

2, 3, 4, 11 ~ 18

Algebra

1. Expand and simplify

- a) $(x+2)(x+4)$ b) $(x-3)(x+5)$ c) $(x-1)(x-8)$ d) $(m+6)(m-7)$
e) $(a+9)(b-10)$ f) $(3x+4)(x+2)$ g) $(2x-5)(3x-4)$ h) $(a-1)(a+1)$
i) $3(2-a)(3+a)$ j) $2x(3x+8)-4x$ k) $-3m(2-m)+11$ l) $\frac{1}{4}(2x+2)(3x+3)$
m) $-(6h-7)-(4h-3)$ n) $(2x-12)^2-(x-2)(x+2)$ o) $(x+5)(3x+2)+(x-9)^2$
p) $(x^2+2x)^2-(3x+9)^2$ q) $\frac{-1}{6}(6x+2)-3$ r) $\frac{2}{3}(3x+8)-2(x-5)$
s) $(3x-2)^2(3x+2)^2$ t) $(3x+5)(3x-5)+(x+2)^2-(2x-1)^2$
u) $(6x-2)^2-x(x+2)+(2x+1)(2x-1)$ v) $(x+1)^2-(x+2)^2+(x+3)^2-(x+4)^2$
w) $(5x+2)^2-(2x-4)(2x+2)-x^2$ x) $(x+9)^2(x-9)^2$

2. Simplify:

- a) $\frac{(2x+3)^2}{(x+2)^2} - \frac{(2x-1)^2}{(x+2)^2}$ b) $\frac{4(x+2)}{x-2} - \frac{2(x-2)}{x+2}$
c) $\frac{2(3x-5)}{x-7} - \frac{7(x+7)}{x+4}$ d) $\frac{9}{(x+2)(x-2)} - \frac{8}{x+2}$

3. Factorise:

- a) $8x+24$ b) $49-7x$ c) $16x-20y$ d) $8x+6x^2$
e) x^2-9 f) $4-x^2$ g) $81-25m^2$ h) $a^2b^2-36b^2$
i) $ac-ab+bc-b^2$ j) $2xy+2xz+y^2+yz$ k) $36mn-12m-6n^2+2n$
l) $x^2yz+xz^2+xy^2+yz$ m) $x^2-3x-40$ n) $x^2+13x+42$
o) $2x^2-6x-20$ p) $2x^2+x-3$ q) $4x^2-8x-5$ r) $6x^2+5x-4$
s) $5x^2+12x+4$ t) $9x^2+36x+35$ u) $8x^2+6x+1$ v) $4x^3+4x^2-3x$
w) $25m-4m^3$

4. Simplify:

- a) $\frac{x^2-9x}{x^2-81}$ b) $\frac{10-5x}{12-6x}$ c) $\frac{2x^2+6x+xy+3y}{2xy-8x+y^2-4y}$ d) $\frac{x^2-2x-15}{x^2+3x-40}$
e) $\frac{x^2-10x+24}{x^2-12x+36}$ f) $\frac{x^3+9x^2}{x^3+5x^2+6x}$ g) $\frac{x^3-14x^2+49x}{x^3-7x^2}$ h) $\frac{5x^2-20}{10x^2+50x+60}$
i) $\frac{x^4-16}{x^2-x-2}$ j) $\frac{2x^2+10x-xy-5y}{4x^2-y^2}$

5. Simplify:

- a) $\frac{x+3}{x^4-14x^3+49x^2} \cdot \frac{x^2-7x}{x^2-9}$
c) $\frac{2a^2+5ab+2b^2}{2ab-4a+b^2-2b} \div \frac{4b^2-a^2}{b^2+b-6}$
e) $\frac{x^3+4x^2-4x-16}{2x^2-4x} \cdot \frac{x^2-7x}{x^2+6x+8}$
g) $\frac{9x^2-y^2}{3x^2+2xy-y^2} \cdot \frac{x^2-y^2}{3x^2y+xy^2}$

6. Simplify:

- a) $\frac{1}{2x+3} - \frac{1}{2x-3}$
c) $\frac{2x}{x+4} + \frac{12x}{x^2+2x-8}$
e) $\frac{7x}{2x^2+17x+30} - \frac{4x}{x^2+8x+12}$
g) $\frac{2x^2-x^3-2x}{x^3-4x} - \frac{x^3-2x}{4x-x^3}$
i) $\frac{7}{2b-8} + \frac{b}{b^2-16}$

