Prof. Dr.-Ing. Harald Ortwig **Hydraulik** Formelsammlung

Hochschule Trier Maschinenbau

1. Hydrostatik:

Pascal'sches Gesetz:
$$p_1 \cdot A_1 = p_2 \cdot A_2$$
; 1bar = $\frac{10^5 N}{m^2} = 10^5 \text{ Pa}$; **Kontiglg.:** $Q = v \cdot A = konst$

Volumenstrom Pumpe:
$$Q_1 = V_1 \cdot n_1$$
; **Volumenstrom Motor:** $Q_2 = V_2 \cdot n_2$

Volumenstrom Pumpe:
$$Q_1 = V_1 \cdot n_1$$
; Volumenstrom Motor: $Q_2 = V_2 \cdot n_2$
Moment Pumpe: $M_1 = \frac{V_1 \cdot \Delta p}{2 \cdot \pi}$; Moment Motor: $M_2 = \frac{V_2 \cdot \Delta p}{2 \cdot \pi}$

Prinzip hydrostat. Getriebe / Übersetzung:
$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{M_1}{M_2}$$
; Wirkungsgrad: $\eta = P_2 / P_1$

Hydraul. Leistung:
$$P[kW] = \frac{Q[ltr/min] \cdot \Delta p[bar]}{600}$$
; Mechan. Leistung: $P = M \cdot \omega = F \cdot v$;

2. Hydrodynamik:

Energieerhalt (Bernoulli-Gleichung):

$$p + \frac{\rho}{2} \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot z = konst.$$

Erweiterter Bernoulli:

$$(p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1) - (p_2 + \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2) = \sum_i \lambda_i \cdot \frac{l_i}{d_i} \cdot \frac{\rho}{2} v_i^2 + \sum_i \xi_i \cdot \frac{\rho}{2} v_i^2$$

Druckverlust in einer Rohrleitung:

$$\Delta p_{\scriptscriptstyle R} = \lambda_{\scriptscriptstyle R} \cdot \frac{l_{\scriptscriptstyle R}}{d_{\scriptscriptstyle R}} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$$

Rohreibungskoeffizient: lam. Strömung:
$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$$
 turb. Strömung: $\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{\text{Re}}}$

Viskosität:
$$v = \frac{\eta}{\rho}$$
; Reynoldszahl: Re = $\frac{d \cdot v}{v}$; (Re_{lam}<2300 / Re_{turb}>2300 bis etwa 80.000)

v: kinematische Viskosität; d: hydr. Durchmesser; v: Strömungsgeschwindigkeit

Druckverlust in einem Rohreinbau:

$$\Delta p_{\scriptscriptstyle E} = \xi_{\scriptscriptstyle E} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$$

3. Hydraulische Netzwerke:

Hydraulischer Widerstand (Reibung):

$$R_h = \frac{\Delta p}{Q}$$

Volumenstrom Blende:
$$Q_{^{Bl}} = \alpha_{^{\!D}} \cdot A \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{\Delta p}$$
; Volumenstrom Drossel: $Q_{^{Drossel}} = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot \Delta p$

Blende:
$$R_h = 1/(\alpha_D \cdot A) \cdot \sqrt{\rho/2}$$
; Rohrleitung: $R_h = \frac{8\eta l}{\pi r^4}$; Rechteckspalt: $R_h = \frac{12\eta l}{bh^3}$

 $L_h = \frac{\Delta p}{\dot{O}}$ Hydraulische Induktivität (Massenträgheit):

Rohrleitung:
$$L_h = \frac{\rho \cdot l}{A}$$
; Hydraulikzylinder: $L_h = \frac{m}{A_{\nu^2}}$; Rotationsmotor: $L_h = \frac{J \cdot 4 \cdot \pi^2}{V^2}$

Hydraulische Kapazität (Kompressibilität):
$$C_h = \frac{Q}{\dot{p}}$$

Flüssigkeitsspeicher:
$$C_h = \frac{V_0}{E'_{Fl}}$$
; Speicher mit Feder: $C_h = \frac{V_0}{E'_{Fl}} + \frac{A_K^2}{c}$; mit $E_{Fl} = \text{Kompressions modul}$

