

《控制原理综合实验》  
《实验七、八》  
《采样系统的分析》  
《最小拍系统的设计》

姓名：曾文正

班级：校交 1701

学号：U201715853

日期：2020 年 7 月 17 日

# 实验七 采样系统的分析

## 1. 实验目的和任务

- (1) 了解判断采样系统稳定性的充要条件。
- (2) 了解采样周期  $T$  对系统的稳定性的影响。
- (3) 掌握采样系统处于临界稳定状态时的采样周期  $T$  的计算。
- (4) 观察和分析采样系统在不同采样周期  $T$  时的瞬态响应曲线。

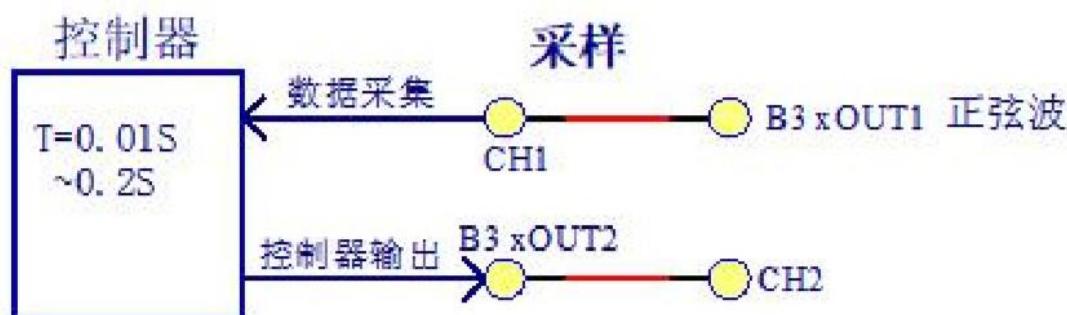
## 2. 实验原理

包括 Z 变换理论，线性离散控制系统的稳定性分析。

## 3. 实验步骤

### 3.1. 信号的采样

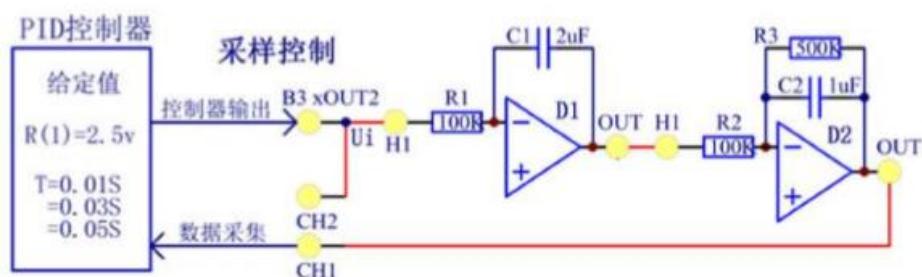
采样实验框图如下：



利用 Simulink 实现仿真。在不同采样周期下，观察比较输入及输出的波形（失真程度）。在数值区间【0.01 秒-0.2 秒】内选择 3-4 个点作采样周期，记录所选取点频率的采样波形。

### 3.2. 采样控制

- (1) 利用 Simulink 实现如图的闭环采样系统。



(2) 分别改变采样周期分为 0.015 秒、0.03 秒和 0.09 秒。记录在不同采样周期下的输出波形以及稳定性。

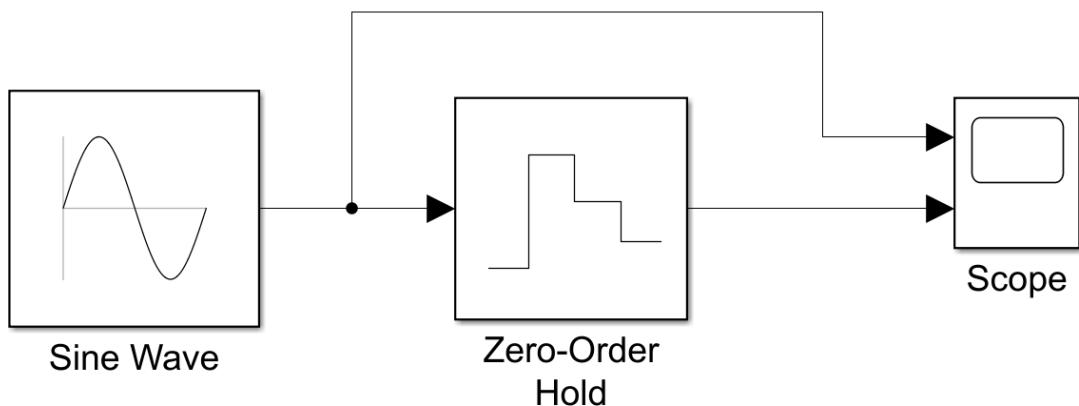
(3) 改变采样控制系统的被控对象，测量系统的临界稳定采样周期  $T$ 。其中，A1 为第一级放大器，A2 为第二级放大器。

