

Ψηφιακές Τηλεπικοινωνίες II

Εργαστηριακή Ενότητα II

Αλέξανδρος Τζήκας - alextzik@ece.auth.gr - AEM: 8978

Άσκηση 2.1: Σύστημα QPSK σε περιβάλλον αργών, συχνοτικά επιλεκτικών διαλείψεων Rayleigh

Στόχος της συγκεκριμένης άσκησης είναι η εξαγωγή της καμπύλης BER του συστήματος με διαμόρφωση QPSK σε περιβάλλον που διακρίνεται από αργές, συχνοτικά επιλεκτικές διαλείψεις Rayleigh. Συνολικά εξάγονται τέσσερις καμπύλες.

Αρχικά, με εκτέλεση της προσομοίωσης “QpskFSRC.slx” προκύπτει η καμπύλη BER του QPSK στο συγκεκριμένο περιβάλλον. Στην συνέχεια, με εκτέλεση της προσομοίωσης “QpskEqualization.slx” προκύπτουν δυο διαφορετικές καμπύλες, ανάλογα με την επιλεγόμενη έξοδο του εκτιμητή καναλιού (with/without). Τέλος, με χρήση της εντολής `berfading` προέκυψε η θεωρητική καμπύλη του QPSK για κανάλι διαλείψεων Rayleigh με διαφορισμό τάξης 3.

Για την εκτέλεση των προσομοιώσεων αρχικά προστέθηκε στα αρχεία “.slx” ένα block `simout`, το οποίο και συνδέθηκε στην έξοδο του block “Error Rate Calculation”. Ακόμα στο block “AWGN” η τιμή του SNR άλλαξε στην τιμή της μεταβλητής `SNR`. Η προσομοίωση έγινε με χρήση του παρακάτω κώδικα:

```
bers11=zeros(1,40);
i=0;
for EbNo=1:1:40
    SNR=EbNo+3;
    i=i+1;
    sim(“____.slx”);
    bers11(i)=simout(1);
    bers14(i) = berfading(a,'qpsk',3);
end
%semilogy(1:40,bers);
%hold on;
%semilogy(1:40,bers12);
%semilogy(1:40,bers13);
%semilogy(1:40,bers14);
```

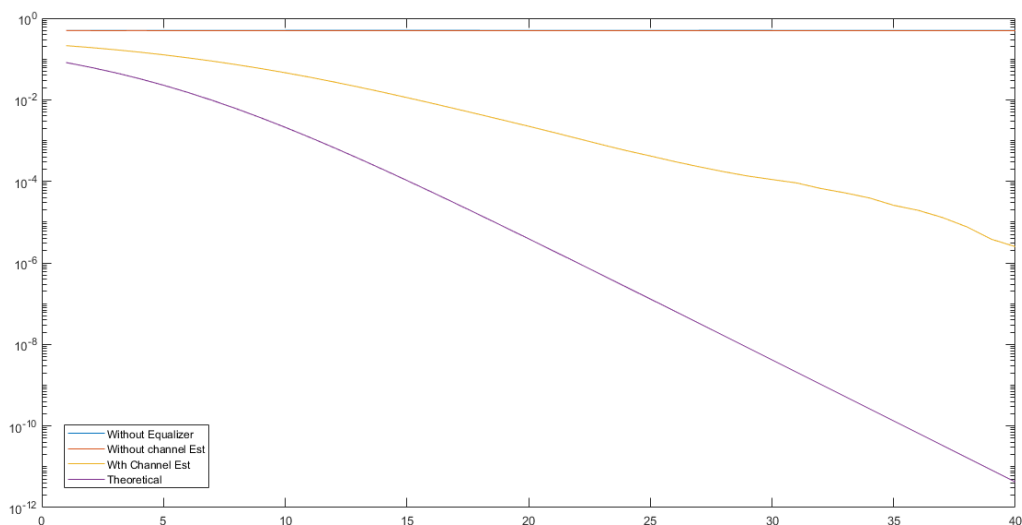
Η σχέση μετατροπής E_b/N_0 - SNR είναι η εξής:

- 1 σύμβολο - 2 bits
- $SNR = E_s/N_0$
- $E_s = 2E_b$

Επομένως:

$$SNR[dB] = 10\log(SNR) = 10\log(E_s/N_0) = 10\log(2E_b/N_0) = 10\log(2) + 10\log(E_b/N_0) = \mathbf{10\log(2) + E_b/N_0[dB]}$$

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης φαίνονται στο παρακάτω συνολικό διάγραμμα.



Διάγραμμα 2.1: BER ως προς E_b/N_0 για σύστημα QPSK με αργές, συχνοτικά επιλεκτικές διαλείψεις Rayleigh

Πριν την εξήγηση των καμπυλών κρίνεται σκόπιμο να δοθούν οι περιγραφές κάποιων βασικών στην κατανόηση του συστήματος εννοιών.

