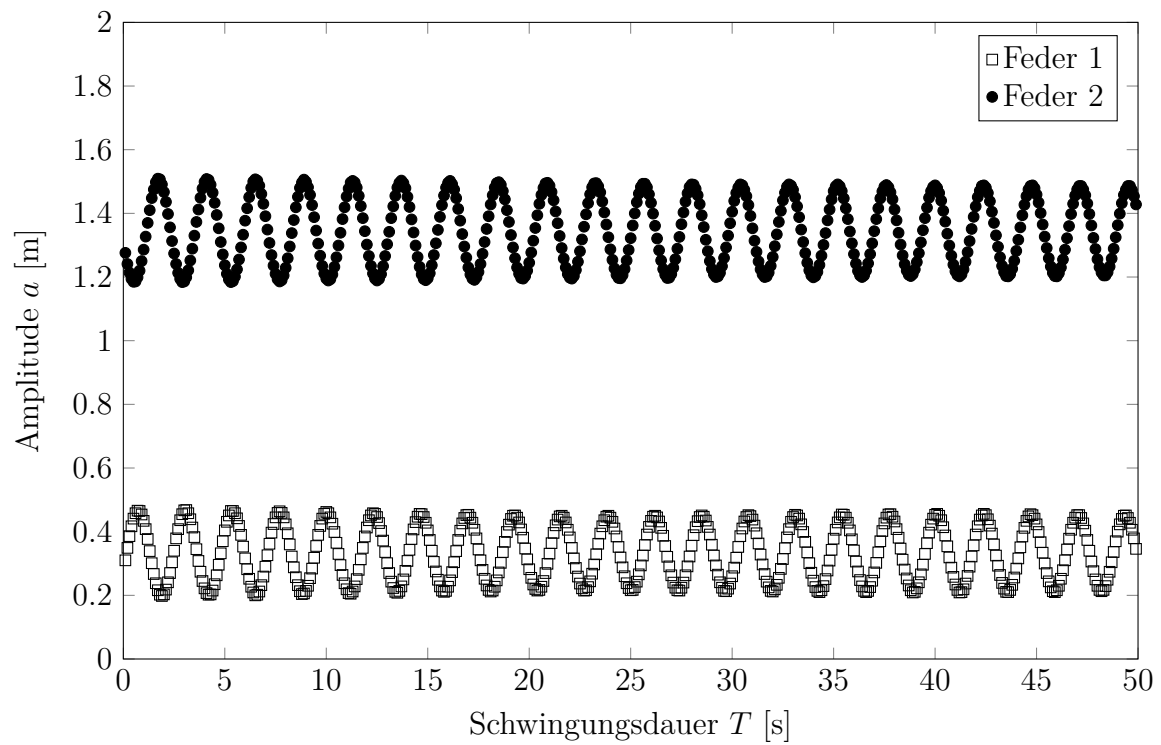
Abbildung 5: Ausschnitt von Abbildung 4

Aus Übersichtsgründen wurde die Messung von Feder 2 um 1 erhöht, was möglich war, da die Amplitude keine Rolle in der Messung spielt. Die Schwingungsperiode  $T_{gl}$  wurde nun grafisch bestimmt.

