

# Ενότητα Ασκήσεων I

Αλέξανδρος Τζήκας – alextzik@ece.auth.gr - 8978

## Εργαστηριακή Άσκηση Προσομοίωσης 1.1

Απαιτείται ο υπολογισμός του Bit Error Rate (BER) και Symbol Error Rate (SER) για σύστημα 16-QAM, με θόρυβο AWGN (Additive White Gaussian Noise). Ο συγκεκριμένος θόρυβος έχει φασματική πυκνότητα ισχύος σταθερή για κάθε συχνότητα ενώ οι τυχαίες μεταβλητές του ακολουθούν γκαουσιανή κατανομή. Ακόμα, το BER δηλώνει το ποσοστό λαθών στα απεσταλμένα bit, ενώ το SER το ποσοστό λαθών μετάδοσης στα απεσταλμένα σύμβολα (τα οποία αναπαρίστανται με παραπάνω από ένα bit – στο 16-QAM με 4).

Κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί ότι κατά την διάρκεια της προσομοίωσης επιλέχτηκαν:

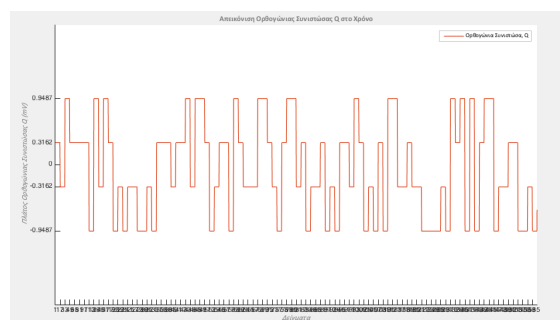
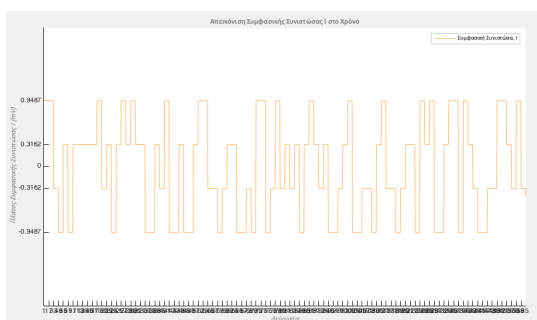
- Συντελεστής Τυχειότητας Σήματος: 135
- Δείγματα/Σύμβολο: 16
- Αριθμός bits: 144000
- Περίοδος Σηματοδοσίας: 1μs
- Συντελεστής Τυχειότητας Θορύβου: 30

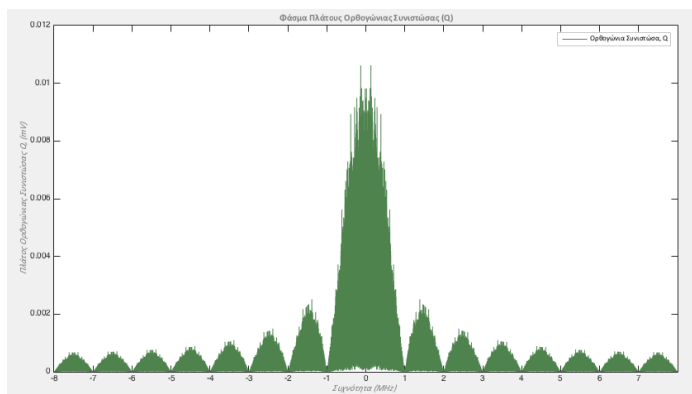
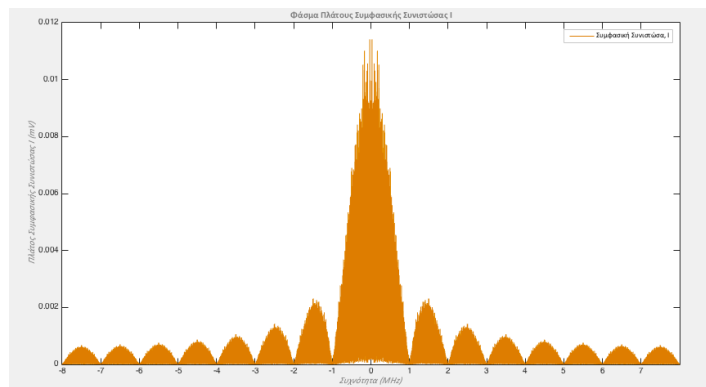
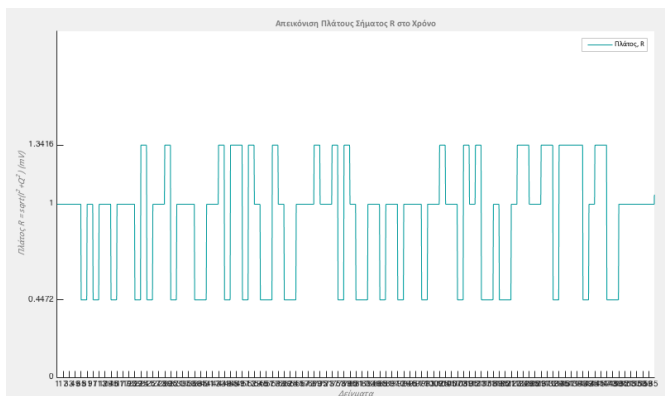
## Φίλτρα Εκπομπής και Λήψης με $\alpha=0.2$

Αρχικά δημιουργείται το 16-QAM σήμα προς αποστολή. Το συγκεκριμένο σήμα είναι της μορφής:

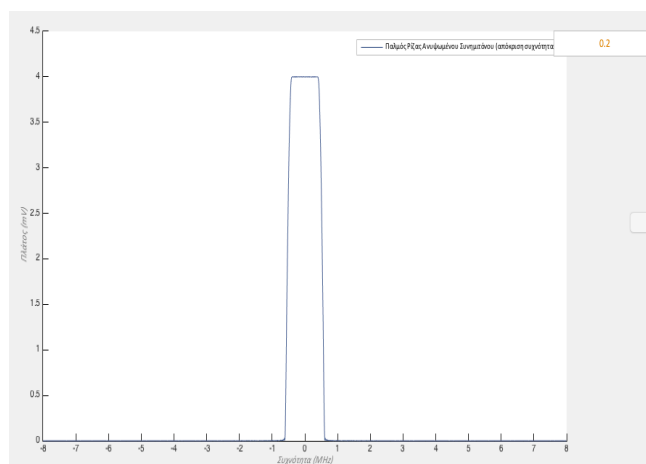
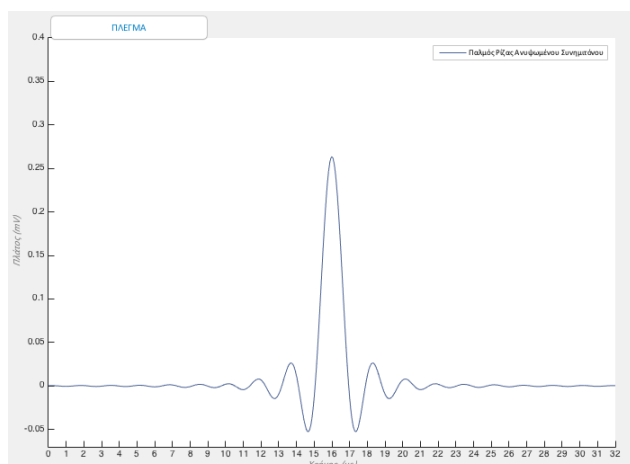
$$s(t) = x_I(t) \cos(2\pi f_c t) + x_Q(t) \sin(2\pi f_c t)$$

όπου  $x_I(t)$  η συμφασική συνιστώσα και  $x_Q(t)$  η ορθογωνική συνιστώσα. Φυσικά η τιμή των δύο συνιστωσών μεταβάλλεται ανά 1μs, καθώς αυτό είναι το διάστημα μετάδοσης του κάθε συμβόλου. Οι δυο συνιστώσες φαίνονται στα παρακάτω δύο διαγράμματα, ενώ το πλάτος και τα δύο φάσματα επίσης εμφανίζονται για 100 σύμβολα.

