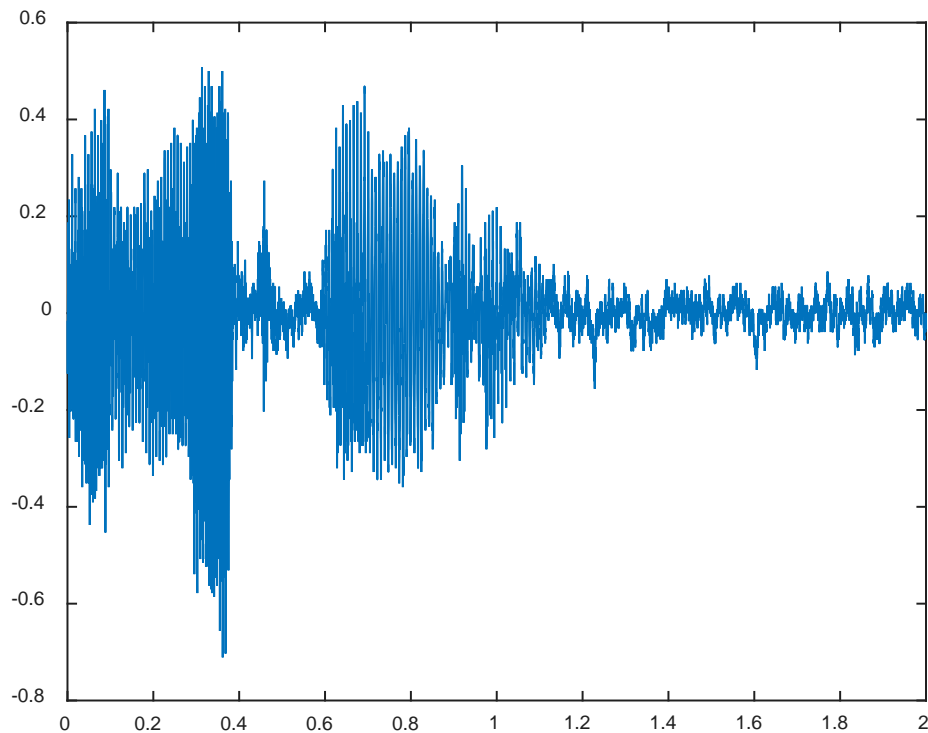


## ΣΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ - 3ο ΕΞΑΜΗΝΟ 2016-2017 ΑΝΑΦΟΡΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ MATLAB

### Μέρος Α

**A1.** Αρχικά κατέγραψα το όνομα «Αλέξανδρος» σε αρχείο ήχου διάρκειας 2 sec στο περιβάλλον του MATLAB.

**A2.** Το παραπάνω φωνητικό σήμα συναρτήσει του χρόνου :



**A3.** Θέλουμε να υπολογίσουμε και να σχεδιάσουμε την ενέργεια του σήματος σε παράθυρα των 100 msec που το καθένα έχει 50% επικάλυψη που συνεπάγεται ότι το επόμενο παράθυρο αρχίζει από τα 50 msec του τέλους του προηγούμενου του. Άρα θα έχουμε 39 παράθυρα αφού το τελευταίο δεν υπολογίζεται γιατί βγαίνει εκτός των ορίων του σήματός μας.

Τα παράθυρα στα οποία υπολογίστηκε η ενέργεια του παραπάνω σήματος είναι τα:

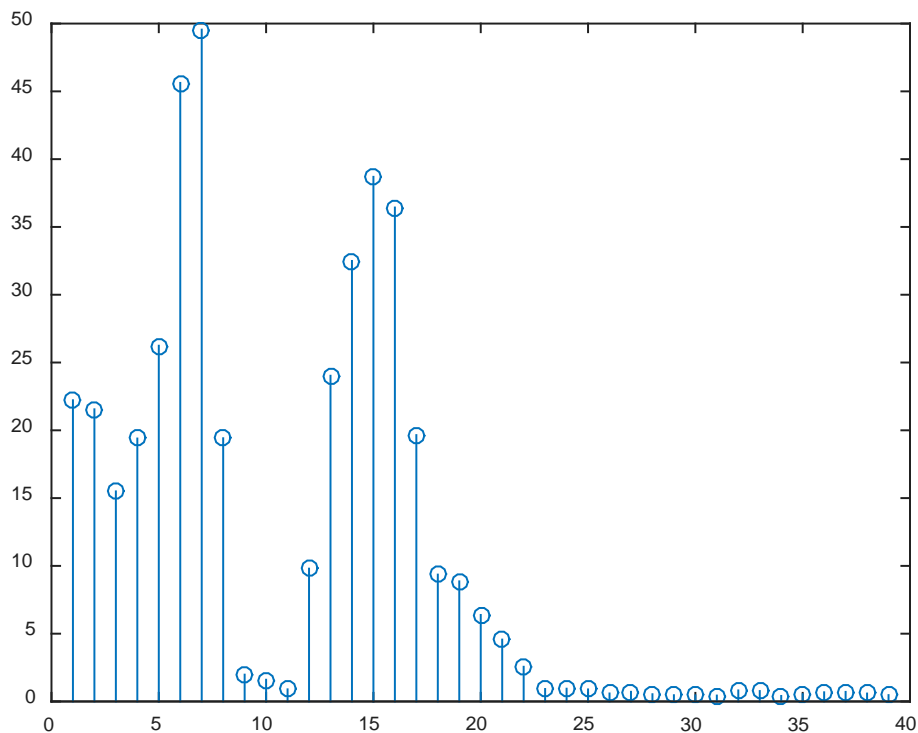
**[0, 0.10], [0.05, 0.15], [0.10, 0.20], ..., [1.85, 1.95], [1.9, 2]**

τα οποία αντιστοιχούν σε δείγματα (Hz):

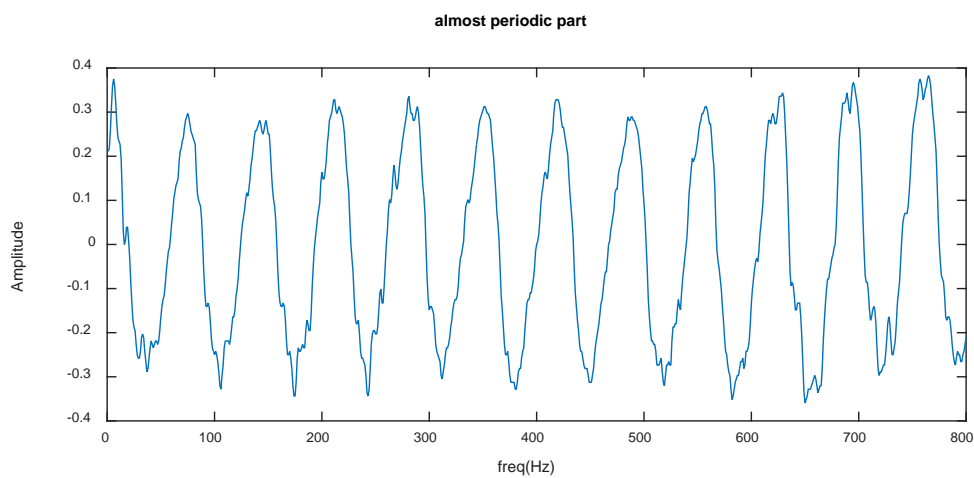
**[1, 800], [401, 1200], [801, 1600], ..., [14801, 15600], [15201, 16000].**

Η ενέργεια φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα:

Στον γ-axis η ενέργεια κάθε παραθύρου και στον χ-άξονα καθένα από τα 39 παράθυρα.



