

《控制理论综合实验》
《实验六》
《线性系统综合与校正》

姓名：曾文正
班级：校交 1701
学号：U201715853
日期：2020 年 7 月 12 日

实验六 线性系统综合与校正

一、实验目的和任务

1. 掌握线性系统的校正原理及校正方法，根据时域指标和频域指标间的关系，设计满足性能指标要求的校正装置。
2. 熟练运用 Matlab 系统设计工具箱，对校正前后控制系统的时域或频域特性进行分析，选择合适的校正参数。
3. 根据系统的数学模型在模拟机上构建系统，并根据已确定的校正参数选择合适的元器件。

二、实验原理

控制系统的时域分析法，线性系统的频域分析法，线性系统的校正方法。

三、实验步骤

利用 Simulink 和 Simscape 对下列系统进行分析，设计满足性能指标的要求的装置，写出设计过程，记录实验电路图并分析实验结果。

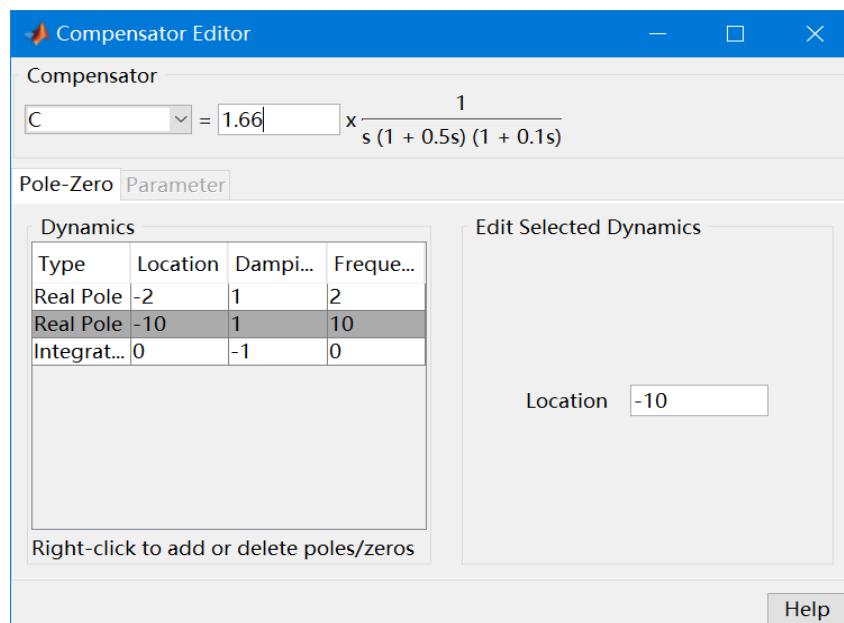
四、实验内容和分析

1、设单位反馈系统的开环传递函数为

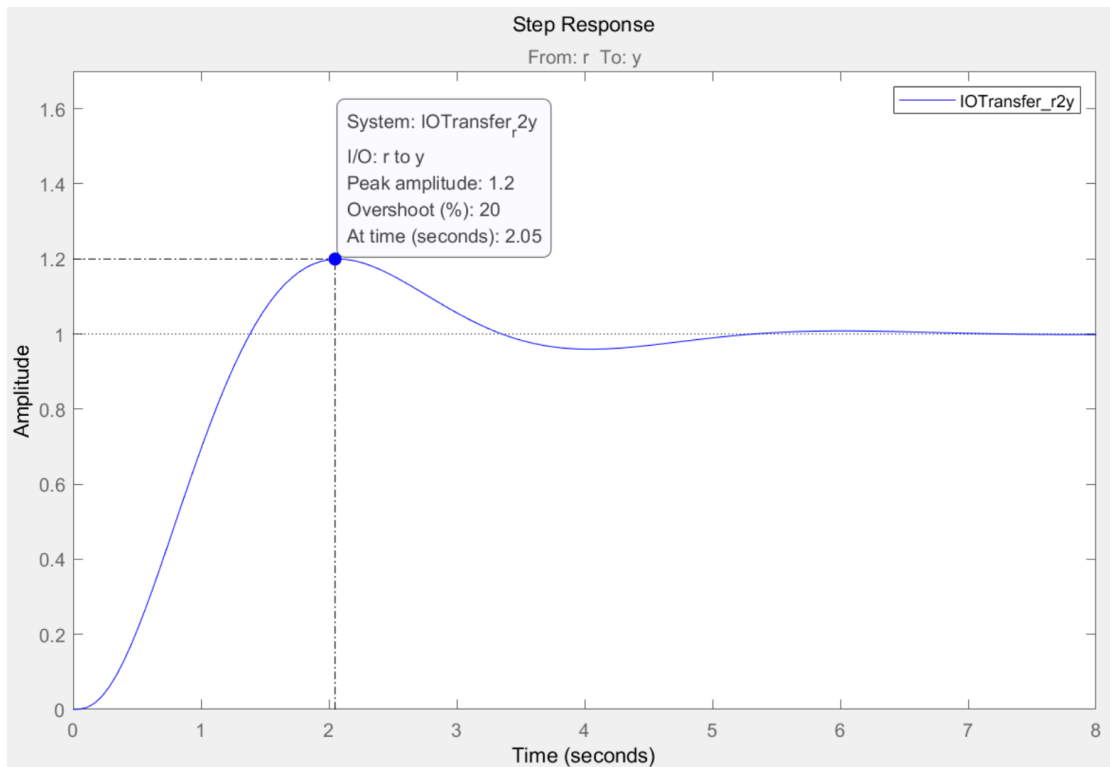
$$G(s) = \frac{K}{s(s+2)(s+10)}$$

1) 如果要求系统在单位阶跃输入作用下的超调量 $\sigma\% = 20\%$ ，试确定 K 值；

由于该系统为三阶系统，而非二阶系统，因此无法套用二阶系统的公式来求出满足要求的 K。这里通过不断微调参数，观察得到合适的 K。因为随着 K 增大系统超调量逐渐增大，所以对 K 逐步微调可以得到：当 $K/20=1.66$ 时，即 $K=33.2$ 时，超调量 $\sigma\% = 20\%$ 。