	积分时间常数 $T_i(A1)$	开环增益 K (A2)	惯性时间常数 $T(A2)$	临界稳定的采样周期 $T$	
				计算值	测量值
1	0.2	5	0.5	—	—
2	0.1	2	0.2	—	—

## 4. 实验内容和分析

### 4.1. 信号的采样

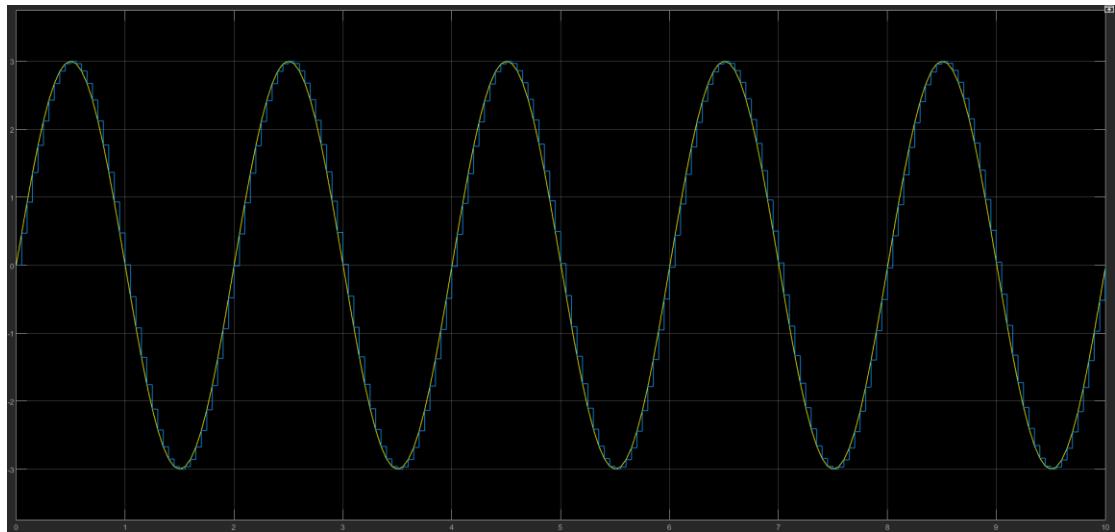
在 Simulink 中搭建如下的实验系统：



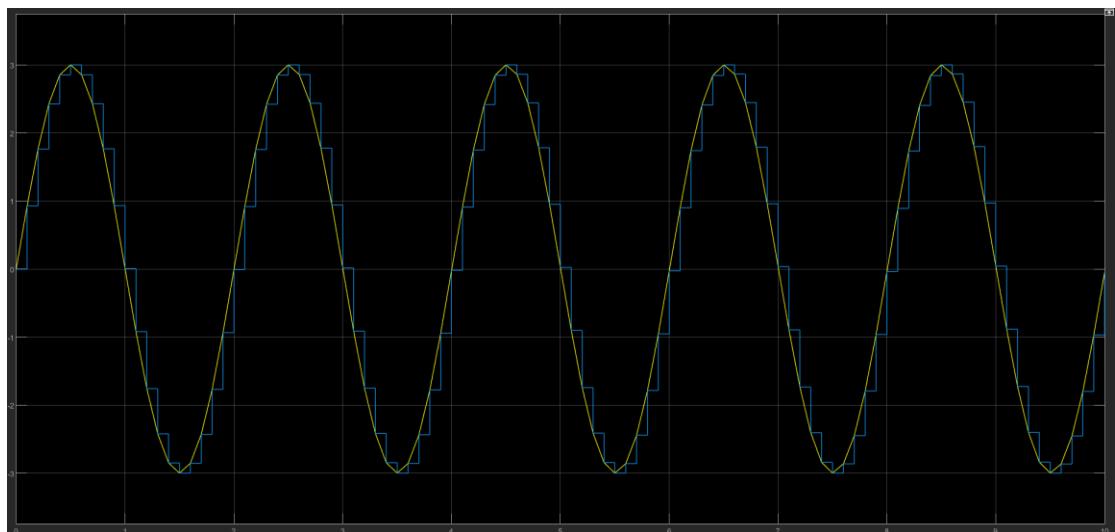
输入的正弦波参数为：幅值为 3，频率为 0.5Hz。

Amplitude:	<input type="text" value="3"/>
Bias:	<input type="text" value="0"/>
Frequency (rad/sec):	<input type="text" value="3.14"/>
Phase (rad):	<input type="text" value="0"/>