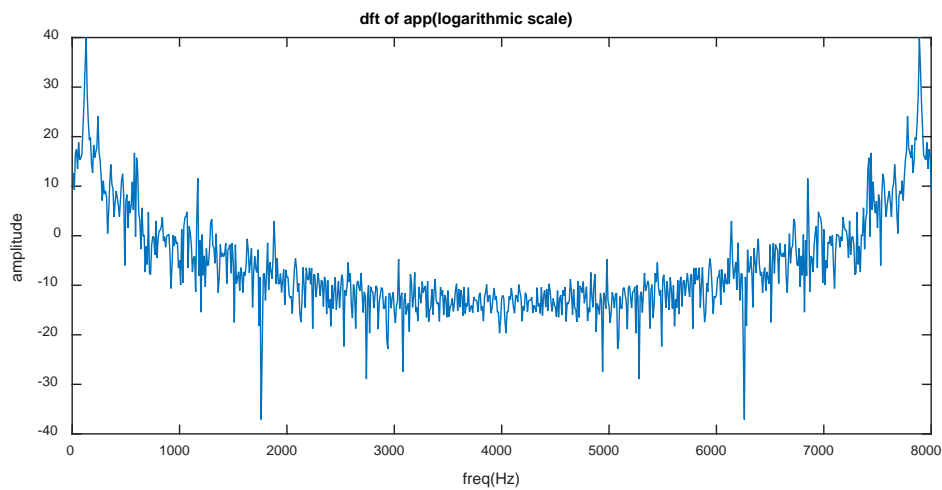
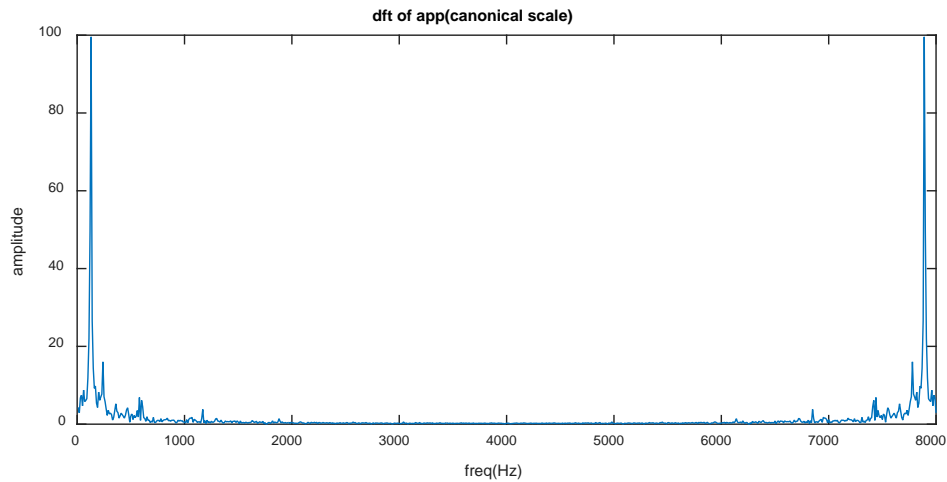
**A4.** Παρατηρώ ότι το σήμα μου το ηχογραφημένο είναι περίπου περιοδικό στις συχνότητες [5601,6400] Hz, το οποίο αντιστοιχεί στο 15<sup>ο</sup> παράθυρο δηλαδή στα [700,800] msec. Φαίνεται παρακάτω στο διάγραμμα το απομονωμένο κομμάτι. Αντιστοιχεί στο γράμμα “A” και μπόρεσα να πάρω αυτήν την πληροφορία χρησιμοποιώντας την εντολή : `play(a,[5601 6400]);`



Στον χ-άξονα όπου 0 ως θεωρήσουμε 5601 + freq(Hz).

Στη συνέχεια, το κομμάτι αυτό αποθηκεύτηκε στο αρχείο `rec.wav` με την εντολή `audiowrite()`.

**A5.** Ο dft που μας ζητήθηκε στο κομμένο κομμάτι με την κλιμάκωση στην συχνότητα σε κανονική και σε λογαριθμική κλίμακα.



**A6.** Μεγεθύνοντας τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι:  $F_m=93\text{Hz}$ . Από το αρχικό διάγραμμα βρίσκω τη θεμελιώδη περίοδο :  $T_m=0.01\text{ sec}$  . Επομένως, έχουμε  $T_m.F_m=93*0.01=0.93$ , το οποίο είναι πολύ κοντά στο 1. Άρα επιβεβαιώνεται η σχέση θεμελιώδους περιόδου και θεμελιώδους συχνότητας.

## Μέρος Β

**B1.** Για να χρησιμοποιηθούν οι εντολές **stepz()** και **impz()** του MATLAB αρχικά βρίσκουμε την συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος:

$$y[n] = x[n] + 0.5x[n-10] \quad \Rightarrow Z \Rightarrow Y(z) = X(z) + 0.5z^{-10}X(z) \Rightarrow$$

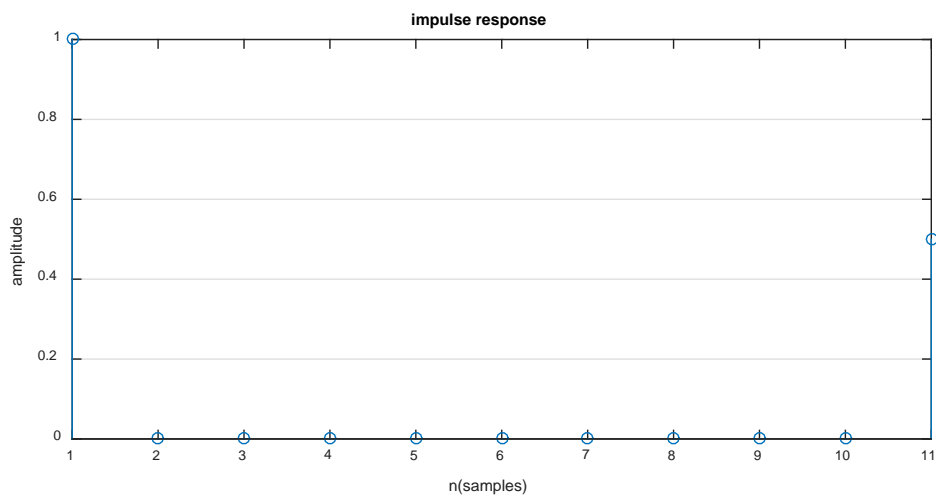
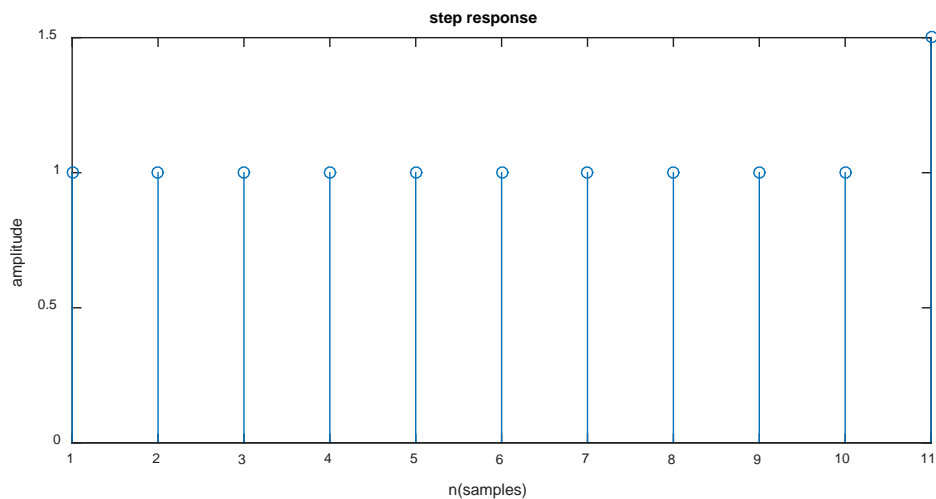
$$H(z) = Y(z)/X(z) = 1 + 0.5z^{-10} = (z^{10} + 0.5)/z^{10}$$