Formelsammlung Hydraulik

Druckaufbau in einem komplexen hydraulischen Netzwerk: mit R_h, L_h und C_h:

Volumenstrombilanz in einem Knotenpunkt analog Kirchhoff: $\Sigma Q = 0$

Setzt man für die einzelnen Komponenten, d.h. für Q_R, Q_L und Q_C:

$$Q_{R} = \frac{\Delta p}{R_{L}};$$

$$\dot{Q}_{\scriptscriptstyle L} = rac{dQ_{\scriptscriptstyle L}}{dt} = rac{\Delta p}{L_{\scriptscriptstyle h}} \Longrightarrow Q_{\scriptscriptstyle L} = rac{1}{L_{\scriptscriptstyle h}} \cdot \int \Delta p \cdot dt \; ; \qquad \qquad Q_{\scriptscriptstyle C} = C_{\scriptscriptstyle h} \cdot rac{dp}{dt} = C_{\scriptscriptstyle h} \cdot \dot{p}$$

$$Q_{C} = C_{h} \cdot \frac{dp}{dt} = C_{h} \cdot \dot{p}$$

ergibt sich die Differentialgleichung des Druckaufbaus im hydraulischen Netzwerk

$$\underline{\text{Ein Beispiel:}} \quad \ddot{p} + \frac{1}{R_h \cdot C_h} \cdot \dot{p} + \frac{1}{C_h \cdot L_h} \cdot p = \frac{1}{C_h \cdot L_h} \cdot p_1 \text{ mit } \varpi_0 = \sqrt{\frac{1}{C_h \cdot L_h}} \text{ und } D = \frac{1}{2 \cdot R_h} \cdot \sqrt{\frac{L_h}{C_h}}$$

4. Druckflüssigkeiten:

Kinematische Viskosität:

$$v = \frac{\eta}{\rho}$$

mit η : dynamische Viskosität; ρ : Dichte

Dichte:
$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \gamma \cdot \Delta \beta}$$
 mit $\gamma = \frac{1}{V} \cdot \frac{\partial V}{\partial \beta}$ bzw. $\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta \cdot \Delta \rho}$ mit $\beta = \frac{1}{E_{EI}}$; $\rho_0 = \rho (15^{\circ}C)$

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta \cdot \Delta p} \text{ mit } \beta = \frac{1}{E_{EI}};$$

$$\rho_0 = \rho (15^{\circ}C$$

5. Ventile:

Betätigungskräfte am Schieberventil:

Massenkraft: $F_m = m \cdot \dot{x}$ Coul. Reibung: $F_{RC} = r \cdot sign(\dot{x})$

Newtons. Reibung: $F_{RN} = d \cdot \dot{x}$

Druckkräfte: $F_p = A \cdot \Delta p$

Strömungskräfte:

 $F_{ax} = f_{(Q,\dot{Q})} \implies \dot{Q} \text{ vernachlässigt} \Rightarrow F_{Str} = \frac{\rho \cdot Q^2 \cdot \cos(\varepsilon)}{d \cdot \pi \cdot r}$

6. Pumpen und Motoren:

Pumpenwirkungsgrade:

Volumetrisch: $\eta_{1vol} = \frac{Q_{1eff}}{Q_{1th}} = 1 - \frac{\sum Q_{1L}}{Q_{1th}}$; Hydr./mechanisch: $\eta_{1hm} = \frac{M_{1th}}{M_{1eff}} = \frac{1}{1 + \sum \frac{M_{1verl}}{M}}$

Motorwirkungsgrade:

Volumetrisch: $\eta_{2vol} = \frac{Q_{2th}}{Q_{2eff}} = \frac{1}{1 + \sum \frac{Q_{2L}}{Q_{2L}}};$ Hydr./mechanisch: $\eta_{2hm} = \frac{M_{2eff}}{M_{2th}} = 1 - \frac{\sum M_{2verl}}{M_{2th}}$