1. Κανάλι Αργών, Συχνοτικά Επιλεκτικών Διαλείψεων Rayleigh

Ένα μοντέλο διαλείψεων Rayleigh υποθέτει ότι το πλάτος του σήματος που διέρχεται από το τηλεπικοινωνιακό κανάλι είναι τυχαίο μέγεθος που ακολουθεί κατανομή Rayleigh. Ο προσδιορισμός αργές αναφέρεται στο γεγονός ότι το πλάτος και η φάση του πολλαπλασιαστικού θορύβου μεταβάλλεται αργά συγκριτικά με το σήμα. Με άλλα λόγια, η κρουστική απόκριση του καναλιού μεταβάλλεται αργά σε σχέση με το σήμα, δηλαδή το κανάλι θεωρείται στατικό για αρκετές περιόδους συμβόλου.

Συχνοτικά επιλεκτικές διαλείψεις συμβαίνουν όταν το εύρος ζώνης του μεταδιδόμενου σήματος είναι μεγαλύτερο από το εύρος ζώνης του καναλιού στο οποίο η απόκριση καναλιού μπορεί να θεωρηθεί σταθερή. Σε αυτή την περίπτωση διαφορετικές συχνότητες του μεταδιδόμενου σήματος εμφανίζουν και διαφορετικό “fading”. Με άλλα λόγια, οι συχνοτικά επιλεκτικές διαλείψεις οφείλονται κυρίως στην διασπορά της καθυστέρησης των πολλαπλών διόδευσεων, δηλαδή στην χρονική διασπορά λόγω πολυδιαδρομικής διάδοσης. Δημιουργούνται όταν τα φασματικά χαρακτηριστικά ενός εκπεμπόμενου σήματος επηρεάζονται από διαφορετικού πλάτους κέρδη και μετατοπίσεις φάσης. Η ύπαρξη συχνοτικά επιλεκτικών διαλείψεων σημαίνει ότι γίνεται λήψη διάφορων καθυστερημένων αντιγράφων του απεσταλμένου σήματος στον δέκτη (αυτό μοντελοποιείται με χρήση καθυστερήσεων και άρα υπάρχει ISI). Οι καθυστερήσεις είναι συνήθως μεγαλύτερες της περιόδου συμβόλου σε συχνοτικά επιλεκτικές διαλείψεις. Δηλαδή, οι συχνοτικά επιλεκτικές διαλείψεις προκαλούνται από πολυδιαδρομικές καθυστερήσεις μεγαλύτερες της περιόδου συμβόλου.

2. Καμπύλη BER με τάξη Διαφόρισης

Τεχνικές διαφόρισης εφαρμόζονται για να βελτιώσουν την απόδοση του συστήματος σε κανάλια διαλείψεων. Η βασική ιδέα είναι ότι αντί να γίνει μετάδοση και λήψη του επιθυμητού σήματος μέσα από ένα μόνο κανάλι, στέλνονται L αντίγραφα του σήματος μέσω M διαφορετικών καναλιών.

Υπάρχουν 3 είδη διαφόρισης:

- **χώρου:** χρήση M κεραιών για την λήψη M αντιγράφων του σήματος
- **χρόνου:** αποστολή του επιθυμητού σήματος σε M διαφορετικά χρονικά διαστήματα
- **συχνότητας:** το χαμηλοπερατό σήμα πληροφορίας “φορτώνεται” σε M διαφορετικά φέροντα έτσι ώστε να μην υπάρχει επικάλυψη και τα λαμβανόμενα σήματα να λαμβάνονται με ανεξάρτητες διαλείψεις.

Η τάξη διαφόρισης ορίζεται ως η κλίση της καμπύλης BER και ουσιαστικά απεικονίζει τον αριθμό των ανεξάρτητων αντιγράφων σήματος που λαμβάνονται στον δέκτη.

3. Εξισωτής Καναλιού

Οι εξισωτές καναλιού βρίσκουν εφαρμογή σε συστήματα όπου τα χαρακτηριστικά του καναλιού είναι άγνωστα ή χρονικά αργά μεταβαλλόμενα. Σε αυτά τα συστήματα είναι αδύνατη η κατασκευή των βέλτιστων φίλτρων πομπού και δέκτη όπως στα συστήματα με γνωστό κανάλι. Καταφεύγουμε λοιπόν στην ανάθεση της ρίζας του ανυψωμένου συνημιτόνου τόσο στο φίλτρο του πομπού, όσο και του δέκτη (κάτι που γενικά προκαλεί την εμφάνιση της ISI, αφού το $X(f)$ δεν είναι μορφής ανυψωμένου συνημιτόνου) και στην χρήση ενός ακόμα φίλτρου στον δέκτη με στόχο την αντιστάθμιση της παραμόρφωσης του καναλιού. Το γραμμικό αυτό φίλτρο έχει ρυθμιζόμενες παραμέτρους, οι οποίες ρυθμίζονται με βάση μετρήσεις των χαρακτηριστικών του καναλιού και ονομάζεται εξισωτής. Κύριος στόχος του είναι η μείωση της ISI.