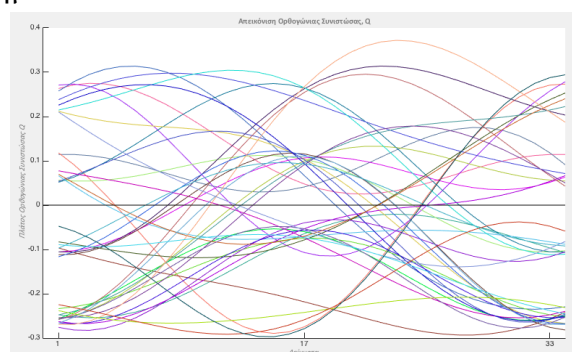
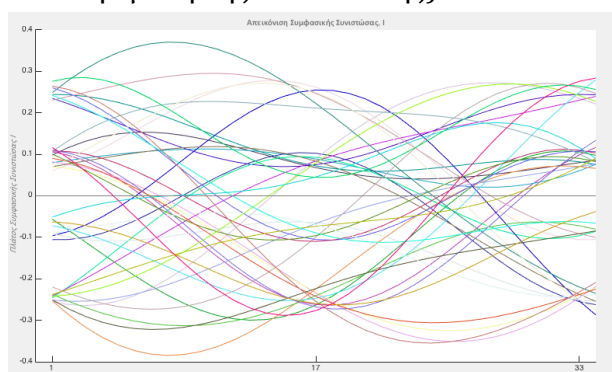




Στην συνέχεια επιλέγεται το φίλτρο εκπομπής, το οποίο φαίνεται παρακάτω στον χρόνο και την συχνότητα. Ο συντελεστής επέκτασης δηλώνει την περιοχή μετάβασης του φίλτρου. Το φίλτρο λήψης έχει ίδιο πλάτος, αφού είναι προσαρμοσμένο.

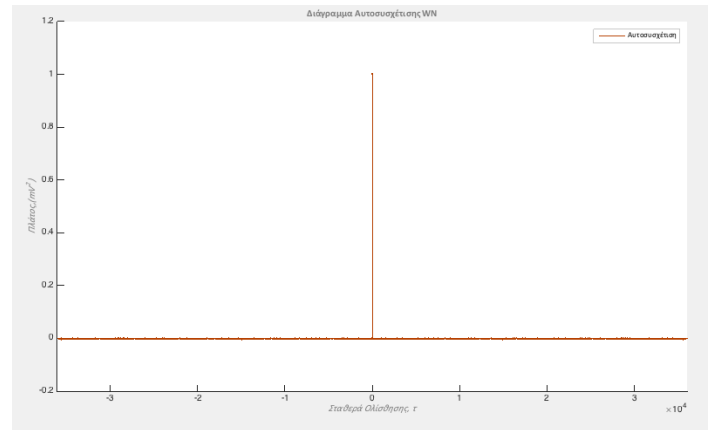
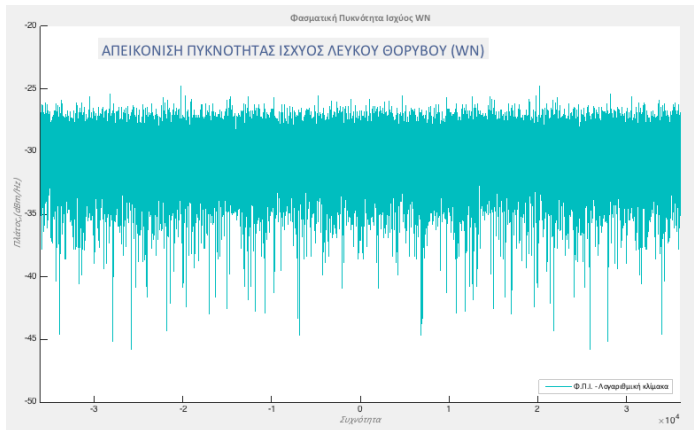


Τα διαγράμματα οφθαλμού του σήματος αποστολής μετά το φίλτρο εκπομπής φαίνονται παρακάτω. Το διάγραμμα οφθαλμού ουσιαστικά είναι η απεικόνιση των περιόδων συμβόλου του σήματος αποστολής (η στιγμή δειγματοληψίας στην μέση της απεικόνισης) στο ίδιο διάστημα.



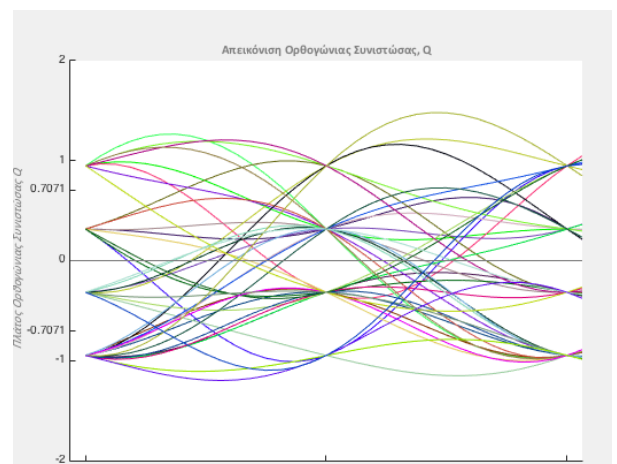
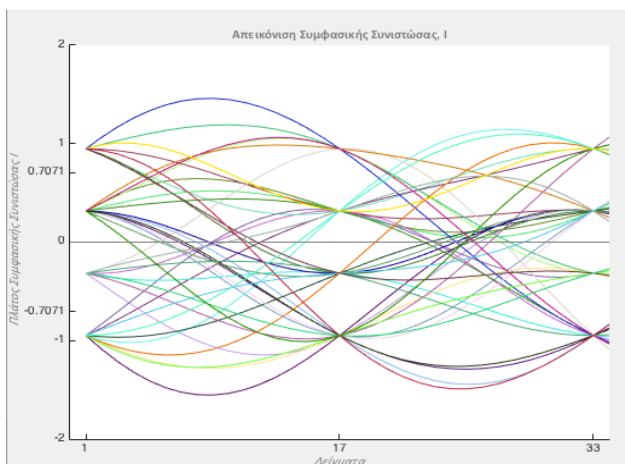
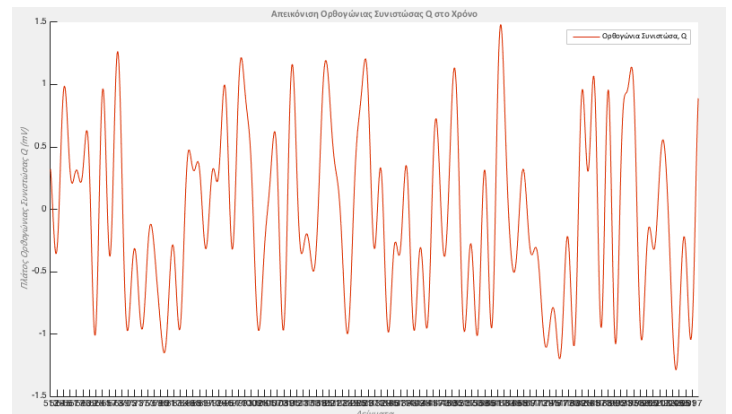
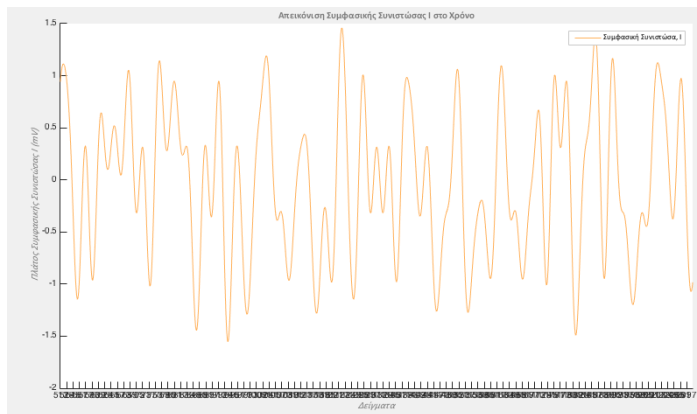
Παρατηρούμε ότι το φίλτρο έχει εξομαλύνει τις δυο συνιστώσες του σήματος οι οποίες πριν είχαν την μορφή αθροίσματος ορθογώνιων παλμών διάρκειας 1μs, διαφορετικού πλάτους και μετατόπισης. Βέβαια φαίνεται από το διάγραμμα οφθαλμού ότι υπάρχει διασυμβολική παρεμβολή μετά το φίλτρο εκπομπής, καθώς η συνθήκη Nyquist του ανυψωμένου συνημιτόνου εγγυάται μηδενική ISI μόνο μετά το φίλτρο λήψης, όπως φαίνεται παρακάτω.

Η πυκνότητα ισχύος του θορύβου και η αυτοσυσχέτιση δυο τυχαίων μεταβλητών του φαίνεται παρακάτω.



Παρατηρούμε την ομοιόμορφη κατανομή ισχύος σε όλες τις συχνότητες.