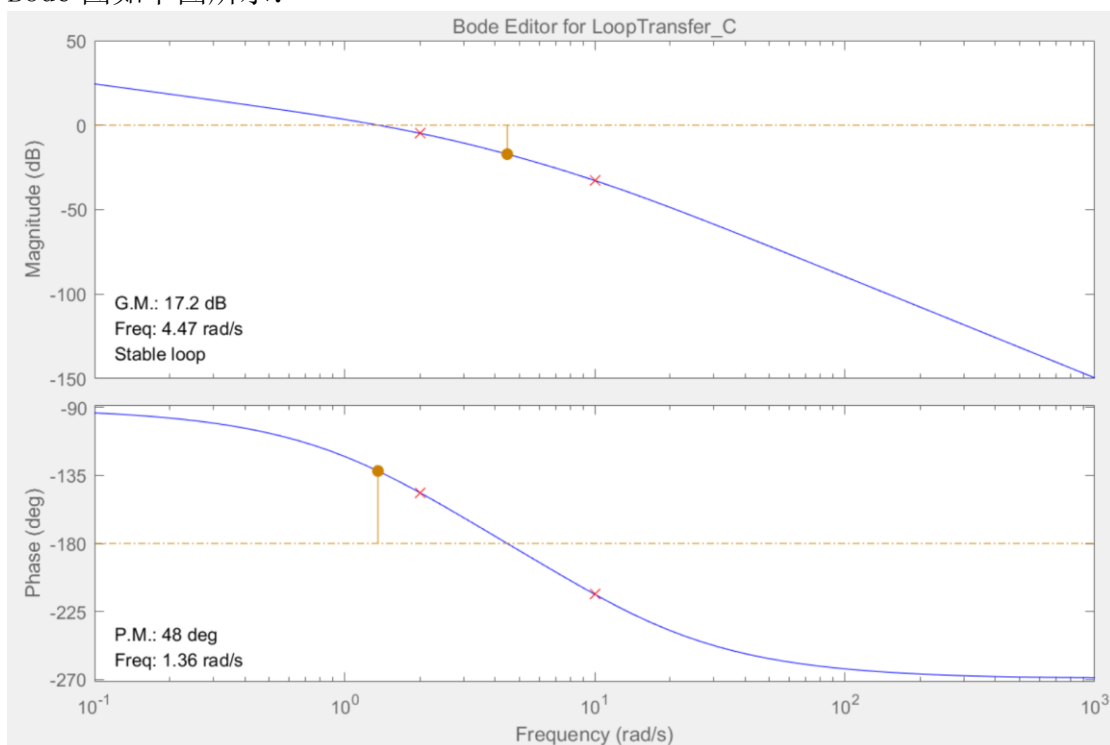


实验报告



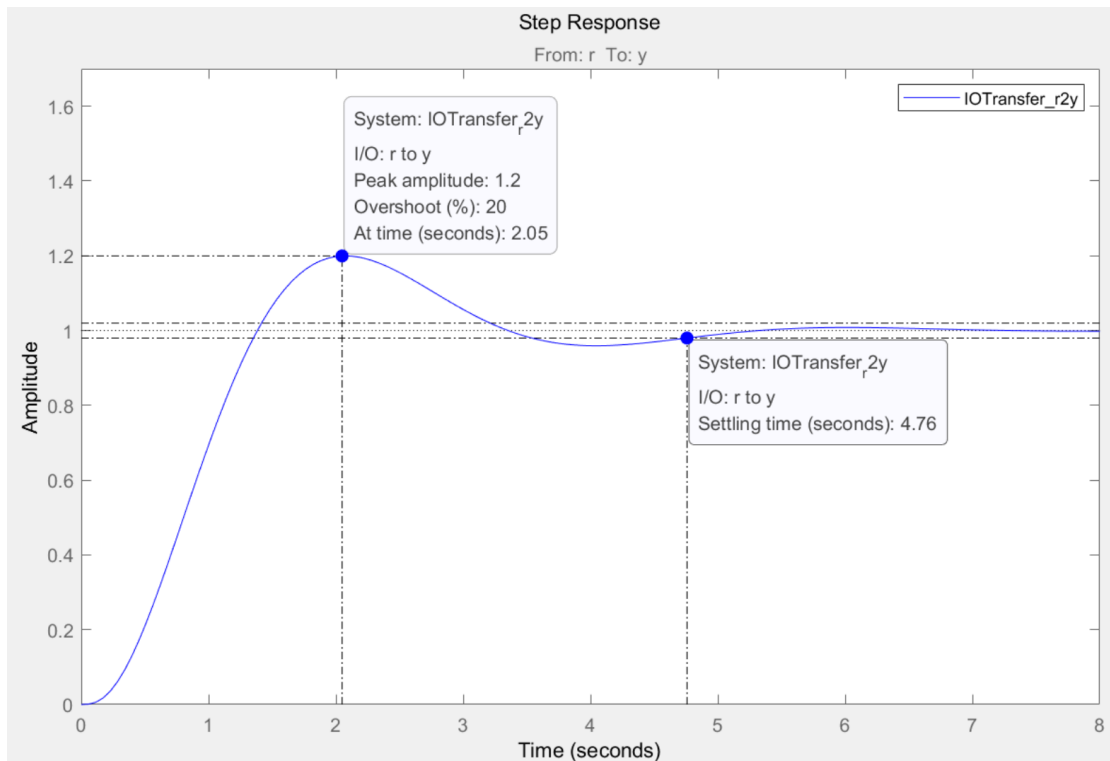
2) 根据所确定的 K 值，作出系统的 Bode 图。记录系统在单位阶跃输入下的调节时间 t_s ；