Εξήγηση των Αποτελεσμάτων

Αρχικά παρατηρείται ότι η θεωρητική καμπύλη του QPSK με διαφόριση τάξης 3 παρουσιάζει την καλύτερη συμπεριφορά όσον αφορά το BER. Αυτό ήταν αναμενόμενο, καθώς η τεχνική διαφόρισης είναι εξ ορισμού τεχνική βελτίωσης του BER ενός συστήματος, ενώ το σύστημα που υλοποιείται σε αυτό το ερώτημα προσπαθεί να φτάσει σε απόδοση αυτή την καμπύλη. Στην συνέχεια, είναι εμφανές ότι η καμπύλη BER του συστήματος με χρήση ρυθμισμένου εξισωτή καναλιού είναι αυτή που προσεγγίζει καλύτερα την βέλτιστη θεωρητική καμπύλη. Αυτό είναι επίσης λογικό αφού ένας εξισωτής καναλιού ο οποίος έχει ρυθμιστεί στο δεδομένο κανάλι έχει ως στόχο την μείωση της διασυμβολικής παρεμβολής και άρα την μείωση των σφαλμάτων που αυτή προσθέτει. Τέλος παρατηρείται ότι η καμπύλη BER του συστήματος χωρίς εξισωτή και με εξισωτή με συντελεστές μη ρυθμισμένους (without) είναι ίδια και δεν

βελτιώνεται με την αύξηση του λόγου SNR (και επομένως και του E_b/N_0). Η ισοδυναμία των δυο αυτών συστημάτων ως προς το BER δεν αποτελεί έκπληξη, καθώς κανένα από τα δύο δεν μπορεί να αντιμετωπίσει την υφιστάμενη διασυμβολική παρεμβολή, ενώ η ύπαρξη της διασυμβολικής παρεμβολής εξηγεί και την σταθερότητα του BER σε όλες τις τιμές του SNR. Η διασυμβολική παρεμβολή διέπει το σύστημα λόγω των δυο καθυστερήσεων που υπάρχουν στο κανάλι και ουσιαστικά δημιουργούν παρεμβολή στο κάθε σύμβολο από τα δυο προηγούμενα λόγω των συχνοτικά επιλεκτικών διαλείψεων. Παρατηρείται ότι η κλίση των δυο φθίνουσων καμπυλών είναι διαφορετική, άρα με την χρήση του εξισωτή δεν φτάνουμε σε επίδοση διαφόρισης 3ης τάξης. Εδώ κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί ότι η θεωρητική καμύλη διαφόρισης 3ης τάξης είναι υλοποιήσιμη, αλλά λόγω των αργών διαλείψεων θα πρέπει να γίνει στον χρόνο με τέτοιο τρόπο ώστε τα αντίγραφα να επηρεάζονται διαφορετικά από το κανάλι για να προσθέτουν πληροφορία.

Άσκηση 2.2: Διαφορισμός χώρου QPSK σήματος σε περιβάλλον iid, συχνοτικά επίπεδων διαλείψεων Rayleigh

Στόχος της δεύτερης άσκησης είναι η μέτρηση της επίδοσης ενός συστήματος QPSK σε ένα περιβάλλον iid, συχνοτικά επίπεδων διαλείψεων Rayleigh, καθώς και η αναγνώριση της βελτίωσης της επίδοσης με την χρήση διαφορισμού χώρου.

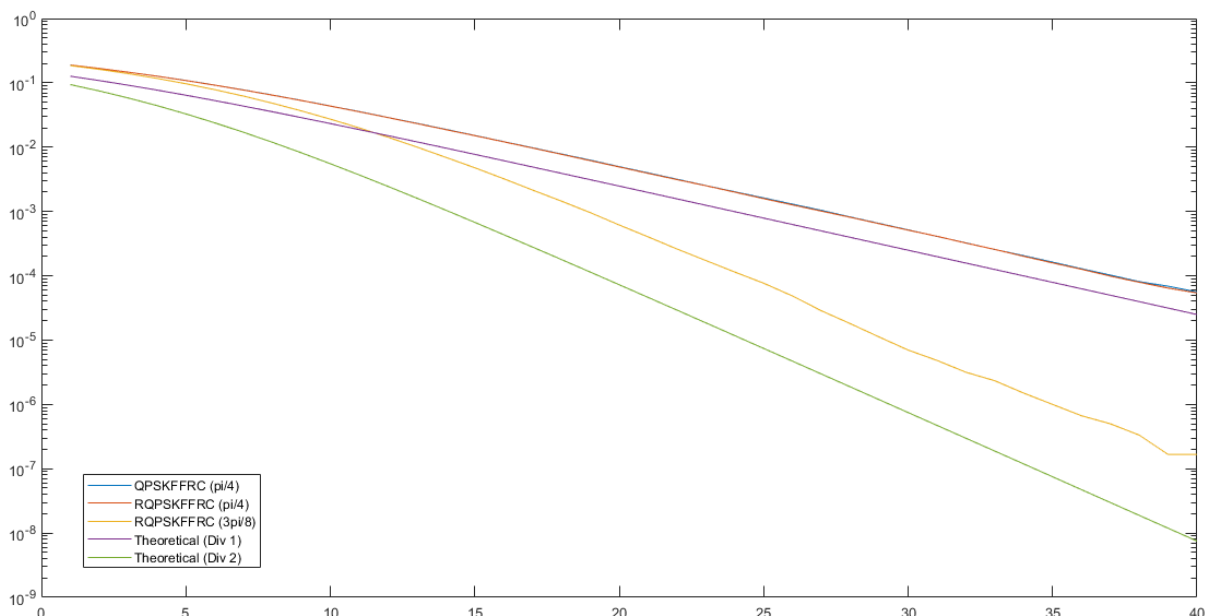
Εφόσον το σύστημα είναι QPSK, όπως και στην άσκηση 2.1, ο κανόνας μετατροπής $\text{SNR} \rightarrow E_b/N_0$ παραμένει αυτός που διατυπώθηκε στις προηγούμενες σελίδες.