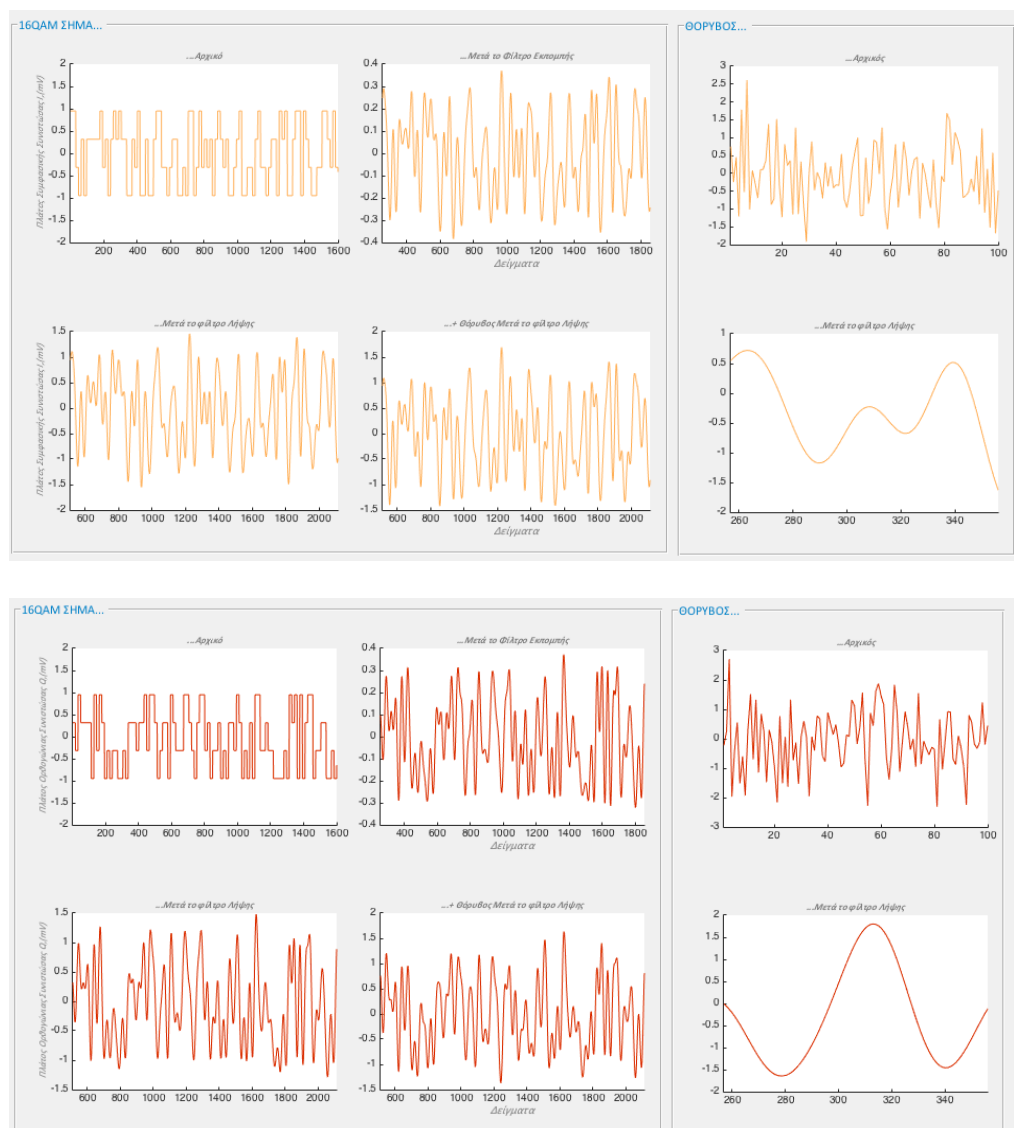
Το φίλτρο λήψης έχει και αυτό  $\alpha=0.2$  και οι απεικονίσεις αφού το σήμα (στο οποίο τώρα έχει προστεθεί και θόρυβος) περάσει από αυτό φαίνονται στα επόμενα διαγράμματα.



Παρατηρούμε 4 σημεία τομής των διάφορων τμημάτων σήματος στα δυο διαγράμματα οφθαλμού. Η ύπαρξη αυτών δηλώνει την ανυπαρξία διασυμβολικής παρεμβολής, αφού την στιγμή δειγματοληψίας οι κυματομορφές όλων των περιόδων συμβόλου είναι ίσες με μία από τις 4 στάθμες, δηλαδή δεν υπάρχει καμία επιρροή από σήματα άλλων περιόδων. Επίσης, εφόσον κάθε σύμβολο έχει μια συμφασική και μια ορθογωνική συνιστώσα στον αστερισμό καταλαβαίνουμε ότι το γινόμενο  $4 \times 4$  (4 δυνατές θέσεις σε κάθε συνιστώσα όπως φαίνεται στο διάγραμμα οφθαλμού) δίνει τον συνολικό αριθμό δυνατών συμβόλων. Αυτά τα σημεία τομής δεν είναι τόσο εμφανή στα διαγράμματα μετά το φίλτρο εκπομπής διότι μόνο στο φίλτρο λήψης ικανοποιείται η συνθήκη Nyquist.

Κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί ότι για να ισχύει η συνθήκη Nyquist στον δέκτη πρέπει το σήμα που φτάνει εκεί να είναι μορφής ανυψωμένου συνημιτόνου, άρα πρέπει η μορφή αυτή να μοιραστεί εξίσου στα φίλτρα εκπομπής και λήψης, για αυτό και το καθένα έχει την μορφή ρίζας ανυψωμένου συνημιτόνου. Βέβαια, για να προκύψει ανυψωμένο συνημίτονο μετά το φίλτρο λήψης, θα πρέπει είσοδος στο σύστημα να είναι δέλτα για δήλωση κάθε συμβόλου και όχι ορθογώνιος παλμός.

Εποπτικά φαίνεται η συνολική μετάβαση του σήματος από το σύστημα παρακάτω.

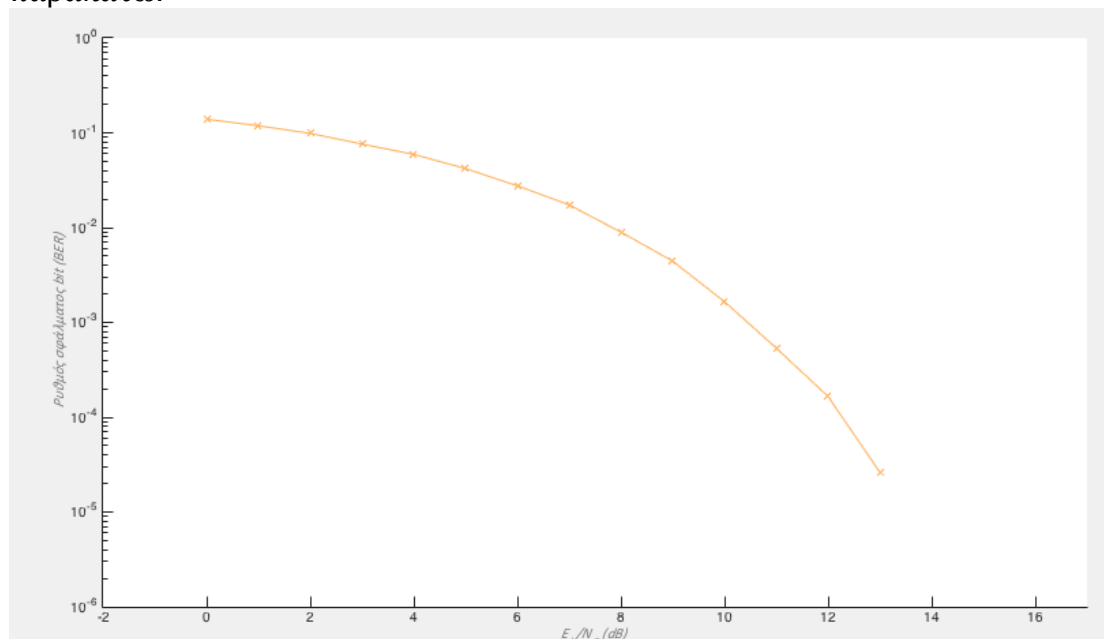


Τέλος μετρήθηκε (για SNR=15dB):

