

Metoda inversă pentru simularea n.a.

I Capul n.a. continue

! Anem nevoie ca F (funcția de repartiție) să fie dată sub o formă explicită

① Fie X o n.a. având o repartiție continuă

atunci $X \sim \text{Uniform}(0,1)$

F este f. de repartiție a n.a. continue (continuă)

Atunci $X = F^{-1}(U)$ are repartiția dată de funcția de repartiție F .

OBS: A simula o n.a. înseamnă a genera o valoare dintr-o serie posibilă conform repartiției sale.

Exemplu

$X \sim \text{Exp}(\lambda)$

Reamintim: $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{în rest} \end{cases}$

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{în rest} \end{cases}$$

atunci $X = F^{-1}(U)$ înseamnă că

$x = F^{-1}(u) \iff x$, ceea ce se reduce la rezolvarea ecuației

$$u = F(x)$$

și în capul nostru:

$$u = F(x) \iff u = 1 - e^{-\lambda x} \iff$$

$$\iff e^{-\lambda x} = 1 - u \iff -\lambda x = \ln(1 - u)$$

$$\iff x = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln(1 - u)$$

Deci $X = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln(1 - U)$

OBS: Pentru $1 - U \sim \text{Unif}(0,1)$ putem folosi:

$$X = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln U$$

dar dacă F nu e dat într-o formă explicită?

① Exemplu: $X \sim \text{Gamma}(n, \lambda)$, $n \in \mathbb{N}$, $\lambda > 0$

$$F(x) = \int_0^x \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda y} \cdot (\lambda y)^{n-1}}{(n-1)!} dy$$

→ nu are formă explicită

dar, stime relația:

dacă X_1, X_2, \dots, X_n i.i.d. $\sim \text{Exp}(\lambda)$ atunci

$$X = \sum_{i=1}^n X_i \sim \text{Gamma}(n, \lambda)$$

Atunci:

$$X = -\frac{1}{\lambda} \cdot \sum_{i=1}^n \ln(U_i)$$

②

Exemplu:

$$X \sim \text{Normal}(m, \sigma^2)$$

→ metoda transformării

poare