Στο συγκεκριμένο ερώτημα ζητούνται 5 καμπύλες BER. Οι δυο αποτελούν τις θεωρητικές καμπύλες του QPSK για κανάλι διαλείψεων Rayleigh με διαφορισμό τάξης 1 και 2. Οι υπόλοιπες αποτελούν καμπύλες που προκύπτουν από την προσομοίωση “QpskFFRC.slx” (phase offset $\pi/4$) και την “rotatedQpskFFRC.slx” (phase offset $\pi/4$ & $3\pi/8$).

Η μεγάλη διαφορά μεταξύ των δύο αρχείων “.slx” είναι η χρήση αναδιατάκτη στο “rotatedQpskFFRC.slx” και η απουσία του στο άλλο αρχείο. Με την χρήση διαφόρων φάσεων περιστροφής και αναδιατάκτη καταφέρνουμε να λαμβάνουμε δυο ανεξάρτητες πληροφορίες για κάθε σύμβολο. Δεδομένης της τυχαιότητας των διαλείψεων ενδέχεται λοιπόν μια εκ των δυο πληροφοριών (I & Q συνιστώσες) ενός συμβόλου να ληφθεί καθαρή και για δεδομένες φάσεις περιστροφής η αλλοίωση της μιας εκ των δύο συνιστωσών να μην οδηγεί απαραίτητα σε λανθασμένη ανίχνευση συμβόλου. Ουσιαστικά, η χρήση αναδιατάκτη (δημιουργία νέων συμβόλων με λήψη συνιστώσας I από ένα σύμβολο και Q από άλλο) αποτελεί μια μορφή διαφόρισης στον χώρο σήματος (signal-space), αφού αποστέλλονται δυο πληροφορίες για κάθε σύμβολο ανεξάρτητα (ουσιαστικά διαφόριση τάξης 2). Αυτό επιβεβαιώνεται και από την παραλληλία των καμπυλών: Θεωρητική διαφόρισης τάξης 2 & Πειραματική $3\pi/8$ με αναδιατάκτη. Η πειραματική με αναδιατάκτη και $\pi/4$ δεν είναι παράλληλη στην θεωρητική τάξης 2, καθώς δεν υπάρχει ουσιαστική αποστολή δυο πληροφοριών, αφού η απώλεια της μιας οδηγεί και σε λανθασμένη ανίχνευση των συμβόλων (όπως εξηγείται παρακάτω).

Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε για τον χειρισμό των προσομοιώσεων είναι αντίστοιχος με αυτόν που χρησιμοποιήθηκε στην άσκηση 2.1.

Τα αποτελέσματα βρίσκονται συγκεντρωμένα στο παρακάτω διάγραμμα.



Διάγραμμα 2.2: BER προς E_b/N_0 για σύστημα QPSK με συχνοτικά επίπεδες, iid διαλείψεις

Για την ανάλυση των αποτελεσμάτων κρίνεται σκόπιμη η εξήγηση κάποιων εννοιών.

1. Συχνотικά Επίπεδες, iid Διαλείψεις

Οι διαλείψεις ονομάζονται συχνотικά επίπεδες όταν το εύρος ζώνης του μεταδιδόμενου σήματος είναι πολύ μικρότερο του “coherent bandwidth” του καναλιού (του εύρους ζώνης του καναλιού στο οποίο αυτό θεωρείται σταθερό). Σε αυτόν τον τύπο των διαλείψεων δεν εμφανίζονται καθυστερημένα αντίγραφα του μεταδιδόμενου σήματος. Αφού λοιπόν η απόκριση συχνότητας $C(f)$ είναι σταθερή, το κανάλι παραμορφώνει το μεταδιδόμενο σήμα με έναν πολλαπλασιαστικό, σταθερό τρόπο. Οι διαλείψεις X_{n1} , X_{n2} ονομάζονται iid εάν:

- οι τυχαίες μεταβλητές X_{n1} , X_{n2} είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους για κάθε n_1 διάφορο του n_2
- οι τυχαίες μεταβλητές X_{n1} , X_{n2} έχουν την ίδια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (pdf) για κάθε n_1 , n_2

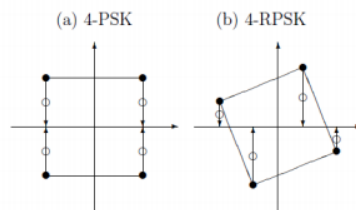
2. Διαφορισμός Χώρου Σήματος

Ο όρος αυτός εξηγήθηκε στην 4η παράγραφο της “Άσκησης 2.2” στην σελίδα 3.

3. Στροφή Φάσης Αστερισμού

Αναφέρεται στην αλλαγή του αστερισμού συμβόλων μιας διαμόρφωσης και στην δημιουργία ενός νέου αστερισμού, ο οποίος προκύπτει με στροφή του αρχικού κατά μια δεδομένη γωνία-φάση.