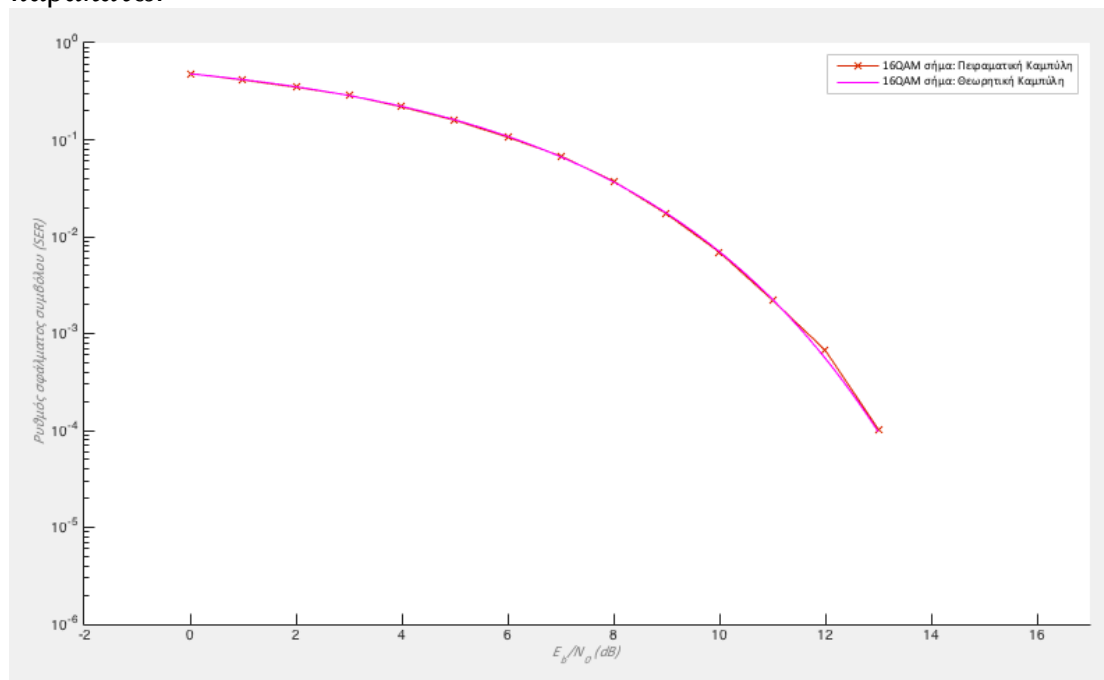
- BER: 4144 λάθη στα 144000 (BER=0.029)
- SER: 4019 λάθη στα 36000 (SER=0.11)

Αυτό σημαίνει ότι ο δέκτης έκανε αρκετά λάθη στην αναγνώριση συμβόλων, αλλά επειδή λάθος αναγνώριση συμβόλου δεν συνεπάγεται λάθος αναγνώριση bit καθώς διαφορετικά σύμβολα δύναται να έχουν ίδιο bit στην ίδια θέση, έκανε λιγότερα από 4019\*4 λάθη στα bit.

Η καμπύλη του BER συναρτήσει του  $E_b/N_0$  ( $E_b$  η μέση ενέργεια bit) δίνεται παρακάτω.

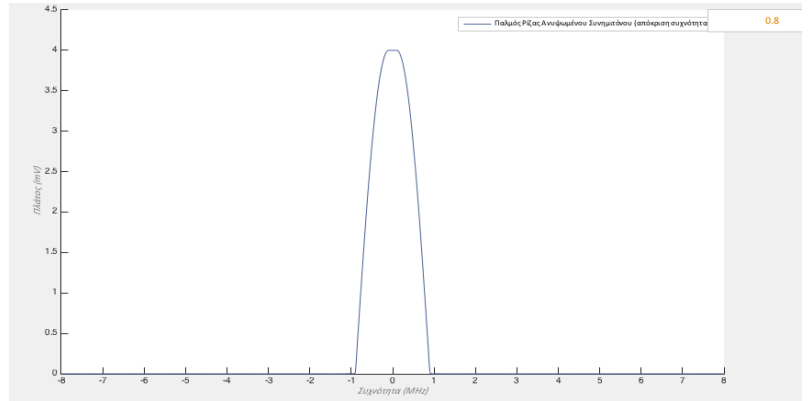
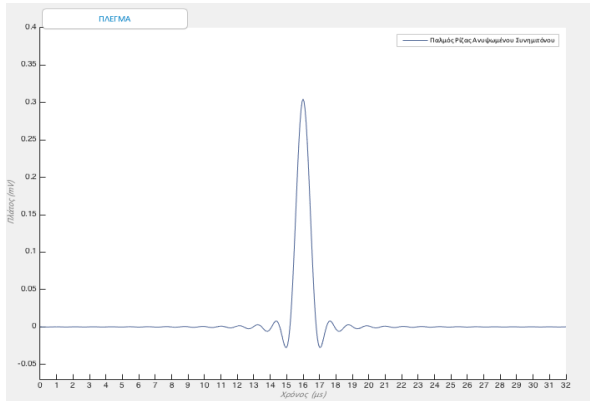


Η καμπύλη του SER συναρτήσει του  $E_b/N_0$  ( $E_b$  η μέση ενέργεια bit) δίνεται παρακάτω.

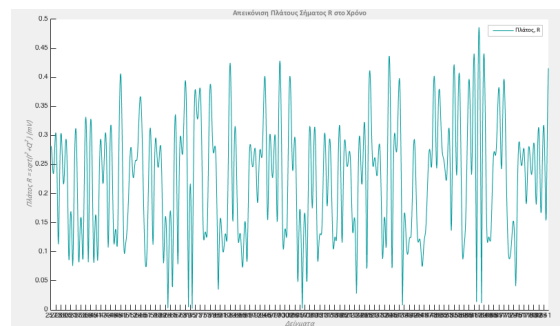
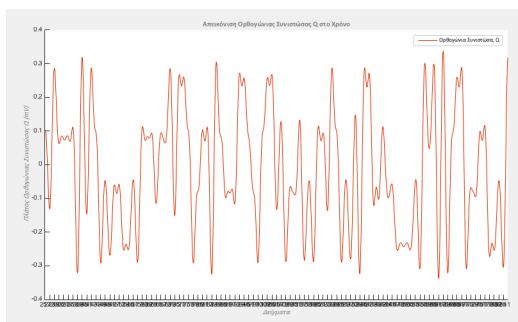


## Φίλτρα Εκπομπής και Λήψης με $\alpha=0.8$

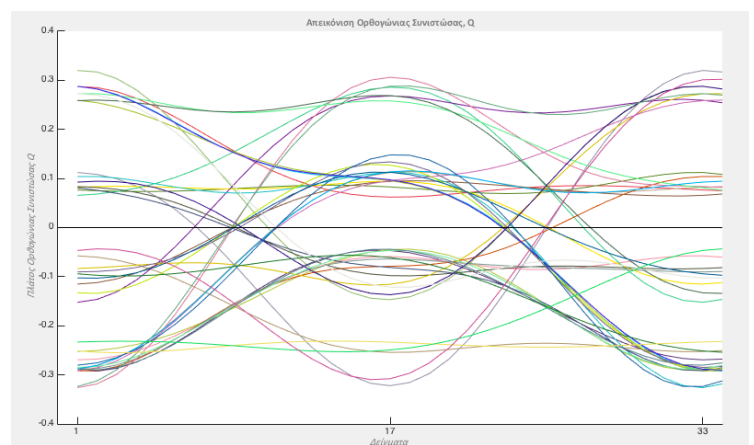
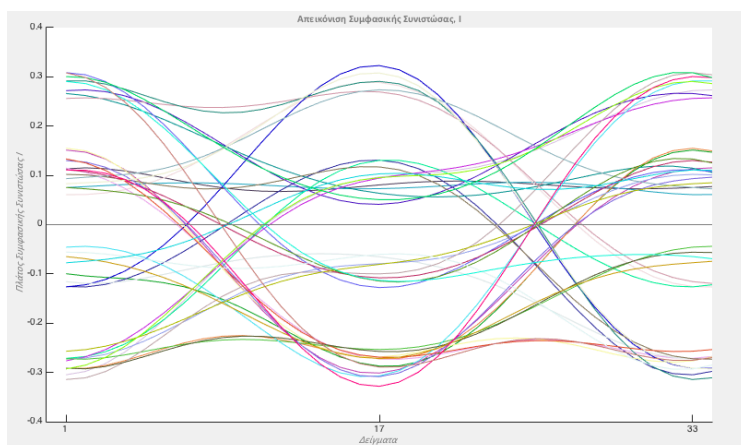
Δεν συμπεριλαμβάνεται η απεικόνιση του παραγόμενου σήματος αποστολής και του θορύβου, καθώς θα είναι της μορφής του παραπάνω υποερωτήματος. Το φίλτρο εκπομπής φαίνεται παρακάτω, και είναι εμφανής η αύξηση του εύρους ζώνης με την αύξηση του  $\alpha$ .