Bode 图如下图所示：



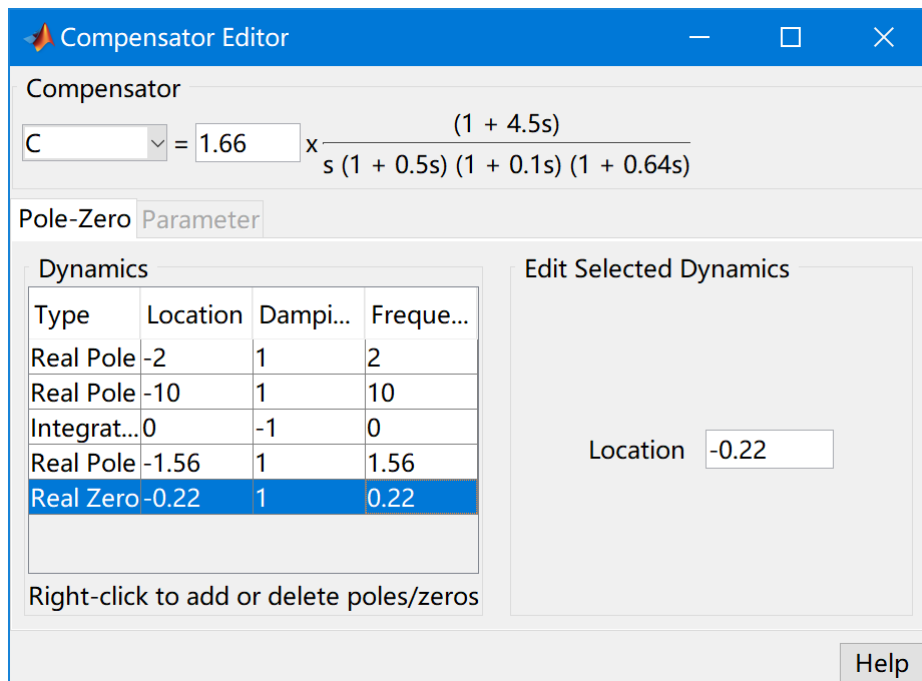
时域响应图如下：

实验报告

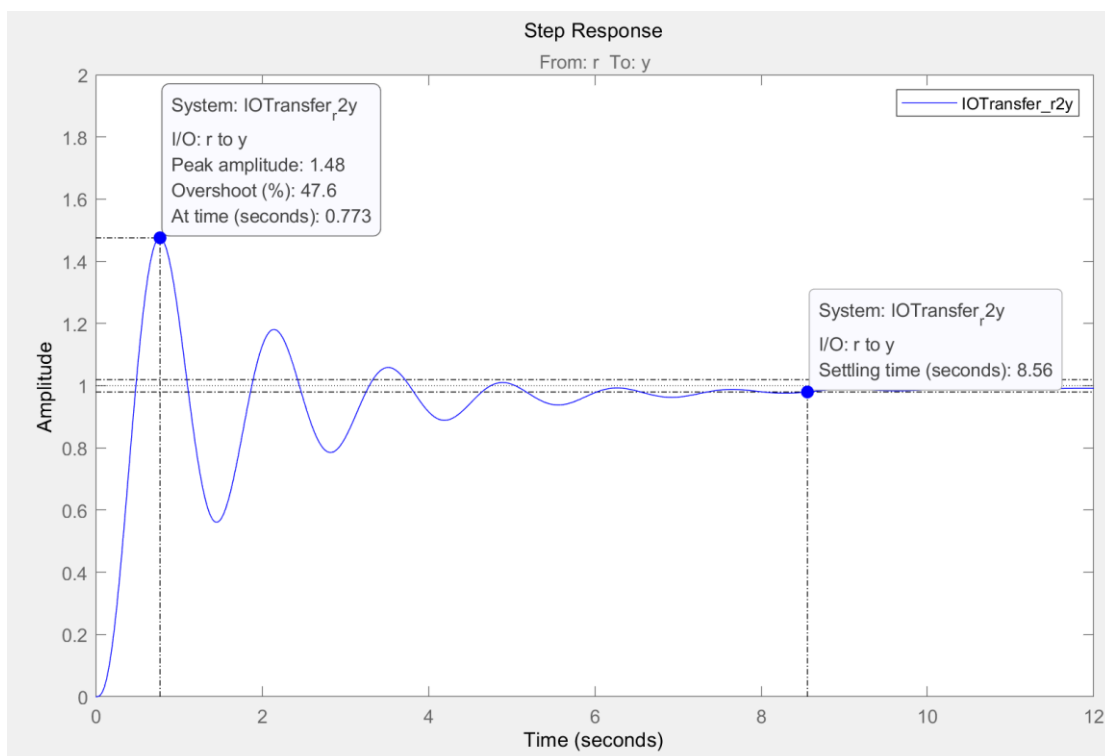


由上图可知，系统在单位阶跃输入下的调节时间 $t_s = 4.76s$ 。

3) 若在前向通道串联一个 $G_c(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + T_1 s}$ 的环节，其中 $\tau_1 = 4.55$ ， $T_1 = 0.64$ ，能否使 $\sigma\% \leq 25\%$ ， t_s 缩短至原来的 $1/2$ 及以上，若不能，如何调整参数 τ_1 、 T_1 。在前向通道串联 $G_c(s)$ 后，开环传递函数如下。

