

# 《控制理论综合实验》

## 《实验六》

### 《线性系统综合与校正》

姓名：曾文正  
班级：校交 1701  
学号：U201715853  
日期：2020 年 7 月 12 日

# 实验六 线性系统综合与校正

## 一、实验目的和任务

- 掌握线性系统的校正原理及校正方法，根据时域指标和频域指标间的关系，设计满足性能指标要求的校正装置。
- 熟练运用 Matlab 系统设计工具箱，对校正前后控制系统的时域或频域特性进行分析，选择合适的校正参数。
- 根据系统的数学模型在模拟机上构建系统，并根据已确定的校正参数选择合适的元器件。

## 二、实验原理

控制系统的时域分析法，线性系统的频域分析法，线性系统的校正方法。

## 三、实验步骤

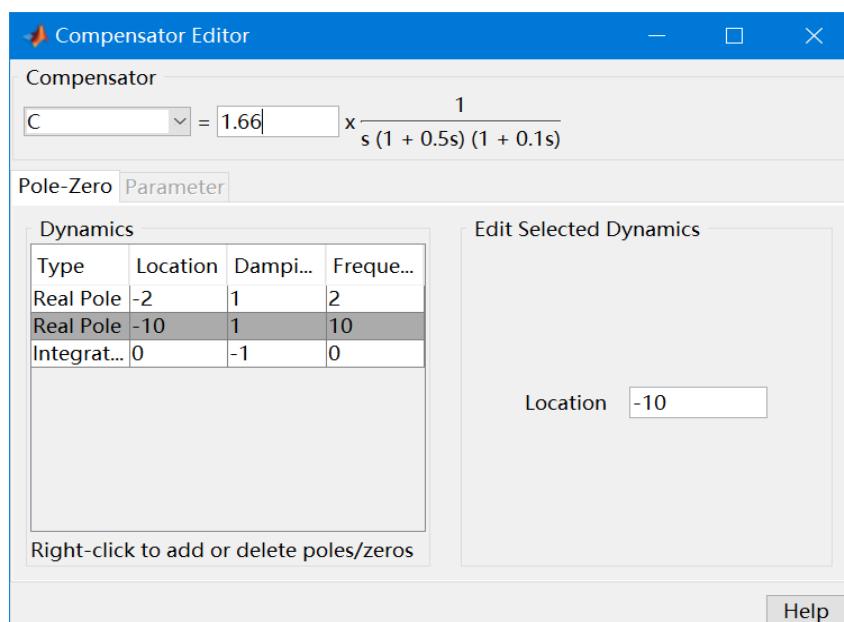
利用 Simulink 和 Simscape 对下列系统进行分析，设计满足性能指标的要求的装置，写出设计过程，记录实验电路图并分析实验结果。

## 四、实验内容和分析

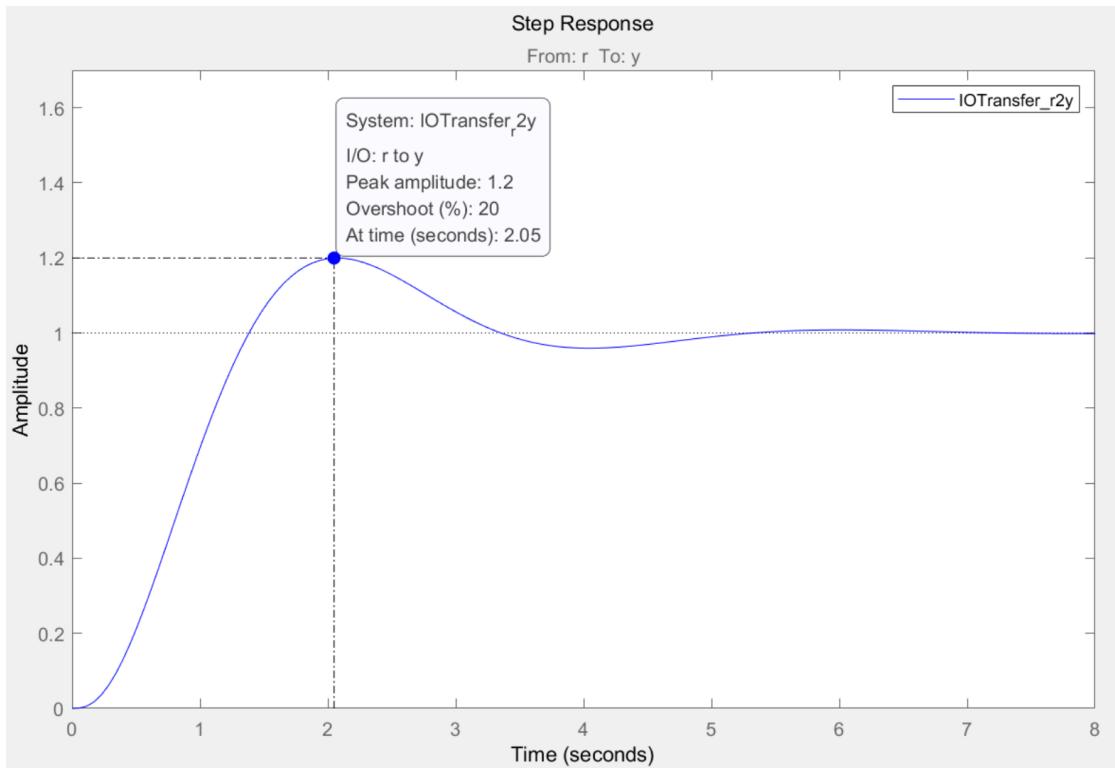
1、设单位反馈系统的开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K}{s(s+2)(s+10)}$$

1) 如果要求系统在单位阶跃输入作用下的超调量  $\sigma\% = 20\%$ ，试确定 K 值；由于该系统为三阶系统，而非二阶系统，因此无法套用二阶系统的公式来求出满足要求的 K。这里通过不断微调参数，观察得到合适的 K。因为随着 K 增大系统超调量逐渐增大，所以对 K 逐步微调可以得到：当  $K/20=1.66$  时，即  $K=33.2$  时，超调量  $\sigma\% = 20\%$ 。

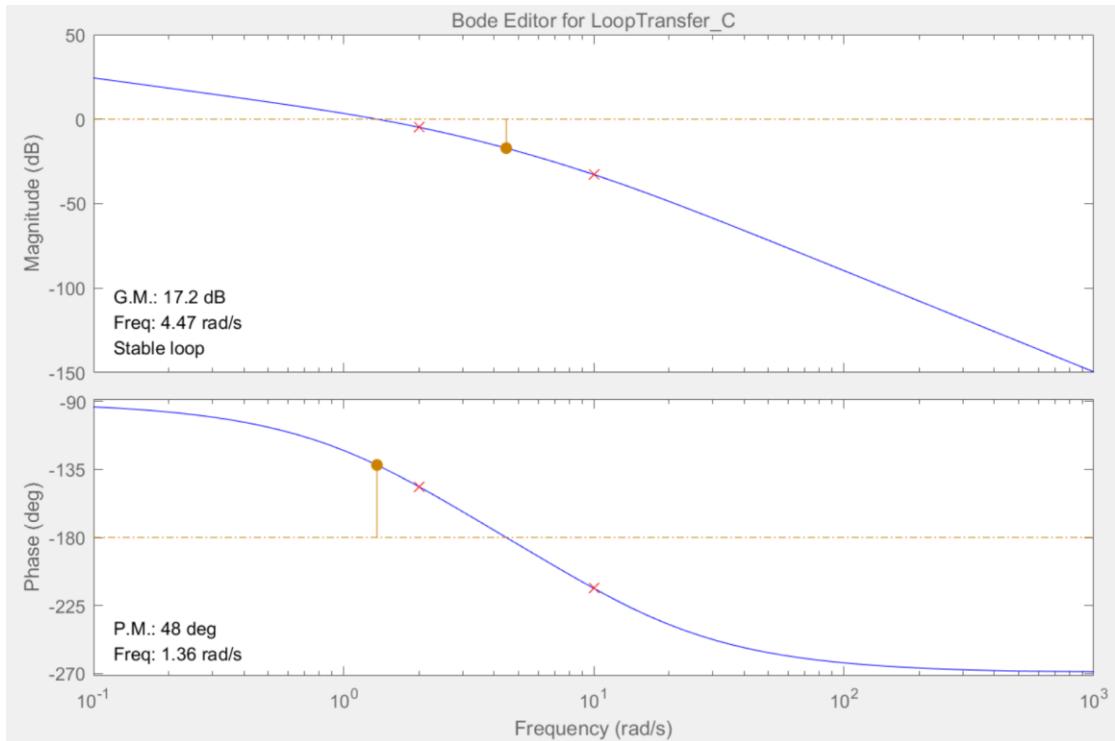


## 实验报告



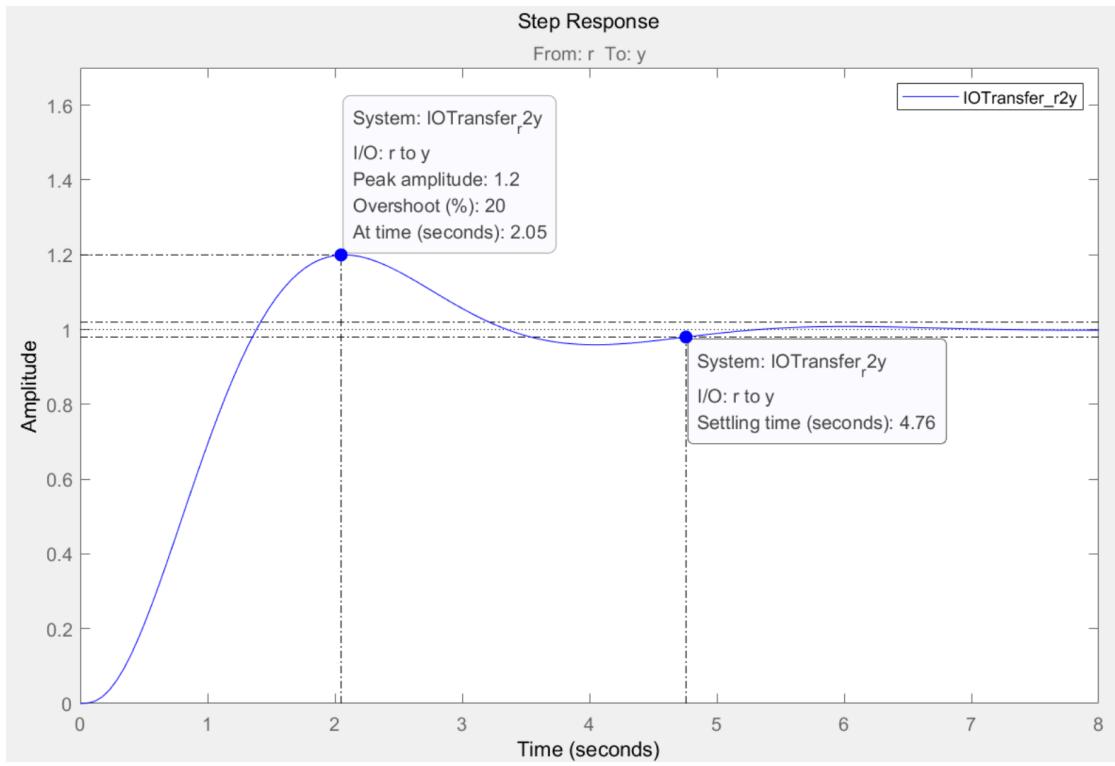
2) 根据所确定的 K 值, 作出系统的 Bode 图。记录系统在单位阶跃输入下的调节时间  $t_s$ ;