Άρα, παρατηρούμε ότι τα διανύσματα που πρέπει να ορίσουμε ως είσοδο στις παραπάνω δύο εντολές είναι τα

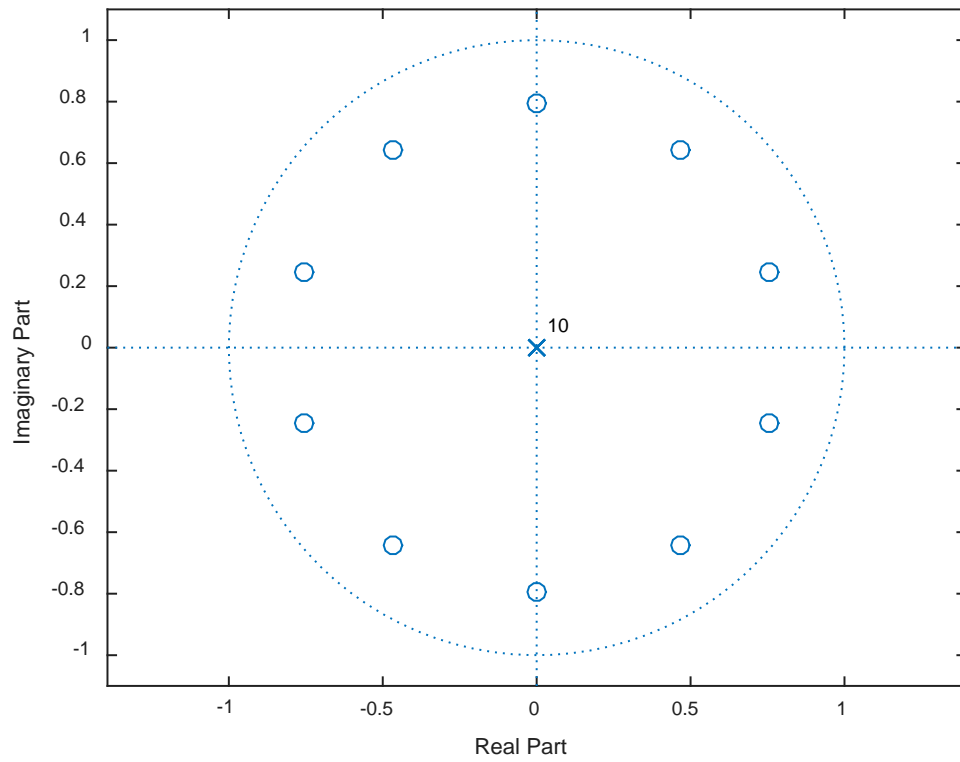
**num1 = [1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.5]** το οποίο συμπεράναμε από τον αριθμητή και

**den1 = [1 0 0 0 0 0 0 0 0 0]** το οποίο συμπεράναμε από τον παρονομαστή .

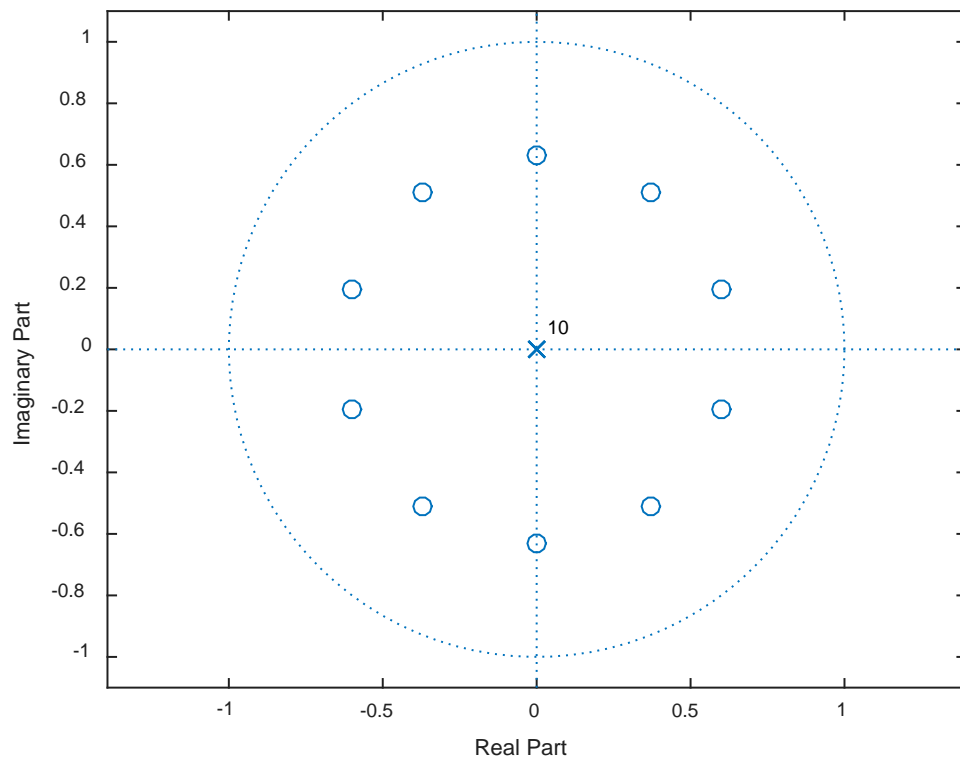
Η βηματική και κρουστική απόκριση φαίνονται αντίστοιχα στα δύο παρακάτω διαγράμματα:



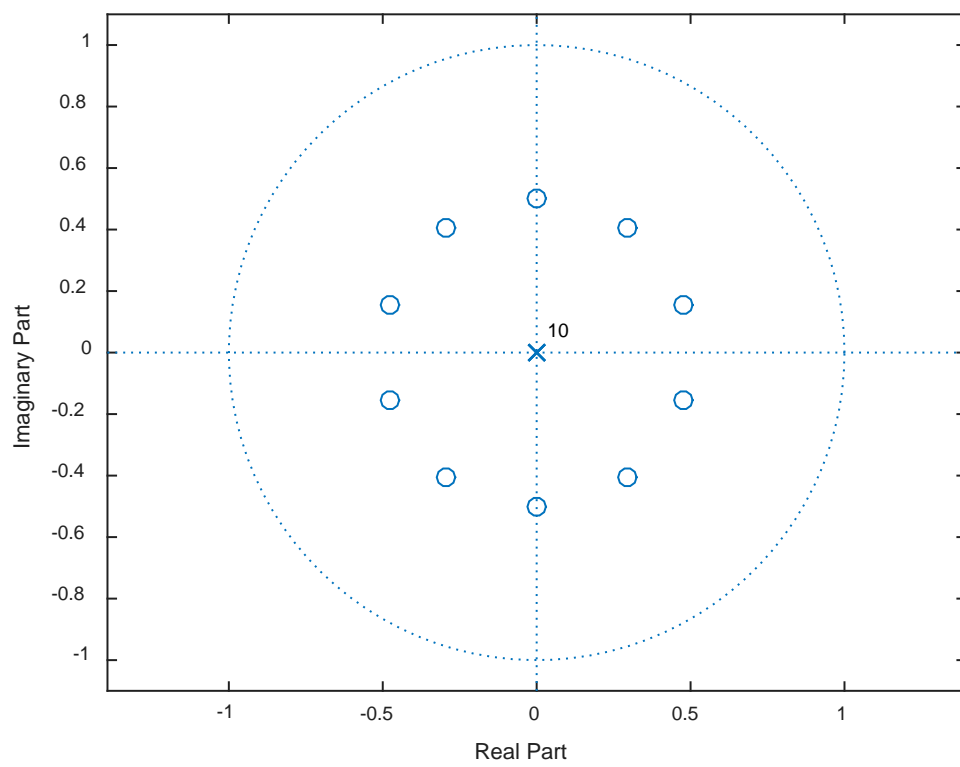
a=0.1 :



$a=0.01$  :



$a=0.001$ :



για  $\alpha=0.1$  θα συγκρίνω τα μηδενικά και τους πόλους.

Για τα μηδενικά ελέγχω τις ρίζες του αριθμητή και για τους πόλους τις ρίζες του παρονομαστή .

```
roots(num1)
```

```
ans =
```

```
-0.7555 + 0.2455i  
-0.7555 - 0.2455i  
-0.4669 + 0.6426i  
-0.4669 - 0.6426i  
0.0000 + 0.7943i  
0.0000 - 0.7943i  
0.4669 + 0.6426i  
0.4669 - 0.6426i  
0.7555 + 0.2455i  
0.7555 - 0.2455i
```

```
roots(den1)
```

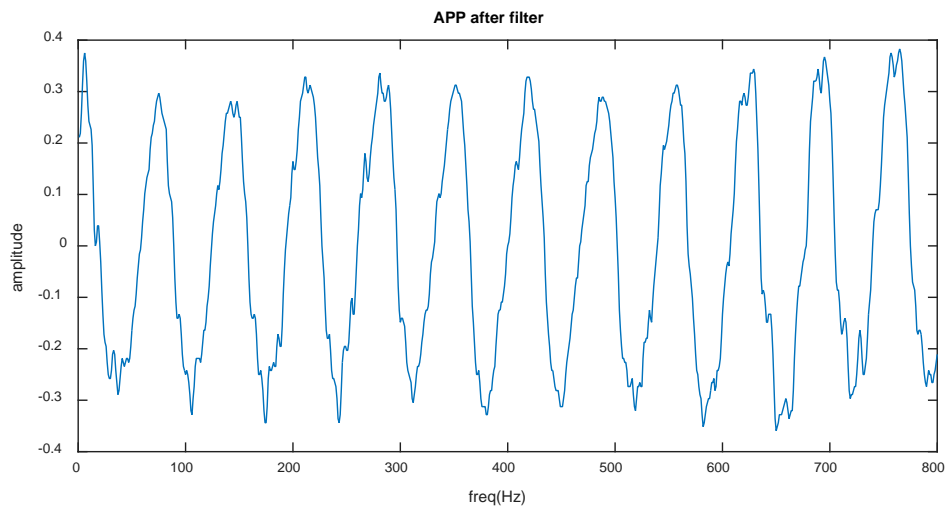
```
ans =
```

```
0  
0  
0  
0  
0  
0  
0  
0  
0  
0  
0
```

Βλέπω ότι οι πόλοι και τα μηδενικά ταυτίζονται με αυτά που βρήκαμε στο διάγραμμα του `zplane()`. Υπάρχει πόλος πολλαπλότητας 10 στο σημείο  $z = 0$  .

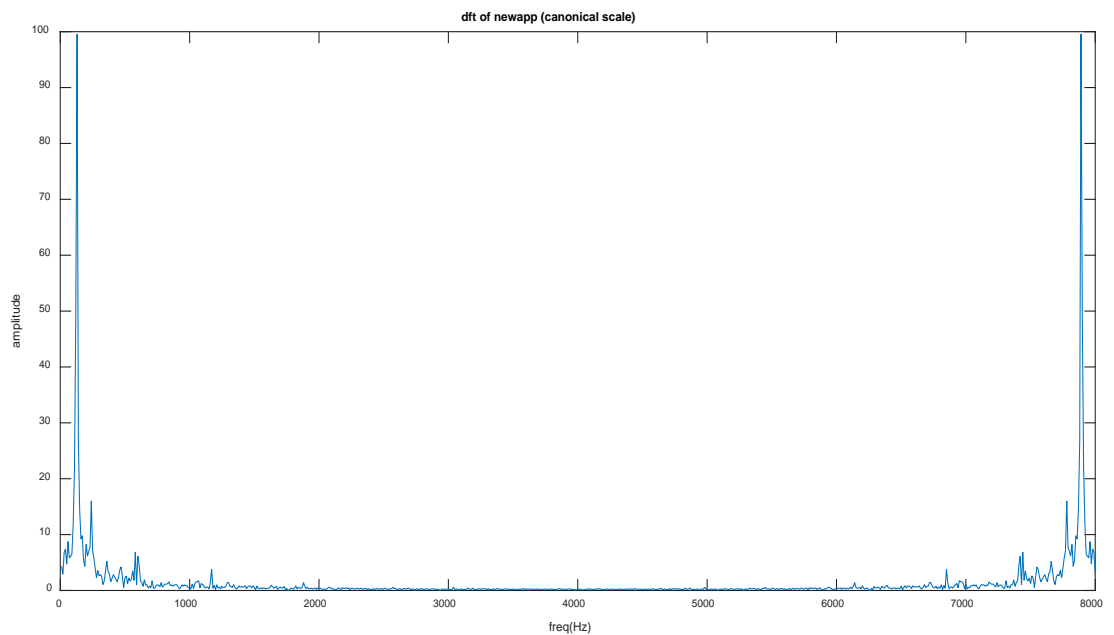
**B3.** Έχουμε ότι  $H(z)=(z^{2000} + 0.5)/z^{2000}$ . Εύκολα βρίσκουμε τα διανύσματα εδώ.