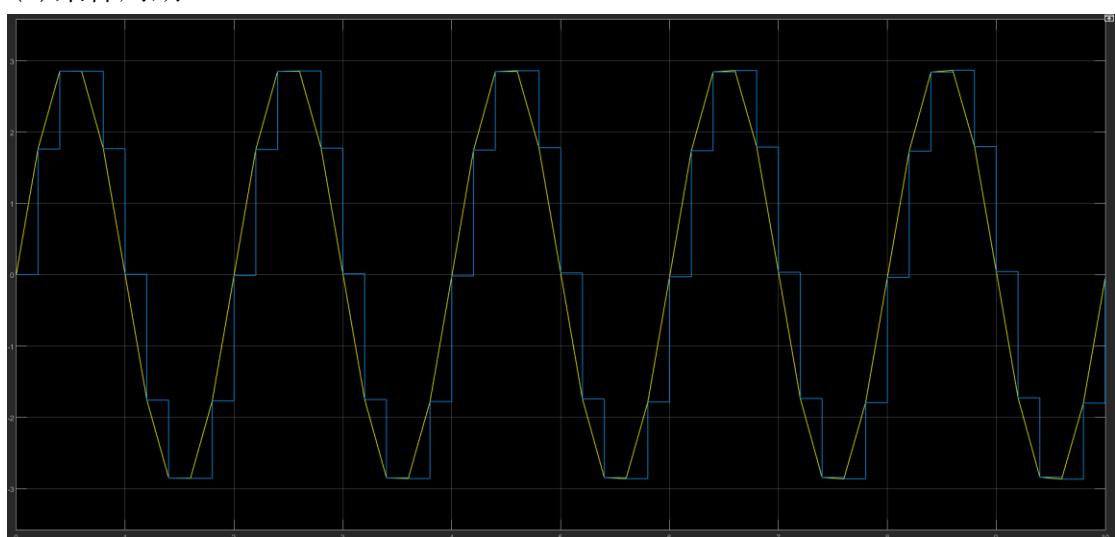
(1) 采样周期  $T=0.05s$ :



(2) 采样周期  $T=0.1\text{s}$ :



(3) 采样周期  $T=0.2\text{s}$ :