Bode 图如下图所示:



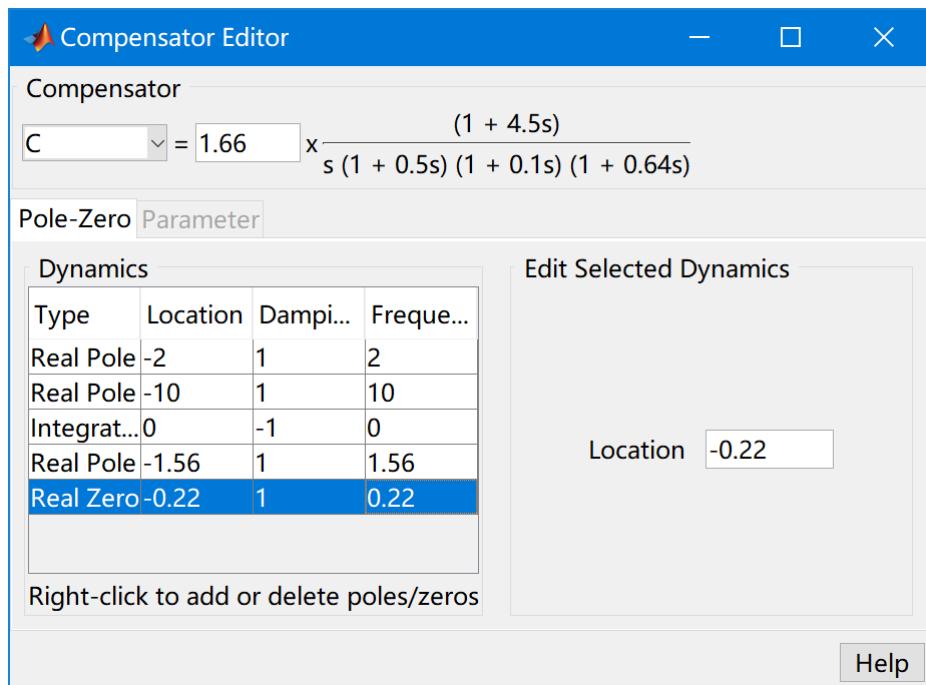
时域响应图如下:

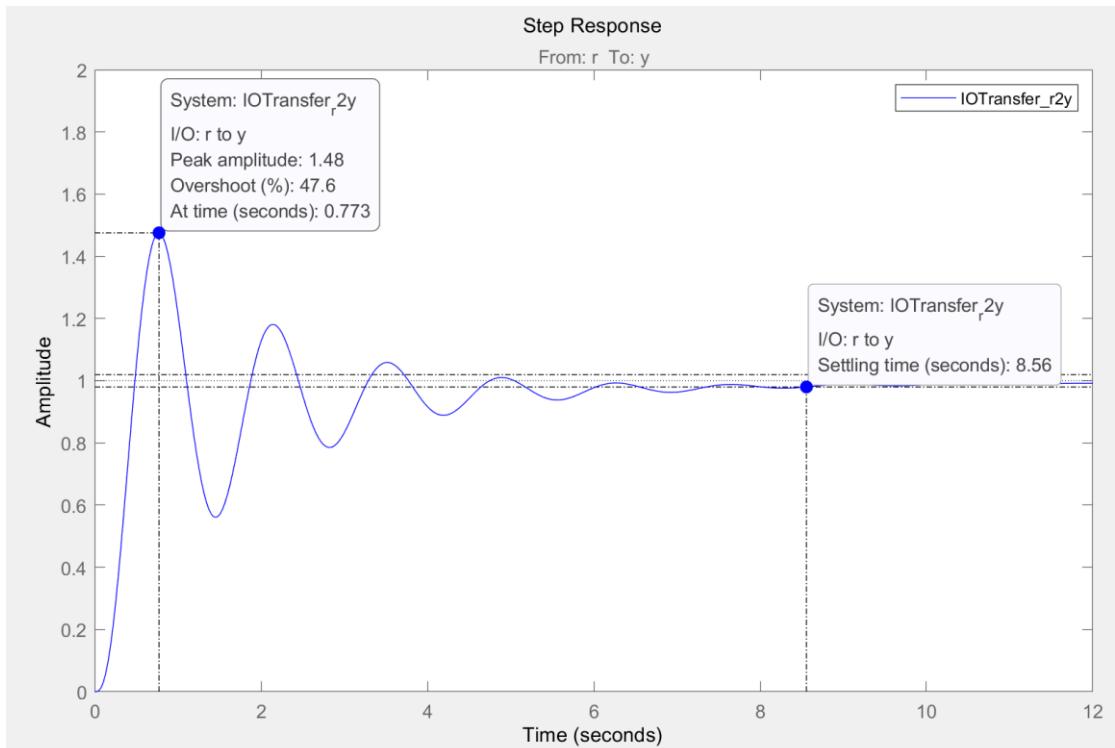
## 实验报告



由上图可知，系统在单位阶跃输入下的调节时间  $t_s = 4.76s$ 。

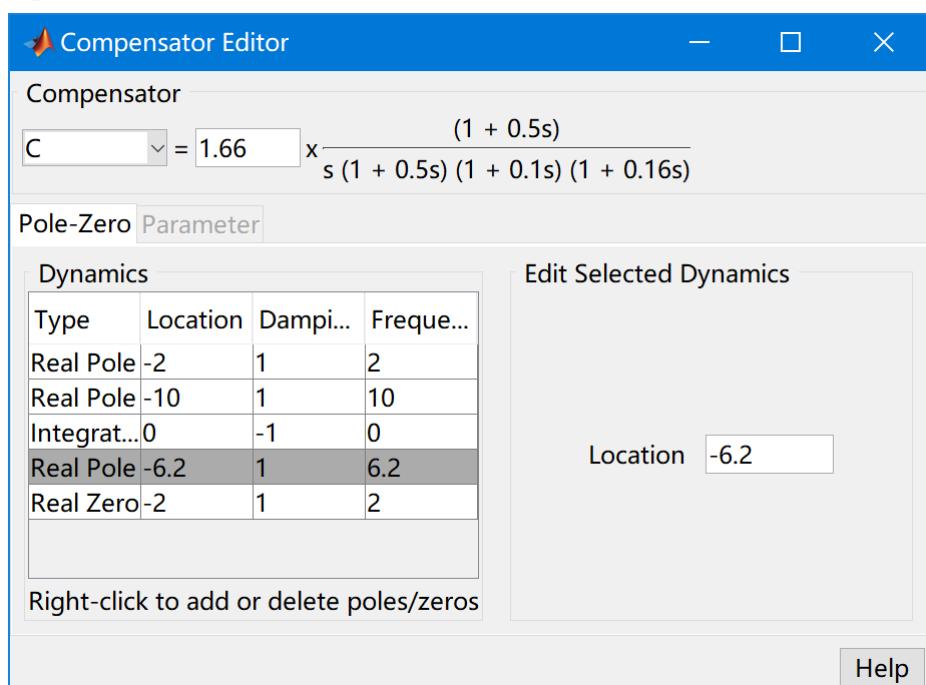
- 3) 若在前向通道串联一个  $G_c(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + T_1 s}$  的环节，其中  $\tau_1 = 4.55$ ， $T_1 = 0.64$ ，能否使  $\sigma\% \leq 25\%$ ， $t_s$  缩短至原来的  $1/2$  及以上，若不能，如何调整参数  $\tau_1$ 、 $T_1$ 。  
在前向通道串联  $G_c(s)$  后，开环传递函数如下。



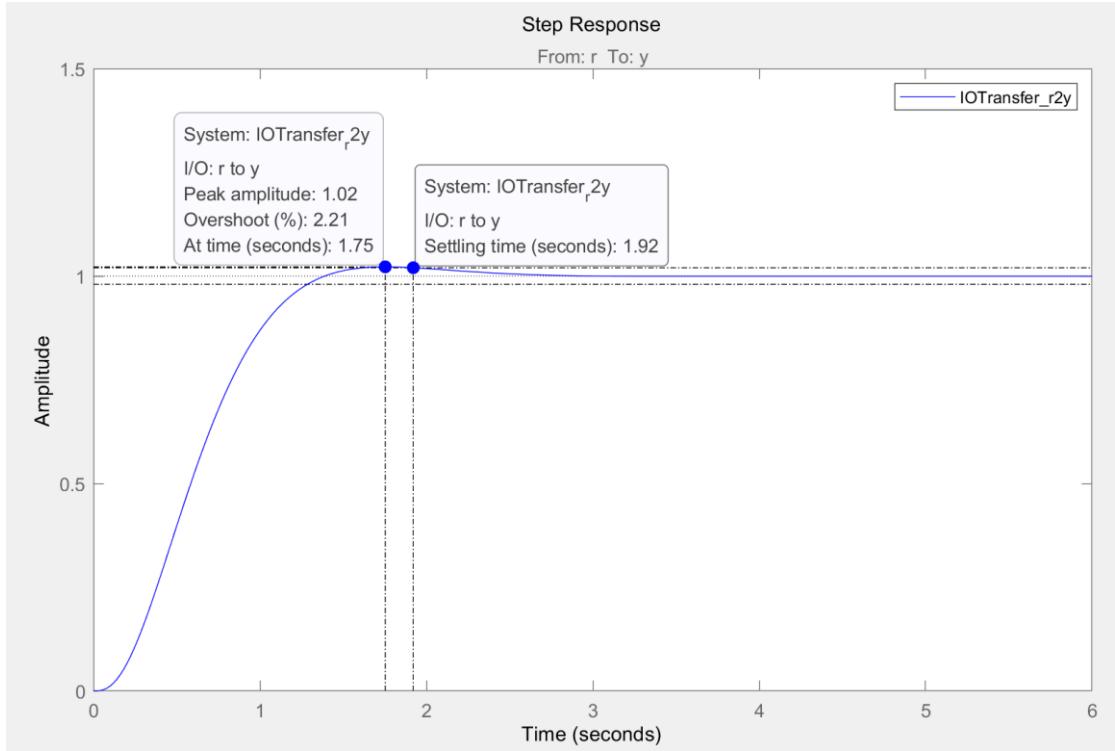


上图为单位阶跃响应。此时超调量为 47.6% > 25%，调节时间 8.55s > 2.38s，显然不能满足要求。

由题意，补偿环节给系统分别添加了一个实轴上的零点和极点。由于增加极点会使得系统超调量和调节时间都有所增加，且极点离 y 轴越远影响越小。再经过各种尝试后知道，在某些特定范围内增加零点可显著提升系统性能。最后发现，若令零点为 -2，极点为 -6.2 可满足题目要求：超调量为 2.21% < 25%，调节时间为  $2.36s \leq \frac{1}{2}t_s = 2.38s$ 。



