

ΟΠΤΙΚΕΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ

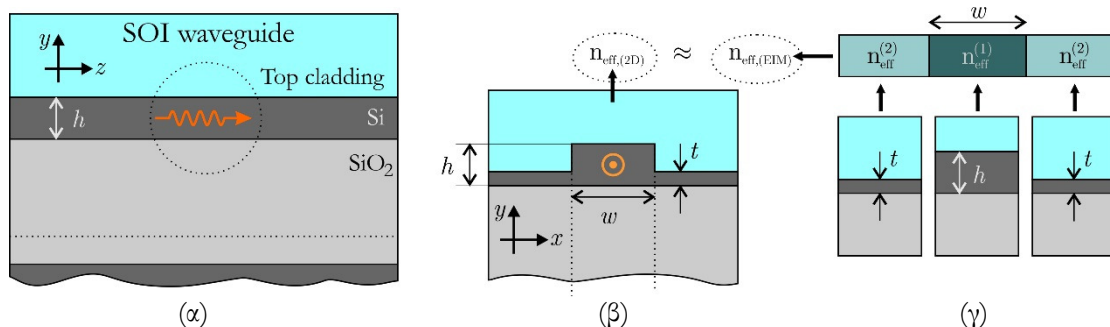
Προαιρετικά Θέματα 2^{ου} Κεφαλαίου

ΟΠΤΙΚΟΙ ΚΥΜΑΤΟΔΗΓΟΙ Ι: ΡΥΘΜΟΙ ΔΙΑΔΟΣΗΣ

1. Κυματοδηγός ράβδωσης φωτονικής τεχνολογίας πυριτίου

Η φωτονική πλατφόρμα πυριτίου αποτελεί σήμερα μία ώριμη τεχνολογία που επιτρέπει την κατασκευή ολοκληρωμένων οπτικών (φωτονικών) κυκλωμάτων (Optical Integrated Circuits, OIC or Photonic Integrated Circuits, PIC) με εξαιρετικά χαρακτηριστικά. Η βασική δομή στην οποία εγγράφονται τα κυκλώματα αυτά είναι το SOI (Silicon on Insulator) wafer που φαίνεται στο σχήμα 1(α). Η οδήγηση λαμβάνει χώρα στο άνω λεπτό στρώμα του Si με δείκτη διάθλασης $n_{Si} = 3.45$ στο οποίο και χαράσσεται η δομή, ενώ το υποκείμενο διοξείδιο του Si (SiO_2) είναι μονωτής (διηλεκτρικό) και έχει δείκτη $n_{SiO_2} = 1.45$. Ο χώρος πάνω από το Si καταλαμβάνεται από αέρα ή από ένα αραιό διηλεκτρικό όπως κάποιο γυαλί χαμηλού δείκτη διάθλασης. Το πάχος του SiO_2 είναι επαρκώς μεγάλο, οπότε για την οπτική κυματοδότηση μπορεί να θεωρηθεί ότι εκτείνεται στο άπειρο, δηλαδή δεν υπάρχει δυνατότητα διαρροής φωτός προς το υπόστρωμα Si που είναι κάτω από αυτό.

Ο κυματοδηγός που θα μελετήσουμε απεικονίζεται στο σχήμα 1(β) και είναι γνωστός ως **κυματοδηγός ράβδωσης** (rib waveguide). Προσφέρει περιορισμό του φωτός (ρυθμού) στο πυρίτιο τόσο κατά την κατακόρυφη (y) όσο και κατά την οριζόντια (x) διεύθυνση και επίσης δίνει τη δυνατότητα εφαρμογής κάποιου ηλεκτρικού σήματος μέσω των slabs Si μικρού πάχους αριστερά & δεξιά της ράβδωσης. Ο κυματοδηγός αυτός υποστηρίζει γενικά ρυθμούς πολωμένους κατά x (παράλληλα προς τη διαστρωμάτωση του wafer) και κατά y (κάθετα στη διαστρωμάτωση του wafer), οι οποίοι είναι αδύνατον να υπολογιστούν/εξαχθούν με αναλυτικό τρόπο. Αποδεικνύεται ότι οι ενεργοί δείκτες διάθλασης των ρυθμών αυτών μπορούν να υπολογιστούν **προσεγγιστικά** με εφαρμογή των σχέσεων των επίπεδων κυματοδηγών διηλεκτρικής πλάκας (1D), πρώτα κατά την y -διεύθυνση και ακολούθως κατά την x -διεύθυνση, όπως προτείνει το σχήμα 1(γ). Η μέθοδος αυτή ονομάζεται **Μέθοδος Ενεργού Δείκτη** (Effective Index Method, EIM), είναι σαφώς απλούστερη από την επίλυση του 2D προβλήματος και δίνει υπό προϋποθέσεις επαρκώς ακριβείς τιμές. Αποτελεί χρήσιμο εργαλείο για μία ποιοτική μελέτη του κυματοδηγού και προσφέρει πολύτιμη πληροφορία για τα βασικά χαρακτηριστικά της κυματοδότησης.



