Δίκτυα Τηλεπικοινωνιών

Μελέτη & Προσομοίωση Συστημάτων Απωλειών

Αλέξανδρος Τζήκας

alextzik@ece.auth.gr - 8978

Μελέτη & Προσομοίωση Δικτύων

Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα Απωλειών

Στόχος της εργασίας αυτής είναι η ανάλυση και η προσομοίωση ενός αναλογικού τηλεφωνικού κέντρου με N θέσεις εξυπηρέτησης. Το συγκεκριμένο τηλεφωνικό κέντρο καλύπτει της ανάγκες μιας μεγάλης αστικής περιοχής.

Ερώτημα I

Ο συμβολισμός Kendall είναι της μορφής a/b/c/d/e, όπου:

- a: Δηλώνει την κατανομή αφίξεων
- b: Δηλώνει την κατανομή εξυπηρέτησης
- c: Δηλώνει τον αριθμό θέσεων εξυπηρέτησης
- d: Δηλώνει τον αριθμό πηγών κίνησης
- e: Δηλώνει το μήκος της ουράς μαζί με τον αριθμό θέσεων εξυπηρέτησης

Αρχικά, από την εκφώνηση δίνεται ότι τόσο το μεσοδιάστημα (A) μεταξύ δυο διαδοχικών αφίξεων, όσο και η διάρκεια κάθε κλήσης (B), ακολουθούν εκθετική κατανομή με E[A]=20 sec & E[B]=200 sec αντίστοιχα. Από την θεωρία γνωρίζουμε ότι, εφόσον το μεσοδιάστημα δυο διαδοχικών αφίξεων ακολουθεί εκθετική κατανομή, τότε ο αριθμός αφίξεων ακολουθεί κατανομή Poisson. Επομένως στην θέση του a στον συμβολισμό Kendall τοποθετούμε το γράμμα M (Markovian). Αντίστοιχα, γνωρίζουμε ότι εφόσον η διάρκεια των κλήσεων ακολουθεί εκθετική κατανομή, τότε η κατανομή εξυπηρέτησης θα είναι και αυτή τύπου Poisson. Άρα, στην θέση του b τοποθετούμε πάλι M (Markovian). Το πλήθος των θέσεων εξυπηρέτησης δίνεται και είναι N. Ακόμα, λόγω του μεγέθους της καλυπτόμενης περιοχής θεωρούμε ότι ο αριθμός πηγών κίνησης είναι άπειρο. Τέλος, εφόσον δεν υπάρχει ουρά το e είναι και αυτό N. Επομένως, το σύστημα σύμφωνα με τον Kendall περιγράφεται ως εξής:

$$\boxed{M/M/N/\infty/N}$$

Ερώτημα II

Από την θεωρία, επίσης γνωρίζουμε ότι για ένα σύστημα της μορφής αυτής η πιθανότητα μπλοκαρίσματος (άφιξης πακέτου και εύρεσης όλων των θέσεων κατειλημμένων) είναι ίση με την πιθανότητα να υπάρχουν ήδη στο σύστημα N πακέτα. Ουσιαστικά λοιπόν ζητείται η πιθανότητα απώλειας πακέτου. Σύμφωνα με το σύγγραμμα "Ψηφιακή Τηλεφωνία" και τον τύπο (4.23) η πιθανότητα μπλοκαρίσματος είναι:

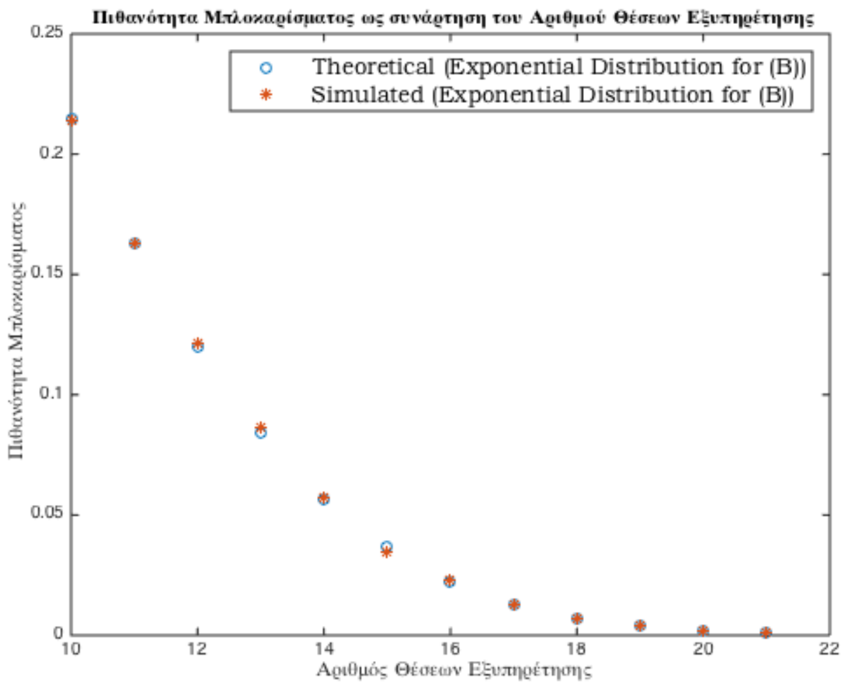
$$\boxed{P_N = \frac{\frac{\rho^N}{N!}}{\sum_{k=0}^{N} \frac{\rho^k}{k!}}, \qquad \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\frac{1}{E[A]}}{\frac{1}{E[B]}} = \frac{200}{20} = 10\ erlangs}$$

Με εισαγωγή τιμών στο N βρίσκουμε τα όρια του αριθμού θέσεων εξυπηρέτησης για πιθανότητα μπλοκαρίσματος στο εύρος [0.001, 0.2]. Στην συνέχεια για αυτό το εύρος των N υπολογίζεται η πιθανότητα μπλοκαρίσματος με βάση τον παραπάνω τύπο. Τα δεδομένα απεικονίζονται στην συνέχεια σε διάγραμμα.

Για τον υπολογισμό της πιθανότητας μπλοκαρίσματος με προσομοίωση (λόγος χαμένων πακέτων προς συνολικά) χρησιμοποιήθηκε ένα σύνολο 10^5 πακέτων. Αυτό επειδή η πιθανότητα μπλοκαρίσματος 0.001 σημαίνει ότι 1 στα 1000 πακέτα χάνεται. Επομένως με ένα σύνολο πακέτων 2 τάξεων ανώτερο εγγυόμαστε την ορθότητα των αποτελεσμάτων. Η λογική του κώδικα εξηγείται παρακάτω.

Γνωρίζοντας το εύρος των N για τις ζητούμενες πιθανότητες μπλοκαρίσματος από την θεωρητική ανάλυση θα προσομοιώσουμε το σύστημα με αυτές τις θέσεις εξυπηρέτησης (η εξωτερική for). Για κάθε N ουσιαστικά θεωρούμε 10^5 συνολικά πακέτα. Κάθε επανάληψη του βρόχου while αντιστοιχεί στην άφιξη ενός πακέτου. Η διάρκεια του πακέτου ανατίθεται με βάση την exprnd( ) και την δεδομένη μέση τιμή. Ελέγχεται η ύπαρξη ελεύθερης θέσης εξυπηρέτησης. Εάν δεν υπάρχει τέτοια το πακέτο απορρίπτεται (αυξάνεται κατά 1 ο αριθμός χαμένων πακέτων), αλλιώς το πακέτο ανατίθεται σε μια ελεύθερη θέση και στον πίνακα των θέσεων εξυπηρέτησης στο κελί της θέσης που ανατέθηκε τοποθετείται ο χρόνος κατάληψής της από το νέο πακέτο (διάρκεια πακέτου). Στην συνέχεια, με χρήσης της exprnd( ), υπολογίζεται ο χρόνος μέχρι την επόμενη άφιξη και αφαιρείται από τον πίνακα των θέσεων εξυπηρέτησης για την προσομοίωση της χρονικής συνέχειας. Επομένως, εάν στην επόμενη επανάληψη του while το νέο πακέτο βρει χρόνο μικρότερο ή ίσο με το 0 σε μια θέση εξυπηρέτησης μπορεί να την καταλάβει (αρνητικός χρόνος σημαίνει ότι η θέση έμεινε κενή για κάποιο διάστημα (εξυπηρέτησε το πακέτο της και έμεινε κενή μέχρι την επόμενη άφιξη)).