7. Simplify

- a) $\frac{4x^2}{2x+\frac{6x}{2x-3}}$
c) $\frac{t}{t+\frac{2t}{t-2}} \cdot \frac{t}{2-t}$
e) $\frac{3^{m-2} \times 9^{m+1}}{27^{m-2}}$
g) $\frac{5^{5m}}{125^m \times 5^{2m-1}}$

- b) $\frac{m^2+m-110}{2m^2+16m+32} \cdot \frac{8m+32}{100-m^2}$
d) $\frac{m^3-mn^2-4m^2-4mn}{m^2n-n^3} \div \frac{m^2-mn-4m}{mn-2n}$
f) $\frac{p^4-q^4}{p^8-q^8} + \frac{2}{p^3q+pq^3}$
h) $\frac{x^2-8x+16}{x^2+3x-xy} \div \frac{x^2+2x-24}{x^2-(y-3)^2}$

- b) $\frac{x}{x+3} - \frac{18}{x^2-9}$
d) $\frac{7x^2}{4x^2-x-3} - \frac{3x}{4x+3}$
f) $\frac{3}{x^2-2x} + \frac{4}{2x-x^2}$
h) $\frac{10x^2+11x-6}{10x^2+19x+6} + \frac{5x^2-3x-2}{5x^2-7x+2}$

- b) $\frac{x}{x+\frac{x}{2x-1}} \cdot \frac{1}{2x^2-x}$
d) $\frac{x^2-1}{x^2-1} \div x^2$
f) $\frac{2^{4n} \times 8^{2-3n}}{4^{-2n}}$
h) $\frac{(x+6)^{2m} \times (x^2+12x+36)^{m-1}}{(x+6)^{3m+1}}$

8. Simplify the following, expressing your answer in the form $2^x \times 3^y$ where x and y are in terms of m and n

- a) $\frac{36^{m+n} \times 10^{m-n}}{15^{m-n}}$ b) $\frac{18^{m+n} \times 28^{2m-n}}{42^{2m-n}}$

9. Given that $2^a \times 3^b = 72$, find $3^a \times 2^b$

10. Given that $2^a \times 3^b = 216$, find $3^a \times 2^b$

11. Find the values of the pronumerals if

a) $(a+\sqrt{b})^2 = 7+4\sqrt{3}$, b) $(2-\sqrt{3})^2(1+2\sqrt{3}) = A+B\sqrt{C}$,

c) $(1+\sqrt{3})^2(2-\sqrt{3}) = A+B\sqrt{C}$

12. If $x = \frac{5-2\sqrt{3}}{5+2\sqrt{3}}$, find $x + \frac{1}{x}$

13. If $a+b=8$ and $ab=12$ find the value of $\frac{2}{a} + \frac{2}{b}$

14. Simplify

a) $\sqrt{\frac{\sqrt{50}-\sqrt{32}}{\sqrt{8}}}$

b) $\sqrt{\frac{\sqrt{27}-\sqrt{12}}{\sqrt{75}}}$

15. Factorise

a) $(m+n)^2 - (m-n)^2$

b) $(m+n)^4 - (m-n)^4$

16. Solve

a) $x^2 + xy + x = 4$ and $y^2 + xy + y = 2$

b) $4x^2 - y^2 = 35$ and $2x + y = 7$

c) $9x^2 - y^2 = 24$ and $3x - y = 6$

d) $2^{2x+y} = 16$ and $2^{3x+4y} = 2$

18. i) Given that $x^2 + 12x = p$, use the method of completing the square to find an expression for x in terms of p .