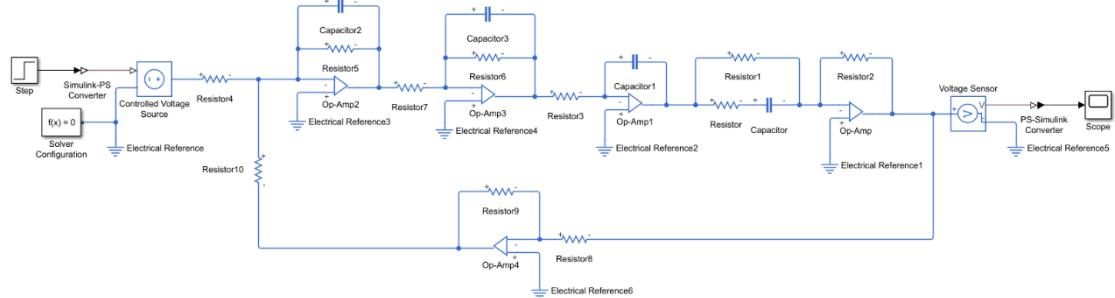
## 实验报告



因此，加入补偿环节后开环传递函数为：

$$G(s) = 1.66 \times \frac{1 + 0.5s}{1 + 0.16s} \times \frac{1}{s} \times \frac{1}{1 + 0.5s} \times \frac{1}{1 + 0.1s}$$

Simulink 搭建仿真电路：



其中前向通道四个环节依次为  $-1.66 \times \frac{1}{1 + 0.5s}$ 、 $-\frac{1}{1 + 0.1s}$ 、 $-\frac{1}{s}$ 、 $-\frac{1 + 0.5s}{1 + 0.16s}$ 。

示波器结果为：



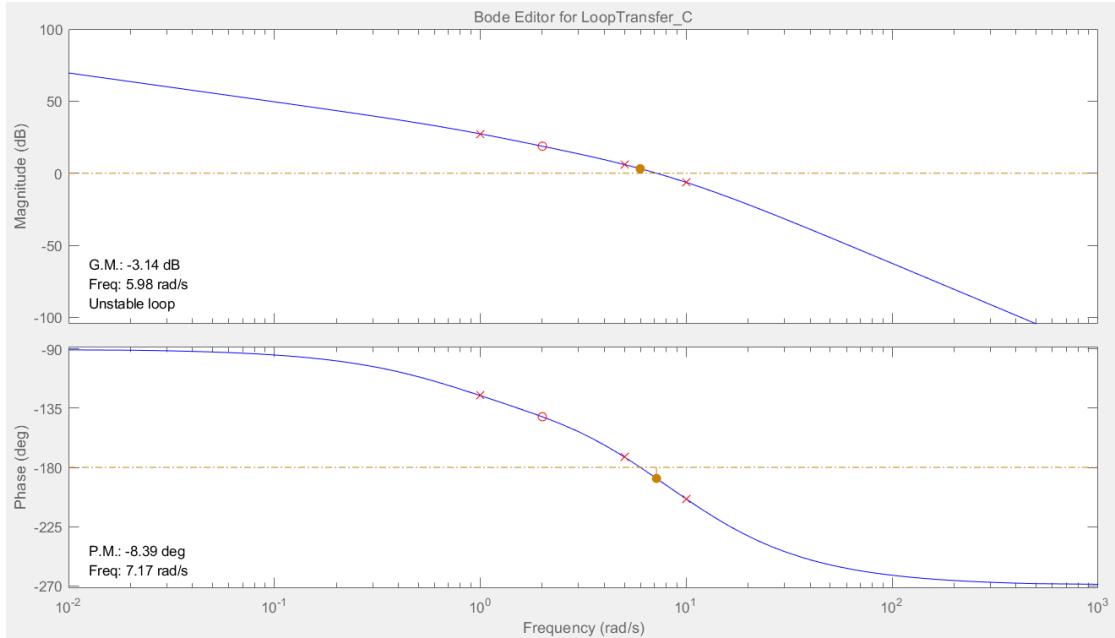
与之前仿真结果基本相同，且符合题目要求。

## 2、单位反馈系统的开环传递函数为

$$G(s) = \frac{30(0.5s + 1)}{s(s + 1)(0.2s + 1)(0.1s + 1)}$$

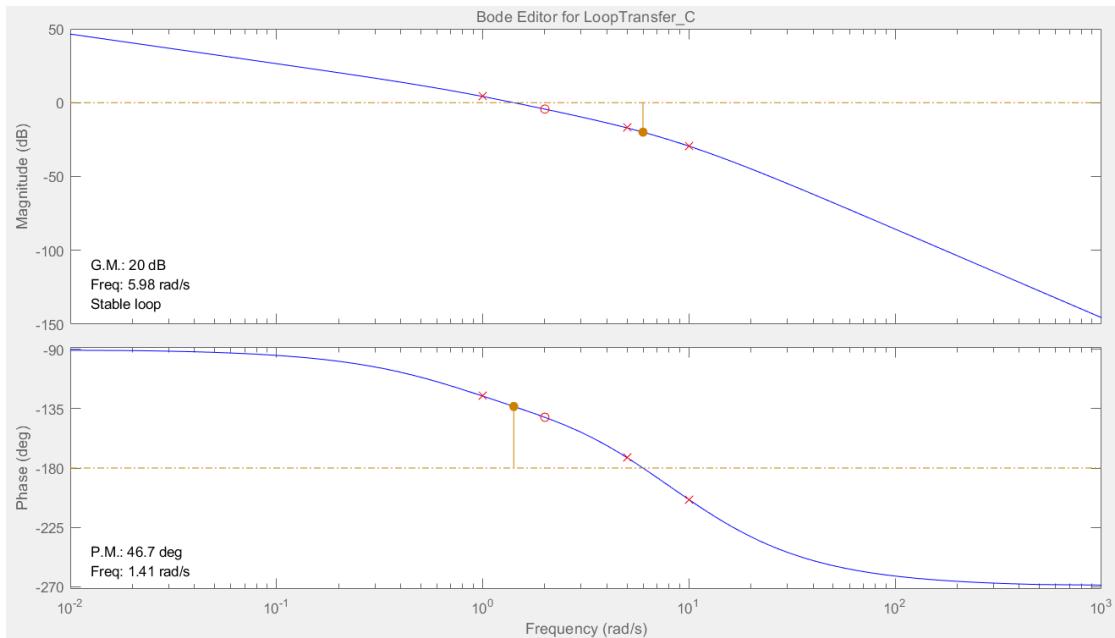
分析系统能否满足相角裕度  $\gamma \geq 45^\circ$ , 增益裕量  $\geq 6\text{dB}$  的要求, 若不能, 请设计合适的校正装置。

首先画出原系统的 Bode 图。



由 Bode 图可以发现相角裕度为  $\gamma = -8.39^\circ < 45^\circ$ , 并且增益裕度为  $-3.14\text{dB} < 6\text{dB}$ , 均不满足要求。

设计校正装置: 选择利用比例控制规律。减小  $K_p$  可以提高系统稳定性, 因此从 1 开始减小  $K_p$  进行尝试。当  $K_p$  为 0.07 时可达到要求, 因此选择  $K_p = 0.07$ 。其中相角裕度为  $\gamma = 46.7^\circ > 45^\circ$ , 增益裕度为  $20\text{dB} > 6\text{dB}$ , 如下图所示。

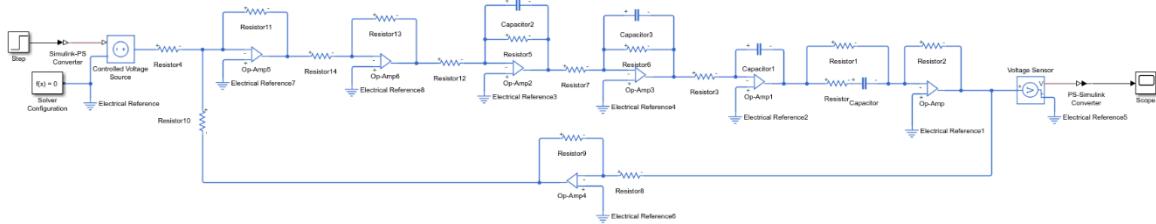


在加入校正装置后开环传递函数为:

## 实验报告

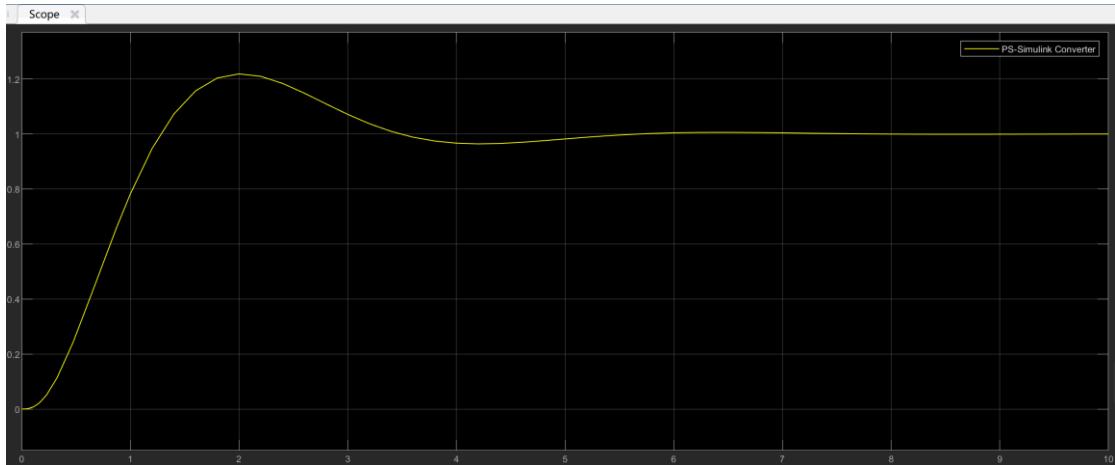
$$G(s) = 0.07 \times \frac{30(0.5s + 1)}{s(s + 1)(0.2s + 1)(0.1s + 1)}$$

使用 Simulink 来搭建仿真电路：



其中前向通道六个环节依次为： $-0.07$ 、 $-30$ 、 $-\frac{1}{s+1}$ 、 $-\frac{1}{0.2s+1}$ 、 $-\frac{1}{s}$ 、 $-\frac{0.5s+1}{0.1s+1}$