Αυτό δηλαδή που συμβαίνει είναι ότι κάθε σύμβολο του αρχικού αστερισμού περιστρέφεται γύρω από το κέντρο των αξόνων κατά την δοσμένη γωνία. Ένα παράδειγμα μπορεί να βρεθεί στην παρακάτω εικόνα.

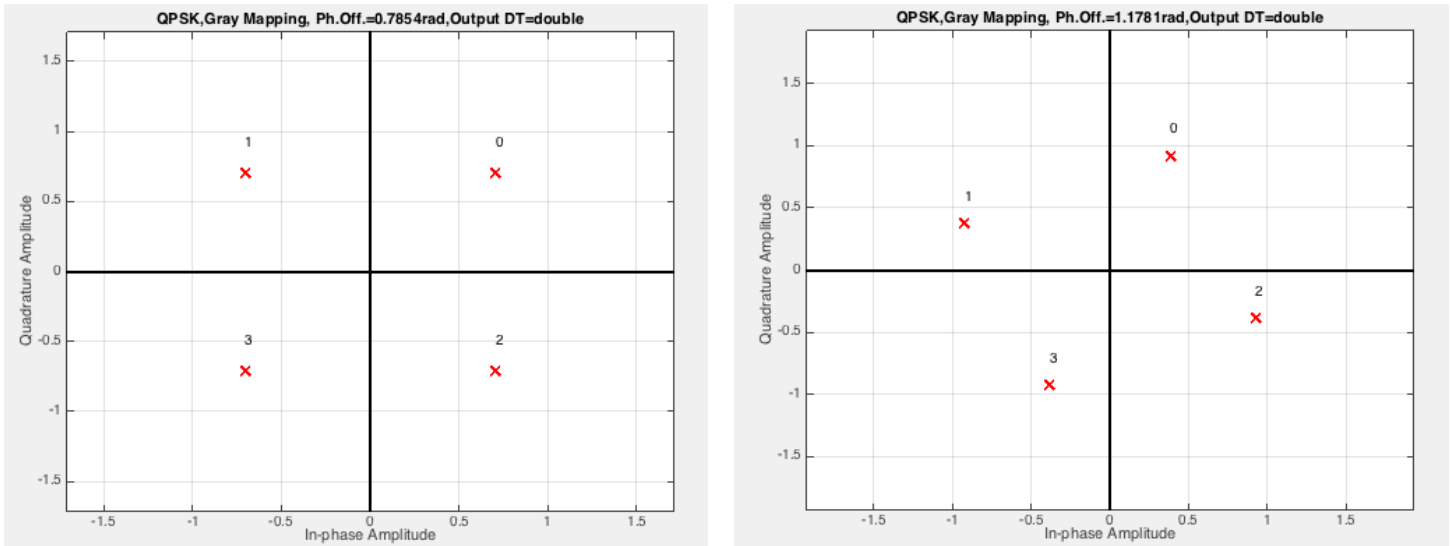


Εξήγηση των Αποτελεσμάτων

Αρχικά παρατηρούνται οι δύο θεωρητικές καμπύλες για τάξη διαφόρισης 1 και 2. Η βασική παρατήρηση για αυτές τις δύο καμπύλες είναι ότι παρουσιάζουν μεγαλύτερο σφάλμα (είναι δηλαδή πιο ψηλά) συγκριτικά με την θεωρητική καμπύλη τάξης 3, η οποία συμπεριλαμβάνεται στο “Διάγραμμα 2.1”. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι η τάξη διαφόρισης περιγράφει την κλίση της καμπύλης. Επομένως, μια καμπύλη μεγαλύτερης τάξης θα έχει αναγκαστικά μικρότερες τιμές BER όσο αυξάνεται το SNR (αυτό είναι λογικό αφού τότε υπάρχει αποστολή μεγαλύτερου αριθμού ανεξάρτητων αντιγράφων). Επίσης, παρατηρούμε ότι οι καμπύλες BER για phase offset $\pi/4$ και στα δυο αρχεία είναι όμοιες και χειρότερες από την καμπύλη BER για phase offset $3\pi/8$ στο αρχείο “rotatedQpskFFRC.slx”. Αυτό εξηγείται ως εξής:

Αρχικά, πρέπει να παρατηρηθεί ότι ο αναδιατάκτης της συνιστώσας Q στο “rotatedQpskFFRC.slx”, απλά αναθέτει το φανταστικό μέρος ενός συμβόλου σε ένα άλλο σύμβολο, αλλάζοντας έτσι τα σύμβολα που πραγματικά περνάνε από το κανάλι σε σχέση με αυτά που παράγει ο πομπός. Το κανάλι επιδρά στα νέα σύμβολα με πολλαπλασιαστικό και προσθετικό τρόπο (Rayleigh & AWGN) και ουσιαστικά εάν ένα σύμβολο που διέρχεται από το κανάλι πάθει βαθιά διάλειψη, μετά τον “deinterleaver” στον δέκτη θα έχει πάθει βαθιά διάλειψη μόνο μια εκ των δύο συνιστωσών κάθε ενός εκ των δύο πραγματικών συμβόλων που συμμετείχαν στην δημιουργία του συμβόλου που τελικά πέρασε από το κανάλι. Άρα με αυτόν τον τρόπο μειώνεται η επίδραση των διαλείψεων. Η ομοιότητα των καμπυλών για $\pi/4$ με αναδιατάκτη και χωρίς οφείλεται στο γεγονός ότι ακόμα και με την δημιουργία των νέων συμβόλων με χρήση του αναδιατάκτη, σε περίπτωση βαθιάς διάλειψης όπου η μια συνιστώσα πραγματικού συμβόλου θα χτυπηθεί βαριά είναι πολύ εύκολο να ερμηνευθεί ως λάθος σύμβολο το πραγματικό λόγω των περιοχών απόφασης και της συμμετρικότητας των τιμών συμβόλων. Με άλλα λόγια, εάν θεωρήσουμε ότι μέσω της αναδιάταξης μόνο μια συνιστώσα του συμβόλου θα πάθει βαθιά αλλαγή ενώ η άλλη θα παραμείνει περίπου ίδια με την πραγματική, η συμμετρικότητα του αστερισμού δεν μας δίνει μεγάλη ευχέρεια καθορισμού του απεσταλμένου συμβόλου με βάση την μη-επηρεασμένη