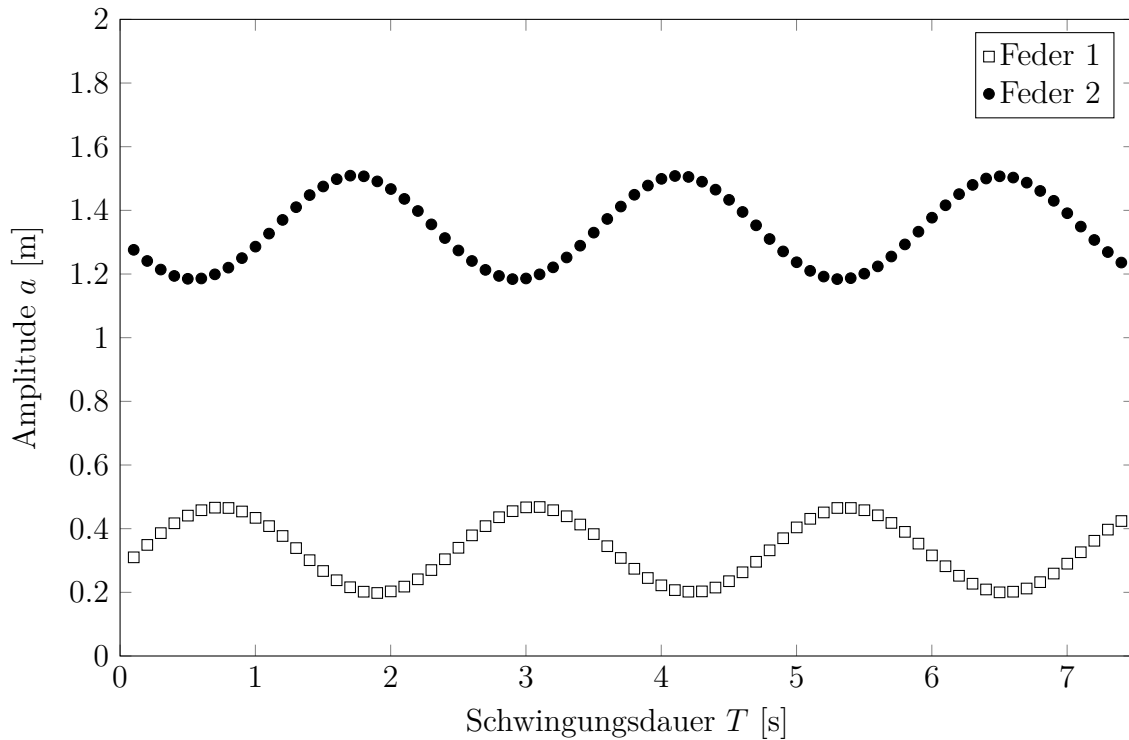
Feder	1	2
Schwingungsperiode $T_{gl}$ [s]	$2,5 \pm 0,1$	$2,5 \pm 0,1$

Tabelle 6: Schwingungsperiode bei gleichsinniger Bewegung

**Gegensinnige Schwingung** Das gekoppelte Pendel wird zu einer gegensinnigen Schwingung angeregt und die Schwingungsperiode wird über den Ultraschall-Entfernungsmessung bestimmt.



**Abbildung 6:** Amplitude des gekoppelten Pendels  $a$  gegen die Schwingungsdauer  $T_0$



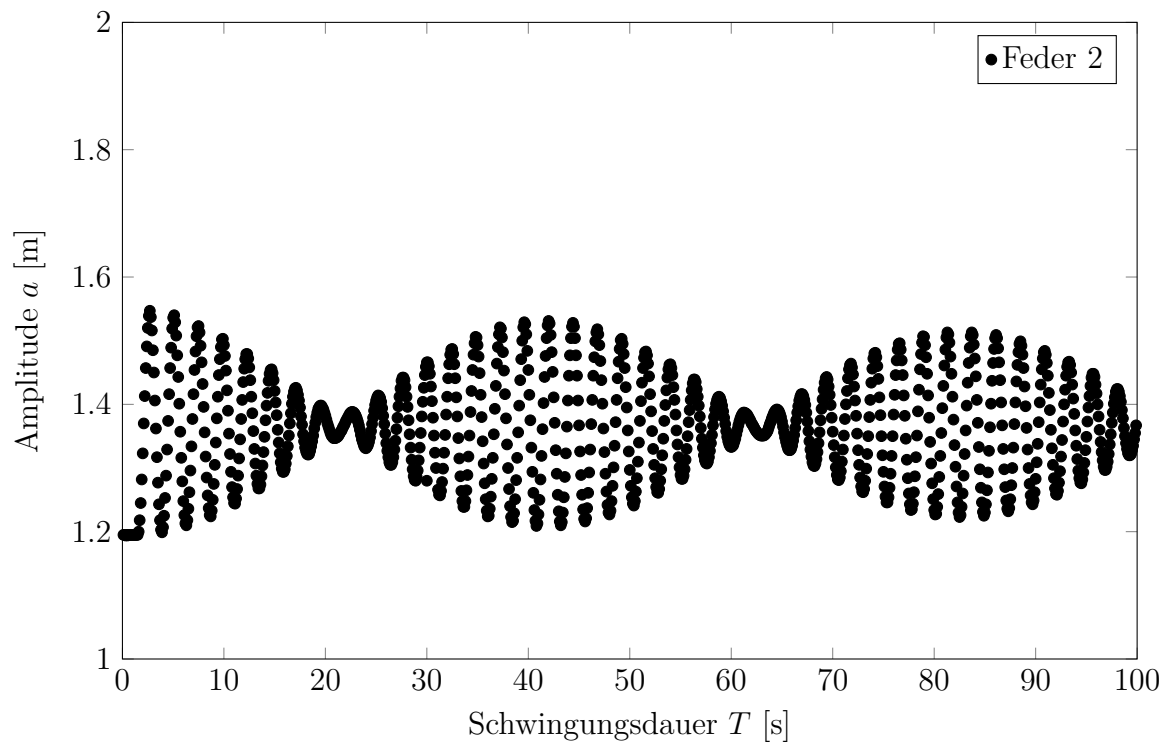
**Abbildung 7:** Amplitude des gekoppelten Pendels  $a$  gegen die Schwingungsdauer  $T_0$