示波器结果为：



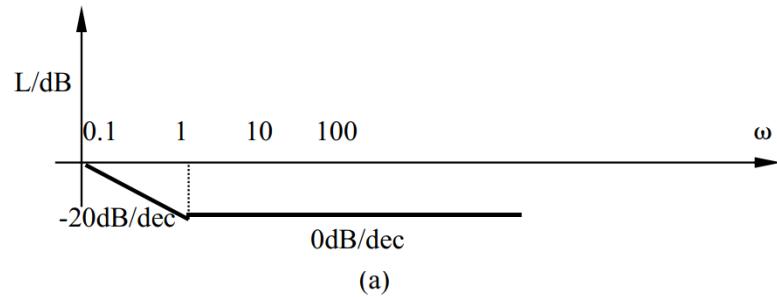
与仿真结果基本相同，且满足题目要求。

3、如图所示三种串联网络特性，它们均由最小相角环节组成，若控制系统为单位反馈系统，其开环传递函数为

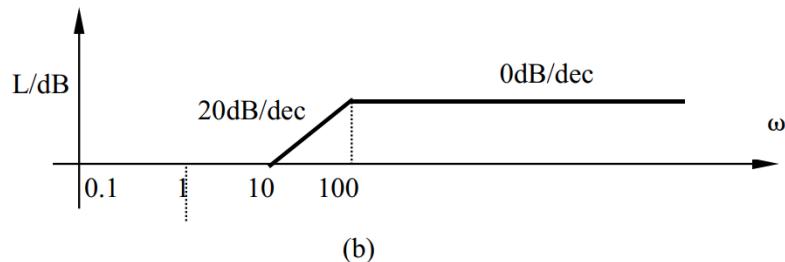
$$G(s) = \frac{400}{s^2(0.01s + 1)}$$

试求：1) 系统加入哪一种串联网络，可使校正系统的稳定程度最好？

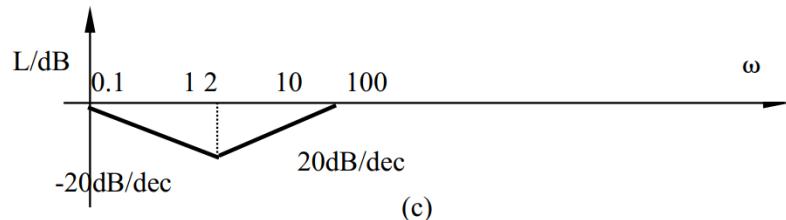
2) 为了将 12Hz 的正弦波噪声削弱 10 倍左右，你确定采用哪种串联网络特性？



(a)



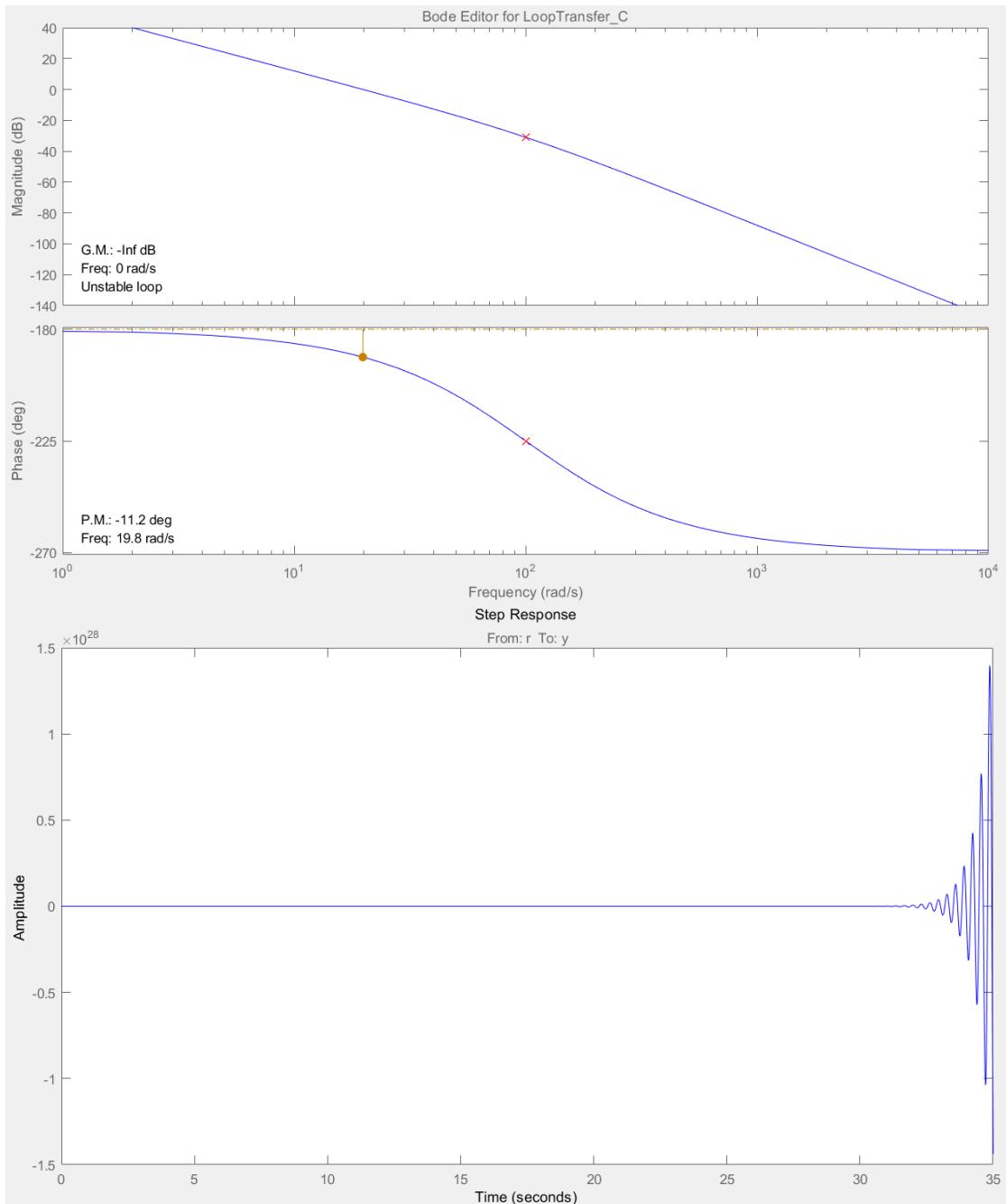
(b)



(c)