συνιστώσα (αφού αυτή είναι ίδια για δυο σύμβολα). Έτσι, εξηγείται και το γεγονός ότι οι καμπύλες αυτές είναι αρκετά ψηλά. Αντίθετα στην περίπτωση της στροφής $3\pi/8$, δημιουργείται ένας μη-συμμετρικός αστερισμός. Άρα και πάλι με την αναδιάταξη μόνο μια συνιστώσα του συμβόλου είναι πιθανό να πάθει βαθιά διάλειψη, αλλά σε αυτήν την περίπτωση η μη επηρεασμένη συνιστώσα έχει διαφορετική τιμή για κάθε σύμβολο, άρα είναι πιο εύκολο να διακρίνουμε ποιο ήταν το απεσταλμένο σύμβολο με βάση την μη επηρεασμένη συνιστώσα λόγω της διαφορετικότητάς της για κάθε σύμβολο. Οι περιοχές απόφασης λοιπόν είναι τέτοιες που με βάση μια “καθαρή συνιστώσα” επιτρέπουν τον διαχωρισμό των συμβόλων, σε αντίθεση με την περίπτωση phase offset $\pi/4$. Παρακάτω, παρατίθενται και οι αστερισμοί στις δυο περιπτώσεις για να ενισχύσουν την ποιοτική κατανόηση.



Εικόνα 2.2: Αστερισμοί QPSK για phase offset $\pi/4$ και $3\pi/8$.

Κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί ότι αν και στο αρχείο “QpskFFRC.slx” αναιρείται η επίδραση της διάλειψης διαιρώντας με τον μεγαδικό αριθμό της διάλειψης, υπάρχει ο όρος AWGN/ Rayleigh ο οποίος οδηγεί την καμπύλη σε υψηλότερες τιμές BER.

Άσκηση 2.3: Σύστημα 16-QAM σε περιβάλλον AWGN και συγκαναλικών παρεμβολών

Στόχος της άσκησης αυτής είναι η μελέτη της συμπεριφοράς ως προς το BER ενός συστήματος 16-QAM σε περιβάλλον AWGN, στο οποίο όμως υπάρχει επίσης και συγκαναλική παρεμβολή ίδιου σήματος. Θα εξαχθεί η καμπύλη BER του συστήματος για διάφορες περιπτώσεις phase offset του αστερισμού της συγκαναλικής παρεμβολής.

Για την εκτέλεση των προσομοιώσεων απαιτείται πρώτα η εύρεση του τρόπου μετατροπής SNR σε E_b/N_0 . Με λογική αντίστοιχη της άσκησης 2.1:

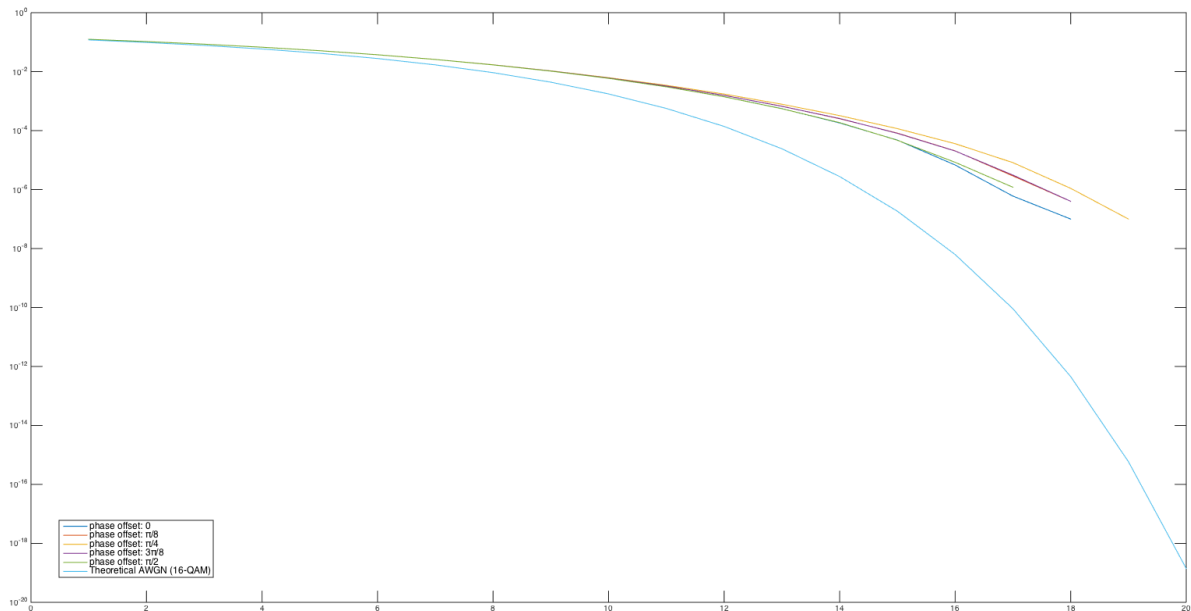
- 1 σύμβολο - 4 bits
- $SNR = E_s/N_0$
- $E_s = 4E_b$