Επομένως θα πάρουμε -χρησιμοποιώντας την εντολή **filter()** -μετά το πέρασμα από το φίλτρο το κομμένο κομμάτι να γίνεται :

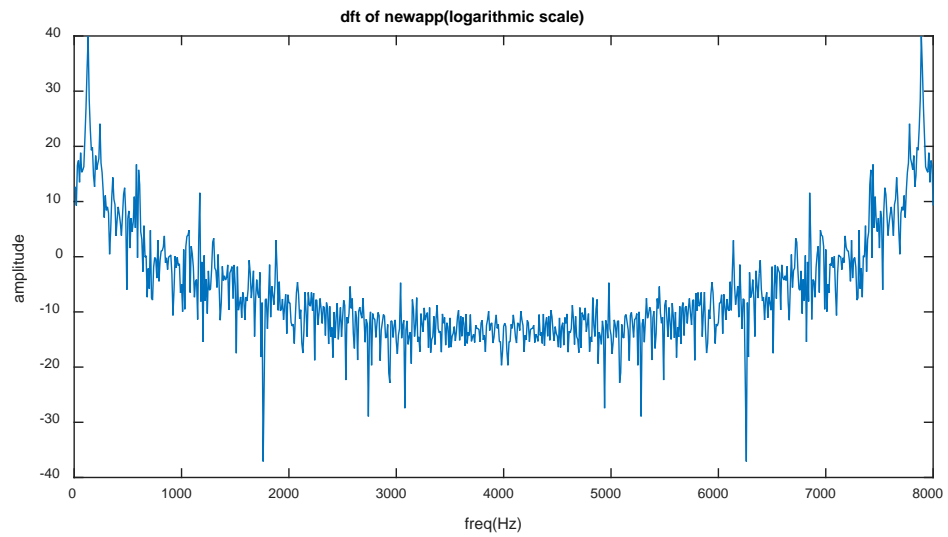


**B4.** Ακούγοντας το σήμα εξόδου που περάστηκε από το φίλτρο θα μπορούσαμε να πούμε ότι ταυτίζεται με το αρχικό σήμα, απαλλαγμένο από τους θορύβους που το συνόδευαν. Επομένως το φίλτρο είναι πολύ καλό .Ακούγεται το «α» πολύ πιο καθαρά από το αρχικό σήμα.  
Άκουσα το newrec.wav που δημιούργησα.

Ο DFT φαίνεται στα παρακάτω διαγράμματα σε κανονική και λογαριθμική κλίμακα:







Παρατηρεί κανείς ελάχιστες έως και καθόλου διαφορές σε σχέση με τα διαγράμματα του DFT του αρχικού σήματος ➔ το φίλτρο πολύ καλό.

## Μέρος Γ

**Γ1.** Θέλουμε να υλοποιήσουμε έναν ταλαντωτή μέσω μιας συνάρτησης.

Έχουμε ότι η συνάρτηση μεταφοράς του είναι :  $H(z)=(b \cdot z^2)/(z^2 + a_1 \cdot z + a_2)$

Παραγοντοποιώντας το πολυώνυμο θα πάρουμε:

$a_1 = -2r \cos(\Omega)$  και  $a_2 = r^2$ .

Όπου  $\Omega = 2\pi f_r / f_s$

Και  $f_r$ : resonator frequency,  $f_s$ : sampling frequency

Στο matlab υλοποιείται έτσι η συνάρτηση resonator(όπου β θεωρήσαμε 1):

```
function y =resonator(x, resonator_frequency, r, sampling_frequency)
    num2=[1,0,0];
    omega=2*pi*resonator_frequency/sampling_frequency;
    a1=-2*r*cos(omega);
    a2=r*r;
    den2=[1,a1,a2];
    y=filter(num2,den2,x);
end
```

**Γ2.** Η κρουστική απόκριση θα είναι:

$h[n] = r^n \cdot \sin[(n+1)\Omega] \cdot u[n] / \sin(\Omega)$

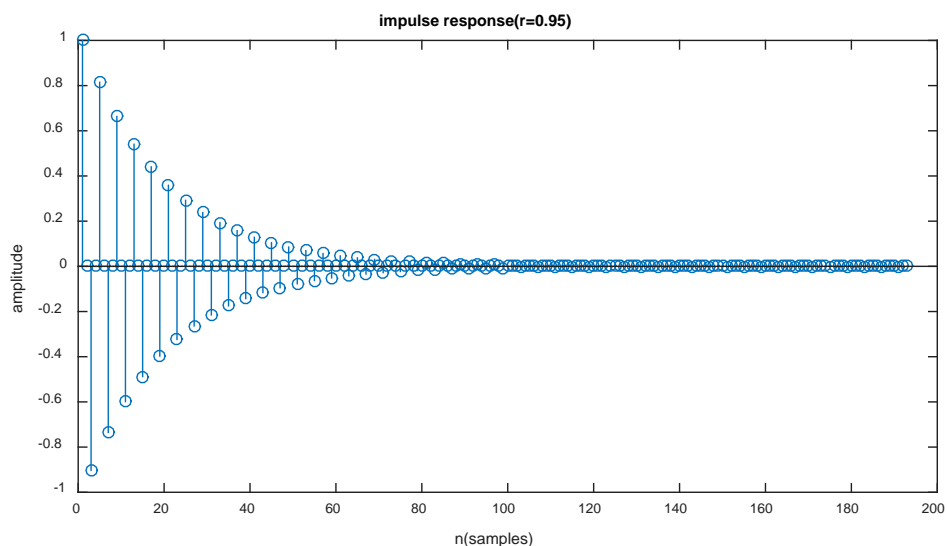
αν  $r=0.95$  και  $\Omega=\pi/2$  θα πάρω:

$h[n] = 0.95^n \cdot \sin[(n+1)\pi/2] \cdot u[n] / 1$

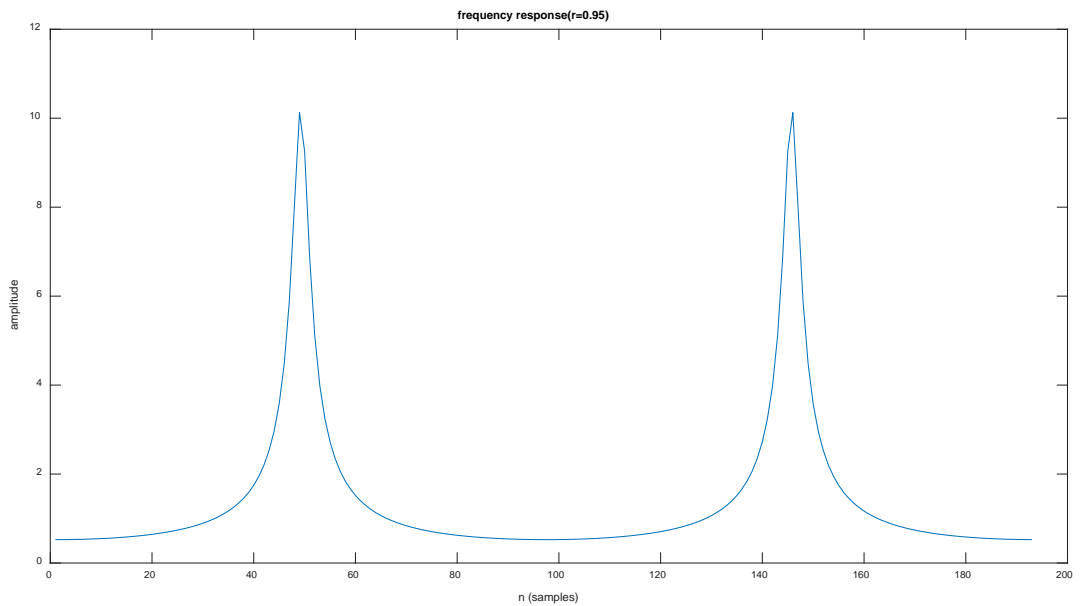
Θεωρούμε την κρουστική με χρονική διάρκεια 1 sec.

Επιπλέον έχουμε ότι  $h[n]=0$  για  $n<0$ .

Θα κάνουμε impz() στη συνάρτηση μεταφοράς που βρήκαμε στο Γ1 ερώτημα για να βρούμε την κρουστική απόκριση.