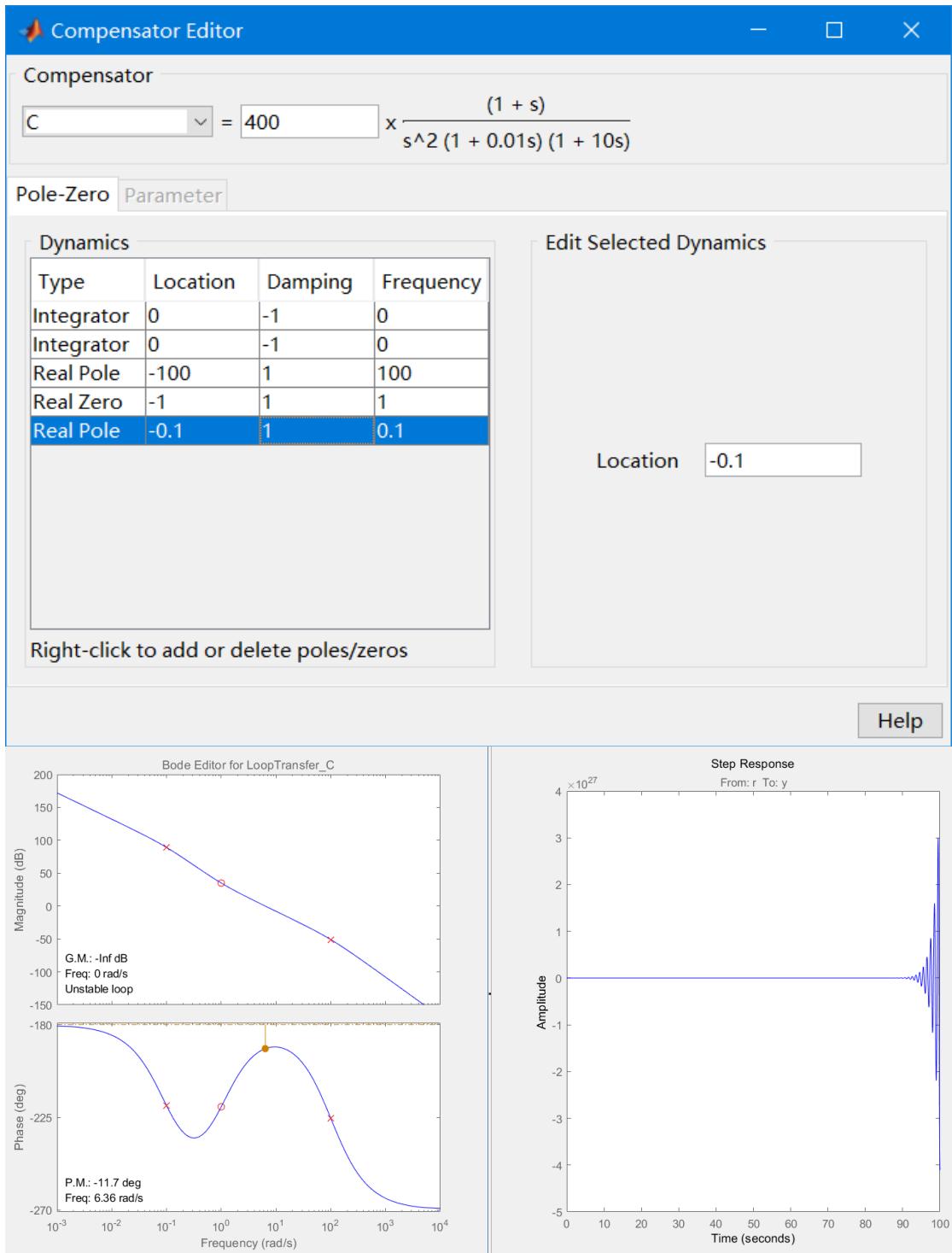
1) 原系统 Bode 图和时域响应如下：

## 实验报告



可以发现原系统并不稳定，相角裕度为  $\beta = -11.2^\circ$ ，而增益裕度为负无穷大。

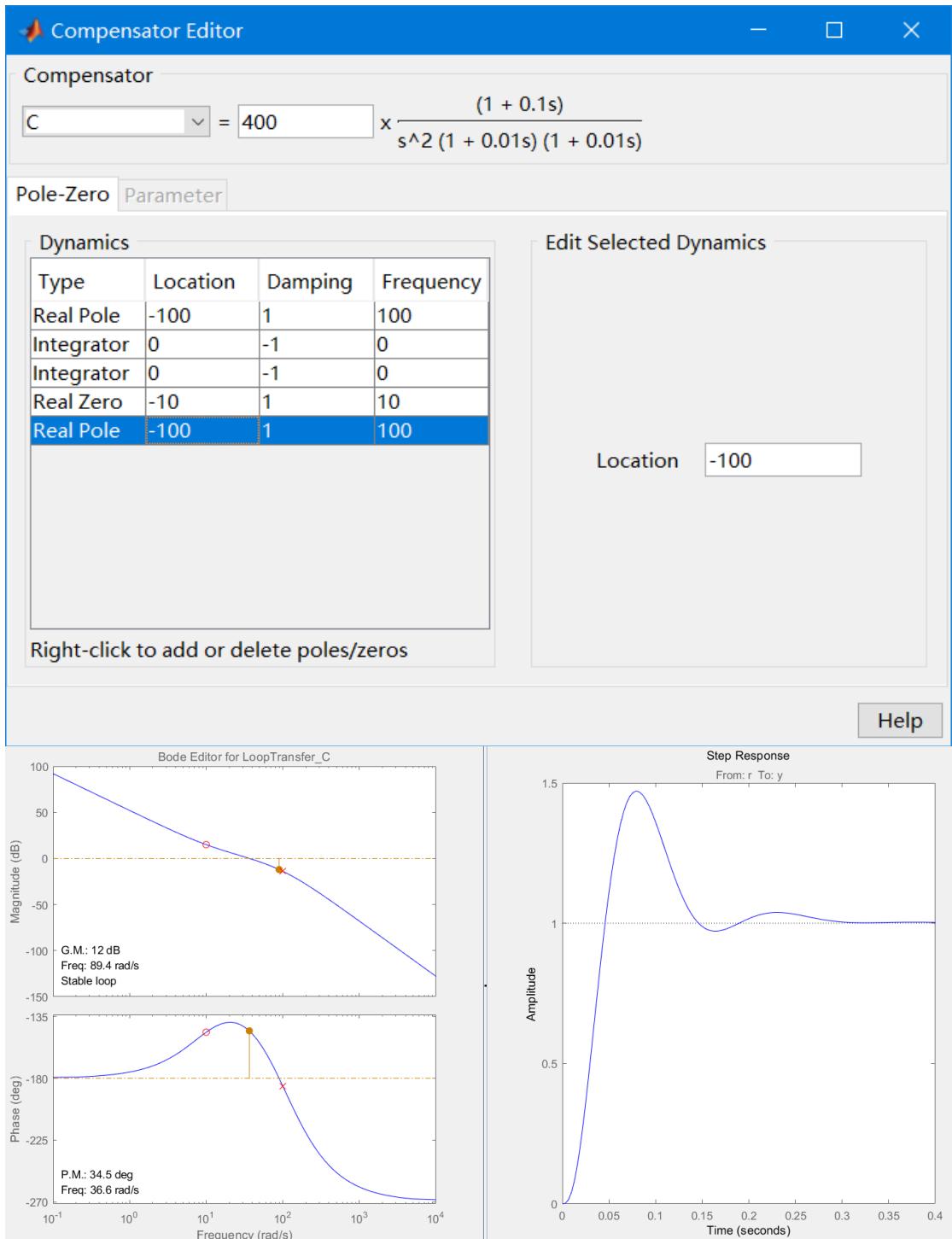
对于(a)：串联网络的传递函数为  $G_a(s) = \frac{1+s}{1+10s}$ ，加入(a)以后的 Bode 图和时域响应如下：



可以看到，相角裕度为  $\beta = -11.7^\circ$ ，增益裕度为负无穷大，显然校正后系统不稳定。

对于(b)：串联网络的传递函数为  $G_b(s) = \frac{1 + 0.1s}{1 + 0.01s}$ ，加入(b)以后的 Bode 图和时域响应如下：

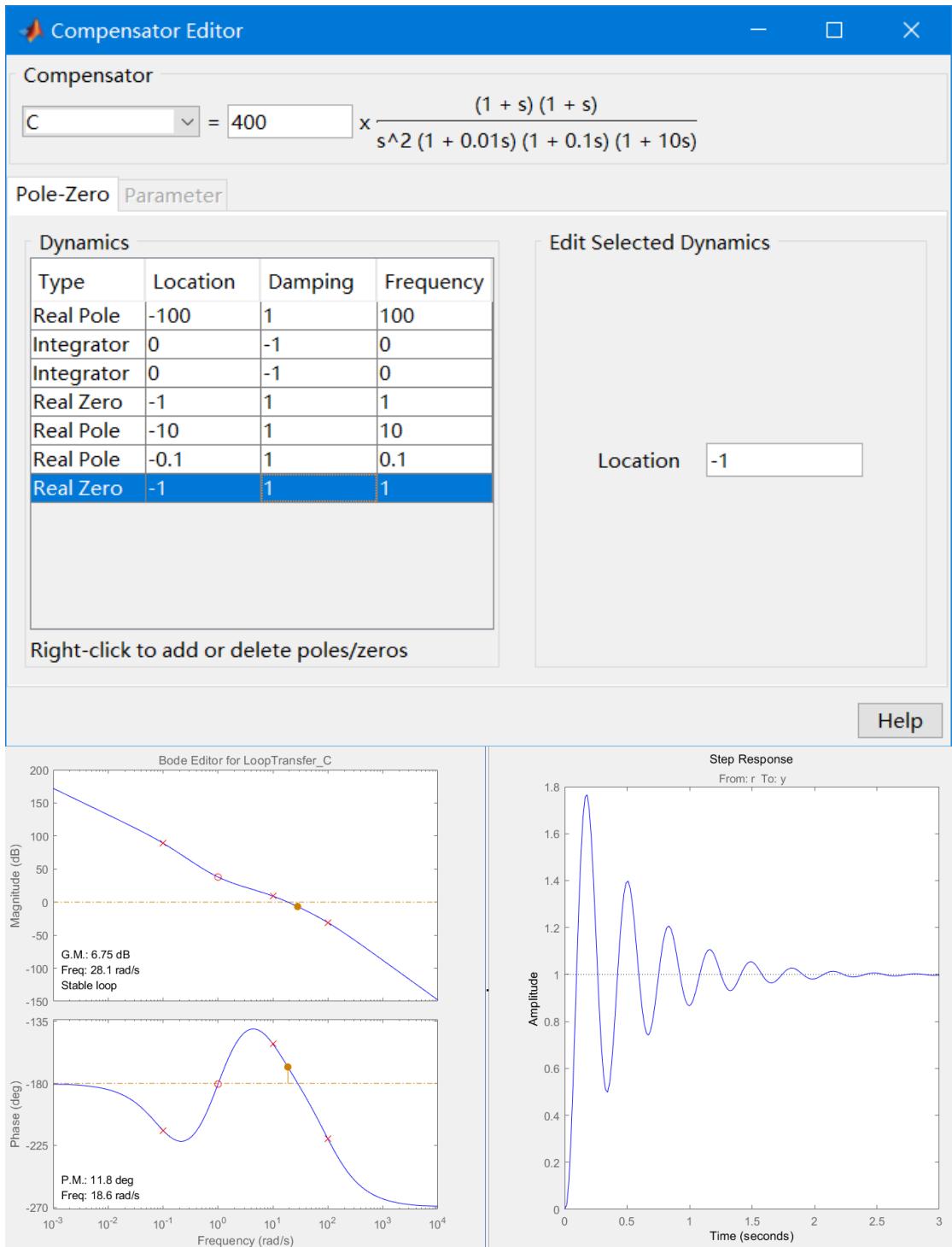
## 实验报告



可以看到，相角裕度为  $\gamma = 34.5^\circ$ ，增益裕度为  $K_g = 12 \text{ dB}$ ，系统稳定。

对于(c): 如果按照老师口头更改的条件的话 (转折点分别是 0.1, 1, 10)，那么串联网络的传递函数为  $G_c(s) = \frac{(1+s)^2}{(1+10s)(1+0.1s)}$ ，加入(c)以后的 Bode 图和时域响应如下：

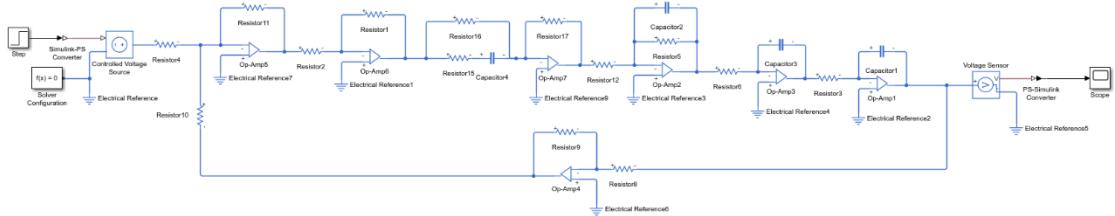
## 实验报告



可以看到，相角裕度为  $\beta = 11.8^\circ$ ，增益裕度为  $K_g = 6.75 \text{ dB}$ ，系统较稳定，但是不如(b)稳定。因此选择(b)。

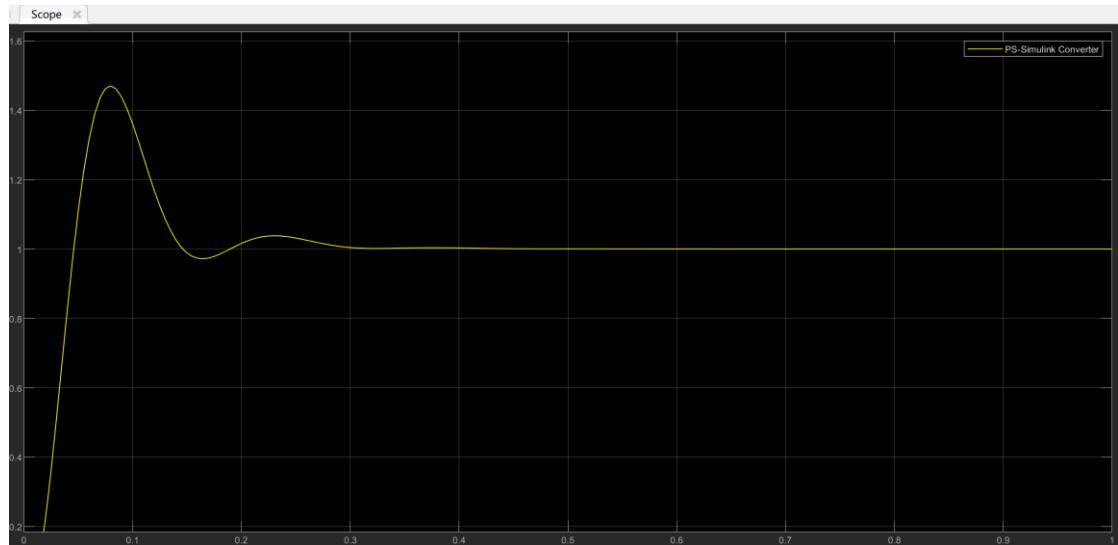
加入(b)串联网络后开环传递函数为  $G(s) = \frac{(1 + 0.1s)}{(1 + 0.01s)} \times \frac{400}{s^2(0.01s + 1)}$ 。