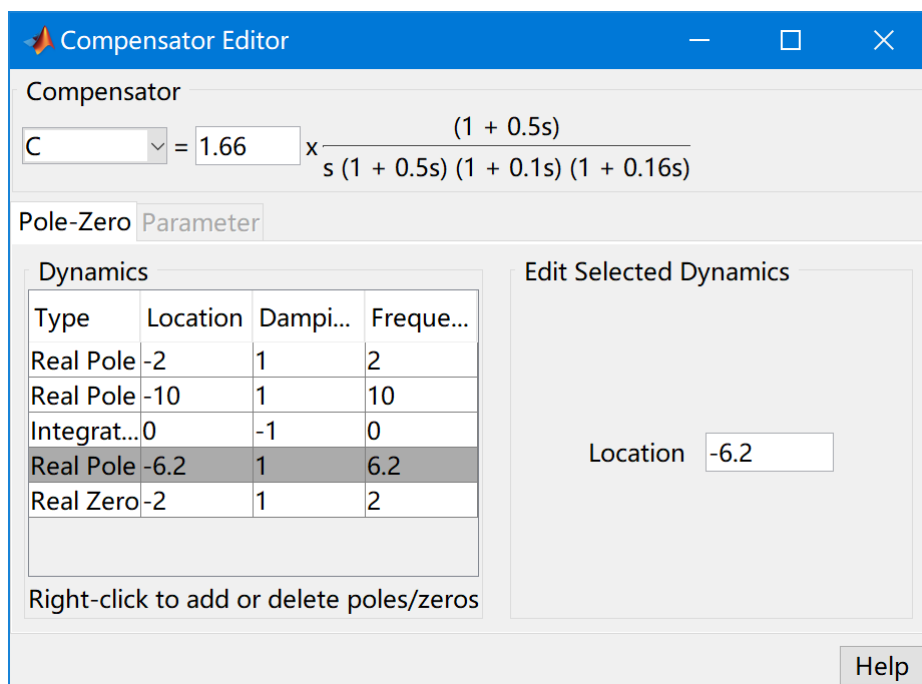


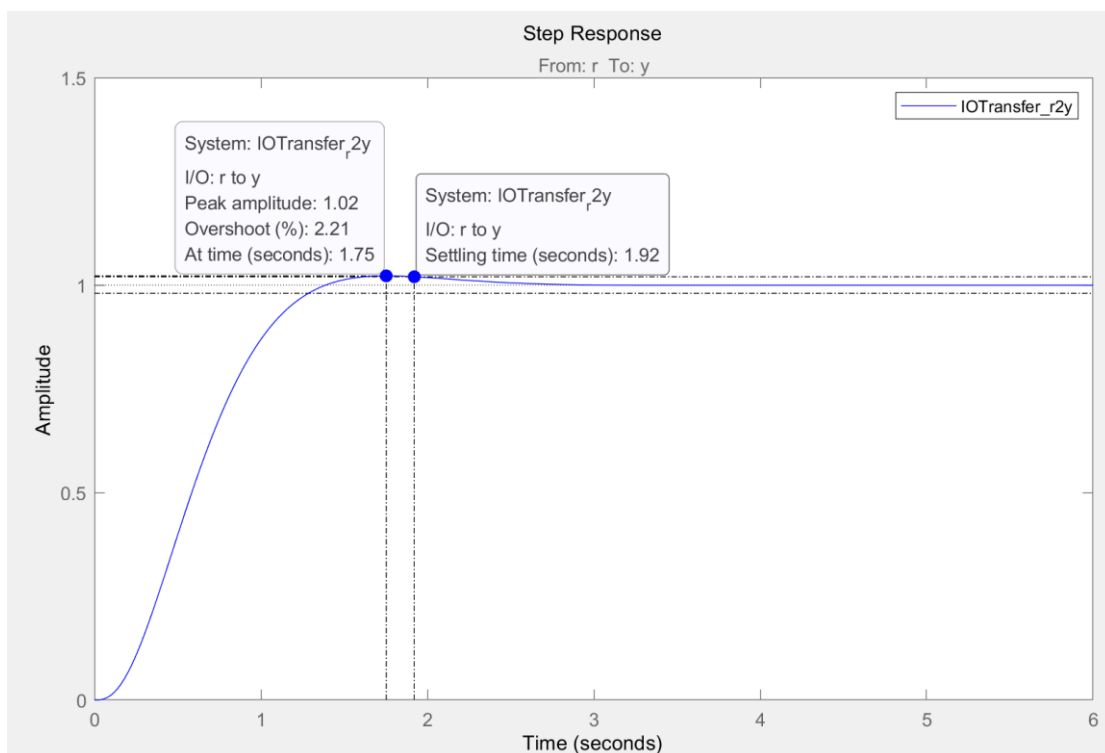
实验报告



上图为单位阶跃响应。此时超调量为 $47.6\% > 25\%$ ，调节时间 $8.55s > 2.38s$ ，显然不能满足要求。

由题意，补偿环节给系统分别添加了一个实轴上的零点和极点。由于增加极点会使得系统超调量和调节时间都有所增加，且极点离 y 轴越远影响越小。再经过各种尝试后知道，在某些特定范围内增加零点可显著提升系统性能。最后发现，若令零点为 -2 ，极点为 -6.2 可满足题目要求：超调量为 $2.21\% < 25\%$ ，调节时间为 $2.36s \leq \frac{1}{2}t_s = 2.38s$ 。

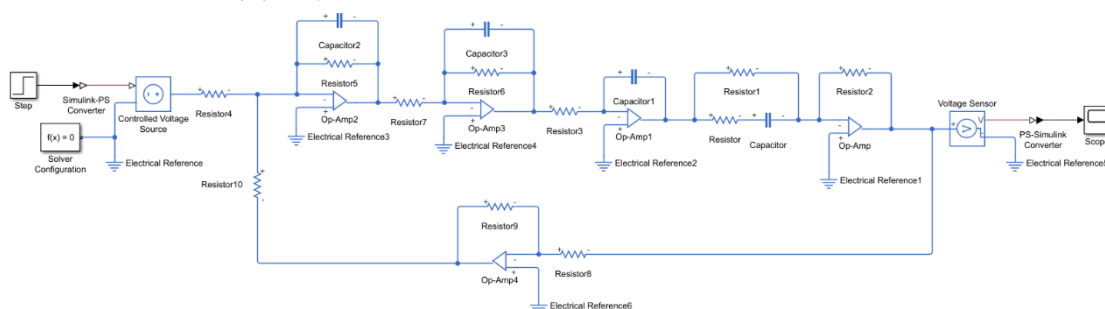




因此，加入补偿环节后开环传递函数为：

$$G(s) = 1.66 \times \frac{1 + 0.5s}{1 + 0.16s} \times \frac{1}{s} \times \frac{1}{1 + 0.5s} \times \frac{1}{1 + 0.1s}$$

Simulink 搭建仿真电路：



其中前向通道四个环节依次为 $-1.66 \times \frac{1}{1 + 0.5s}$ 、 $-\frac{1}{1 + 0.1s}$ 、 $-\frac{1}{s}$ 、 $-\frac{1 + 0.5s}{1 + 0.16s}$ 。