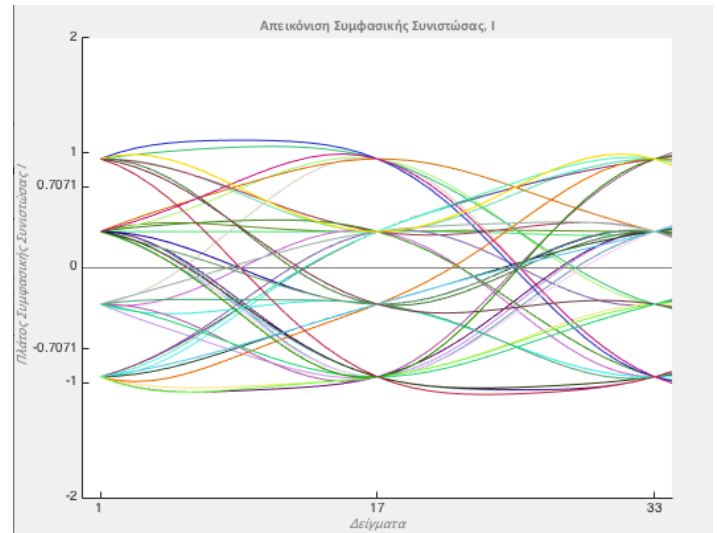
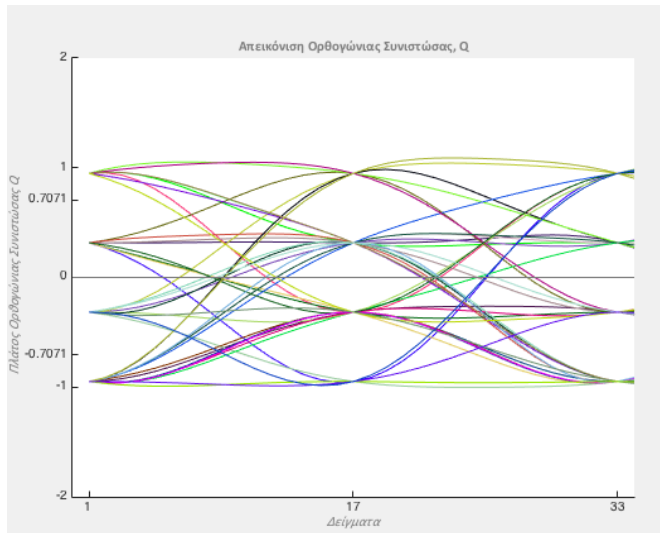
Οι συνιστώσες του σήματος αφού αυτό περάσει από το φίλτρο εκπομπής φαίνονται παρακάτω.



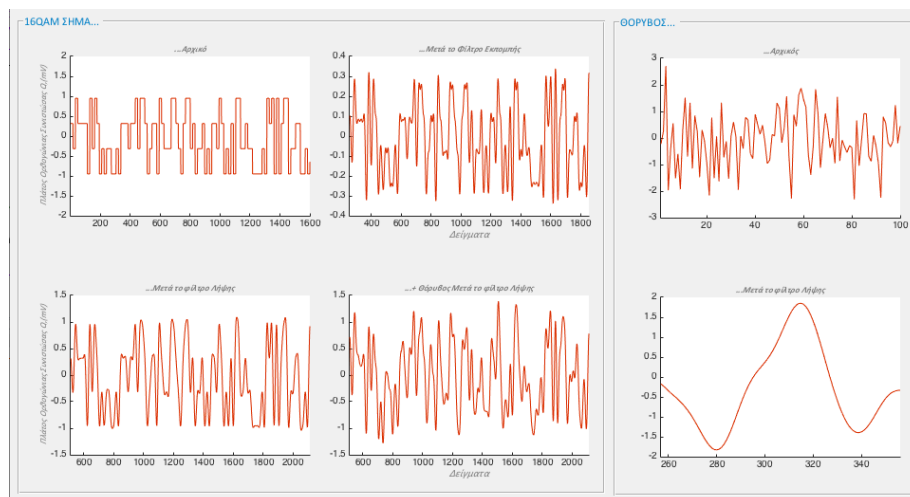
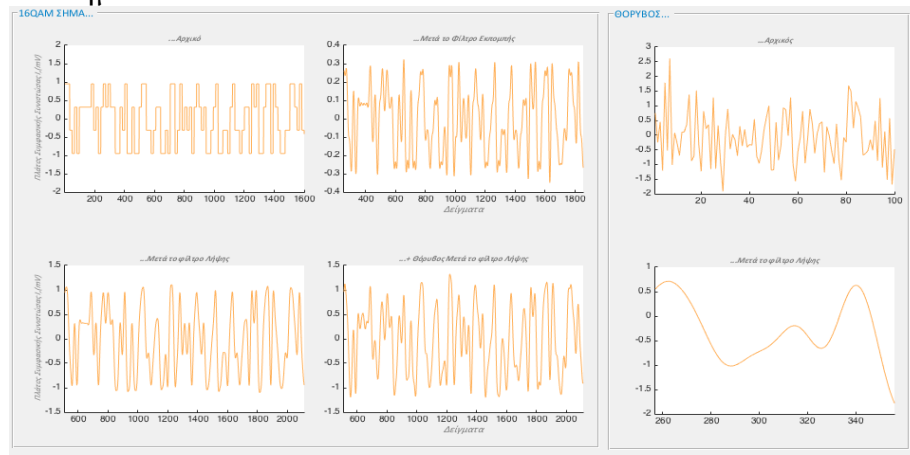
Τα διαγράμματα οφθαλμού των δυο συνιστωσών μετά το φίλτρο εκπομπής φαίνονται παρακάτω.



Τα διαγράμματα οφθαλμού των δυο συνιστωσών μετά το φίλτρο λήψης φαίνονται παρακάτω.



Εποπτικά και πάλι, παρακάτω φαίνεται η διέλευση του σήματος από το σύστημα.

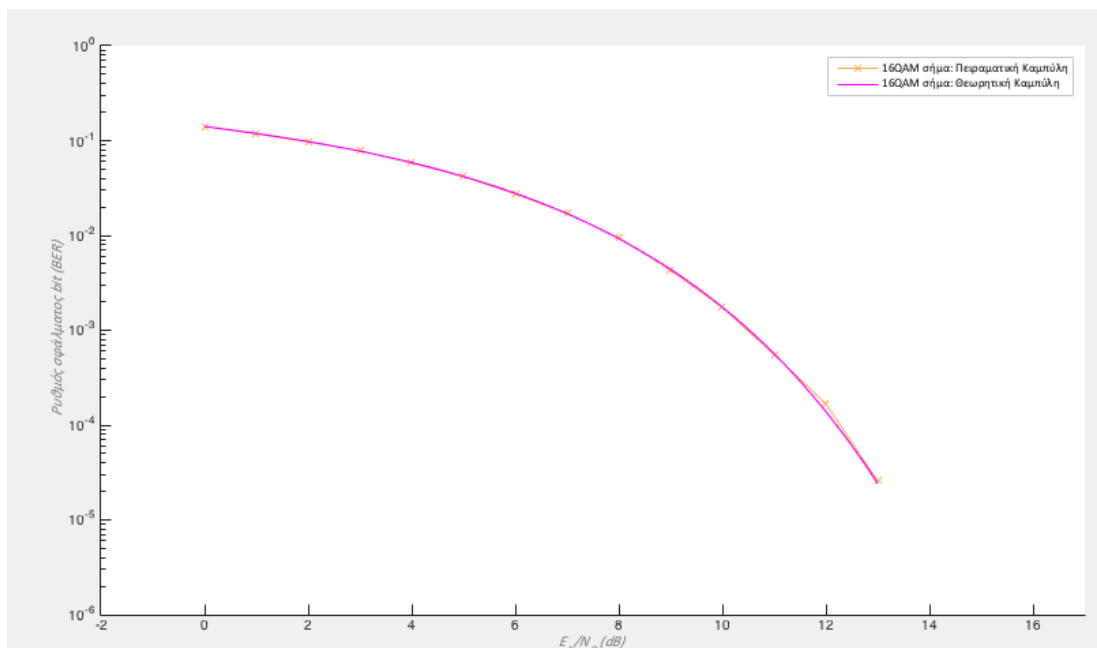




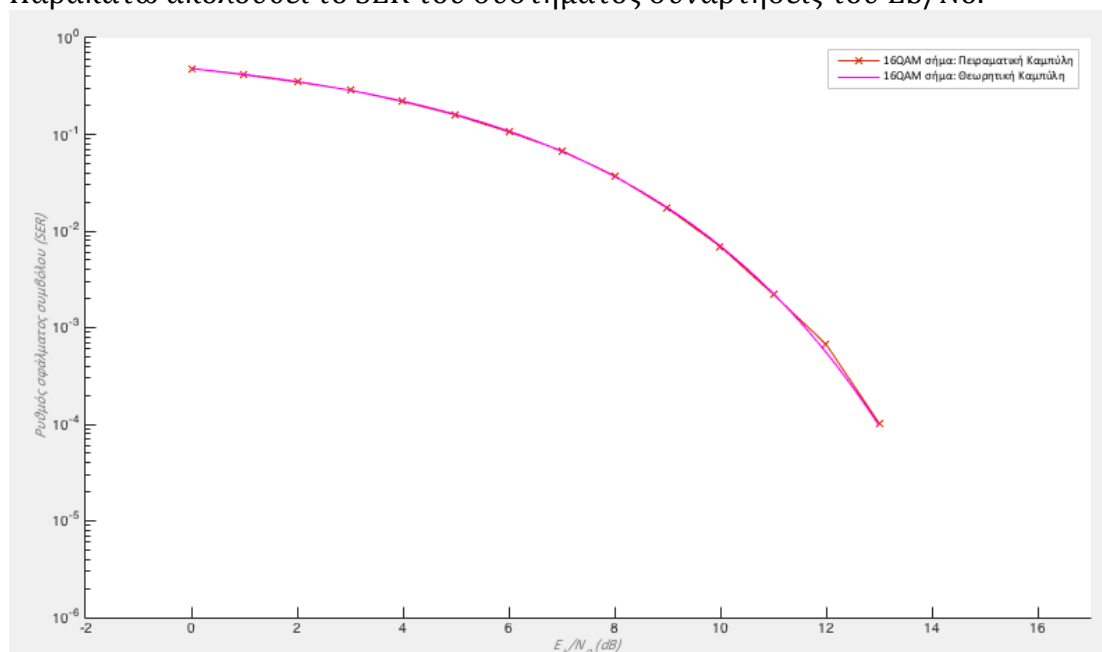
Τέλος μετρήθηκε (για SNR=15dB):

- BER: 4065 λάθη στα 144000 (0.028)
- SER: 3956 λάθη στα 36000 (0.1098)

Ακολουθεί το BER του συστήματος συναρτήσεις του  $E_b/N_0$ .