Τα αποτελέσματα φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα. Παρατηρείται πολύ καλή συμφωνία των θεωρητικών αποτελεσμάτων με αυτά της προσομοίωσης. Τέλος ισχύει: P_N:[0.1%, 20%]—-N:[11, 21].



Εικόνα 1.1: Θεωρητικός & Πειραματικός Υπολογισμός Πιθανότητας Μπλοκαρίσματος για Εκθετική Κατανομή Διάρκειας

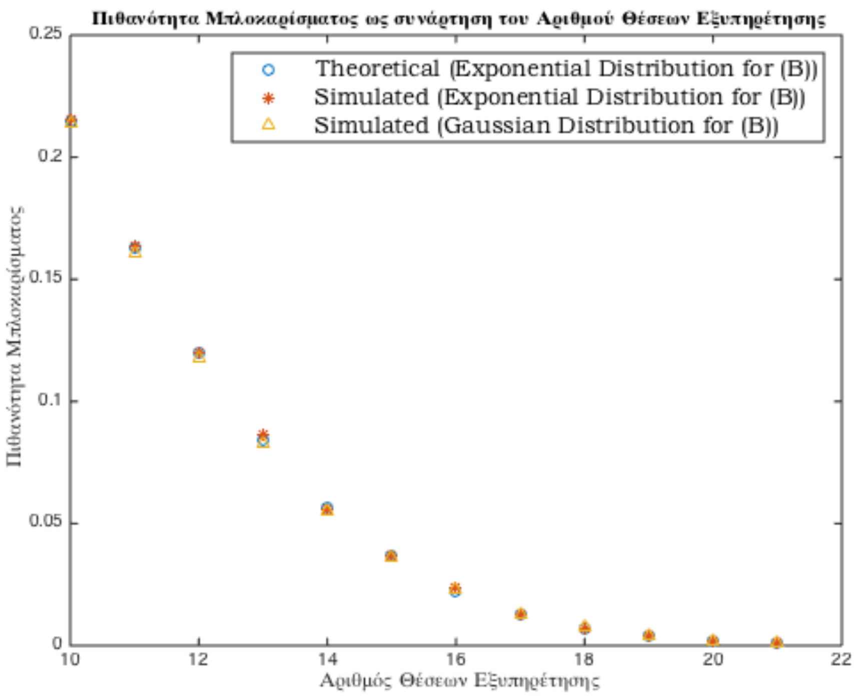
Ερώτημα III

Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε στο προηγούμενο ερώτημα εφαρμόζεται και εδώ με μια μόνο αλλαγή. Αυτή η αλλαγή φαίνεται παρακάτω:

callDuration=exprnd(E_B); —- callDuration=normrnd(E_B, 1);

Με τον τρόπο αυτό χρησιμοποιείται η κανονική κατανομή για την διάρκεια των κλήσεων.

Τα συγκριτικά αποτελέσματα για τις δυο διαφορετικές κατανομές κλήσεων (εκθετική και κανονική) φαίνονται παρακάτω.



Εικόνα 1.2: Πιθανότητας Μπλοκαρίσματος για Εκθετική και Gaussian Κατανομή Διάρκειας Κλήσεων

Φαίνεται ότι η πιθανότητα μπλοκαρίσματος παραμένει ίδια, παρά την αλλαγή της κατανομής της διάρκειας κλήσεων. Μοιάζει δηλαδή να εξαρτάται μόνο από τον μέσο όρο της εκάστοτε κατανομής (που είναι ίδιος στις δυο περιπτώσεις) και όχι από την μορφή της κατανομής. Αυτή η διαπίστωση επιβεβαιώνεται και από το σύγγραμμα του μαθήματος, στο οποίο αναφέρεται ότι αποδεικνύεται πως σε συστήματα απωλειών δεν μας ενδιαφέρει η ακριβής κατανομή εξυπηρέτησης, αλλά η μέση τιμή της.