Σχήμα 1. (α) Δομή ενός SOI wafer. (β) Εγκάρσια τομή διαστάτου κυματοδηγού τύπου ράβδωσης (rib), βασισμένου στην πλατφόρμα SOI. (γ) Προσεγγιστικός υπολογισμός του ενεργού δείκτη διάθλασης διαστάτου κυματοδηγού rib με αποδόμηση σε επαλληλικά επίπεδων κυματοδηγών πλάκας (Effective Index Method, EIM).

(α) Το πάχος του στρώματος Si είναι $h = 220 \text{ nm}$ ενώ το πάχος του slab είναι $t = 50 \text{ nm}$. Το πλάτος της ράβδωσης w λαμβάνει τιμές στο εύρος $[300 \text{ nm}, 1000 \text{ nm}]$. Για το παραπάνω εύρος τιμών και στο μήκος κύματος των 1550 nm κατασκευάστε το **γεωμετρικό διάγραμμα διασποράς**, δηλαδή απεικονίστε σε κοινό διάγραμμα τους ενεργούς δείκτες διάθλασης των TE & TM ρυθμών του κυματοδηγού ράβδωσης (που θα ληφθούν με την EIM), ως προς την παράμετρο w . Για ποια πλάτη w εμφανίζονται οι ρυθμοί ανώτερης τάξης; Στο διάγραμμα σημειώστε με σαφήνεια τον τύπο του ρυθμού (TE ή TM) και την τάξη (βασικός ή ανώτερης).

(β) Για τις τιμές των παραμέτρων του ερωτήματος (α) εκτιμήστε και απεικονίστε σε κοινό διάγραμμα ως προς w το **κλάσμα της οπτικής ισχύος** (confinement factor) που μεταφέρεται από τη ράβδωση πυριτίου ως προς τη συνολικά οδηγούμενη, για τους **βασικούς** TE και TM ρυθμούς του κυματοδηγού ράβδωσης του σχήματος 1(β).

(γ) Μέσω των slabs Si εφαρμόζεται μία τάση πόλωσης στον κυματοδηγό για τον έλεγχο της συγκέντρωσης των φορέων (N) εντός του πυριτίου. Η μεταβολή της συγκέντρωσης των φορέων οδηγεί σε μεταβολή του δείκτη διάθλασης του Si σύμφωνα με το ακόλουθο μοντέλο **διασποράς ελεύθερων φορέων** (Free Carrier Dispersion, FCD)

$$n_{\text{Si}} = n_{\text{Si}}^0 - \sigma_n^e N - \left(\sigma_n^h N \right)^{0.8},$$

όπου $\sigma_n^e = 8.8 \times 10^{-28} \text{ m}^3$ και $\sigma_n^h = 4.6 \times 10^{-28} \text{ m}^3$, $n_{\text{Si}}^0 = 3.45$. Απεικονίστε σε κοινό διάγραμμα τη μεταβολή του ενεργού δείκτη διάθλασης των βασικών ρυθμών TE και TM για κυματοδηγό ράβδωσης με $w = 500 \text{ nm}$, $h = 220 \text{ nm}$ και $t = 50 \text{ nm}$, όταν η πυκνότητα των φορέων στο Si μεταβάλλεται στο διάστημα $[10^{18} \text{ cm}^{-3}, 10^{20} \text{ cm}^{-3}]$. Χρησιμοποιήστε λογαριθμική κλίμακα για τον οριζόντιο άξονα (πυκνότητα των φορέων). Με βάση το διάγραμμα, εκτιμήστε το μήκος του κυματοδηγού που απαιτείται για να κατασκευασθεί ένας **διαμορφωτής φάσης** που να μπορεί να καλύψει το εύρος $[0, \pi \text{ rads}]$, όταν η μέγιστη επιτρεπτή πυκνότητα φορέων στο Si είναι 10^{19} cm^{-3} . Εξηγήστε ποιοτικά το λόγο για τον οποίο το απαιτούμενο μήκος διαφοροποιείται σημαντικά μεταξύ των ρυθμών TE και TM.

Σημείωση 1: Για τους υπολογισμούς των ενεργών δεικτών διάθλασης των ρυθμών TE & TM επίπεδων διηλεκτρικών κυματοδηγών πλάκας μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τη συνάρτηση APDWG για MATLAB που βρίσκεται στη σελίδα του μαθήματος στο e-THMMY(ενότητα «Προγράμματα»). Η παραπάνω συνάρτηση δέχεται ως ορίσματα το σύνολο $\{\lambda, h, n_1, n_2, n_3\} = \{\text{μήκος κύματος, πάχος στρώματος οδήγησης, δείκτες διάθλασης στρώματος οδήγησης, υποστρώματος και επιστρώματος}\}$ και επιστρέφει τους ενεργούς δείκτες διάθλασης αλλά και το προφίλ των ρυθμών σε επιλεγμένο διάνυσμα σημείων του άξονα x . Εναλλακτικά, οι υπολογισμοί μπορούν να γίνουν με χρήση της on-line εφαρμογής που μπορεί να βρεθεί στο σύνδεσμο <http://www.computational-photonics.eu/oms.html>, η οποία επιτρέπει σάρωση σε προεπιλεγμένα εύρη παραμέτρων και αντίστοιχη εξαγωγή των αποτελεσμάτων σε μορφή πίνακα.

