

Metoda inversă pentru simularea r.a.

I Capul r.a. continuu

- Avem nevoie ca F (funcția de repartitie) să fie date sub o formă explicită

(7) Fie X o r.a. cu capul de repartitie continuu

Dacă $U \sim \text{Uniform}(0,1)$

F este f. de repartitie a r.a. continuu (continuă)

Astăzi $X = F^{-1}(U)$ are repartitia date de funcția de repartitie F .

$$u = F(x)$$

în capul nostru:

$$u = F(x) \Rightarrow u = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$\Rightarrow e^{-\lambda x} = 1 - u \Rightarrow -\lambda x = \ln(1-u)$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln(1-u)$$

$$\text{Deci } X = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln(1-u)$$

OBS: funcția $1-u$ în uniform(0,1) putem folosi:

$$X = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln U$$

Exemplu

$X \sim \text{Exp}(2)$, $\frac{\lambda > 0}{f(x) = }$

$$\text{Rezultăm: } f(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{în rest} \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{în rest} \end{cases}$$

Dacă $X = F^{-1}(U)$ înseamnă că

$$x = F^{-1}(u) \neq x, \text{ ceea ce se reduce la reprezentarea ecuației}$$

OBS

A simula o r.a. însemnă a genera o valoare dintr-o mulțime de posibilități conforme repartitiei sale.

OBS

Dacă dă că F nu e dat săptă formă explicită?

① Exemplu:

$X \sim \text{Gamma}(n, \lambda)$, $n \in \mathbb{N}$, $\lambda > 0$

dă că

X_1, X_2, \dots, X_n i.i.d. $\sim \text{Exp}(\lambda)$

stine relație:

$X = \sum_{i=1}^n X_i \sim \text{Gamma}(n, \lambda)$

$$F(x) = \int_0^x \frac{\lambda^y \cdot e^{-\lambda y} \cdot (\lambda y)^{n-1}}{(n-1)!} dy$$

\Rightarrow nu are formă explicită

Așa ceva:

$$X = -\frac{1}{\lambda} \cdot \sum_{i=1}^n \ln(U_i)$$

② Exemplu:

$X \sim \text{Norm}(m, \sigma^2)$

\rightarrow metoda transformării

polare