## 实验报告



其中前向通道六个环节依次为  $-20$ 、 $-20$ 、 $-\frac{1+0.1s}{1+0.01s}$ 、 $-\frac{1}{0.01s+1}$ 、 $-\frac{1}{s}$ 、 $-\frac{1}{s}$

示波器结果：



与在 control system designer 中仿真（串入 b）基本相同，符合题意。

- 2) 为了将 12Hz 的正弦波噪声削弱 10 倍左右，你确定采用哪种串联网络特性？

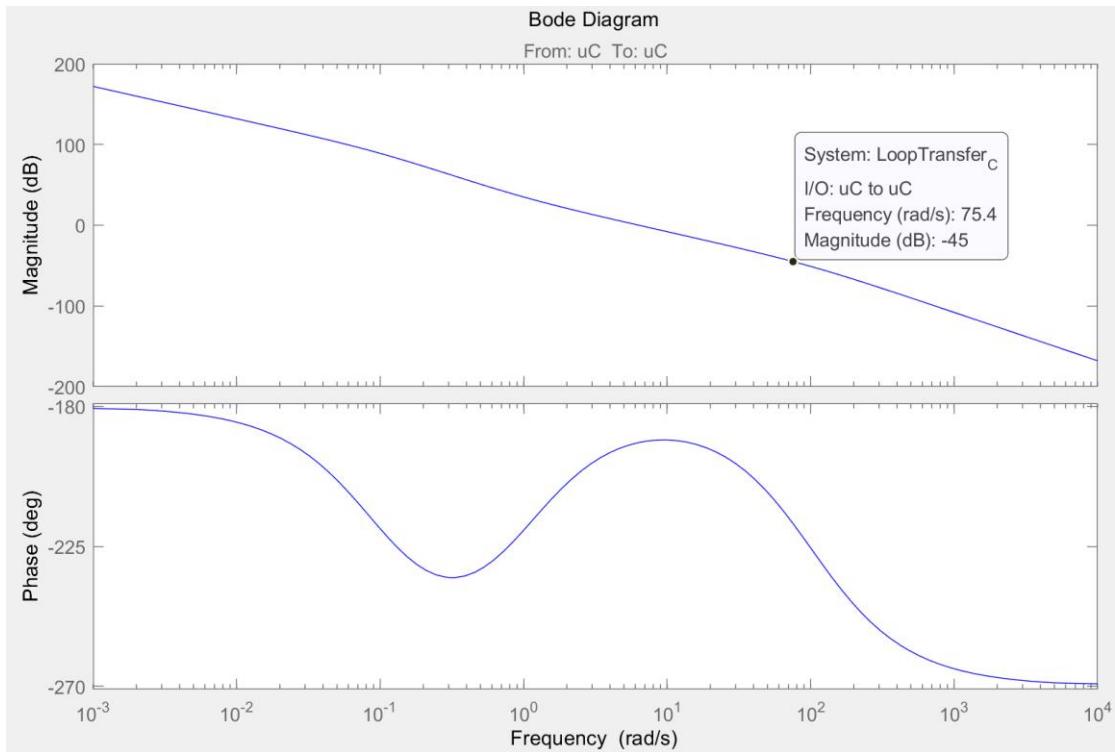
$$w = 2\pi f = 75.4 \text{ rad/s}$$

根据题目要求， $w=75.4 \text{ rad/s}$  时，幅频特性曲线的幅值增益为  $-20 \text{ dB}$  左右，才能满足幅值为原来的 10 分之一。

(a) 校正网络传递函数为：  $G_c(s) = \frac{s+1}{10s+1}$

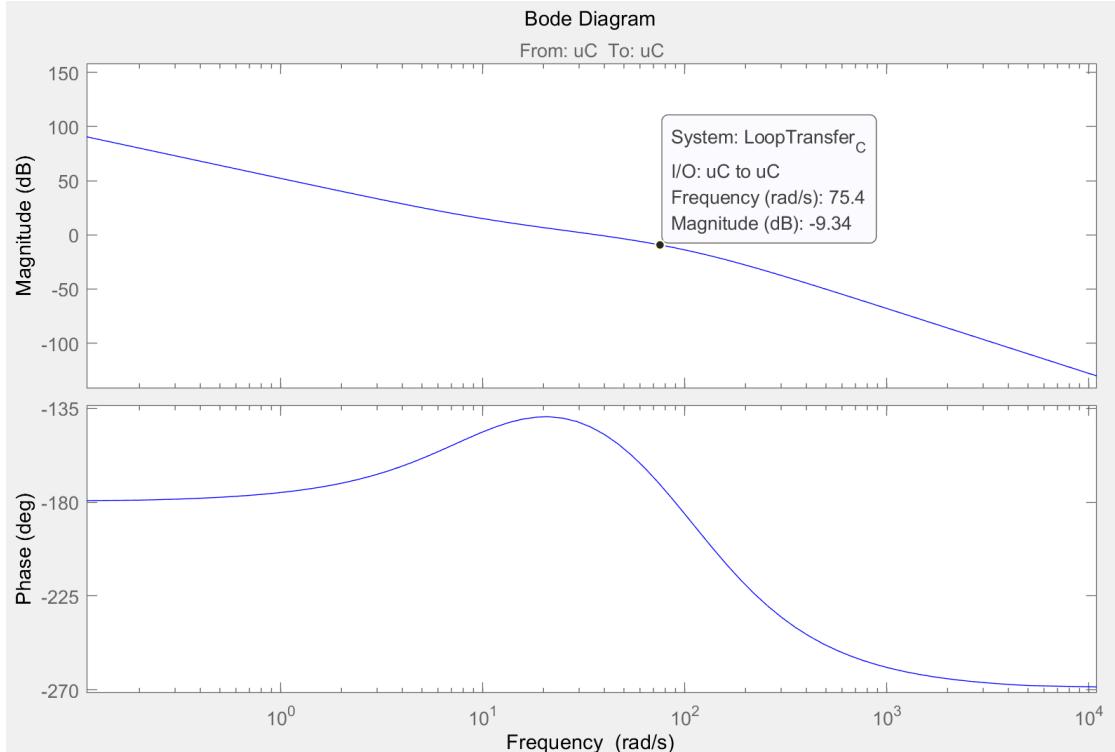
此时整体的开环传递函数为  $G(s) = \frac{s+1}{10s+1} \cdot \frac{400}{s^2(0.01s+1)}$

## 实验报告



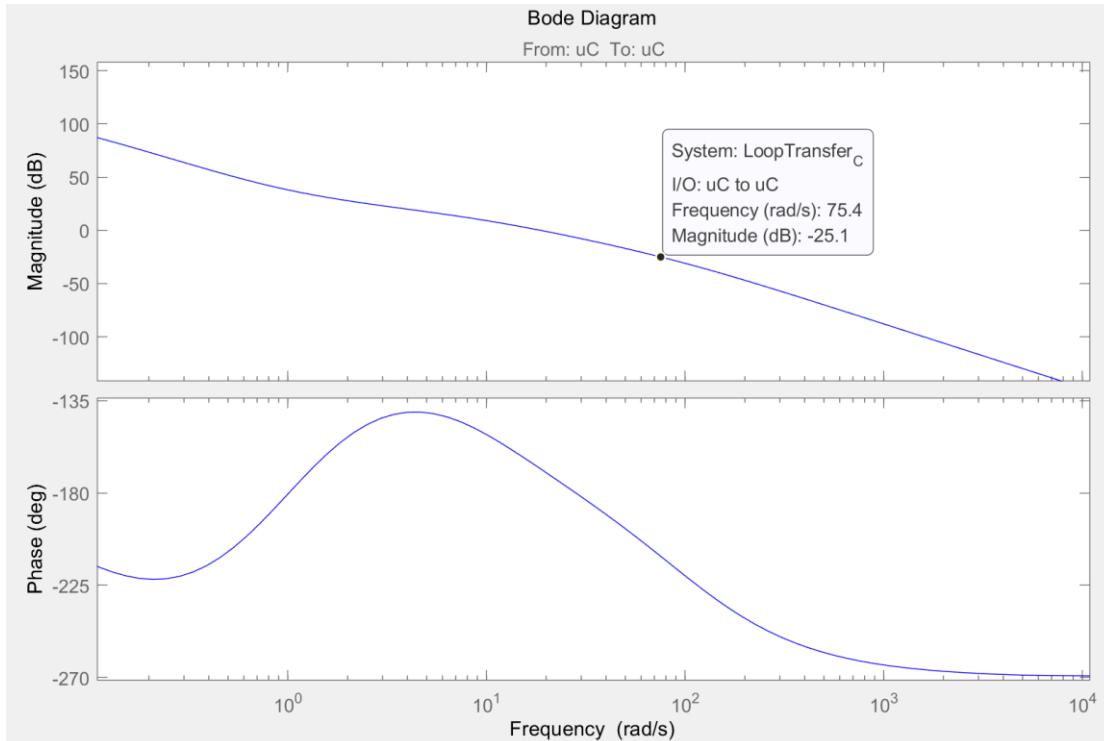
由上图知校正后  $L_a(75.4) = -45dB$ ，这与要求的-20dB 差距较大，将会导致幅值缩小得更多，因此不宜使用 (a) 作为校正网络。

(b) 校正网络加入后的 Bode 图如下。



由上图可知  $L_b(75.4) = -9.34dB$ ，这与要求的-20dB 差距较大，将会导致幅值大于原来的十分之一。

(c) 校正网络加入后的 Bode 图如下。



由上图可知  $L_c(75.4) = -25.1 \text{ dB}$ ，这与要求的-20dB 接近，可使得输入信号的幅值变为原来的十分之一左右。

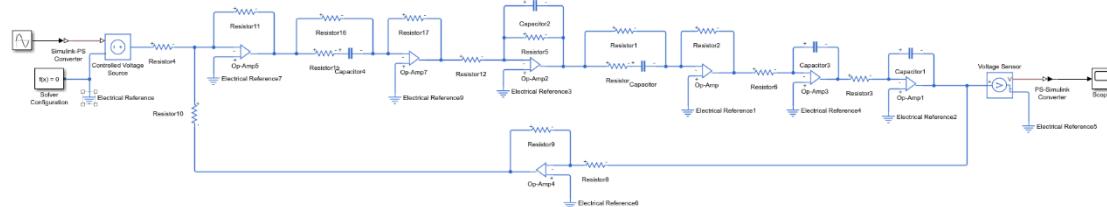
由上述结果可知采用(c)校正网络时幅值最接近-20dB，故采用(c)校正网络可满足题意。

加入(c)串联网络后开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{(1+s)^2}{(1+10s)(1+0.1s)} \times \frac{400}{s^2(0.01s+1)}.$$