示波器结果为：



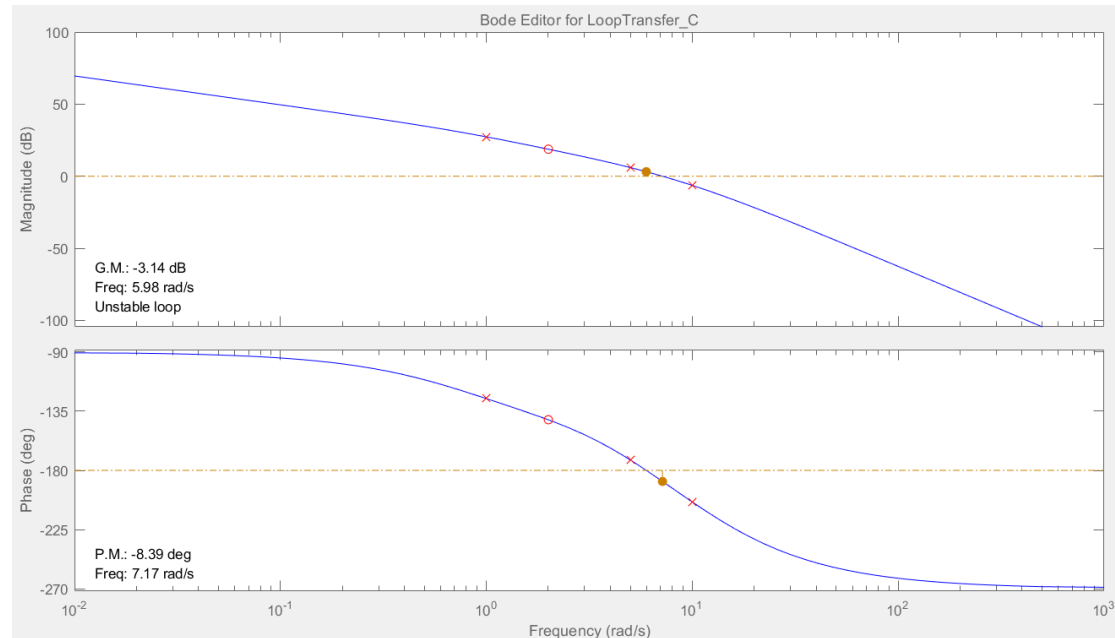
与之前仿真结果基本相同，且符合题目要求。

2、单位反馈系统的开环传递函数为

$$G(s) = \frac{30(0.5s + 1)}{s(s + 1)(0.2s + 1)(0.1s + 1)}$$

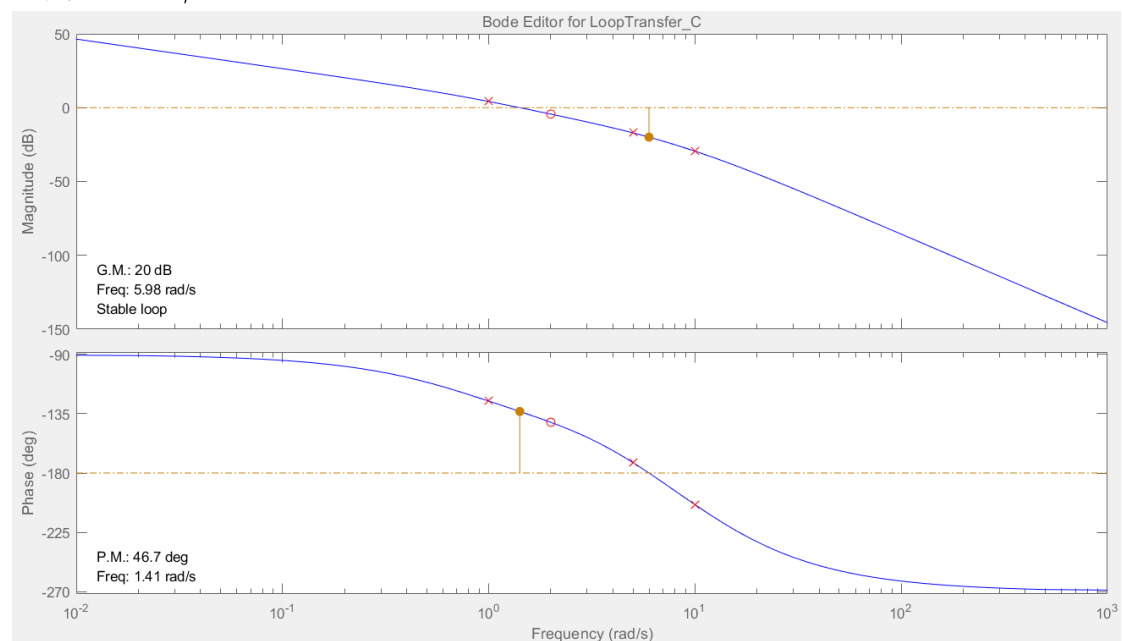
分析系统能否满足相角裕度 $\gamma \geq 45^\circ$ ，增益裕量 $\geq 6\text{dB}$ 的要求，若不能，请设计合适的校正装置。

首先画出原系统的 Bode 图。



由 Bode 图可以发现相角裕度为 $\gamma = -8.39^\circ < 45^\circ$ ，并且增益裕度为 $-3.14\text{dB} < 6\text{dB}$ ，均不满足要求。

设计校正装置：选择利用比例控制规律。减小 K_p 可以提高系统稳定性，因此从 1 开始减小 K_p 进行尝试。当 K_p 为 0.07 时可达到要求，因此选择 $K_p = 0.07$ 。其中相角裕度为 $\gamma = 46.7^\circ > 45^\circ$ ，增益裕度为 $20\text{dB} < 6\text{dB}$ ，如下图所示。

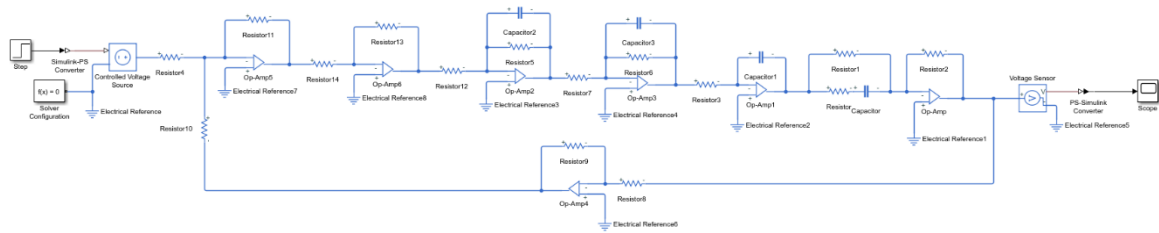


在加入校正装置后开环传递函数为：

实验报告

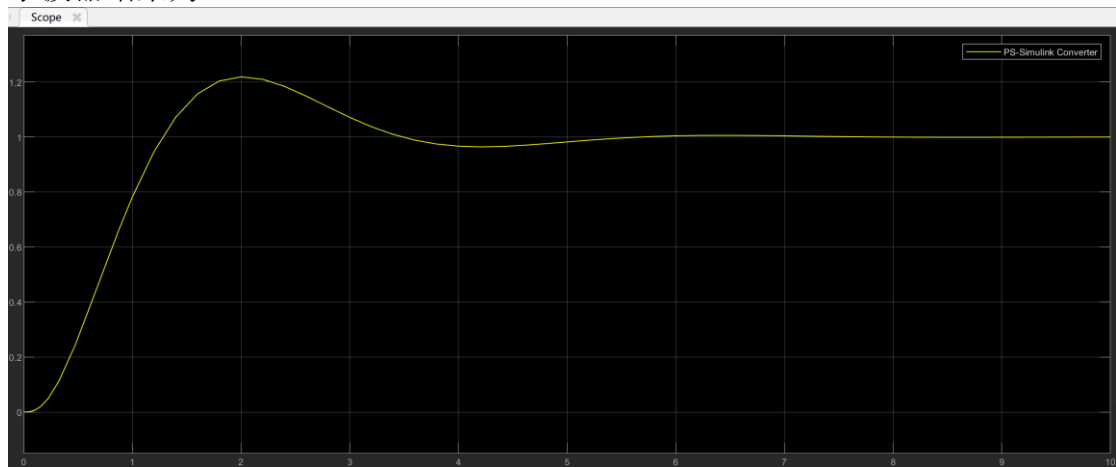
$$G(s) = 0.07 \times \frac{30(0.5s + 1)}{s(s + 1)(0.2s + 1)(0.1s + 1)}$$

使用 Simulink 来搭建仿真电路：



其中前向通道六个环节依次为： -0.07 、 -30 、 $-\frac{1}{s+1}$ 、 $-\frac{1}{0.2s+1}$ 、 $-\frac{1}{s}$ 、 $-\frac{0.5s+1}{0.1s+1}$

示波器结果为：



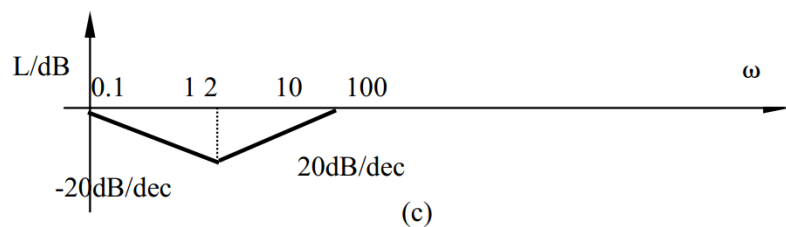
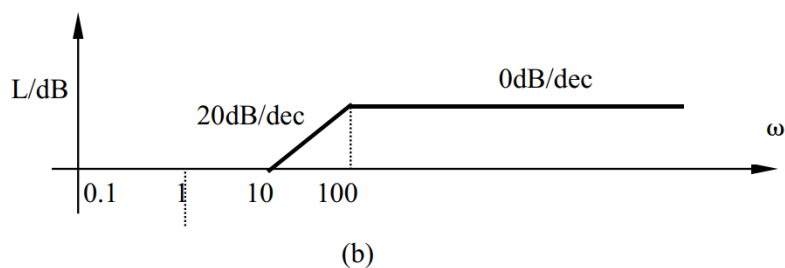
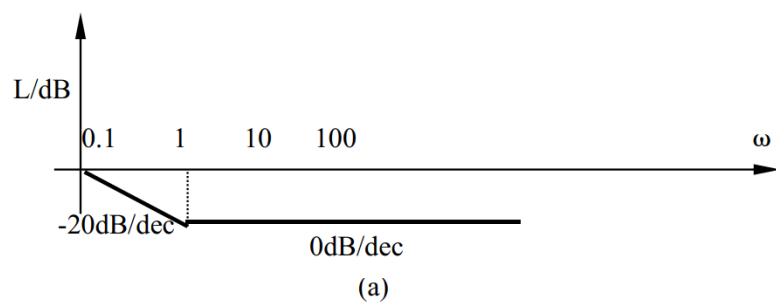
与仿真结果基本相同，且满足题目要求。

