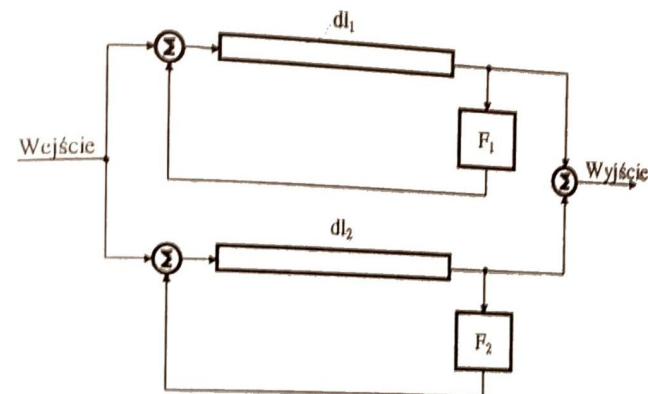


Rys. 8-33. Model instrumentu strunowego: (a) model z filtrem symulującym pudło rezonansowe; (b) model równoważny

Odpowiedź impulsową pudła rezonansowego można uzyskać poprzez odpowiednią filtrację dźwięku oryginalnego danego instrumentu. Filtr wykorzystywany do tego celu jest filtrem odwrotnym do filtru stanowiącego model struny  $S(z)$ .

W celu dokonania wiernej syntezy dźwięków instrumentów strunowych nie wystarczy zastosować prosty model pojedynczej struny, tak jak to było opisane powyżej, ale należy zastosować model bardziej rozbudowany, który powinien uwzględniać między innymi drgania struny w różnych płaszczyznach. Na rys. 8-34 zaprezentowano rozbudowany model pojedynczej struny. Model ten składa się z dwóch falowodów, z których każdy zbudowany jest w oparciu o pętlę zawierającą linię opóźniającą oraz filtr dolnoprzepustowy. Przy założeniu, że modelowana struna jest równoległa do osi „x”, pierwszy z zastosowanych falowodów symuluje drgania występujące wzdłuż osi „y”, z kolei drugi falowód odpowiedzialny jest za symulację drgań wzdłuż osi „z”. Tak więc model ten umożliwia uwzględnienie polaryzacji drgań. Z badań wynika, że efektywna długość struny dla drgań spolaryzowanych wzdłuż osi „y” jest nieco inna niż efektywna długość struny dla drgań spolaryzowanych wzdłuż osi „z” (wyjaśnia to fakt pojawiania się zjawiska dudnień przy drganiach pojedynczej struny). Dlatego też w modelu falowodowym pojedynczej struny czas opóźnienia wnoszony przez poszczególne linie opóźniające (por. rys. 8-34) powinien być również nieco zróżnicowany.



Rys. 8-34. Model pojedynczej struny uwzględniający dwuwymiarowe drgania struny ( $dl_1, dl_2$  – linie opóźniające;  $F_1, F_2$  – filtry dolnoprzepustowe)

#### 8.4.2.2 Falowodowe modelowanie instrumentów dętych

Zasada falowodowego modelowania instrumentów dętych jest zbliżona do zasady modelowania instrumentów strunowych, która została omówiona powyżej. Zakładając, że wewnątrz nieskończenie długiego cylindra rozchodzi się fala płaska, jednowymiarowe równanie falowe może być zapisane w formie cząstkowego równania różniczkowego:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (8-29)$$

gdzie:

- $c$  – prędkość propagacji dźwięku w powietrzu (ok. 340 m/s),
- $p$  – ciśnienie,
- $t$  – czas,
- $x$  – odległość wzdłuż osi korpusu piszczałki.

Rozwiązanie ogólne równania falowego może być przedstawione zależnością:

$$p(t, x) = p_p \left( t - \frac{x}{c} \right) + p_i \left( t + \frac{x}{c} \right) \quad (8-30)$$