### 分析:

从上面的响应结果可以看出，随着采样周期  $T$  的增大，输出信号的波形失真程度也增大。

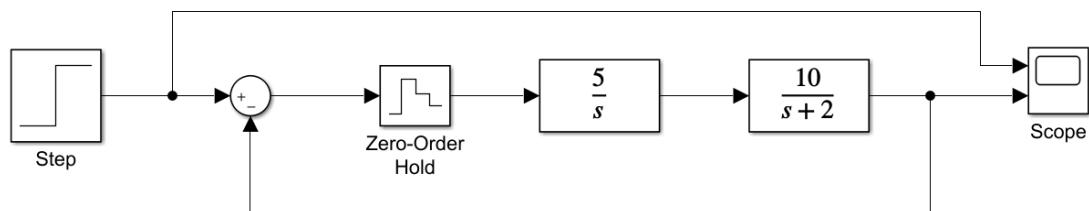
## 4.2. 采样控制

根据所给框图在 Simulink 中搭建出仿真系统。

$$\text{算出积分环节传递函数为: } G_1(s) = \frac{1}{0.2s} = \frac{5}{s}$$

$$\text{惯性环节传递函数为: } G_2(s) = \frac{5}{0.5s + 1} = \frac{10}{s + 2}$$

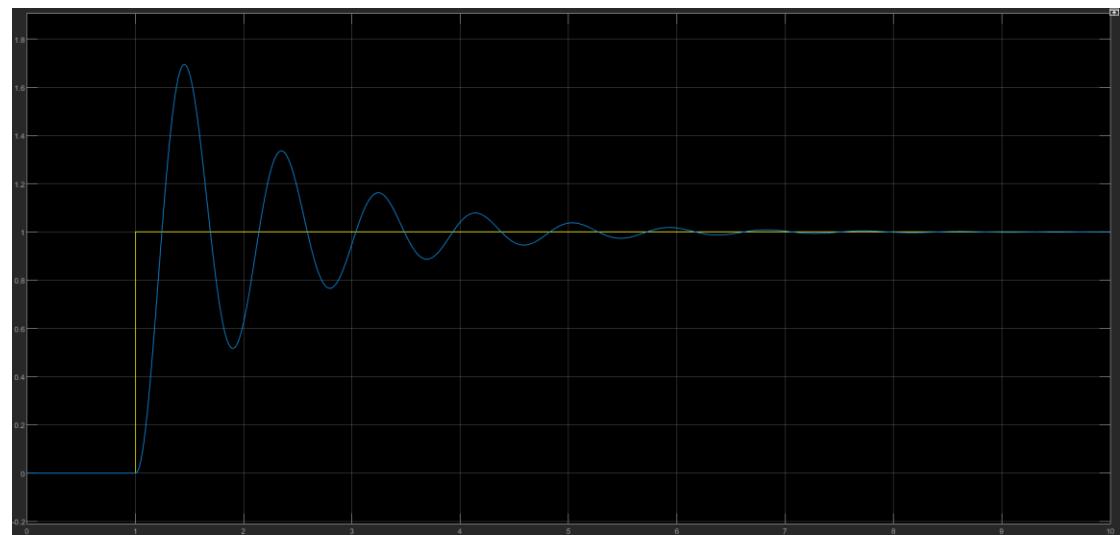
由此可搭建出仿真系统:



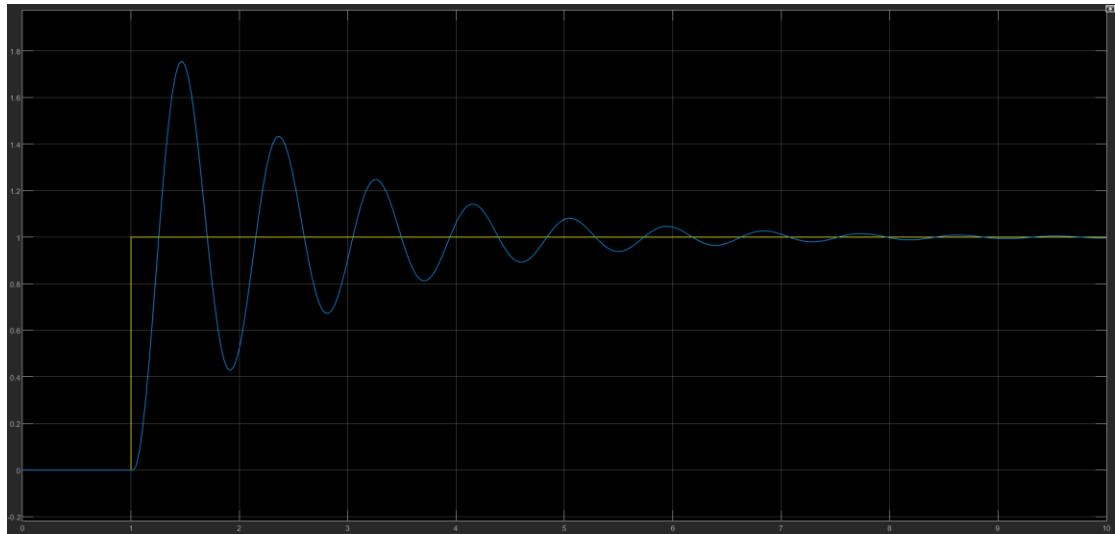
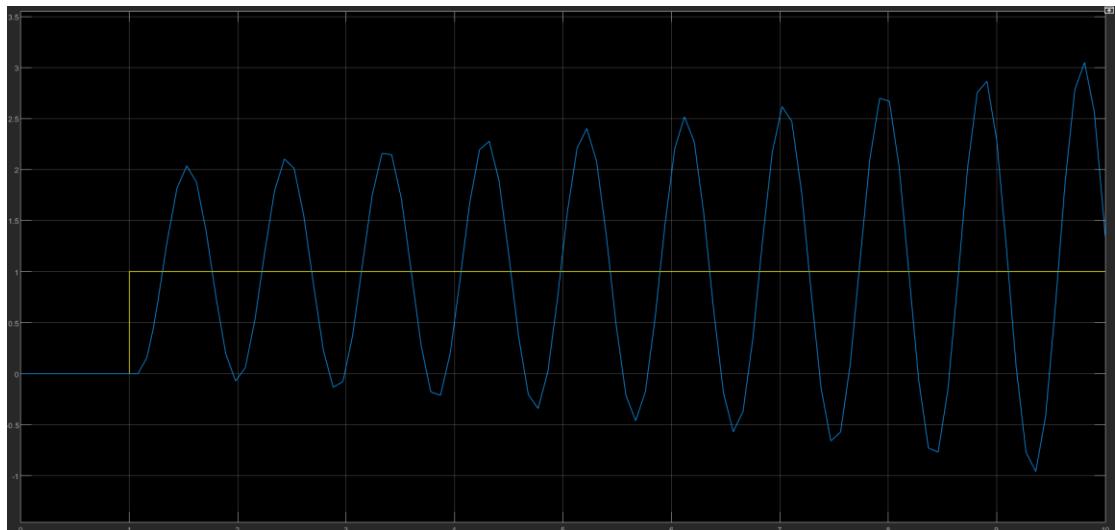
### 4.2.1. 采样周期 T 对系统性能的影响