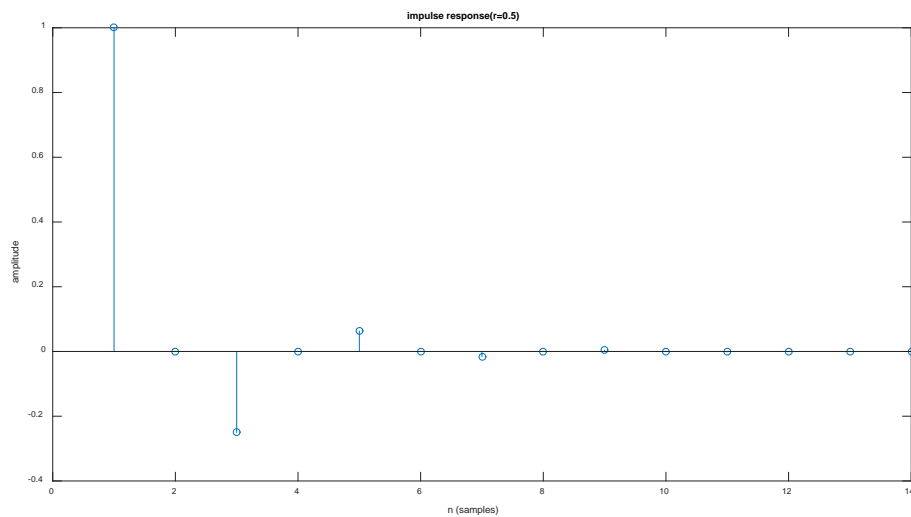
Τώρα θα βρω την απόκριση συχνότητας: Θα τη βρούμε μέσω του μετασχηματισμού Fourier (με χρήση του fft() στο matlab) που θα εφαρμόσουμε στην κρουστική απόκριση που μόλις βρήκαμε.



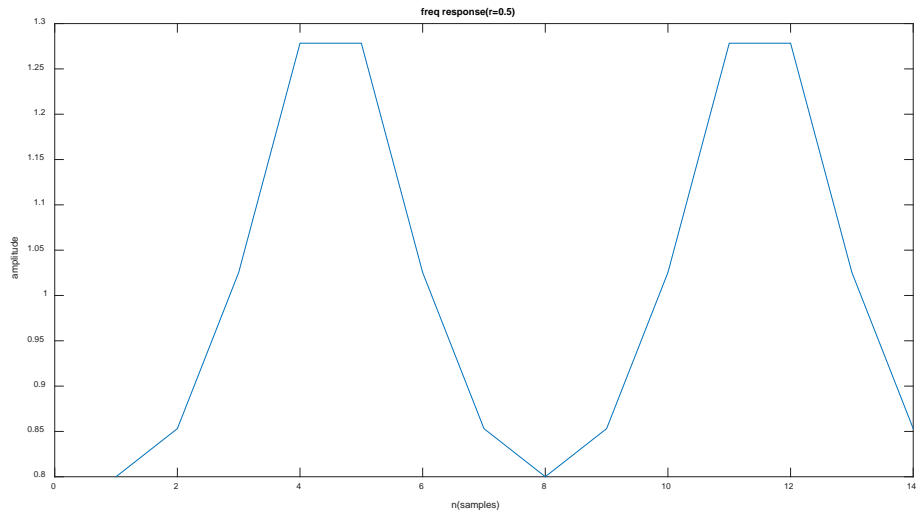
Παρατηρούμε ότι η μέγιστη απόκριση είναι στην  $\Omega$  που επιλέξαμε καθώς επιτυγχάνεται για  $n=48$ ,  $n=148$ .

Τι συμβαίνει στην κρουστική απόκριση και στην απόκριση συχνότητας για  $r = 0.5$  και  $r = 1.2$ ;

$r=0.5$ :

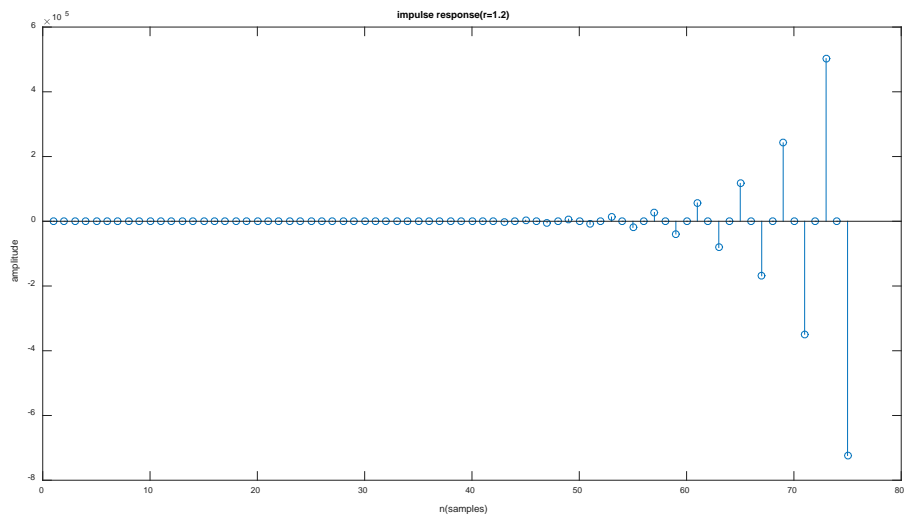


Βλέπουμε ότι τα δείγματα για τα οποία έχουμε μη μηδενική κρουστική απόκριση είναι πολύ λιγότερα, επομένως, ➔ μικρότερη διάρκεια της κρουστικής απόκρισης και η απόσβεση είναι πολύ πιο γρήγορη από ότι ήταν για  $r = 0.95$ .

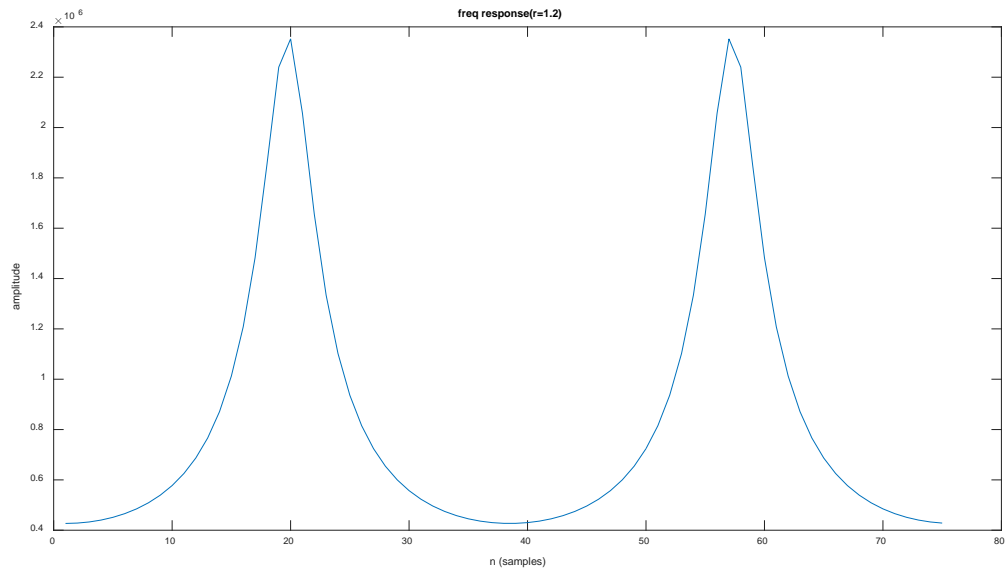


Για την απόκριση της συχνότητας παρατηρούμε ότι είναι περίπου ίδια στη μορφή της. Απλά τα δείγματα είναι πολύ λιγότερα και έτσι είναι περισσότερο τραπεζοειδής.