3、如图所示三种串联网路特性，它们均由最小相角环节组成，若控制系统为单位反馈系统，其开环传递函数为

$$G(s) = \frac{400}{s^2(0.01s + 1)}$$

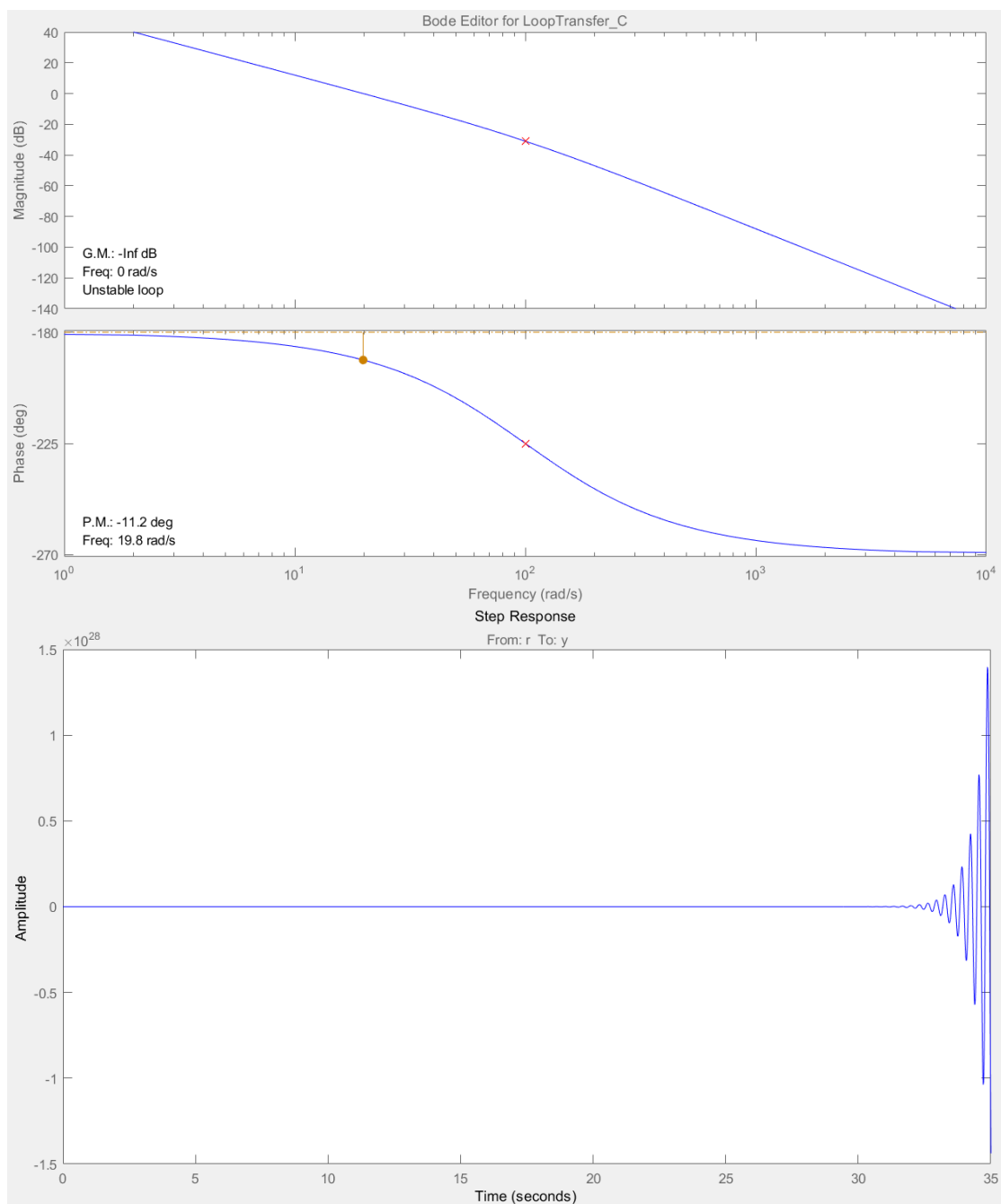
试求：1) 系统加入哪一种串联网路，可使校正系统的稳定程度最好？

2) 为了将 12Hz 的正弦波噪声削弱 10 倍左右，你确定采用哪种串联网路特性？