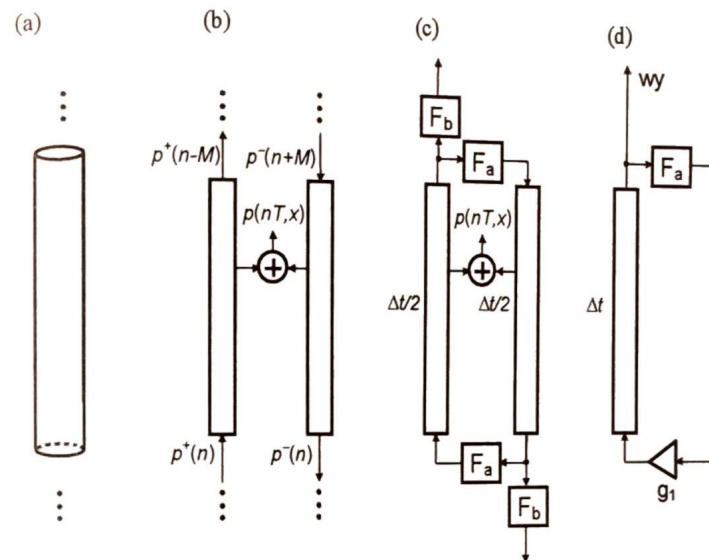
gdzie  $p_l$  oraz  $p_p$  są dowolnymi, podwójnie różniczkowalnymi funkcjami ciągłymi. Wyrażenie  $p_p(t - x/c)$  reprezentuje falę biejącą ciśnienia przemieszczającą się w kierunku dodatnich wartości  $x$  z prędkością  $c$ , podczas gdy wyrażenie  $p_l(t + x/c)$  reprezentuje falę biejącą przemieszczającą się w kierunku ujemnych wartości  $x$  z tą samą prędkością. Analogicznie do przypadku falowodowego modelowania fal biejących wychylenia struny, fale biejące ciśnienia mogą być również zamodelowane przy pomocy cyfrowego falowodu, składającego się z pary linii opóźniających z odczepami, co zostało zobrazowane na rys. 8-35b. Chwilowa wartość ciśnienia w dowolnym punkcie wewnątrz symulowanego cylindra jest obliczana poprzez zsumowanie odpowiadających mu wartości fal biejących. Rozpatrywany falowód cyfrowy może być wykorzystany nie tylko do symulacji propagacji fal biejących ciśnienia akustycznego, ale również innych zmiennych, np. prędkości akustycznej, przyspieszenia, przemieszczenia cząstki, itp.

Na rys. 8-35c pokazano sposób uproszczonego modelowania bezstratnego cylindra o ograniczonej długości. Filtr  $F_a$  odpowiedzialny jest za modelowanie odbicia fal o częstotliwościach leżących poniżej pewnej częstotliwości granicznej, natomiast filtr  $F_b$  jest filtrem wyjściowym (transmisyjnym) modelującym wypromieniowanie z cylindra fal o częstotliwościach powyżej częstotliwości granicznej. Wspomniana częstotliwość graniczna jest funkcją średnicy cylindra i jest definiowana na podstawie warunku:  $k \cdot a = 2$ , gdzie  $k$  oznacza wektor falowy, natomiast  $a$  – promień cylindra. Transmitancja filtru „odbijającego”  $F_a$  ma następującą formę:

$$H_{Fa}(z) = \frac{Z_L(z) - Z_c}{Z_L(z) + Z_c} \quad (8-31)$$

gdzie  $Z_L(z)$  oznacza akustyczną impedancję obciążenia, natomiast  $Z_c$  – impedancję charakterystyczną cylindra. Transmitancja filtru „transmisyjnego”  $F_b$  może być z kolei obliczona w oparciu o transmitancję filtru odbijającego zgodnie z zależnością:

$$H_{Fb}(z) = 1 - H_{Fa}(z) \quad (8-32)$$



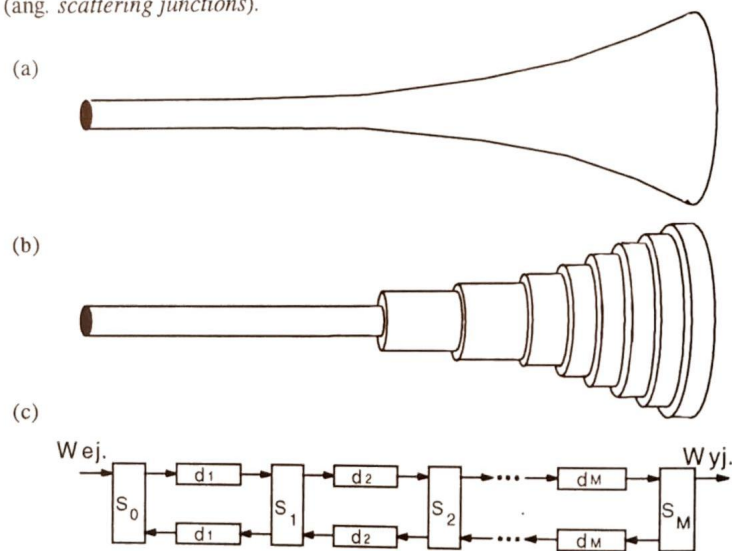
Rys. 8-35. Zasada falowodowego modelowania akustycznych ustrojów cylindrycznych: (a) nieskończenie długi cylinder; (b) falowód cyfrowy – para linii opóźniających modelujących fale biejące w bezstratnym (nieskończenie długim) cylindrze; (c) przykład modelowania cylindra o ograniczonej długości; (d) uproszczona struktura modelu cylindra o ograniczonej długości