$r=1.2$ :

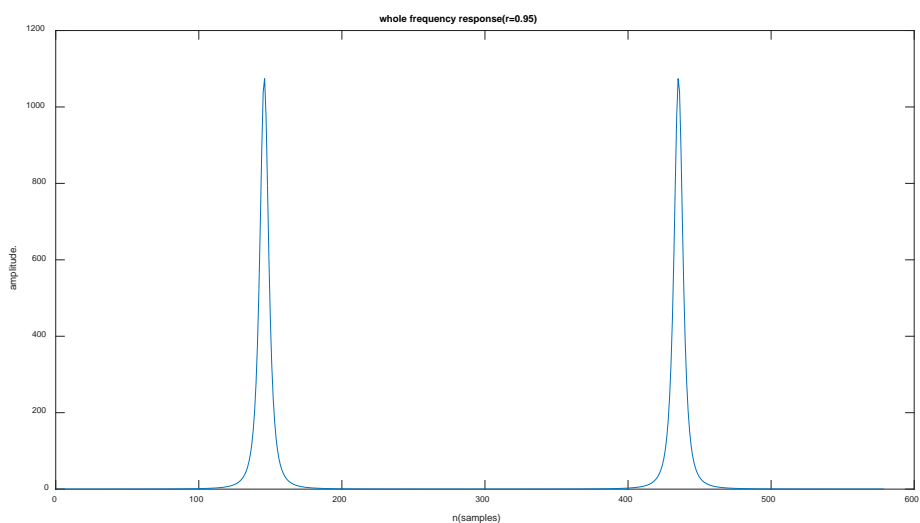


Παρατηρούμε και πάλι ότι τα δείγματα είναι λιγότερα από 200 ωστόσο το σημαντικό εδώ είναι ότι έχουμε μια αντίθετη κίνηση στην κρουστική απόκριση αφού ξεκινάει από μηδενικές τιμές και μετά συνεχώς αυξάνει κατά απόλυτη τιμή. Αυτό κατά πάσα πιθανότητα οφείλεται στο γεγονός ότι εδώ το  $r > 1$ .

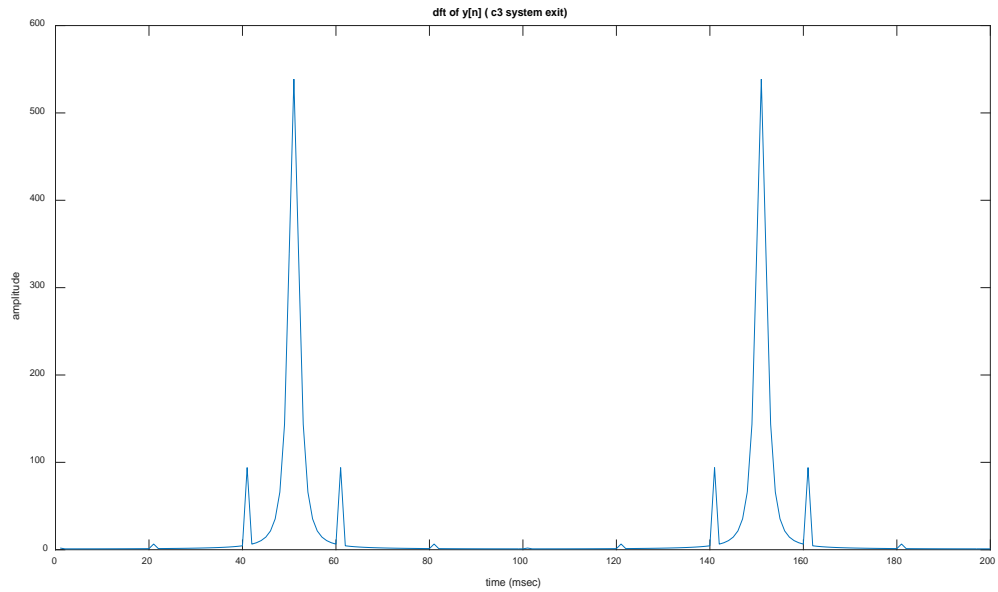


Η απόκριση της συχνότητας ωστόσο μοιάζει διαγραμματικά πολύ με την αρχική, φαίνεται να μην επηρεάζεται από το  $r > 1$ . Οι όποιες διαφορές παρατηρούνται οφείλονται και πάλι στο γεγονός ότι τα δείγματα είναι λιγότερα από τα αρχικά. Για αυτό δεν είναι τόσο στενή όσο η αρχική.

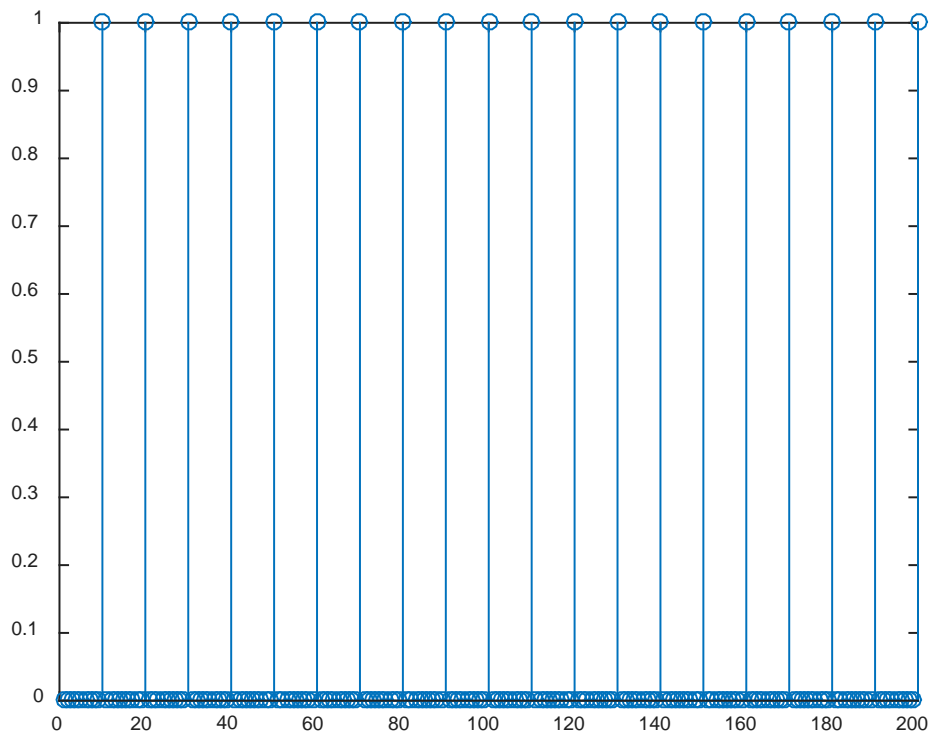
**Γ3.** Έχουμε τρεις ταλαντωτές στη σειρά με  $f_r = 500, 1500, 2500$  για καθένα από αυτούς. Αν υποθέσουμε ότι  $f_s = 2000 \rightarrow \Omega = \pi/2 \rightarrow \cos(\Omega) = 0$ . Άρα, έχουμε και για τους 3 ταλαντωτές ότι  $a_1 = 0 \rightarrow$  αφού έχουν ίδιο  $r$  θα έχουν και ίδια κρουστική απόκριση  $\rightarrow$  θα έχουν και ίδια απόκριση συχνότητας. Η ολική συνάρτηση μεταφοράς θα είναι  $H_{ολ} = H_{\alpha} H_{\beta} H_{\gamma} = z^6 / (z^6 + 3a_2 z^4 + 3(a_2^2)z^2 + a_2^3)$ .  
 Άρα τα διανύσματα θα είναι:  
 $num = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  και  $den = [1 \ 0 \ 3a_2 \ 0 \ 3a_2^2 \ 0 \ a_2^3]$ .