ii) If $p=253$, find all possible values of x

Answers

1. a) $x^2 + 6x + 8$ b) $x^2 + 2x - 15$ c) $x^2 - 9x + 8$ d) $m^2 - m - 42$
 e) $ab - 10a + 9b - 90$ f) $3x^2 + 10x + 8$ g) $6x^2 - 23x + 20$ h) $a^2 - 1$
 i) $18 - 3a - 3a^2$ j) $6x^2 + 12x$ k) $3m^2 - 6m + 11$ l) $\frac{3x^2}{2} + 3x + \frac{3}{2}$
 m) $10 - 10h$ n) $3x^2 - 48x + 148$ o) $4x^2 - x + 91$ p) $x^4 + 4x^3 - 5x^2 - 54x - 81$
 q) $-x - \frac{10}{3}$ r) $\frac{46}{3}$ s) $81x^4 - 72x^2 + 16$ t) $6x^2 + 8x - 22$
 u) $39x^2 - 26x + 3$ v) $-4x - 10$ w) $20x^2 + 24x + 12$ x) $x^4 - 162x^2 + 6561$

2. a) $\frac{16x+8}{(x+2)^2}$ b) $\frac{2x^2+24x+8}{x^2-4}$ c) $\frac{14x-x^2+303}{x^2-3x-28}$ d) $\frac{25-8x}{x^2-4}$

3. a) $8(x+3)$ b) $7(7-x)$ c) $4(4x-5y)$ d) $2x(4+3x)$
 e) $(x+3)(x-3)$ f) $(2+x)(2-x)$ g) $(9+5m)(9-5m)$ h) $b^2(a+6)(a-6)$
 i) $(a+b)(c-b)$ j) $(2x+y)(y+z)$ k) $(6m-n)(6n-2)$ l) $(xz+y)(xy+z)$
 m) $(x+5)(x-8)$ n) $(x+6)(x+7)$ o) $2(x-5)(x+2)$ p) $(2x+3)(x-1)$

q) $(2x+1)(2x-5)$ r) $(3x+4)(2x-1)$ s) $(5x+2)(x+2)$ t) $(3x+5)(3x+7)$
 u) $(4x+1)(2x+1)$ v) $x(2x+3)(2x-1)$ w) $m(5+2m)(5-2m)$

4. a) $\frac{x}{x+9}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{x+3}{y-4}$ d) $\frac{x+3}{x+8}$
 e) $\frac{x-4}{x-6}$ f) $\frac{x(x+9)}{(x+3)(x+2)}$ g) $\frac{x-7}{x}$ h) $\frac{x-2}{2(x+3)}$
 i) $\frac{(x^2+4)(x+2)}{x+1}$ j) $\frac{x+5}{2x+y}$

5. a) $\frac{1}{(x-3)(x-7)}$ b) $\frac{-4(m+11)}{(m+4)(m+10)}$ c) $\frac{b+3}{2b-a}$ d) $\frac{m-2}{m-n}$
 e) $\frac{x-7}{2}$ f) $\frac{pq}{2}$ g) $\frac{x-y}{xy}$ h) $\frac{(x-4)(x+y-3)}{x(x+6)}$

6. a) $\frac{6}{9-4x^2}$ b) $\frac{x-6}{x-3}$ c) $\frac{2x}{x-2}$ d) $\frac{x}{x-1}$
 e) $\frac{-x}{(2x+5)(x+2)}$ f) $\frac{1}{x(2-x)}$ g) $\frac{2}{x+2}$ h) $\frac{2(25x^2+4)}{(5x+2)(5x-2)}$
 i) $\frac{9b+28}{2(b+4)(6-4)}$

7. a) $2x-3$ b) $\frac{1}{2x^2}$ c) -1 d) $\frac{-1}{x^4}$
 e) 729 f) 2^{6-n} g) 5 h) $(x+6)^{n+1}$

8. a) $2^{3m+n} \times 3^{m+3n}$ b) $2^{3m} \times 3^{3n}$
 9. 108 10. 216
 11. a) $a=2, b=3$ b) $A=-17, B=10, C=3$ c) $A=2, B=0, C=0$

12. $\frac{74}{13}$ 13. $\frac{4}{3}$

14. a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

15. a) $4mn$ b) $4mn[(m+n)^2 + (m-n)^2]$

16. a) $y=-1, x=-2$ or $y=\frac{2}{3}, x=\frac{4}{3}$ b) $x=3, y=1$ c) $x=\frac{5}{3}, y=-1$
 d) $x=3, y=-2$

18. i) $x = -6 \pm \sqrt{p+36}$ ii) $x = 11, -23$