假设输入频率为 12Hz、幅值为 1 的正弦波。

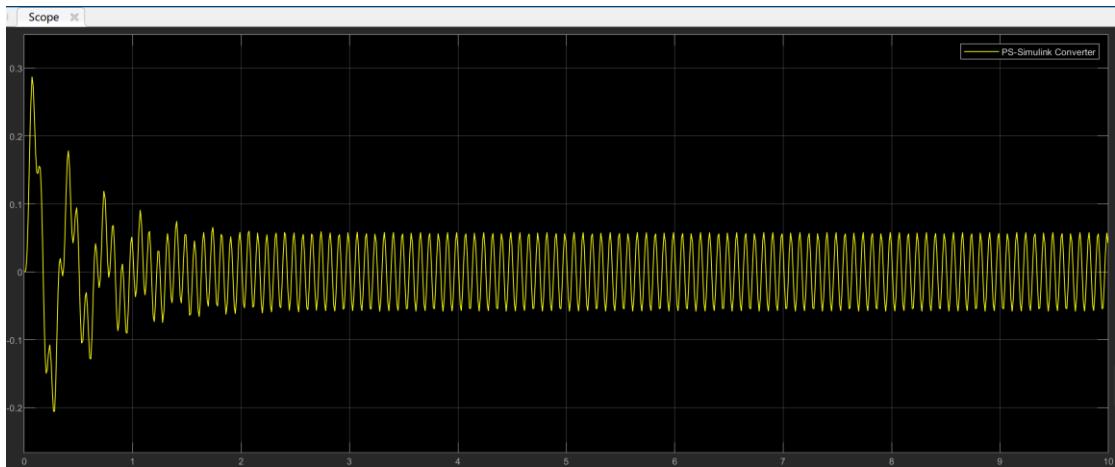
Simulink 搭建仿真电路：



其中前向通道六个环节依次为  $-20$ 、 $-\frac{1+s}{1+0.1s}$ 、 $-\frac{20}{1+10s}$ 、 $-\frac{1+s}{0.01s+1}$ 、 $-\frac{1}{s}$ 、

$$-\frac{1}{s}$$

示波器结果：



可见，正弦波的幅值被削减到大约 0.06，与输入前的 1 相比，被削减了十倍左右，满足要求。

4. 设原单位反馈系统开环传递函数为

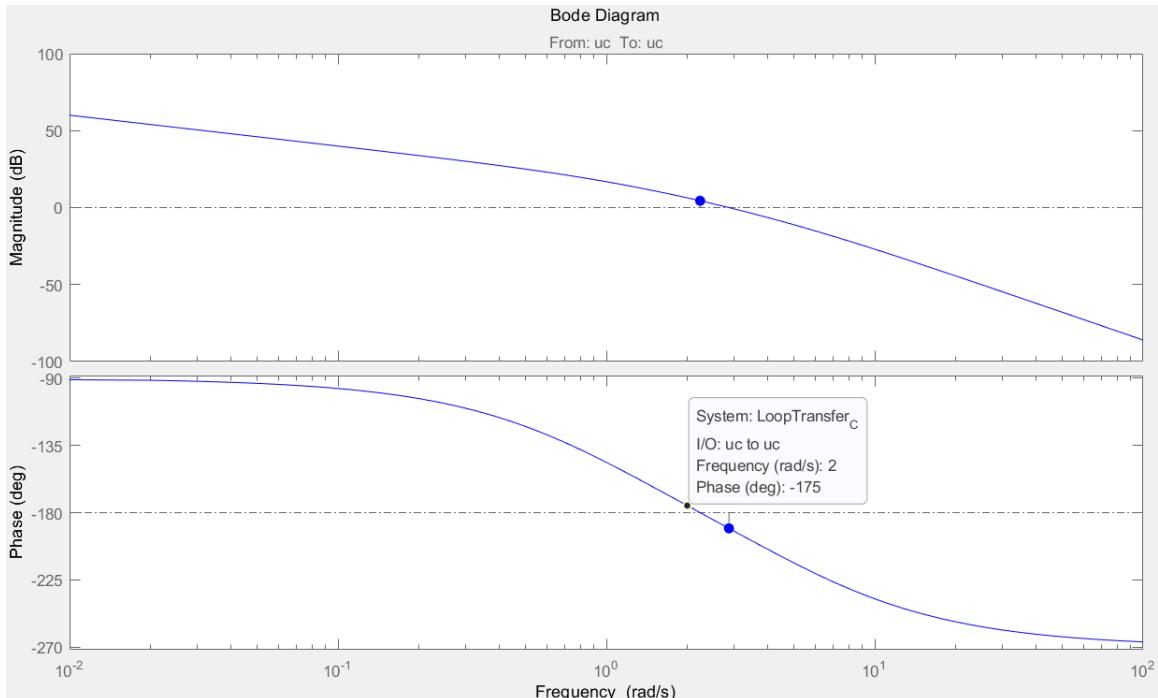
$$G(s) = \frac{K}{s(0.2s+1)(s+1)}$$

要求  $M_r \approx 1.4, \omega_c \approx 2.0, K_v \geq 10 \text{ rad/s}$ ，原系统能否满足要求，若不能，试设计合适的校正装置。

采用串联滞后-超前校正方法。

由于速度误差系数  $K_v \geq 10 \text{ rad/s}$ ，因此选择  $K = 10 \text{ rad/s}$ 。

原单位反馈系统：



可以发现， $\omega = 2 \text{ rad/s}$  的相角为  $-175^\circ$ ，根据  $M_r \approx \frac{1}{\sin \gamma}$  可知，相角裕度  $\gamma \approx 45.58^\circ$ ，

为了使得相角裕度  $\gamma \approx 45.58^\circ$ ，同时考虑到相位滞后部分的影响，取超前网络提

供的最大相角为  $\varphi_m = 46^\circ$ , 于是有

$$a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} = \frac{1 + \sin 46^\circ}{1 - \sin 46^\circ} = 6.12605$$

为使  $\omega = 2 \text{ rad/s}$  时, 对应最大超前相角  $\varphi_m$ , 有

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{a} T_1} = 2 \Rightarrow T_1 = 0.202 \text{ s}$$

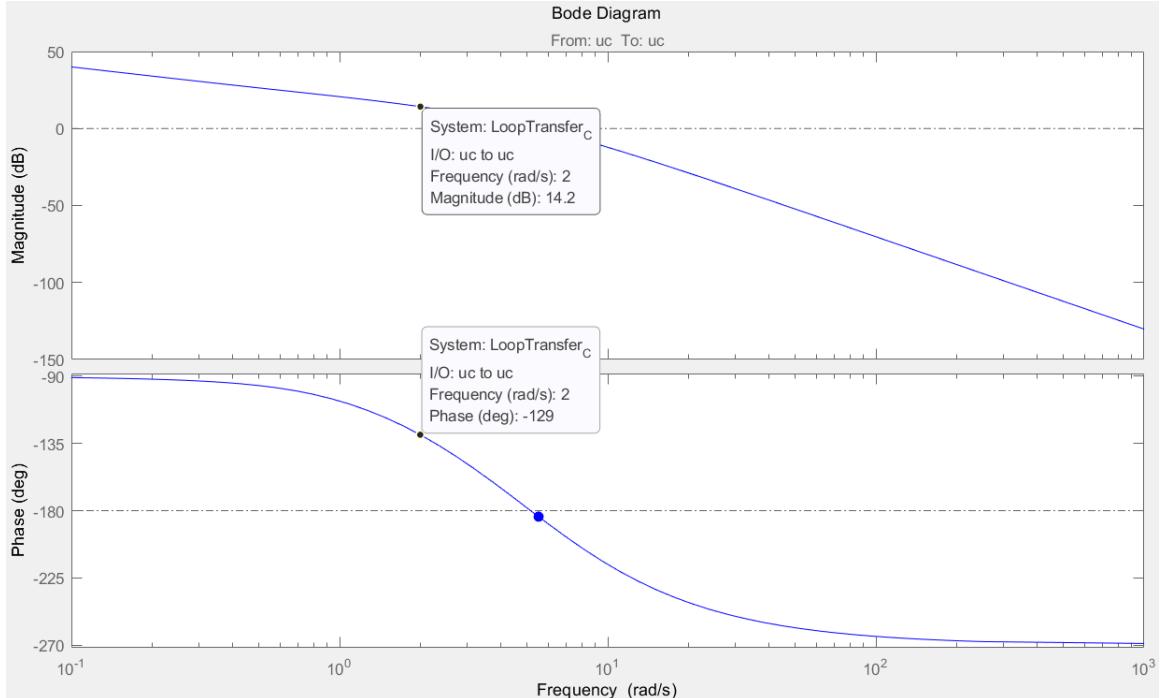
所以相位超前网络为

$$G_{c1}(s) = \frac{aT_1 s + 1}{T_1 s + 1} = \frac{1.24s + 1}{0.202s + 1}$$

校正后系统的开环传递函数为

$$G_1(s) = G(s)G_{c1}(s) = \frac{10(1.24s + 1)}{s(0.2s + 1)(s + 1)(0.202s + 1)}$$

对应的 Bode 图如下图所示:



由图可知,  $\omega = 2 \text{ rad/s}$  时幅值为 14.2dB。因此, 为使  $\omega = 2 \text{ rad/s}$  等于剪切频率, 可在高频区使增益下降 14.2dB, 则滞后校正部分的参数为

$$20 \lg b = -14.2$$

$$b = 0.195$$

取交接频率  $\frac{1}{bT_2}$  为剪切频率  $\omega = 2 \text{ rad/s}$  的  $1/10$ ,

$$\frac{1}{bT_2} = \frac{\omega}{10} = 0.2$$

$$T_2 = 25.64 \text{ s}$$

所求滞后网络为

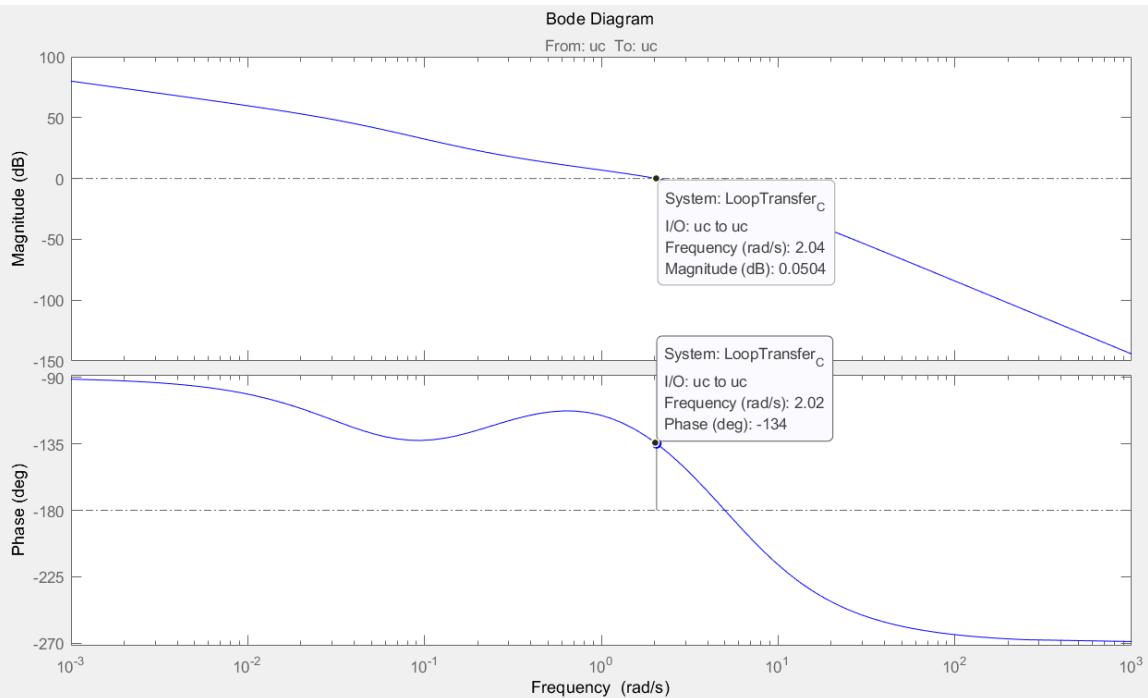
$$G_{c2}(s) = \frac{bT_2 s + 1}{T_2 s + 1} = \frac{5s + 1}{25.64s + 1}$$