改变采样周期，记录输出波形及稳定性。

(1)  $T=0.015s$  时，稳定。



(2)  $T=0.03s$  时，稳定。

(3)  $T=0.09s$  时, 发散, 不稳定。**分析:**

随着采样周期  $T$  的增大, 系统的稳定裕量变小, 当采样周期  $T$  增大到一定程度时, 系统将不稳定。对于动态性能, 可以发现随着  $T$  的增大, 调节时间变长。总的来说,  $T$  的增大使得系统的稳定性变差。

#### 4.2.2. 改变被控对象参数, 记录临界稳定时的 $T$

(1)  $T_i=0.2, K=5, T=0.5$

$$\text{连续部分的传递函数为: } G(s) = \frac{5}{0.2s(0.5s+1)} = \frac{50}{s(s+2)}$$

系统的开环脉冲传递函数为:

$$\begin{aligned}
 G_k(z) &= Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot \frac{50}{s(s+2)}\right] \\
 &= \frac{z-1}{z} \cdot Z\left[\frac{50}{s^2(s+2)}\right] \\
 &= 12.5 \times \frac{(e^{-2T} + 2T - 1)z - (2T + 1)e^{-2T} + 1}{(z-1)(z-e^{-2T})}
 \end{aligned}$$

特征方程:  $1 + G_k(z) = 0$

做变换  $z = \frac{w+1}{w-1}$  将  $z$  域变换为  $w$  域, 得到:

$$25T(1 - e^{-2T})w^2 + (50Te^{-2T} + 23e^{-2T} - 23)w + 27 - 23e^{-2T} - 25T(1 + e^{-2T}) = 0$$

由劳斯判据可知:

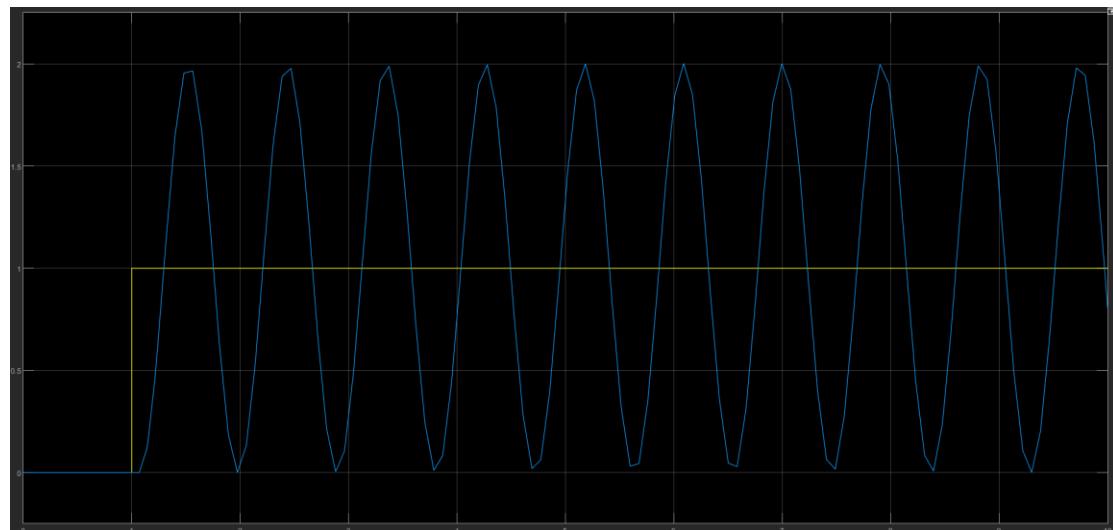
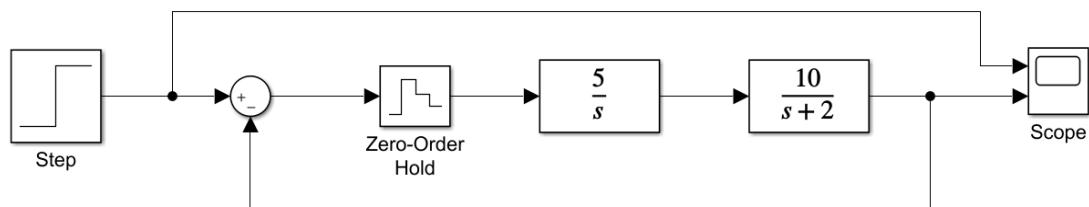
$$\begin{cases} 25T(1 - e^{-2T}) > 0 \\ (50Te^{-2T} + 23e^{-2T} - 23) > 0 \\ 27 - 23e^{-2T} - 25T(1 + e^{-2T}) > 0 \end{cases}$$

解得:

$$0 < T < 0.0823$$

即临界稳定对应的采样周期  $T=0.0823$ 。

利用 Simulink 进行仿真



经尝试,  $T=0.0823$  时系统输出为等幅振荡, 达到临界稳定, 实验结果与计算结果

相符。

(2)  $T_i=0.1$ ,  $K=2$ ,  $T=0.2$

此时连续部分的传递函数为:  $G(s) = \frac{2}{0.1s(0.2s+1)} = \frac{100}{s(s+5)}$

系统的开环脉冲传递函数为:

$$\begin{aligned} G_k(z) &= Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot \frac{100}{s(s+5)}\right] \\ &= \frac{z-1}{z} \cdot Z\left[\frac{100}{s^2(s+5)}\right] \\ &= 4 \times \frac{(e^{-5T} + 5T - 1)z - (5T + 1)e^{-5T} + 1}{(z-1)(z-e^{-5T})} \end{aligned}$$

特征方程:  $1 + G_k(z) = 0$

做变换  $z = \frac{w+1}{w-1}$  将  $z$  域变换为  $w$  域, 得到:

$$20T(1 - e^{-5T})w^2 + (20Te^{-5T} + 3e^{-5T} - 3)w + 5 - 10T - 3e^{-5T} - 10Te^{-5T} = 0$$

由劳斯判据可知:

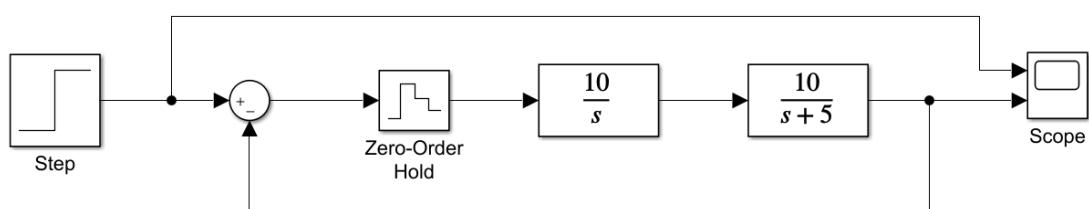
$$\begin{cases} 20T(1 - e^{-5T}) > 0 \\ 20Te^{-5T} + 3e^{-5T} - 3 > 0 \\ 5 - 10T - 3e^{-5T} - 10Te^{-5T} > 0 \end{cases}$$