Konstruktive Daten:

Zahnradpumpen/motoren:

Außenverzahnung

p: 160 - 250 bar z: Zähnezahl

 $V = 0.4 - 1200 \text{ cm}^3$ $V = \pi * m * z * b * c$

Innenverzahnung p: bis 350 bar

m: Modul; b: Zahnbreite; c: Zahnhöhe

z: Zähnezahl Innenrad

Schraubenspindelpumpe

Zahnringpumpe V: bis 150 cm³

p: bis 310 bar

 $V = z * (A_{\text{max}} - A_{\text{min}}) * b$

V: bis 800 cm³ p: bis 200 bar

 $V = \frac{\pi}{4} * (D^2 - d^2) * s * D^2 * (\frac{\alpha}{2} - \frac{\sin(s * \alpha)}{4}) * s$

Amax: größte Verdrängungsfläche Amin: kleinste Verdrängungsfläche z: Zähnezahl Innenrad; b: Zahnbreite

D: Spindelaußen∅; d: Spindelwellen∅ s: Steigungshöhe eines Spindelgangs $\cos \alpha = (D+d)/2D$

Formelsammlung Hydraulik

Flügelpumpen:

Flügelzellenpumpe: einhubig

 $V: 30 - 800 \text{ cm}^3$ p: 16 - 290 bar

 $V = \pi * b * e * \left(d + e - \frac{z * d}{\pi}\right)$

Flügelzellenpumpe: mehrhubig

 $V: 3 - 500 \text{ cm}^3$

p: bis 210 bar

$$V = \left(\pi * \frac{D^2 - d^2}{4} - \frac{D - d}{2} * a * z\right) * k * b$$

e: Exzentrizität d: Rotor∅; b: Flügelbreite; z: Flügelanzahl D: max Hubring∅: a: Flügeldicke; k: Hubzahl

Sperrflügelpumpe:

 $V: 4 - 400 \text{ cm}^3$ p: bis 210 bar

 $V = \frac{b}{2} * (D^2 - d^2) * (\pi - \alpha)$

α: Flügelbogen

Taumelscheibe:

 $V: 3 - 300 \text{ cm}^3$

p: bis 250 bar

Dz: TeilkreisØZylinderblock;

b: Flügelbreite; D: Hubring∅; d: Rotor∅

Rollflügelpumpe:

 $V: 8 - 1000 \text{ cm}^3$

p: bis 160 bar

 $V = \frac{\pi * b}{2} * (D^2 - d^2) - (z * A_z)$

z: Zähnezahl; Az: Flügelbreite

Kolbenpumpen/motoren:

Axialkolbenmaschinen

Schrägscheibe: $V: 3 - 3000 \text{ cm}^3$

p: bis 600 bar

 $V_g = z * d_k^2 * \frac{\pi}{4} * D_z * \tan \alpha \qquad \qquad V_g = z * d_k^2 * \frac{\pi}{4} * D_z * \tan \alpha \qquad \qquad V_g = z * d_k^2 * \frac{\pi}{4} * D_T * \sin \alpha$

z: Kolbenzahl; dk: Kolben∅;

Schrägachse:

 $V: 4 - 4000 \text{ cm}^3$

p: bis 500 bar

DT: TeilkreisØTriebflansch

Radialkolbenmaschinen:

V: bis 15 ltr

 $V_g = z * d_k^2 * \pi / 4 * 2 * e$

V: bis 100 cm³

Reihenkolbenpumpen:

p: bis 700 bar

z: Kolbenzahl; dk: KolbenØ; e: Exzentrizität

p: bis 1200 bar

7. Hydrostatische Getriebe:

Gesamtwirkungsgrad:

$$\eta_{ges} = \eta_{1vol} \cdot \eta_{1hm} \cdot \eta_{2vol} \cdot \eta_{2hm}$$

Verluste, Gesamtwirkungsgrad, Wärmebilanz:

$$P_{V,ges} = P_{1,V} + P_{L,V} + P_{2,V} = \Delta p_1 \cdot Q_{1,eff} \cdot \left[\frac{1}{\eta_{1,ges}} - (1 - b_1) \cdot (1 - b_2) \cdot \eta_{2,ges} \right]$$

mit b₁ = Anteil Druckverl. in Leitung und b₂ = Anteil Volumenstromverl. durch Abzweigung