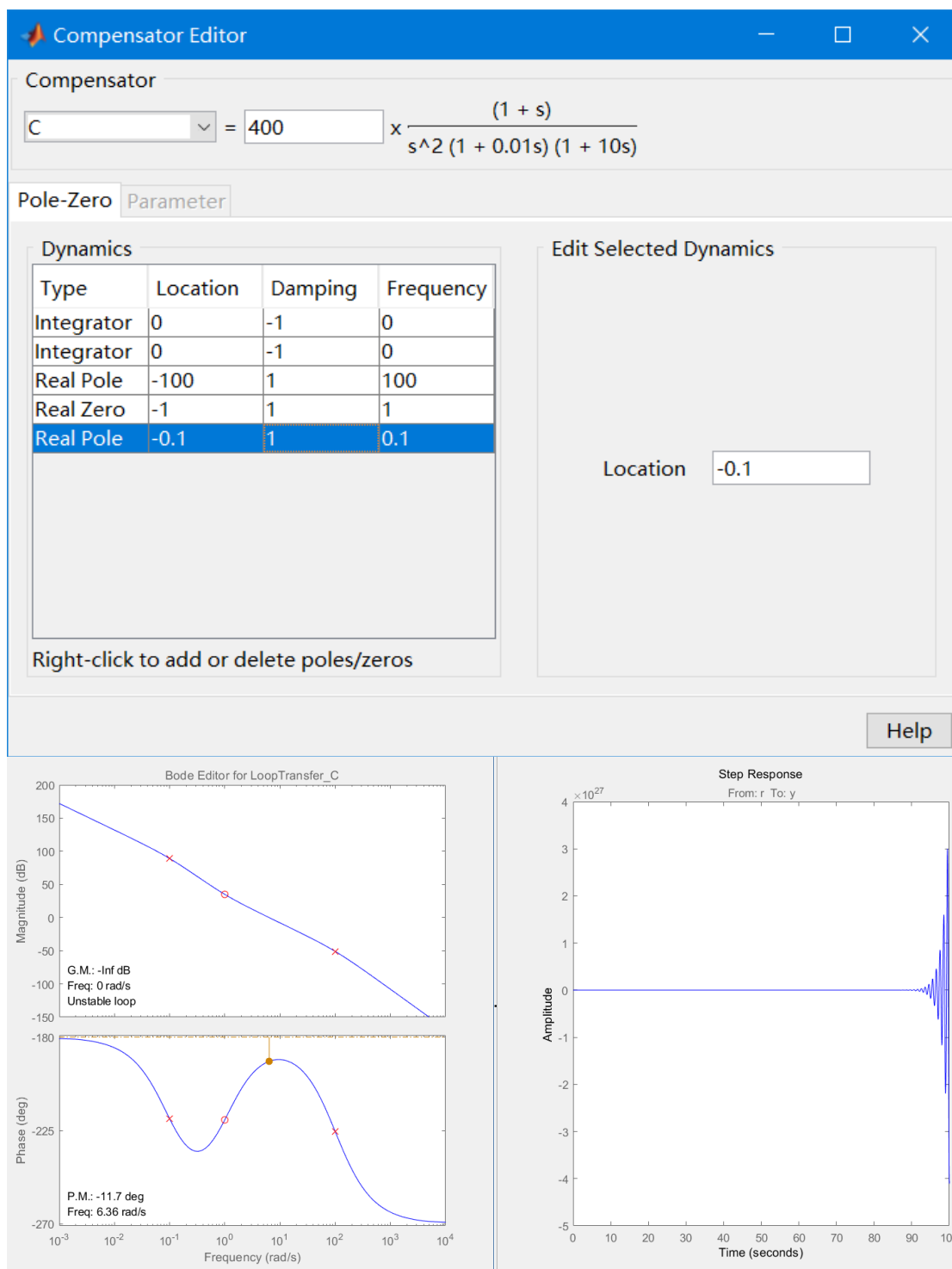
1) 原系统 Bode 图和时域响应如下：

实验报告



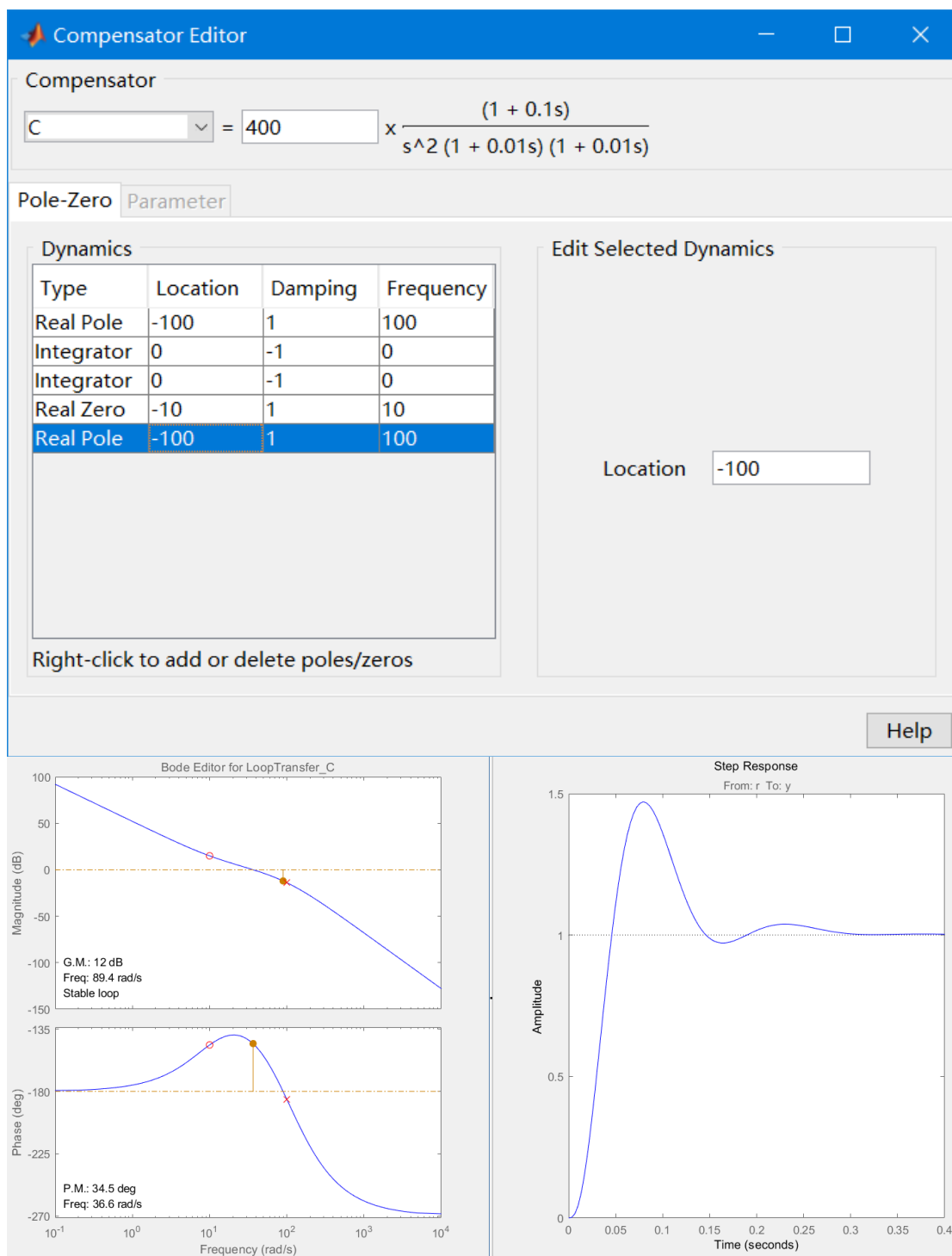
可以发现原系统并不稳定，相角裕度为 $\beta = -11.2^\circ$ ，而增益裕度为负无穷大。