Aus Übersichtsgründen wurde die Messung von Feder 2 um 1 erhöht, was möglich war, da die Amplitude keine Rolle in der Messung spielt. Die Schwingungsperiode  $T_{geg}$  wurde nun grafisch bestimmt.

Feder	1	2
Schwingungsperiode $T_{geg}$ [s]	$2,3 \pm 0,1$	$2,4 \pm 0,1$

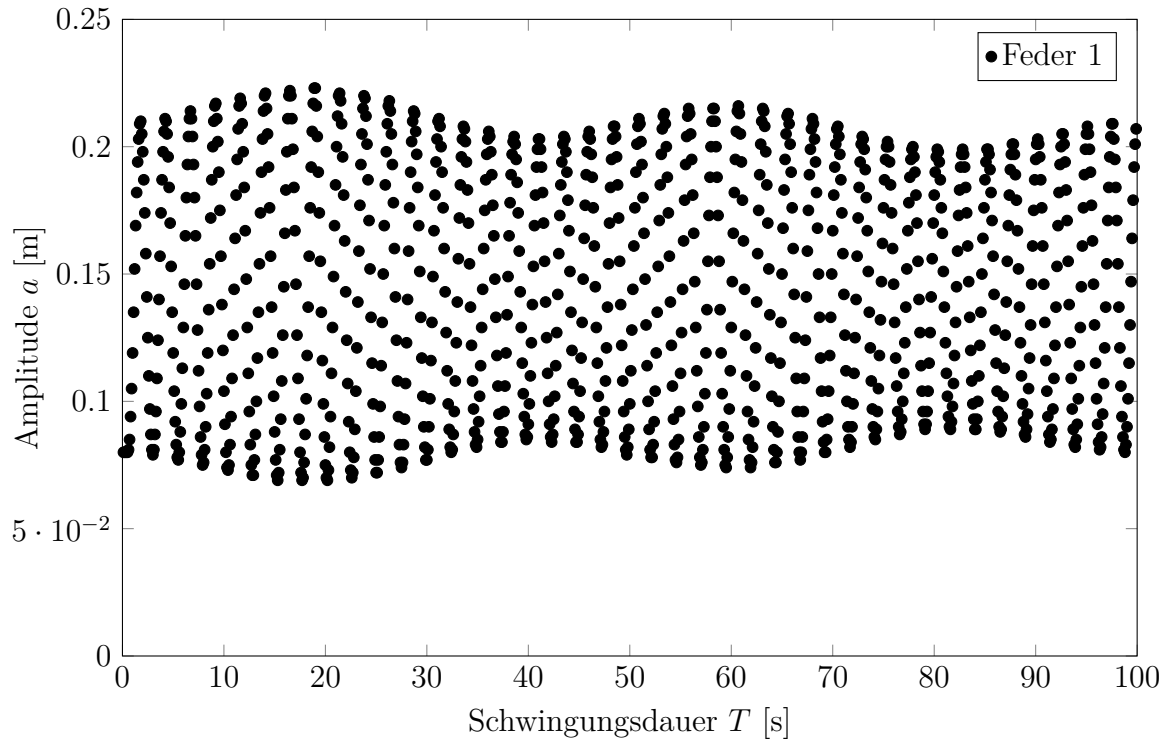
**Tabelle 7:** Schwingungsperiode bei gleichsinniger Bewegung