**Γ4.** Έχουμε ότι η περίοδος της εισόδου είναι :  $T_x = 1/f_x = 1/100 \text{ sec}$ .  
Η διάρκεια της παλμοσειράς είναι  $200 \cdot 10^{-3} \rightarrow$  έχουμε 20 samples.



Όπου impulse train έχουμε:

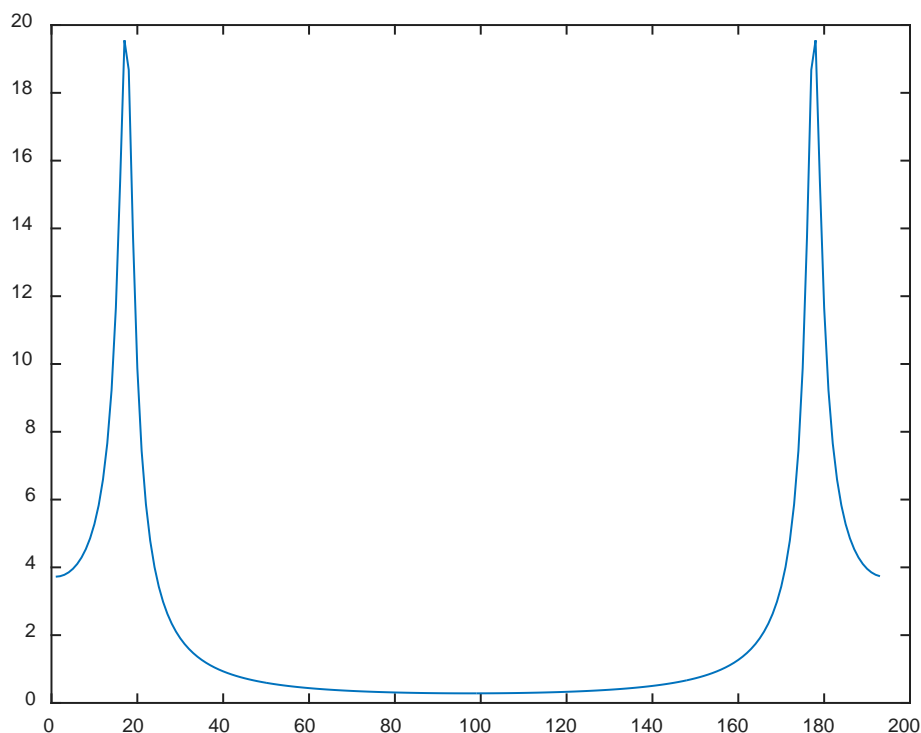


Άκουσα το σήμα  $x[n]$  γράφοντας το στο neo.wav και με πολλή φαντασία θα μπορούσαμε να πούμε ότι αντιστοιχεί στο φώνημα «ε». Στη συνέχεια άκουσα το φώνημα που αντιστοιχεί στο neo2.wav και θαρρώ ότι αντιστοιχεί στο φώνημα «π». Ακούγοντας το όλο μαζί συνεπώς θα μπορούσαμε να πούμε ότι αντιστοιχεί στο «επ».

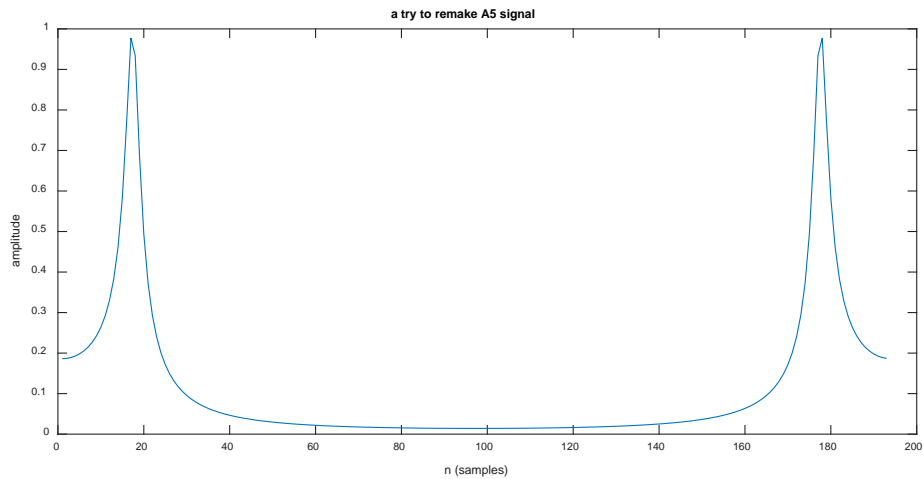
**Μέρος Δ .** Παρατηρώ ότι οι συχνότητες συντονισμού από το A5 είναι πολύ κοντά στα άκρα δηλαδή για 0 και 8000 Hz. Τη θεμελιώδη συχνότητα την έχουμε βρει 93Hz. Βλέπουμε ότι οι διαφορές του διαγράμματος στο A5 με το Γ4 είναι ότι το Γ4 έχει πενταπλάσιο amplitude και πως η συχνότητα του είναι πιο κεντρική .Επομένως θα πειραματιστώ με τη συχνότητα  $\Omega$  και θα διαιρέσω το πλάτος με κάποιον αριθμό.Θα έχω έναν ταλαντωτή.Πειραματιζόμενοι με το  $\Omega$  : αν το βάλουμε  $\pi/6$  τότε το  $\cos(\Omega)=0.86$  .Αν ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία με τις άλλες φορές που είχαμε μόνο έναν ταλαντωτή θα έχουμε:

```
num2=[1 0 0];  
a1=-2*0.95*0.86;  
a2=0.95 *0.95;  
den2= [ 1 a1 a2];
```

Αν δούμε διαγραμματικά την απόκριση συχνότητας του ταλαντωτή με  $\Omega=\pi/6$  θα έχουμε:



Το οποίο μοιάζει αρκετά με το φωνητικό σήμα που είχαμε παράξει αλλά είναι 20 φορές μεγαλύτερο. Θα το διαιρέσουμε επομένως με το 20.Άρα τελικά θα πάρουμε:



Η κλίμακα του χρόνου παρατηρούμε επίσης ότι διαφέρει. Θα έπρεπε να είναι 40 φορές μεγαλύτερη για να μοιάζει στο ερώτημα A5 . Όμως αυτό δεν επηρεάζει την μορφή του σήματός μας, αφού απλά αναπαρίσταται σε πιο περιορισμένη χρονική κλίμακα. Επομένως παρατηρώ ότι το  $\Omega$  όσο πιο κοντά είναι στο 0 τόσο και το σήμα της κρουστικής απόκρισης έχει το πρώτο μέγιστο του κοντά στο 0, αφού το  $\Omega$  είναι η συχνότητα συντονισμού. Γι αυτό επιλέξαμε  $\Omega$  που είναι πολύ κοντά στο 0 ώστε να έχουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα.

**ΤΕΛΟΣ ΣΕΙΡΑΣ ΜΑΤΛΑΜΠ.**