Επομένως:

$$SNR[dB] = 10\log(SNR) = 10\log(E_s/N_0) = 10\log(4E_b/N_0) = 10\log(4) + 10\log(E_b/N_0) = \mathbf{10\log(4) + E_b/N_0[dB]}$$

Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων μοιάζει με εκείνον της άσκησης 2.1 με διαφορά στην σχέση μετατροπής $SNR \rightarrow E_b/N_0$ και προσθήκη της εντολής "*berawgn(EbNo,'qam',16)*" για την θεωρητική καμπύλη.

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 2.3: BER ως προς E_b/N_0 για σύστημα 16-QAM σε περιβάλλον AWGN με συγκαναλική παρεμβολή

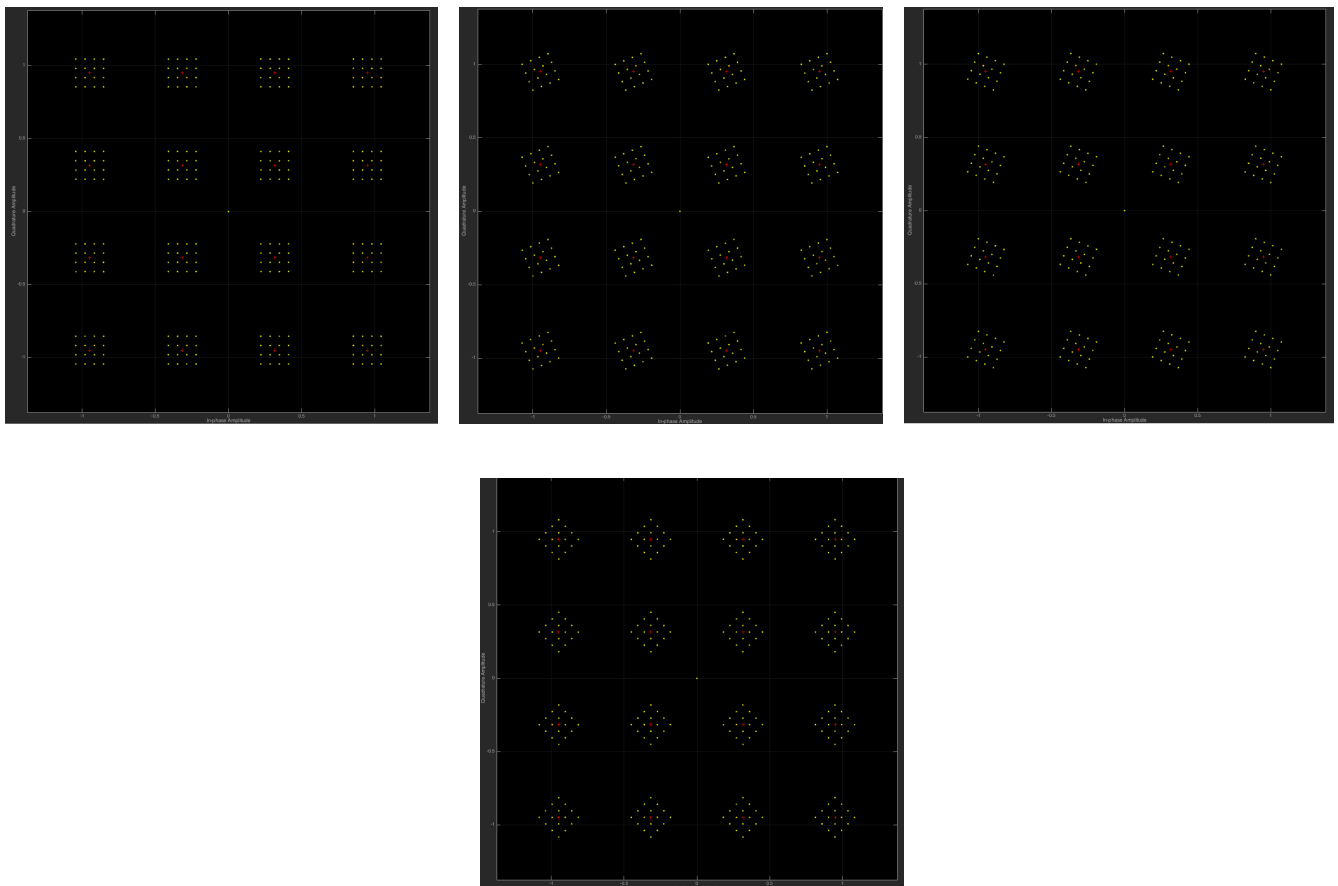
Για την κατανόηση των αποτελεσμάτων απαιτείται η εξήγηση κάποιων όρων.