Ze względów implementacyjnych istnieje niekiedy potrzeba daleko idących uproszczeń stosowanych modeli falowodowych. Dla przykładu na rys. 8-35d przedstawiono uproszczoną strukturę z rys. 8-35c. Uproszczenia te polegają na tym, że para linii opóźniających została zastąpiona przez pojedynczą linię o dwukrotnie zwiększonym opóźnieniu. Oprócz tego pominięto filtry wyjściowe, natomiast jeden z filtrów „odbijających”  $F_a$  został zastąpiony przez element skalujący o wartość  $g_1$ . Dodatkowo element ten może być wykorzystany do modelowania strat występujących wewnątrz cylindra. W ogólności wartość elementu skalującego  $g_1$  jest ułamkiem, przy czym jeżeli w cyfrowym falowodzie symulowane są fale ciśnienia (lub siły, czyli jeżeli w cyfrowym falowodzie symulowane są fale ciśnienia (lub siły, itp.), jego wartość jest ujemna, co ma związek ze zmianą fazy występującą itp.), jego wartość jest ujemna, co ma związek ze zmianą fazy występującą itp.), wartość współczynnika  $g_1$  jest dodatnia.

Do zalet metody falowodowej należy niewątpliwie łatwość modelowania korpusów instrumentów dętych. Na wcześniej omówionym rys. 8-35 przedstawiono sposób modelowania korpusów o kształcie



cylindrycznym. Z punktu widzenia profilu, czyli przekroju podłużnego, korpusy instrumentów dętych można podzielić na równoległe (kształt walca lub graniastosłupa), stożkowe, wykładnicze, logarytmiczne, hiperboliczne, paraboliczne, bądź mieszane. Dowolny profil instrumentu dętego może być aproksymowany przy pomocy zestawu tub cylindrycznych, tak jak to zostało zilustrowane na rys. 8-36. Błąd aproksymacji maleje ze wzrostem liczby wykorzystanych cylindrów. Falowodowy model uzyskanej w ten sposób kaskady tub cylindrycznych przedstawiono na rys. 8-36c. Model ten składa się z zestawu falowodów zbudowanych w oparciu o pary linii opóźniających ( $d_1, d_2, \dots, d_M$ ) oraz tzw. połączeń rozpraszających ( $S_0, S_1, \dots, S_M$ ) (ang. *scattering junctions*).



Rys. 8-36. Modelowanie korpusów instrumentów dętych przy pomocy elementów cylindrycznych: (a) profil typowego korpusu instrumentu dętego; (b) przykład aproksymacji kształtu przy pomocy tub cylindrycznych; (c) klasyczny model falowodowy

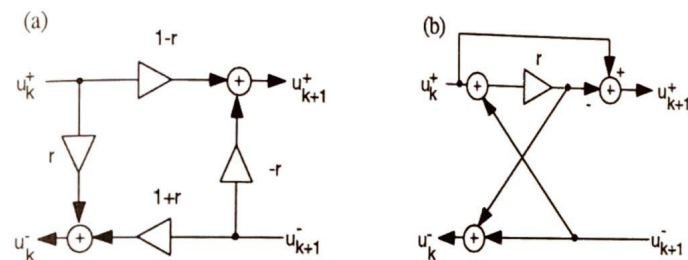
Na rys. 8-37a przedstawiono schemat blokowy połączenia rozpraszającego uwzględniającego współczynnik odbicia  $r$  definiowany jako:

$$r = \frac{Z_{k+1} - Z_k}{Z_{k+1} + Z_k} = \frac{A_k - A_{k+1}}{A_k + A_{k+1}} \quad (8-33)$$

gdzie:

$Z_k$  – impedancja charakterystyczna  $k$ -tego cylindra,  
 $A_k$  – pole powierzchni przekroju poprzecznego  $k$ -tego cylindra

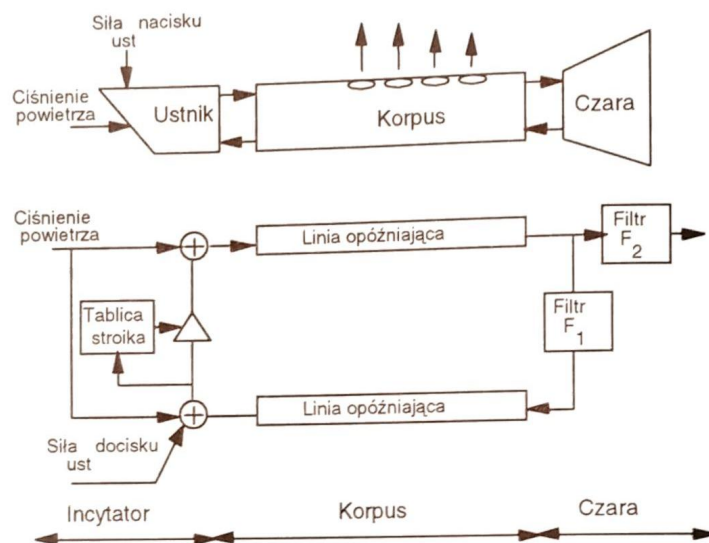
Wersja połączenia rozpraszającego zoptymalizowana pod względem złożoności obliczeniowej przedstawiona jest na rys. 8-37b.



Rys. 8-37. Połączenie rozpraszające: (a) model podstawowy; (b) model zoptymalizowany obliczeniowo

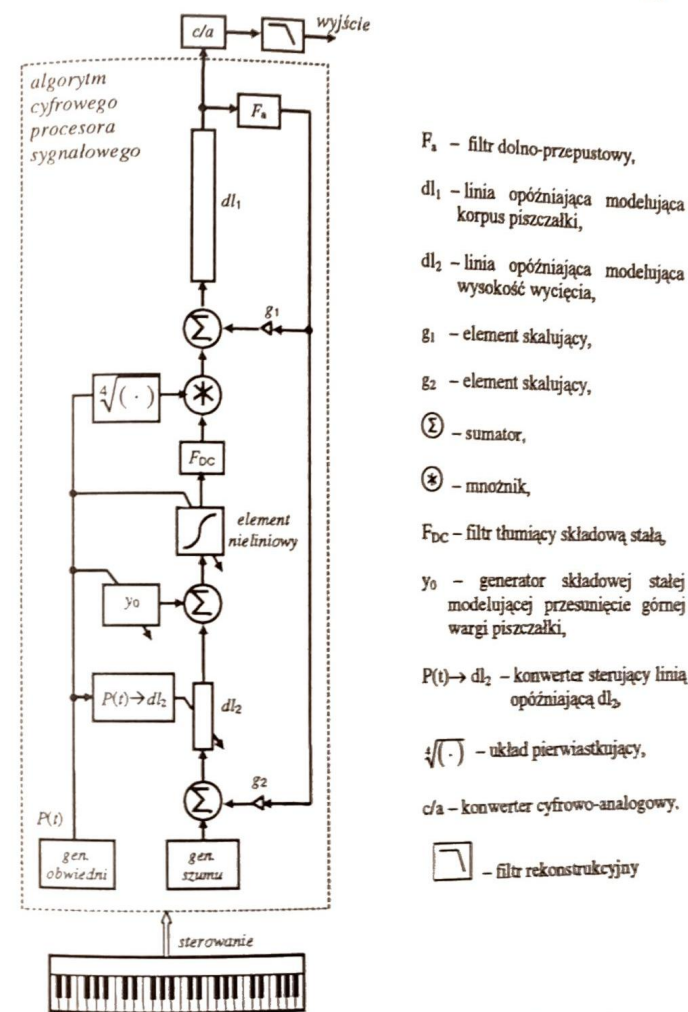
Uogólniony falowodowy model instrumentów dętych przedstawiono na rys. 8-38. Model ten składa się z trzech elementów: incytatora, korpusu oraz czary głosowej. Pierwszy z elementów odpowiedzialny jest za generację pobudzenia. W instrumentach naturalnych wyróżnia się kilka typów incytatorów: stroik pojedynczy, stroik podwójny oraz stroik organiczny (np. w przypadku trąbki). Każdy z wymienionych incytatorów musi być modelowany indywidualnie. Ze względu na złożoność nieliniowych procesów zachodzących w incytatorze najczęściej modeluje się je za pomocą stabelaryzowanych funkcji nieliniowych. W zależności od typu instrumentu parametrami wejściowymi są parametry odpowiedzialne za ciśnienie powietrza oraz siłę docisku ust. Fale bieżące w korpusie instrumentu modelowane są przy użyciu dwóch linii opóźniających. Zastosowanie odpowiednich filtrów przyłączonych do odczepów linii opóźniających umożliwia zamodelowanie otworów bocznych korpusu.