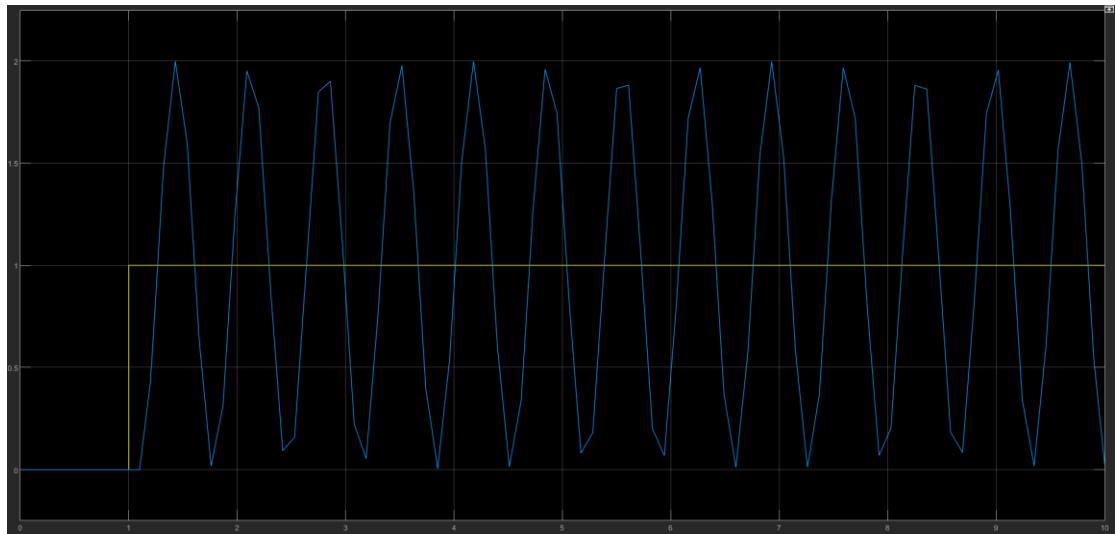
解得:

$$0 < T < 0.11$$

即临界稳定对应的采样周期  $T=0.11$ 。

利用 Simulink 进行仿真





经尝试,  $T=0.11$  时系统输出为等幅振荡, 达到临界稳定, 实验结果与计算结果相符。

将上述结果记录在如下表格中。

	积分时间常数 $T_i(A_1)$	开环增益 $K(A_2)$	惯性时间常数 $T(A_2)$	临界稳定的采样周期 $T$	
				计算值	测量值
1	0.2	5	0.5	0.0823	0.0823
2	0.1	2	0.2	0.11	0.11

可见, 测量值与计算值一致。

## 5. 实验总结

本次实验我通过 Simulink 仿真, 观察采样周期对输出波形失真程度的影响。此外, 我通过理论计算分析离散控制系统的稳定性, 并通过 Simulink 进行仿真。发现仿真结果与理论一致。总得来说, 对于信号的采样: 采样周期越大, 输出波形失真越严重。对于控制系统: 随着采样周期  $T$  的增大, 系统的稳定裕量变小, 当采样周期  $T$  增大到一定程度时, 系统将不稳定。对于动态性能, 可以发现随着  $T$  的增大, 调节时间变长。总得来说,  $T$  的增大使得系统的稳定性变差。

# 实验八 最少拍系统的设计

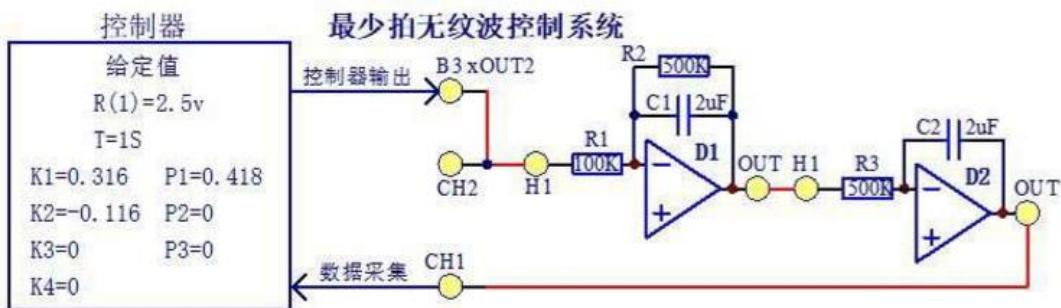
## 1. 实验目的和任务

了解和掌握数字控制器的原理和直接设计方法。

## 2. 实验原理

无纹波无稳态误差最少拍系统的设计，主要思想是根据  $G(z)$ ，设计出符合要求的  $\Phi(z), \Phi_e(z)$ ，然后进一步求出  $D(z)$ 。