1. Συγκαναλική Παρεμβολή

Η συγκαναλική παρεμβολή προκαλείται όταν δύο ή περισσότεροι πομποδέκτες χρησιμοποιούν το ίδιο κανάλι (και την ίδια συχνότητα) για την αποστολή και λήψη δεδομένων. Ουσιαστικά αποτελεί ένα είδος crosstalk στον έναν πομποδέκτη λόγω των άλλων. Στην συγκεκριμένη άσκηση, το σήμα που λαμβάνεται στον δέκτη αποτελεί άθροισμα των μεταδιδόμενων σημάτων του κύριου και ενός παρεμβάλλοντος πομπού που έχουν διαμορφωθεί ξεχωριστά και διέρχονται από το ίδιο κανάλι AWGN. Φυσικά, επειδή το παρεμβάλλον σήμα θεωρείται δευτερεύον, θεωρούμε ότι η ισχύς του είναι μικρότερη από το βασικό-κύριο σήμα. Η βασική διαφοροποίηση μεταξύ των διάφορων καμπυλών είναι η μορφή του 16-QAM αστερισμού του παρεμβάλλοντος πομπού.

Εξήγηση των Αποτελεσμάτων

Αρχικά παρατηρείται ότι η θεωρητική καμπύλη του 16-QAM σε περιβάλλον AWGN παρουσιάζει το μικρότερο BER. Αυτό είναι λογικό καθώς σε αυτήν την περίπτωση δεν υπάρχει συγκαταναλική παρεμβολή και άρα το σύστημα επιβαρύνεται μόνο από το AWGN κανάλι, ενώ στις υπόλοιπες περιπτώσεις εκτός από το AWGN κανάλι υπάρχει και η συγκαταναλική παρεμβολή. Επίσης, φαίνεται ότι οι καμπύλες για phase offset του παρεμβάλλοντος σήματος ίσο με 0 και $\pi/2$ είναι ίδιες (εκτός από τις πολύ υψηλές τιμές E_b/N_0 του διαγράμματος όπου φαίνεται οι καμπύλες να μην είναι και απόλυτα λείες, άρα και τα αποτελέσματα όχι απόλυτα ακριβή). Η ομοιότητα αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι ένας τυπικός 16-QAM αστερισμός (phase offset 0) είναι ίδιος σε τοποθέτηση στον χώρο με τον αστερισμό αυτό (phase offset $\pi/2$), στον οποίο υπάρχει και μια περιστροφή κατά $\pi/2$. Ουσιαστικά δηλαδή, οι δυο αυτές περιπτώσεις είναι ισοδύναμες, αφού απλά αλλάζει η θέση του κάθε συμβόλου, αλλά η διεύθυνση στον χώρο των συμβόλων παραμένει ίδια. Ουσιαστικά οι θέσεις των συνολικών συμβόλων (κύρια + παρεμβάλλοντα) στον χώρο παραμένουν ίδιες στις δυο αυτές περιπτώσεις (η παρεμβολή οδηγεί το σύμβολο στις ίδιες θέσεις). Επίσης, παρατηρείται ομοιότητα στην καμπύλη BER για phase offset $\pi/8$ και $3\pi/8$. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι σχετικές αποστάσεις μεταξύ των ίδιων συνολικών συμβόλων (πχ των δυο που βρίσκονται πιο ψηλά στις πρώτες δύο 16άδες της πρώτης γραμμής) παραμένουν ίδιες, αν και η διεύθυνση αυτών στον χώρο αλλάζει (δηλαδή παραμένει ίδια η πιθανότητα μετάβασης σε περιοχή απόφασης άλλου κύριου συμβόλου). Τέλος, χειρότερη συμπεριφορά εμφανίζει το σύστημα με παρεμβολή phase offset ίσο με $\pi/4$. Αυτό το αποτέλεσμα είναι επίσης εξηγήσιμο με χρήση της απεικόνισης του συνολικού αστερισμού. Φαίνεται ότι τα συνολικά σύμβολα που αντιστοιχούν σε διαφορετικά κύρια σύμβολα είναι σε αυτήν την περίπτωση πιο κοντά μεταξύ τους. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η επίδραση του AWGN θορύβου να οδηγεί πιο εύκολα ένα συνολικό σύμβολο σε περιοχή απόφασης διαφορετικού κύριου από αυτό που περιέχει, άρα να οδηγεί και πιο εύκολα σε λάθος. Η περίπτωση μέγιστης απομάκρυνσης μεταξύ συνολικών συμβόλων ενός κύριου από την περιοχή απόφασης άλλου κύριου επιτυγχάνεται για phase offset 0 και $\pi/2$, άρα αυτές οι καμπύλες είναι βέλτιστες ως προς το BER.



Εικόνα 2.3: Συνολικά Σύμβολα με phase offset: 0 & $\pi/2$, $\pi/8$, $3\pi/8$, $\pi/4$