Do celów modelowania kształtu czary dźwiękowej oraz korpusu instrumentów dętych wykorzystuje się również filtr dolnoprzepustowy  $F_1$  oraz górnoprzepustowy  $F_2$ . Jest to jednak rozwiązanie uproszczone. W celu dokonania bardziej precyzyjnego modelowania korpusów wykorzystuje się aproksymację przy pomocy tub cylindrycznych tak, jak to zostało omówione powyżej (por. rys. 8-36).



Rys. 8-38. Przykład falowodowego modelowania instrumentów dętych stroikowych

Na rys. 8-39 przedstawiono falowodowy model organowej piszczałki wargowej opracowany w Katedrze Inżynierii Dźwięku Politechniki Gdańskiej przez S. Zielińskiego. Model ten zaimplementowano na cyfrowym procesorze sygnałowym. Falowodowy model organowej piszczałki wargowej składa się z dwóch linii opóźniających  $dl_1$  oraz  $dl_2$ , z których pierwsza odpowiedzialna jest za modelowanie fal bieżących wewnątrz korpusu piszczałki, natomiast druga wykorzystywana jest do modelowania strumienia powietrza. Model ten posiada szereg elementów pomocniczych, takich jak np. układ konwersji lub układ pierwiastkujący. Układy ten wykorzystywane są do sterowania punktem pracy modelu przy wykorzystaniu sygnału  $P(t)$  symulującego ciśnienie powietrza zasilające rzeczywistą piszczałkę. Do sterowania modelem piszczałki wykorzystano zewnętrzny klawiaturę muzyczną, dzięki czemu ułatwione było przeprowadzenie eksperymentów demonstrujących zachowanie się modelu w rzeczywistych warunkach gry oraz przeprowadzenie badań optymalizacyjnych. Na rys. 8-40a przedstawiono widmo dźwięku syntetycznego uzyskanego w oparciu o falowodowy model organowej piszczałki wargowej. Dla porównania na rys. 8-40b zaprezentowano widmo

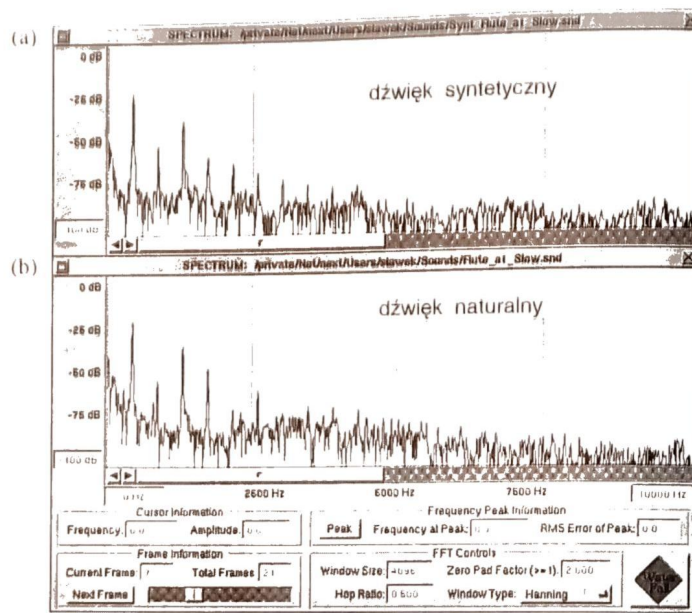


Rys. 8-39. Falowodowy model organowej piszczałki wargowej

oryginalnego dźwięku piszczałki organowej. Jak wynika z porównania wykresów, istnieje jakościowe podobieństwo pomiędzy nimi, co świadczy o wiarygodności zastosowanego modelu.