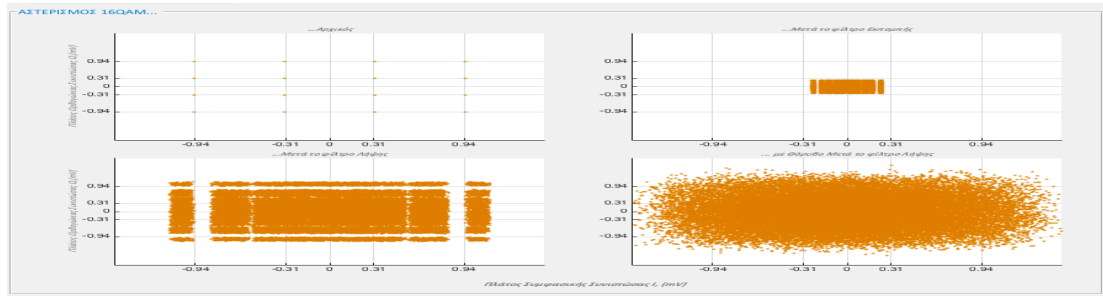


Παρακάτω ακολουθεί το SER του συστήματος συναρτήσεις του  $E_b/N_0$ .



Ως επιπλέον παρατήρηση, παρακάτω φαίνεται ο αστερισμός θεωρώντας την στιγμή δειγματοληψίας. Φαίνεται η μετατόπιση των σημείων από τις αρχικές τους θέσεις λόγω θορύβου και η αξία των περιοχών απόφασης στον εντοπισμό του απεσταλμένου συμβόλου. Σημειώνεται ότι η ύπαρξη άνισων περιοχών απόφασης θα μπορούσε να προκαλέσει αύξηση της πιθανότητας σφάλματος.





## Παρατηρήσεις

1. Παρατηρείται ότι το διάγραμμα οφθαλμού μετά το φίλτρο εκπομπής είναι καθαρότερο στην περίπτωση  $\alpha=0.8$ . Αυτό συμβαίνει γιατί το συγκεκριμένο φίλτρο έχει ως έξοδο σήμα πιο απλωμένο στην συχνότητα από το φίλτρο με  $\alpha=0.2$ , καθώς το ίδιο είναι πιο απλωμένο. Αφού το σήμα εξόδου είναι πιο απλωμένο στην συχνότητα, τότε θα είναι και λιγότερο απλωμένο στον χρόνο, προκαλώντας έτσι μικρότερη ISI.
2. Όπως αναφέρθηκε το φίλτρο με  $\alpha=0.8$  είναι πιο απλωμένο στην συχνότητα, άρα λιγότερο απλωμένο στον χρόνο από το φίλτρο με  $\alpha=0.2$ .
3. Εφόσον και στις 2 περιπτώσεις στον δέκτη δεν υπάρχει ISI και επομένως τα σφάλματα εξαρτώνται μόνο από τον θόρυβο που είναι κοινός αναμένεται όμοια επίδοση BER, κάτι που πράγματι ισχύει.

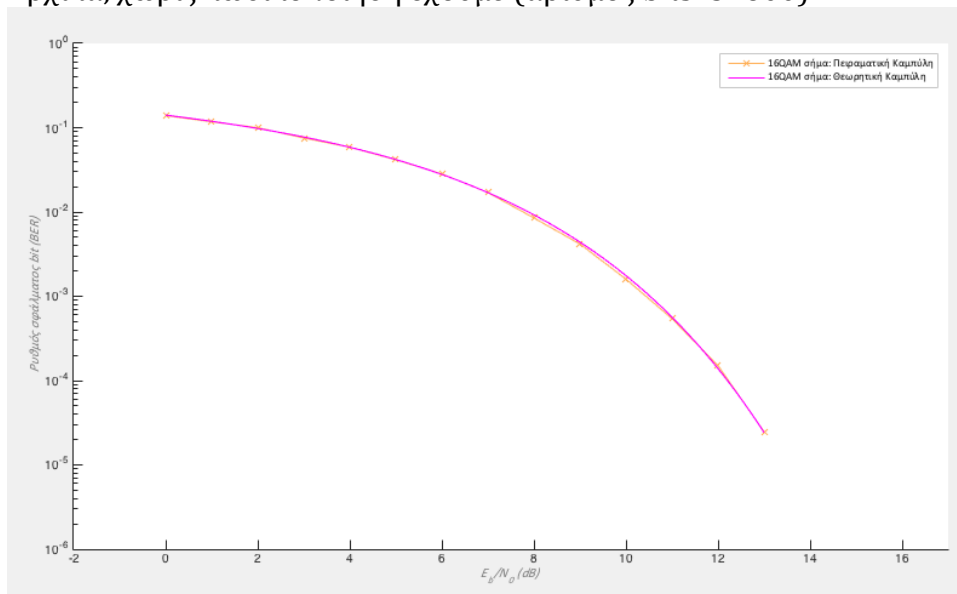
## Εργαστηριακή Άσκηση Προσομοίωσης 1.2:

Με την χρήση διαφορετικής κωδικοποίησης ουσιαστικά προσπαθούμε να μειώσουμε τα λάθη στα bit που είναι και αυτό που πραγματικά μας ενδιαφέρει.

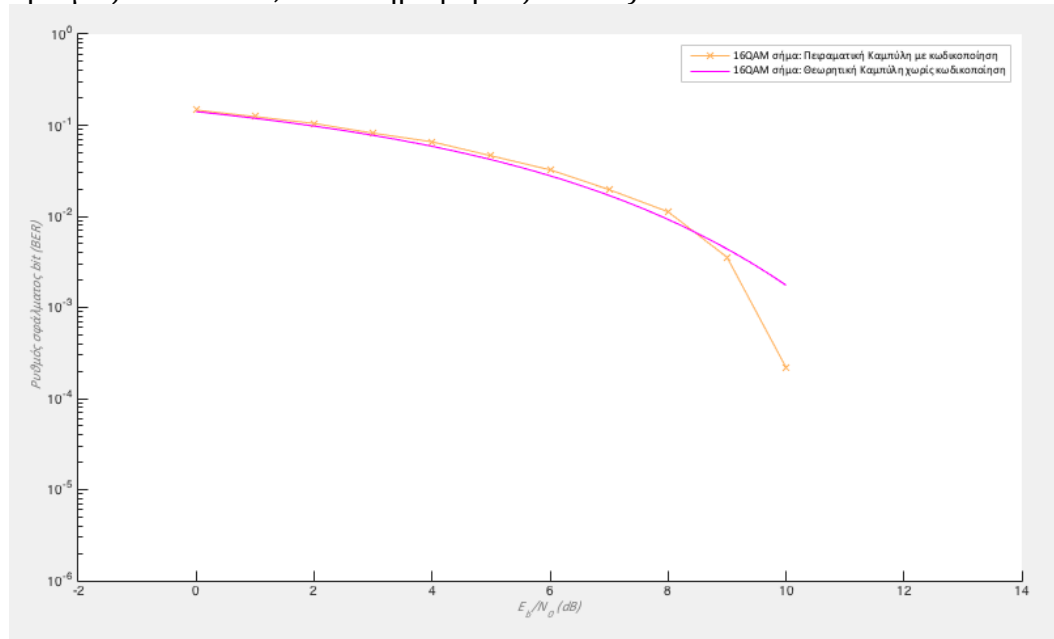
Παρακάτω χρησιμοποιήθηκε:

- Συντελεστής Τυχαιότητας Σήματος: 135
- Δείγματα/Σύμβολο: 16
- Περίοδος Σηματοδοσίας: 1μs
- Συντελεστής Τυχαιότητας Θορύβου: 30
- Συντελεστής Επέκτασης Φίλτρου: 0.8