Temperatur im System:

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_A + \frac{P_{V,ges}}{B} \cdot (1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) \implies \tau = \frac{C}{B}$$

=> Wärmeabgabevermögen

$$B = \sum k_i \cdot A_i$$

k: Wärmedurchgangszahl; A: wärmeabgebende Fläche

=> Wärmespeichervermögen

$$C = \sum_{i} c_{i} \cdot m_{i} \qquad C = c_{FL} \cdot \rho_{FL} \cdot k \cdot Q_{1,eff}$$

c: spezifische Wärmekapazität; m: Flüssigkeitsmasse

Formelsammlung Hydraulik

8. Weitere Komponenten:

Behälter:

Behältergröße: $V = k \cdot Q$

Anwendung	k
Stationärhydraulik	3 5 min
Mobilhydraulik	1 2 min
Flughydraulik	0,5 1 min

Rohr- und Schlauchleitungen:

Innendurchmesser:
$$D_i = F(Q_{max}; v_{max}) = D_i = \sqrt{\frac{4 \cdot Q_{max}}{\pi \cdot v_{max}}}$$
 mit v_{max} nach Tabelle

Rohrwanddicke: $t_{min} = F(\Delta p)$

$$=>t_{\min} = \frac{\Delta p \cdot D_i}{2 \cdot \sigma_{zul,Rohr}}$$

nach Herstellertabellen

<u>Druckbereich</u>	Strömungsgeschwindigkeit
p < 50 bar	$v_{max} = 4 \text{ m/s}$
p = 50 - 100 bar	$v_{max} = 4 - 5 \text{ m/s}$
p = 100 - 200 bar	$v_{\text{max}} = 5 - 6 \text{ m/s}$
p > 200 bar	$v_{max} = 6 - 7 \text{ m/s}$

Filterkennwerte:

Beurteilung:
$$β_x = \frac{N_{x,u}}{N_{x,d}} = \frac{Partikel_{vor}}{Partikel_{hinter}}$$
 Filter

=> Abscheidegrad $ε = 1 - \frac{1}{β} = \frac{N_{x,u} - N_{x,d}}{N}$

Hydrospeicher:

 $\label{eq:continuous_system} Unterer\ System druck = p_1; \quad oberer\ System druck = p_2; \quad \ maximaler\ System druck = p_3$

Faustregel zur Auslegung: Vorfülldruck $p_v \approx 0.9 \cdot p_1$ und $p_3 \approx 1.1 \cdot p_2$

Thermodynamische Zustandsänderungen im Hydrospeicher:

$$\textbf{schnell => adiabat: } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} \\ = > \textbf{Entnahmemenge: } E_a = V_1 \cdot \left(1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}}\right);$$

$$W_{12,a} = \frac{V_1 \cdot p_1}{\kappa - 1} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right]; \qquad \left(\frac{p_1}{p_2} \right)_{opt,a} = 0.308; \qquad W_{12,a} = 0.308 \cdot p_2 \cdot V_1$$

langsam => isotherm $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = konst$ => Entnahmemenge: $E_i = V_1 \cdot \left(1 - \frac{p_1}{p_2}\right)$;

$$W_{12,i} = V_1 \cdot p_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right);$$
 $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)_{opt,i} = 0.368;$ $W_{12,i} = 0.368 \cdot p_2 \cdot V_1$

Dynamik von Hydrospeichern:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L_H \cdot C_H}} \quad \text{mit} \quad C_H = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{V_m}{p_m} \text{ und } L_H = \frac{\rho \cdot l}{A}; \qquad L_{H,Kolben} = \frac{m_K}{A_K^2}; \qquad L_{H,ges} = \sum L_{H,i}$$