Ważną cechą algorytmów opartych na falowodowych modelach instrumentów dętych lub strunowych jest ich efektywność obliczeniowa połączona z jednoczesną możliwością stosowania artykulacji. Stąd też





Rys. 8-40. Widmo dźwięku organowej piszczałki wargowej: (a) dźwięk syntetyczny uzyskany przy użyciu modelu falowodowego; (b) dźwięk naturalny

algorytmy te są coraz częściej stosowane w instrumentach elektronicznych oraz w komputerowych kartach dźwiękowych.

Istotnym elementem procesu opracowywania falowodowych modeli instrumentów muzycznych jest projektowanie filtrów cyfrowych symulujących np. otwarte zakończenia korpusów lub otwory boczne. W tym celu można wykorzystać metody transformacji akustycznych systemów analogowych w cyfrowe (patrz następny paragraf).

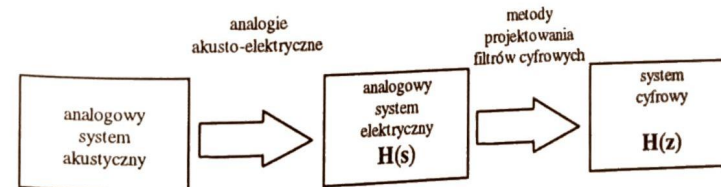
## 8.5 Metody transformacji akustycznych systemów analogowych w cyfrowe

Metody transformacji systemów analogowych w cyfrowe nie stanowią sobą metod syntezy dźwięku. Są one jednak użytecznym narzędziem projektowania filtrów cyfrowych symulujących działanie systemów akustycznych, dlatego też mogą być one z powodzeniem wykorzystane w

przypadku falowodowego modelowania instrumentów muzycznych. Poza tym metody transformacji akustycznych systemów analogowych w systemy cyfrowe mogą być zastosowane w wielu innych dziedzinach. Do najważniejszych z nich należy komputerowa analiza systemów akustycznych analogowych. W przypadku komputerowej analizy systemów akustycznych, np. głośników, buduje się odpowiednie modele cyfrowe, uwzględniające np. masę membrany głośnika, jej sztywność, podatność zawieszenie, itp. Dzięki takim modelom można dokonywać symulacji, pozwalających na analizę działania urządzeń akustycznych.

Zagadnienie transformacji analogowych systemów akustycznych w systemy cyfrowe można podzielić na etapy (rys. 8-41). W pierwszym z nich analogowy system akustyczny jest transformowany w analogowy układ elektryczny przy wykorzystaniu analogii akusto-elektrycznych, zwanych też analogiami akusto-mechano-elektrycznymi, czego efektem jest opis układu akustycznego przy pomocy odpowiadającej mu transmitancji systemu elektrycznego  $H(s)$ . Następnie, w drugim etapie dokonuje się transformacji analogowego układu elektrycznego w odpowiadający mu układ cyfrowy o transmitancji  $H(z)$ . W tym celu stosuje się klasyczne metody projektowania filtrów cyfrowych o nieskończonej odpowiedzi impulsowej, mianowicie metodę niezmienności odpowiedzi impulsowej oraz metodę biliniową.

W przypadku transformacji systemów akustycznych w systemy cyfrowe zakłada się, że transformowane systemy są systemami liniowymi. Przy odpowiednich założeniach, istnieje również możliwość transformacji systemów nieliniowych. W niniejszym rozdziale najpierw przedstawione zostaną zasady transformacji akusto-elektrycznych, pozwalających na opisanie układów akustycznych przy pomocy transmitancji odpowiadających im analogowych układów elektrycznych. Następnie omówiona zostanie metoda niezmienności odpowiedzi impulsowej oraz metoda biliniowa, pozwalające na ostateczne zaprojektowanie filtru cyfrowego, będącego modelem cyfrowym transformowanego systemu analogowego.