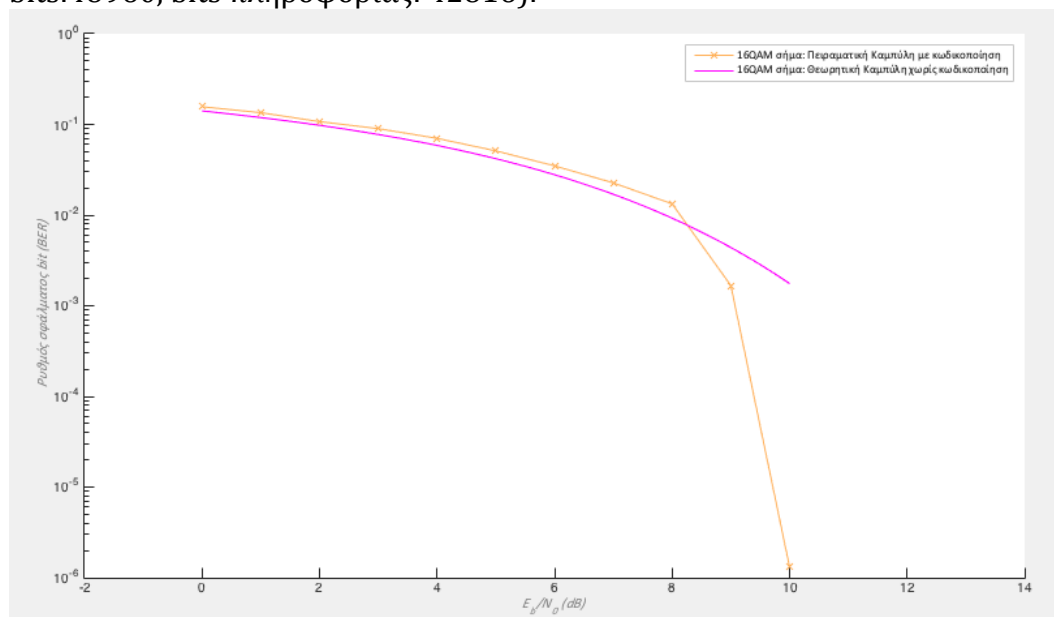
Αρχικά, χωρίς κωδικοποίηση έχουμε (αριθμός bits: 57600):



Έπειτα, με κωδικοποίηση Reed-Solomon (255,239) προκύπτει (συνολικός αριθμός bits:42840, bits πληροφορίας:40152):



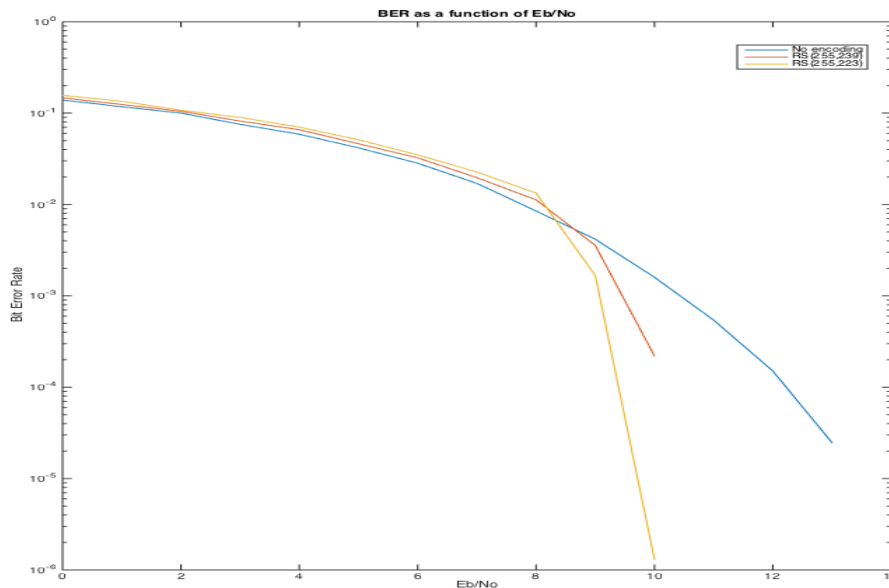
Τέλος, με κωδικοποίηση Reed-Solomon (255,223) έχουμε (συνολικός αριθμός bits:48960, bits πληροφορίας: 42816):



Παρατηρούμε ότι με τις κωδικοποιήσεις προκύπτει καλύτερη επίδοση στο BER για ίδιο  $E_b/N_0$  (στα υψηλά  $E_b/N_0$ , αφού στα χαμηλά είναι περίπου ίδια η συμπεριφορά), δηλαδή με ίδια μέση ενέργεια bit έχουμε λιγότερα λάθη στα bit, ή αλλιώς για ίδιο BER απαιτείται μικρότερη ενέργεια bit για να το επιτύχουμε με τις κωδικοποιήσεις.

Ο σκοπός της τοποθέτησης των τριών παραπάνω διαγραμμάτων είναι για να δείξει την απόκλιση της θεωρητικής καμπύλης χωρίς κωδικοποίηση από τις πειραματικές.

Συγκριτικά προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα.



Αξίζει να σημειωθεί ότι η εμφάνιση γονάτου στα διαγράμματα σημαίνει ότι δεν είναι αρκετός ο αριθμός bit για την εξαγωγή συμπερασμάτων ακρίβειας στα σημεία από το γόνατο και μετά. Φυσικά η μορφή της συμπεριφοράς μπορεί να εξαχθεί και είναι αδιαμφισβήτητη η μείωση της καμπύλης, σε σχέση με το κλασικό 16-QAM.

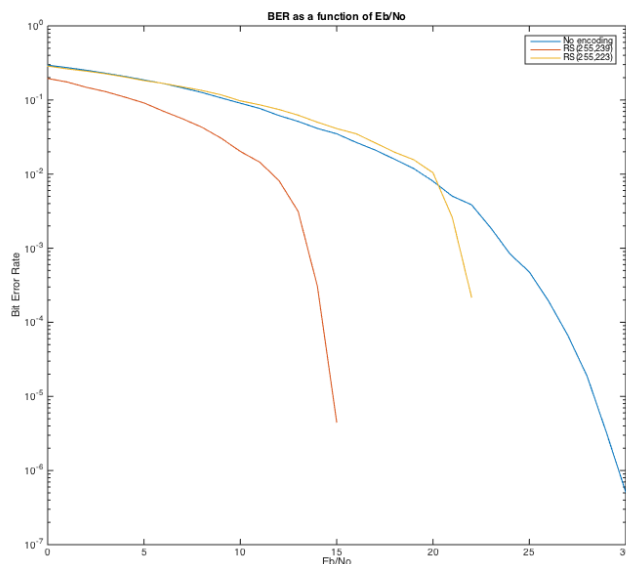
Επίσης, είναι λογικό η καμπύλη της RS(255, 223) να εμφανίζεται καλύτερη, ιδιαίτερα για μεγάλα  $E_b/N_0$ , καθώς αυτή έχει την μεγαλύτερη διορθωτική ικανότητα τοποθετώντας 223 bits πληροφορίας ανά 255 αποστολής.

### Εργαστηριακή Άσκηση Προσομοίωσης 1.3:

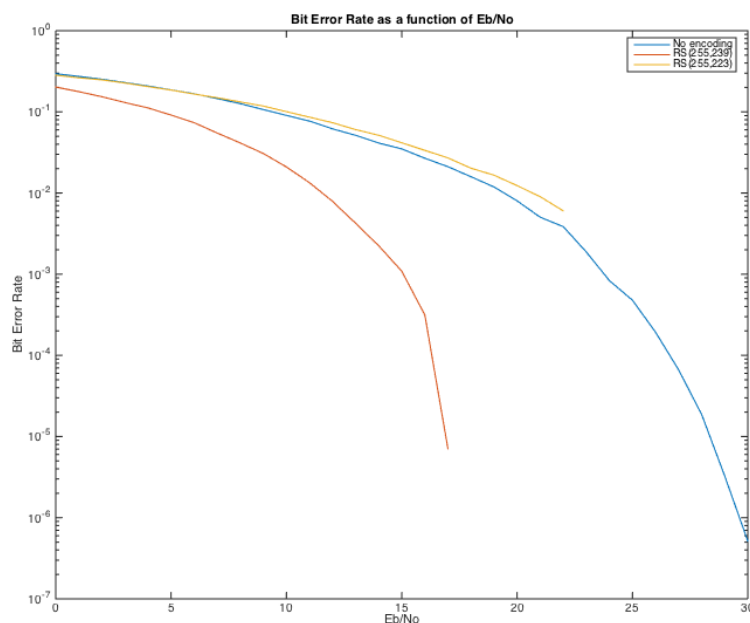
Κατά την διάρκεια της προσομοίωσης χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές:

- Συντελεστής Τυχειότητας Σήματος: 135
- Δείγματα/Σύμβολο: 16
- Περίοδος Σηματοδοσίας: 1μs
- Συντελεστής Τυχειότητας Θορύβου: 30
- Συντελεστής Επέκτασης Φίλτρου: 0.8
- Αριθμός bits χωρίς κωδικοποίηση: 57600
- Με κωδικοποίηση Reed-Solomon (255,239)
  - Συνολικός αριθμός bits: 42840
  - bits πληροφορίας: 40152
- Με κωδικοποίηση Reed-Solomon (255,223)
  - Συνολικός αριθμός bits: 48960
  - bits πληροφορίας: 42816

Παρακάτω παρουσιάζεται η συγκριτική καμπύλη BER με χρήση αναδιατάκτη.