## 3. 实验步骤



根据开环函数，设计出数字控制器  $D(z)$ 。

利用 Simulink 进行仿真，记录电路的输出波形，分析最少拍控制的性能特点、优劣。

## 4. 实验内容和分析

计算开环脉冲传递函数（采样周期  $T=1s$ ）：

$$\begin{aligned} G(z) &= Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{5}{s+1}\right] \\ &= \frac{z-1}{z} \cdot Z\left[\frac{5}{s^2(s+1)}\right] \\ &= \frac{1.84z^{-1}(1+0.718z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-0.368z^{-1})} \end{aligned}$$

$G(z)$  中包含  $z^{-1}$  和零点  $-0.718$ 。根据无纹波最小拍控制的要求有（单位阶跃输入）：

$$\begin{cases} \Phi_e(z) = (1 - z^{-1})(1 + az^{-1}) \\ \Phi(z) = bz^{-1}(1 + 0.718z^{-1}) \\ \Phi(z) = 1 - \Phi_e(z) \end{cases}$$

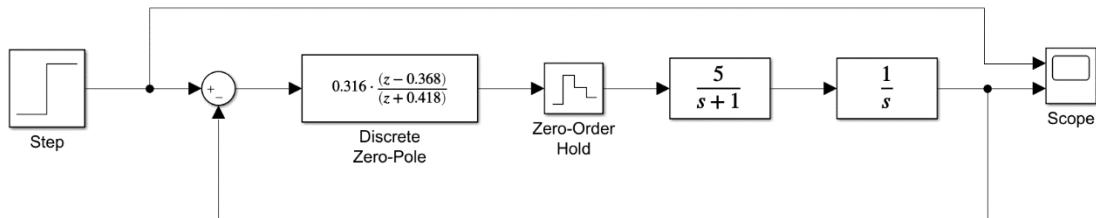
解得：

$$\begin{cases} a = 0.418 \\ b = 0.582 \end{cases}$$

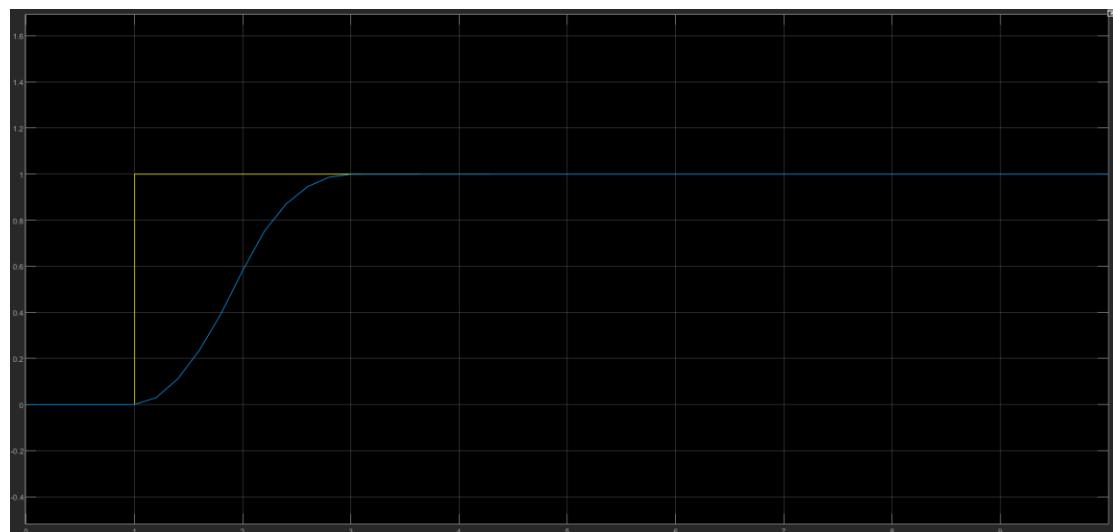
$$D(z) = \frac{\Phi(z)}{G(z)\Phi_e(z)} = \frac{0.316(1 - 0.368z^{-1})}{1 + 0.418z^{-1}}$$

注：若不考虑无纹波，仅仅考虑最小拍，则上述设计时不用考虑  $G(z)$  包含的零点  $-0.718$ 。

利用 Simulink 搭建模型进行仿真



响应为：



可以看到系统在第 0, 1 拍时有差，从第 2 拍开始可以无差跟踪输入，并且做到了无纹波，与理论一致。

## 5. 实验总结

本次实验我通过理论分析，设计出了合理的数字控制器，实现无纹波无稳态误差的最小拍系统。通过 Simulink 对设计出的模型进行仿真，发现仿真结果与理论一致。