**Schwebung** Das gekoppelte Pendel wird zu einer schwebenden Bewegung angeregt und die Schwingungsperiode wird über den Ultraschall-Entfernungsmessung bestimmt.



**Abbildung 8:** Amplitude des gekoppelten Pendels  $a$  mit Feder 2 gegen die Schwingungsdauer  $T_0$





**Abbildung 9:** Amplitude des gekoppelten Pendels  $a$  mit Feder 1 gegen die Schwingungsdauer  $T_0$

Aus Übersichtsgründen wurde die Messung von Feder 2 um 1 erhöht, was möglich war, da die Amplitude keine Rolle in der Messung spielt. Die Schwingungsperiode  $T_{schweb}$  wurde nun grafisch bestimmt.

Feder	1	2
Schwingungsperiode $T_{schweb}$ [s]	$82,2 \pm 0,1$	$86,6 \pm 0,1$

**Tabelle 8:** Schwingungsperiode bei Schwebungsbewegung

**Berechnung von  $t_{schweb}$**  Nach 1.17 gilt

$$T_{schweb} = \frac{4\pi}{(T_{geg}^{-1} - T_{gl}^{-1})}. \quad (4.2)$$

Dies führt zu

Feder	1	2
Schwingungsperiode $T_{schweb}$ [s]	$361,28 \pm 5$	$753,98 \pm 5$

**Tabelle 9:** Berechnete Schwebungsdauer

**Berechnung des Kopplungsgrad** Mit der Formel 1.18 wird nun der Kopplungsgrad für beide Federn aus bestimmten Schwingungsperioden bestimmt.

Feder	1	2
Kopplungsgrad $k$	0,083	0,04

**Tabelle 10:** Kopplungsgrad der einzelnen Federn

**Berechnung der Frequenzaufspaltung** Wenn man Formel 1.18 in 1.19 einsetzt, enthält man

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{1 + \frac{T_{gl}^2 - T_{geg}^2}{T_{gl}^2 + T_{geg}^2}}{1 - \frac{T_{gl}^2 - T_{geg}^2}{T_{gl}^2 + T_{geg}^2}}}. \quad (4.3)$$

Dies ergibt für die einzelnen Federn

Feder	1	2
Frequenzaufspaltung $\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$	0,087	0,042

**Tabelle 11:** Frequenzspaltung der einzelnen Federn

Alternativ kann die Frequenzaufspaltung mit der Formel 1.20 bestimmen. Dies führt für die beiden Federn zu folgenden Ergebnissen.

Feder	1	2
Frequenzaufspaltung $\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$	0,087	0,042

**Tabelle 12:** Frequenzspaltung der einzelnen Federn

## 5 Diskussion

### 5.1 Federpendel

Die Abweichung zwischen der statischen und der dynamischen Methode zur Bestimmung der Federkonstante beträgt

$$\Delta D = 13,0 \text{ N/m} - 11,23 \text{ N/m} = 1,77 \text{ N/m} \quad (5.1)$$