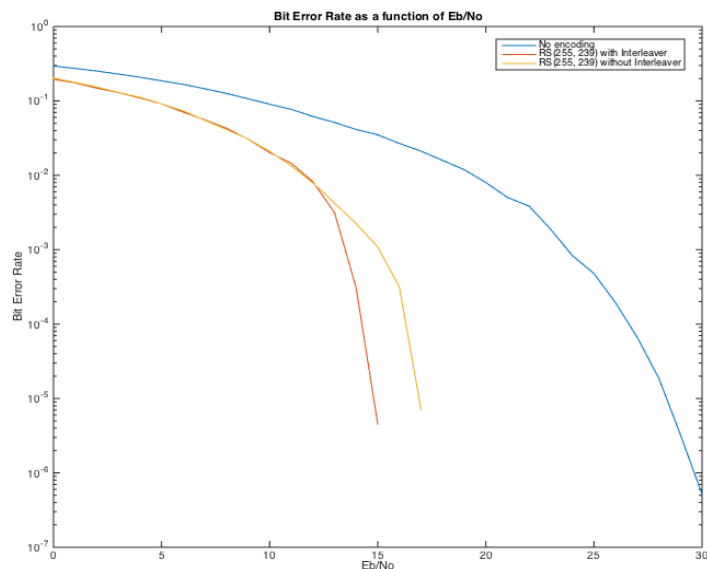


Είναι εμφανής η καλύτερη επίδοση του συστήματος με την κωδικοποίηση, καθώς για ίδιο λόγο  $E_b/N_0$  επιτυγχάνεται καλύτερη επίδοση στο BER. Παρακάτω παρουσιάζεται η συγκριτική καμπύλη BER χωρίς χρήση αναδιατάκτη.



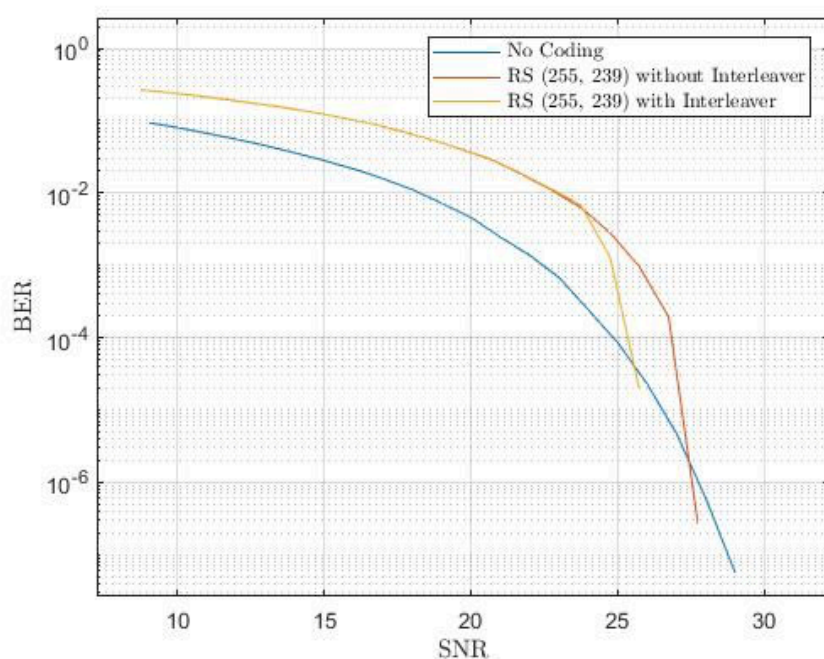
Είναι εμφανές ότι την καλύτερη επίδοση σε σύστημα χωρίς αναδιατάκτη και με αργές διαλείψεις Rayleigh έχει η κωδικοποίηση RS(255,239). Αξίζει να τονιστεί ότι η κωδικοποίηση RS(255,223) στο ίδιο περιβάλλον εμφανίζει επίδοση χειρότερη από αυτή χωρίς κωδικοποίηση με αναφορά στο  $E_b/N_0$  για τις τιμές που διακρίνονται μέσω της προσομοίωσης. Δεν μπορεί να εξακριβωθεί εάν η καμπύλη της RS(255,223) θα εμφανίσει πτώση στα επόμενα  $E_b/N_0$ , αλλά είναι λογικό να μειωθεί κάτω από την καμπύλη του κλασικού 16-QAM.

Στο τελευταίο διάγραμμα που φαίνεται παρακάτω έχει απεικονιστεί η απόδοση στο BER του 16QAM χωρίς κωδικοποίηση, του 16QAM με κωδικοποίηση RS(255,239) με αναδιατάκτη και χωρίς. Όπως φαίνεται, η καλύτερη επίδοση είναι αυτή του RS(255,239) με αναδιατάκτη (κάτι που σημαίνει ότι υπάρχουν burst errors στο σύστημα).



Αξίζει να σημειωθεί ότι η συμπεριφορά του BER αλλάζει ραγδαία με αύξηση των bits, όπως φαίνεται παρακάτω συναρτήσεως του SNR). Αυτό δηλώνει ότι ίσως ο προηγούμενος αριθμός μάλλον ήταν ανεπαρκής για την πλήρη ανάπτυξη των φαινομένων του θορύβου ή υπάρχει κάποιο σφάλμα στην προσομοίωση.

Φυσικά είναι λογικό στα χαμηλά  $E_b/N_0$  το κλασικό QAM να εμφανίζεται καλύτερο, αφού στην περιοχή εκείνη έχουμε μεγάλη επίδραση του θορύβου που επηρεάζει-αλλάζει και τα σύμβολα που εισάγονται από την κωδικοποίηση για διόρθωση σφαλμάτων. Άρα με λίγα λόγια είναι ανέφικτη η διόρθωση των σφαλμάτων.



## Έννοιες

### Κανάλι Αργών Διαλείψεων Rayleigh

Ένα μοντέλο διαλείψεων Rayleigh υποθέτει ότι το πλάτος του σήματος (ο θόρυβος πολλαπλασιαστικός) που διέρχεται μέσα από το τηλεπικοινωνιακό κανάλι είναι τυχαίο μέγεθος που ακολουθεί κατανομή Rayleigh. Όταν ο δέκτης λαμβάνει σήματα που έχουν διασχίσει διαφορετικές διαδρομές μέχρι να φτάσουν σε αυτόν από τον πομπό ουσιαστικά βλέπει το άθροισμά τους. Σε αυτές τις περιπτώσεις το συγκεκριμένο μοντέλο είναι χρήσιμο στην ανάλυση του συστήματος. Ο προσδιορισμός αργός αναφέρεται στο ότι το πλάτος και η φάση του πολλαπλασιαστικού θορύβου μεταβάλλεται αργά.

### Αναδιατάκτης

Σκοπός του αναδιατάκτη είναι να αντιμετωπίζει τα λεγόμενα 'burst errors'. Αναδιατάσσει τα κωδικοποιημένα δεδομένα έτσι ώστε το κανάλι με 'burst errors' να μετασχηματιστεί σε κανάλι ανεξάρτητων λαθών. Τα δεδομένα δηλαδή αναδιατάσσονται και στην συνέχεια μεταδίδονται μέσω του καναλιού. Έτσι τα λάθη τύπου 'burst' απλώνονται στον χρόνο και μοιάζουν ανεξάρτητα.

### Κωδικοποίηση Reed-Solomon

Οι κώδικες Reed-Solomon είναι κώδικες που έχουν την δυνατότητα διόρθωσης σφαλμάτων. Εφαρμόζονται πάνω σε δεδομένα που θεωρούνται ως σύνολο συμβόλων. Οι κώδικες αυτοί είναι ικανοί να εντοπίζουν και να διορθώνουν λάθη συμβόλων. Εισάγοντας  $t$  σύμβολα ελέγχου στα δεδομένα, μπορούν να διορθώσουν μέχρι και  $\text{floor}(t/2)$  λάθη συμβόλων. Ο συμβολισμός  $RS(n, k)$  (με  $r$  bits ανά σύμβολο και  $t$  σύμβολα συνολικά) δηλώνει ότι τα bits πληροφορίας μέσα στα σταλθέντα bits είναι

$$\text{bits}_{info} = \frac{k}{n} * t$$

Δηλαδή ανά  $n$  bits τα  $k$  είναι πληροφορίας.

Φυσικά, η ταχύτητα του συστήματος μειώνεται με την χρήση αυτής της κωδικοποίησης, αφού είναι αναγκαία η αποστολή επιπρόσθετων συμβόλων.