Rys. 8-41. Etapy transformacji analogowych systemów akustycznych w systemy cyfrowe


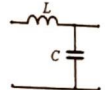
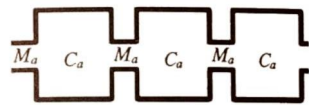
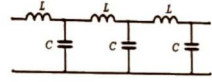
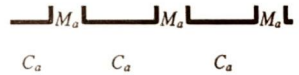
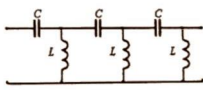
Pierwszym etapem transformacji systemów akustycznych w cyfrowe jest zamiana systemu akustycznego w odpowiadający mu analogowy system elektryczny opisany przy pomocy transmitancji  $H(s)$ . W tym celu wykorzystuje się analogie akusto-elektryczne. Analogie te polegają na zamianie poszczególnych elementów systemu akustycznego (np. masy, rezystancji akustycznej, podatności akustycznej, itp.) odpowiadającymi im elementami elektrycznymi (cewka, rezystor, kondensator). Na przykład w układzie elektrycznym indukcyjność jest analogią masy układu akustycznego, rezystancja elektryczna analogią rezystancji akustycznej, z kolei pojemność elektryczna jest analogią podatności akustycznej (odwrotności sztywności). Przy tworzeniu układu elektrycznego, analogicznego do układu akustycznego, powstaje często wątpliwość, czy elementy elektryczne należy łączyć szeregowo, czy równolegle. Opierając się na analogiach: napięcia do siły i do ciśnienia akustycznego oraz prądu do prędkości akustycznej, można ustalić dwie następujące zasady:

- Elementy elektryczne odpowiadające elementom akustycznym, mającym jednakową prędkość akustyczną (liniową lub objętościową), muszą być w układzie elektrycznym w ten sposób połączone, aby przepływał przez nie ten sam prąd, a więc – szeregowo,
- Elementy elektryczne odpowiadające elementom akustycznym, poddanym działaniu jednakowej siły lub jednakowego ciśnienia akustycznego, muszą być w układzie elektrycznym połączone w taki sposób, aby było do nich doprowadzone to samo napięcie, a więc równolegle.

W tab. 8-1 zestawiono przykłady transformacji systemów akustycznych w systemy elektryczne. W pierwszej kolumnie tabeli pokazane są odpowiednio: dolnoprzepustowy filtr akustyczny drugiego rzędu, dolnoprzepustowy filtr akustyczny szóstego rzędu oraz górnoprzepustowy filtr akustyczny szóstego rzędu. Symbole  $M_a$  oraz  $C_a$  oznaczają masę oraz podatność akustyczną. W drugiej kolumnie zaprezentowane są trzy przykłady filtrów elektrycznych odpowiadających filtrom akustycznym. Z kolei w ostatniej kolumnie podane są odpowiadające im transmitancje filtrów elektrycznych.

W niektórych przypadkach, dotyczących szczególnie skomplikowanych systemów akustycznych, zastosowanie powyżej opisanych analogii akusto-elektrycznych nie jest łatwe. W takich sytuacjach można zastosować metodę pomiarową. Polega ona na znalezieniu odpowiedzi impulsowej rozpatrywanego układu akustycznego, zwanej funkcją odbicia. Dokonuje się tego poprzez doprowadzenie na wejście analizowanego układu akustycznego impulsu ciśnieniowego (typu Delta), a następnie zarejestrowanie odpowiedzi badanego układu akustycznego, czyli

Tab. 8-1. Przykłady transformacji systemów akustycznych w systemy elektryczne

system akustyczny	system elektryczny	transmitancja $H(s)$
		$\frac{1}{1 + s^2 LC}$
		$\frac{1}{(1 + s^2 LC)^3}$
		$\left( \frac{s^2 LC}{1 + s^2 LC} \right)^3$

funkcji odbicia  $r(t)$ . Ze względu na to, że z punktu widzenia matematycznego funkcja odbicia  $r(t)$  jest oryginałem (spełnia warunek przyczynowości oraz spełnia warunek polegający na tym, że sygnał jest gasnący, tzn. jego energia maleje do zera w miarę upływu czasu jego trwania), impedancję  $Z(s)$  badanego systemu można określić poprzez zastosowanie transformacji Laplace'a zarejestrowanej funkcji odbicia, czyli:

$$Z(s) = \int_0^{\infty} r(t) e^{-st} dt = L[r(t)] \quad (8-34)$$

gdzie  $L$  oznacza transformację Laplace'a. Analogicznie, metodę tę można zastosować do analizy bardziej złożonych układów akustycznych, co pozwala na pomiar ich odpowiedzi  $h(t)$  na impulsowe pobudzenie ciśnieniowe, a następnie poprzez zastosowanie transformacji Laplace'a na obliczenie ich transmitancji  $H(s)$  na podstawie zależności:



$$H(s) = \int_0^{\infty} h(t)e^{-st} dt = L[h(t)] \quad (8-35)$$

Kolejnym krokiem w procesie transformacji systemów akustycznych w systemy cyfrowe jest zastąpienie elektrycznych systemów analogowych odpowiadającymi im systemami cyfrowymi. W tym celu wykorzystuje się metodę niezmienności odpowiedzi impulsowej lub metodę biliniową.