校正后系统的开环传递函数为

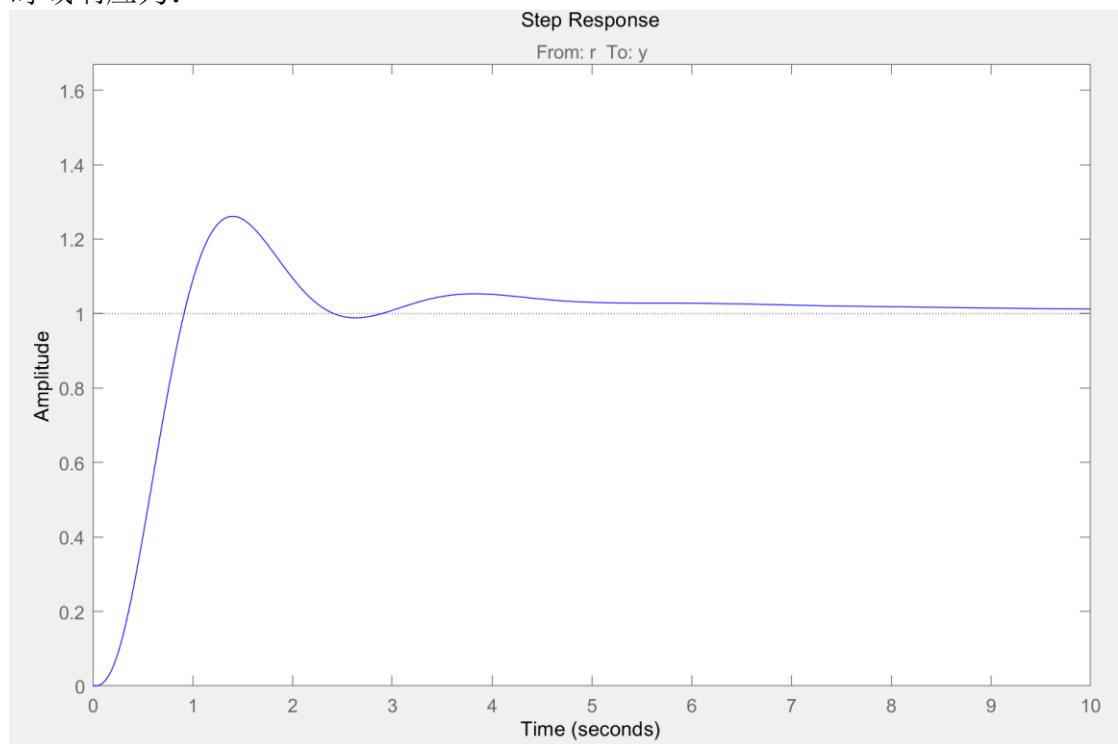
## 实验报告

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{10}{s(0.2s+1)(s+1)} \times \frac{1.24s+1}{0.202s+1} \times \frac{5s+1}{25.64s+1} \\ &\approx \frac{10}{s(0.2s+1)(s+1)} \times \frac{1.2s+1}{0.2s+1} \times \frac{5s+1}{25s+1} \\ &= \frac{10(1.2s+1)(5s+1)}{s(0.2s+1)(s+1)(0.2s+1)(25s+1)} \end{aligned}$$

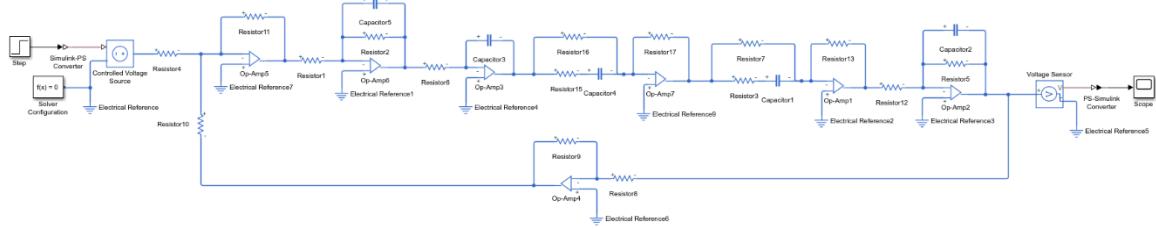
校正后系统的 Bode 图为：



时域响应为：

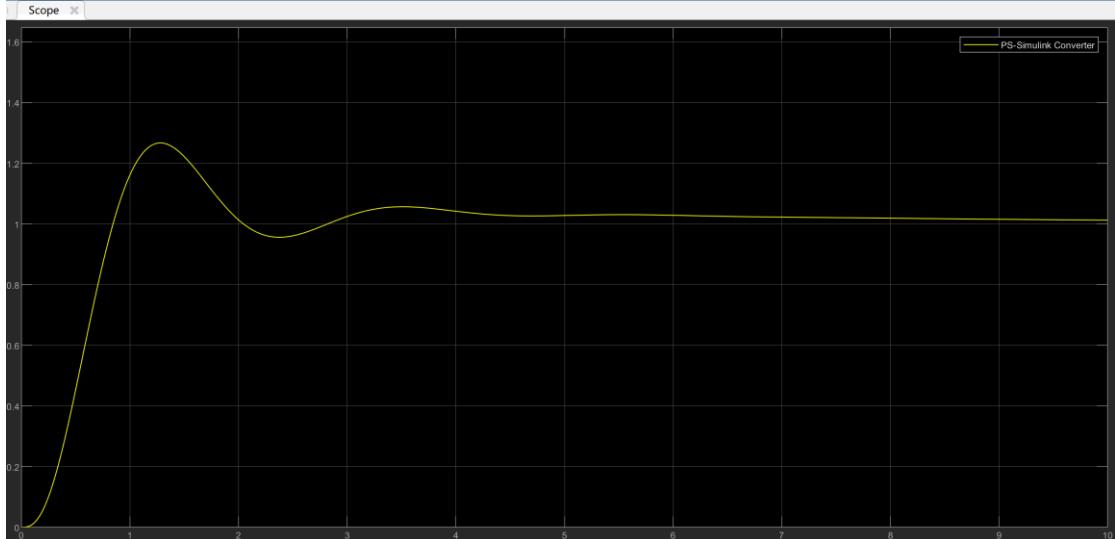


Simulink 搭建仿真电路：



前向通道六个环节依次为  $-10$ 、 $-\frac{1}{0.2s+1}$ 、 $-\frac{1}{s}$ 、 $-\frac{5s+1}{s+1}$ 、 $-\frac{1.2s+1}{0.2s+1}$ 、 $-\frac{1}{25s+1}$

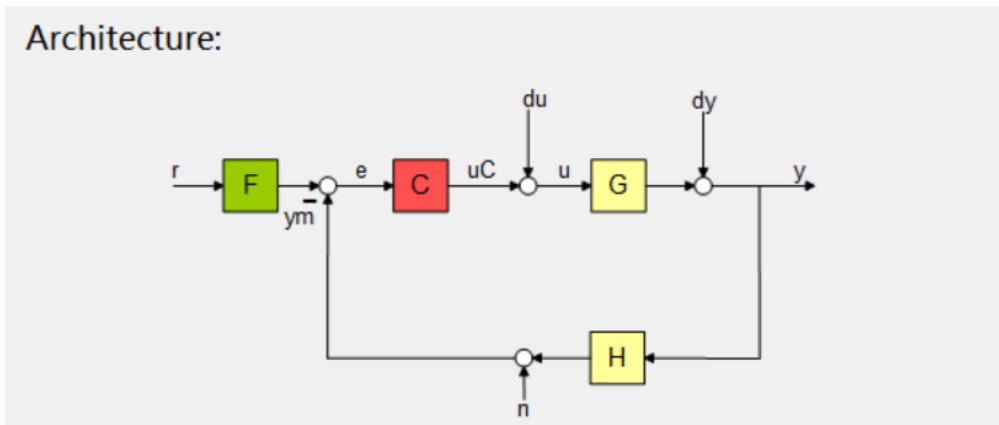
示波器结果为



与仿真结果基本相同，且满足题目要求。

## 五、实验总结

这次实验室关于系统的校正的。首先我们需要分析原系统的性能是否满足特定要求。如动态性能、稳定性等。这需要利用 Bode 图和时域响应来分析。如果原系统不符合要求，那么就需要设计补偿环节来校正系统，使其满足要求。整个实验的控制系统结构如下：



这里我们默认  $H=1$ , 即单位负反馈。给定原系统的开环传递函数  $G$ , 若此时不满足性能要求, 则需要设计补偿环节  $C$ , 使得校正后的系统满足各种指标。主要利用 control system designer 进行分析。这时可以把环节  $G$  与环节  $C$  看成一个整体。可以将  $C$  视为开环传函, 而把  $G$  设为 1, 结果是等效的。不过需要注意

的是，在对物理电路进行仿真的时候，一定要把 G 与 C 严格分开。原始的 G 是不能被改变的，即使出现分子分母相消的情况，也是不允许的。在搭建物理电路时，首先一定要把 C 和 G 分开，然后按照各环节逐步搭建出电路。还需注意的是 Simulink 与物理信号之间需要转换，这利用 Simulink-PS Converter 与 PS-Simulink Converter 即可实现。

关于如何设计校正环节，有串联超前、串联滞后、滞后-超前、反馈和期望频率校正等常用的方法。

我认为本次实验的难点在于很多参数并不好直接通过计算获得，比如第一题不是二阶系统，而是更高阶的系统，这样就不好使用现有的公式来直接计算参数。因此在确定参数和选择校正装置时，本次实验有很多需要自己手动调节，观察实验现象来确定参数的过程，此外搭建物理电路也是一个难点。搭建物理电路，将传递函数分环节转化为物理电路我并不熟练，不过通过这次实验，我重新温习了以前学习的知识，现在我已经熟练掌握了搭建物理电路的方法。此外，通过这次实验，我也更加体会到了零极点分布对系统性能的影响。相比于自动控制原理课程中偏于理论的推导，本次实验更注重于仿真调试与理论计算相结合，这让我收获颇丰。