Σημείωση 2: Εάν για το πάχος του slab t που εξετάζεται δεν μπορεί να βρεθεί οδηγούμενος ρυθμός, τότε μπορείτε να θεωρήσετε ότι το φως διαρρέει πλήρως στο υπόστρωμα του SiO₂.

2. Υπολογισμοί σε οπτικές ίνες στα πλαίσια της βαθμωτής προσέγγισης

Οι οπτικές ίνες για μετάδοση σε μεγάλες αποστάσεις λειτουργούν σχεδόν στο σύνολο τους στο πλαίσιο της ασθενούς κυματοδότησης, δηλαδή ο δείκτης διάθλασης πυρήνα (n_1) είναι πολύ κοντά στο δείκτη διάθλασης του περιβλήματος (n_2), $n_1 \approx n_2$. Αυτό επιτρέπει τη μελέτη της οδήγησης με τη χρήση ενός βαθμωτού μεγέθους ψ , το οποίο εκφράζει κάποια εγκάρσια συνιστώσα του ηλεκτρικού ή μαγνητικού πεδίου. Οι ρυθμοί που υπολογίζονται στα πλαίσια της βαθμωτής αυτής προσέγγισης μπορεί να θεωρηθεί ότι έχουν γραμμική πόλωση κατά \hat{x} ή \hat{y} και αντιστοιχίζονται προς τους γραμμικά πολωμένους ρυθμούς LP_{nm} που έχουν εισαχθεί στη διανυσματική αντιμετώπιση.

(α) Ξεκινώντας από τη βαθμωτή εξίσωση κύματος

$$\nabla^2 \psi + k_0^2 n^2 \psi = 0,$$

αποδείξτε ότι η **χαρακτηριστική εξίσωση** έχει τη μορφή:

$$\frac{U J'_n(U)}{J_n(U)} = \frac{W K'_n(W)}{K_n(W)}, \quad U = a \sqrt{k_0^2 n_1^2 - \beta^2}, \quad W = a \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_2^2}$$

Η συνάρτηση K_n είναι τροποποιημένη συνάρτηση Bessel και συνδέεται άμεσα με σχέση αναλογίας με τη συνάρτηση Hankel 1^{st} είδους, $K_n(x) = (\pi/2) j^{n+1} H_n^{(1)}(jx)$.

(β) Για την περίπτωση του **βασικού ρυθμού** ($n=0$) και κάνοντας χρήση της κανονικοποιημένης σταθεράς διάδοσης

$$b = \frac{\beta^2 / k_0^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}$$

και της παραμέτρου V της ίνας

$$V = k_0 a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

αποδείξτε ότι η **χαρακτηριστική εξίσωση** μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\frac{\sqrt{1-b} J_1(V\sqrt{1-b})}{J_0(V\sqrt{1-b})} = \frac{\sqrt{b} K_1(V\sqrt{b})}{K_0(V\sqrt{b})}.$$

(γ) Επιλύστε την παραπάνω εξίσωση αριθμητικά (με τη συνάρτηση fsolve του MATLAB) και δώστε σε γραφική παράσταση τη **σχέση διασποράς** $b = b(V)$ όταν $0.1 \leq V \leq 12$ για το βασικό ρυθμό LP_{01} . Η καμπύλη που θα βρείτε θα πρέπει να έχει μεγάλη ομοιότητα με την πρώτη καμπύλη του Σχήματος 2.17.

(δ) Δώστε σε γραφική παράσταση τη μεταβολή της **ενεργού επιφάνειας** A_{eff} για το βασικό ρυθμό LP_{01} όταν η παράμετρος V λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[0.8, 2.4]$. Η ενεργός επιφάνεια δίνεται από τη σχέση

$$A_{\text{eff}} = \frac{\left(\iint_{\infty} |\psi(x, y)|^2 dx dy \right)^2}{\iint_{\infty} |\psi(x, y)|^4 dx dy},$$

όπου $\psi(x, y)$ είναι το εγκάρσιο προφίλ του ρυθμού και η ολοκλήρωση γίνεται σε όλο το εγκάρσιο xy -επίπεδο.

Σημείωση 1: Τα ολοκληρώματα μπορούν να υπολογιστούν αριθμητικά από δείγματα της συνάρτησης $\psi(x, y)$ σε ικανοποιητικά μεγάλη έκταση στο xy -επίπεδο ώστε να προσομοιώνεται η άπειρη διατομή στα ολοκληρώματα της ενεργού επιφανείας.

Σημείωση 2: Η καμπύλη $A_{\text{eff}}(V)$ να απεικονισθεί κανονικοποιημένη ως προς τη γεωμετρική επιφάνεια του πυρήνα της ίνας.