#### 8.4.3.1 Metoda niezmienności odpowiedzi impulsowej

Metoda niezmienności odpowiedzi impulsowej (ang. *Impulse-Invariant Transformation*) jest standardową metodą pozwalającą na zamianę systemów analogowych w cyfrowe. Zarówno metoda niezmienności odpowiedzi impulsowej, jak i omawiana w dalszej części opracowania metoda biliniowa, przekształcają transmitancje systemów analogowych  $H(s)$  w transmitancje filtrów cyfrowych  $H(z)$  o nieskończonej odpowiedzi impulsowej.

Cechą charakterystyczną metody niezmienności odpowiedzi impulsowej jest niezmiennosc odpowiedzi impulsowej systemu analogowego, co wyraża wzór:

$$h_c(n) = T \cdot h(n \cdot T) \quad (8-36)$$

gdzie:  $h_c(n)$  jest odpowiedzią impulsową systemu cyfrowego (tzn. systemu z czasem dyskretnym),  $h(t)$  jest oryginalną odpowiedzią impulsową systemu analogowego (systemu z czasem ciągłym), natomiast  $T$  jest okresem próbkowania. Innymi słowy, metoda ta polega na próbkowaniu odpowiedzi impulsowej systemu analogowego, a następnie wykorzystaniu jej jako odpowiedzi impulsowej systemu cyfrowego.

W praktyce, transformacja metodą niezmienności odpowiedzi impulsowej nie jest wykonywana w dziedzinie czasu, ale w dziedzinie częstotliwości. Najpierw transmitancję systemu analogowego należy zapisać jako następującą sumę:

$$H(s) = \frac{C_1}{s-p_1} + \frac{C_2}{s-p_2} + \dots + \frac{C_M}{s-p_M} = \sum_{k=1}^M \frac{C_k}{s-p_k} \quad (8-37)$$

gdzie:  $M$  - rząd systemu analogowego (liczba biegunów),  $C_k$  - współczynniki wynikające z rozwinięcia transmitancji systemu analogowego do postaci (8-37), natomiast  $p_k$  są biegunami wspomnianej transmitancji. Transmitancja systemu cyfrowego o tej samej odpowiedzi impulsowej może być wyrażona jako:

$$H(z) = \frac{C_1}{1-e^{p_1 T} z^{-1}} + \frac{C_2}{1-e^{p_2 T} z^{-1}} + \dots + \frac{C_M}{1-e^{p_M T} z^{-1}} = \sum_{k=1}^M \frac{C_k}{1-e^{p_k T} z^{-1}} \quad (8-38)$$

Jak wynika z powyższych rozważań, transformacja systemów analogowych w systemy cyfrowe przy pomocy metody niezmienności odpowiedzi impulsowej może być przedstawiona w sposób poglądowy przy pomocy Tab. 8-2. Wadą transformacji dokonywanej metodą niezmienności odpowiedzi impulsowej jest zmiana odpowiedzi widmowej systemu cyfrowego w porównaniu z wzorcowym systemem analogowym wynikająca z faktu nakładania się widm. Stąd też metoda niezmienności odpowiedzi impulsowej nie może być stosowana do transformacji akustycznych filtrów górnoprzepustowych. Pomimo to, jej błąd jest pomijalny w przypadku filtrów dolnoprzepustowych o względnie małej częstotliwości odcięcia.

Tab. 8-2. Przykładowe transformacje metodą niezmienności odpowiedzi impulsowej

transmitancja systemu analogowego $H(s)$	transmitancja systemu cyfrowego $H(z)$
$H(s) = \frac{C}{s-p}$	$H(z) = \frac{C}{1-e^{pT}z^{-1}}$
$H(s) = \sum_{k=1}^M \frac{C_k}{s-p_k}$	$H(z) = \sum_{k=1}^M \frac{C_k}{1-e^{p_k T}z^{-1}}$