Diese Abweichung liegt sogar außerhalb des Fehlers und der Wert für jede der drei dynamischen Messungen mit verschiedenen Massen weicht nach unten verglichen mit dem statischen Wert ab. Dies deutet auf einen systematischen Messfehler hin. Möglicherweise ist die Annahme aus Gleichung (1.2), dass die träge Masse des Systems  $m + m_F/3$  beträgt, nicht haltbar. Um eine größere Übereinstimmung zwischen dynamischem und statischem Wert zu erreichen, müsste statt  $m_F/3$  folgendes Verhältnis gewählt werden (Beispielrechnung bei der längsten Schwingung):

$$a = m_F^{-1} \cdot \left( \frac{13,0 \text{ N/m} \cdot (43,41 \text{ s}/50)^2}{4\pi^2} - 199,46 \text{ g} \right) = 1.445 \quad (5.2)$$

### 5.2 Mathematisches Pendel

Der gemessene Wert für die Erdbeschleunigung beträgt  $g = (9,91 \pm 0,09) \text{ m/s}^2$ . Laut dem National Institute of Standards and Technology lautet der Vergleichswert  $g_{lit} = 9,807 \text{ m/s}^2$ . Die relative Abweichung beträgt zwar nur 1,05 %, liegt jedoch außerhalb des Fehlers. Auch hier liegt wieder jede der drei Messungen über dem Literaturwert. Es fällt aber auf, dass die Messungen für längere Schwingungsdauern näher am erwarteten Wert liegen. Möglicherweise ist die Reaktionszeit beim Zeitstoppen höher als geschätzt, sodass der Fehler in Wirklichkeit größer ist. Eine weitere Fehlerquelle ist, dass der Literaturwert sich auf Meereshöhe bezieht, während der erste Stock des Physikgebäudes auf ca. 80 m über dem Meeresspiegel liegt. Dies erklärt jedoch nur einen kleinen Anteil der Abweichung.

### 5.3 Gekoppeltes Pendel

Beim Vergleich der berechneten Schwebungsdauer  $T_S$  mit der gemessenen Dauer fällt ein deutlich Unterschied zwischen den Werten auf. So ist für Feder 1 der berechnete Wert

fast neun (8,79) mal so groß und bei Feder 2 sogar 17,41 mal so groß. Diese Unterschiede sind so drastisch, dass man davon ausgehen muss, dass im Laufe des Versuchs ein systematischer Fehler begangen wurde. Dies ist jedoch nur mit weiteren Messungen zu bestätigen.

Bei dem Vergleich der beiden Kopplungsgrade für die einzelnen Federn ist auch ein großer Unterschied festzustellen, so sind die dynamisch bestimmten Werte bei beiden Federn mehr als doppelt so groß. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei der statischen Bestimmung zu einer Verformung der Pendelstangen kam, was den Wert besonders bei so kleinen Werten deutlich verfälscht.

Der Vergleich der auf unterschiedlich bestimmten Frequenzaufspaltungen, nach den Werten aus Tabelle 11 und 12, zeigt deutlich, dass die gelieferte Näherung 1.20 geeignet ist um die Frequenzaufspaltung zu bestimmen. So unterscheiden sich die beiden Werte nur außerhalb der signifikanten Stellen, man kann also sagen, dass die Werte gleich sind.

## 6 Doppelpendel

Das Doppelpendel besteht aus einem physikalischen Pendel, an dessen freien Ende ein Gelenk mit einem zweiten physikalischen Pendel angebracht ist. Es wurden folgende Beobachtungen gemacht:

- Die Schwingung sieht chaotisch aus, d.h. es scheint unmöglich, durch naives Anschauen vorherzusagen, wie sich die Pendel als nächstes bewegen werden.
- Auf längere Zeit nimmt die Schwingungsamplitude ab und das Pendel kommt schließlich zum Stillstand, die Schwingung ist also gedämpft. Dies ist auf Luftreibung und die Reibung im Kugellager zurückzuführen.
- Bei kleinen Auslenkungen verhält sich das Pendel weniger chaotisch: wird das obere Pendel leicht ausgelenkt und das untere gar nicht, so schwingt das obere normal, aber das untere schlägt ruckartig an den Amplitudenmaxima des oberen aus. Wird dagegen das untere Pendel leicht ausgelenkt und das obere gar nicht, so schwingt das obere ruckartig und das untere normal.