对于(a)：串联网络的传递函数为 $G_a(s) = \frac{1+s}{1+10s}$ ，加入(a)以后的 Bode 图和时域响应如下：



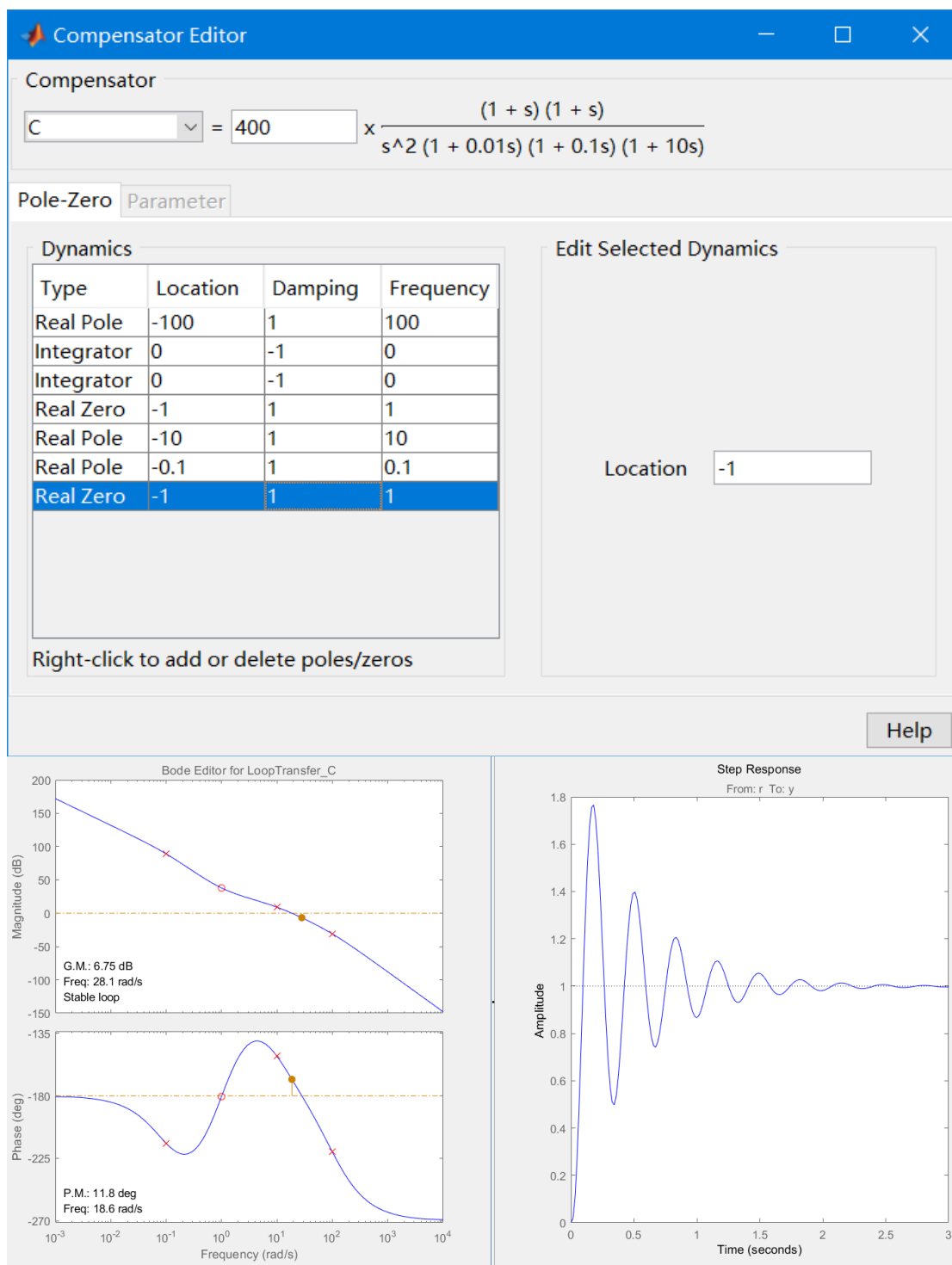
可以看到，相角裕度为 $\beta = -11.7^\circ$ ，增益裕度为负无穷大，显然校正后系统不稳定。

对于(b)：串联网络的传递函数为 $G_b(s) = \frac{1 + 0.1s}{1 + 0.01s}$ ，加入(b)以后的 Bode 图和时域响应如下：



可以看到，相角裕度为 $\gamma = 34.5^\circ$ ，增益裕度为 $K_g = 12\text{dB}$ ，系统稳定。

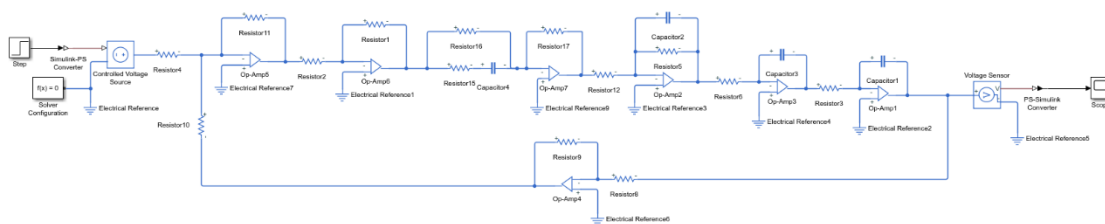
对于(c)：如果按照老师口头更改的条件的话（转折点分别是 0.1，1，10），那么串联网络的传递函数为 $G_c(s) = \frac{(1+s)^2}{(1+10s)(1+0.1s)}$ ，加入(c)以后的 Bode 图和时域响应如下：



可以看到，相角裕度为 $\beta = 11.8^\circ$ ，增益裕度为 $K_g = 6.75\text{dB}$ ，系统较稳定，但是不如(b)稳定。因此选择(b)。

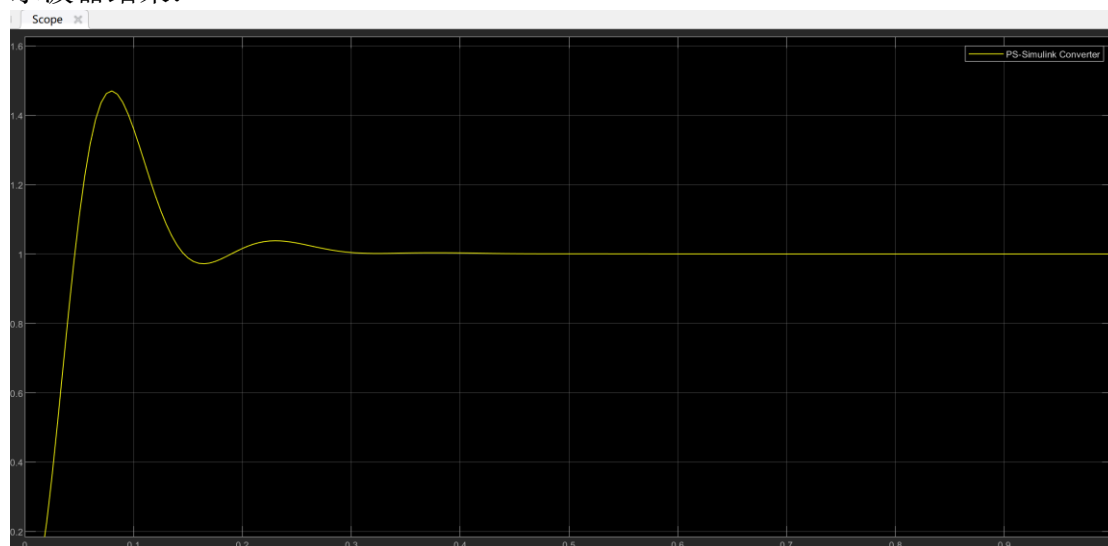
加入(b)串联网络后开环传递函数为 $G(s) = \frac{(1+0.1s)}{(1+0.01s)} \times \frac{400}{s^2(0.01s+1)}$ 。

实验报告



其中前向通道六个环节依次为 -20 、 -20 、 $-\frac{1+0.1s}{1+0.01s}$ 、 $-\frac{1}{0.01s+1}$ 、 $-\frac{1}{s}$ 、 $-\frac{1}{s}$

示波器结果：



与在 control system designer 中仿真（串入 b）基本相同，符合题意。

2) 为了将 12Hz 的正弦波噪声削弱 10 倍左右，你确定采用哪种串联网路特性？

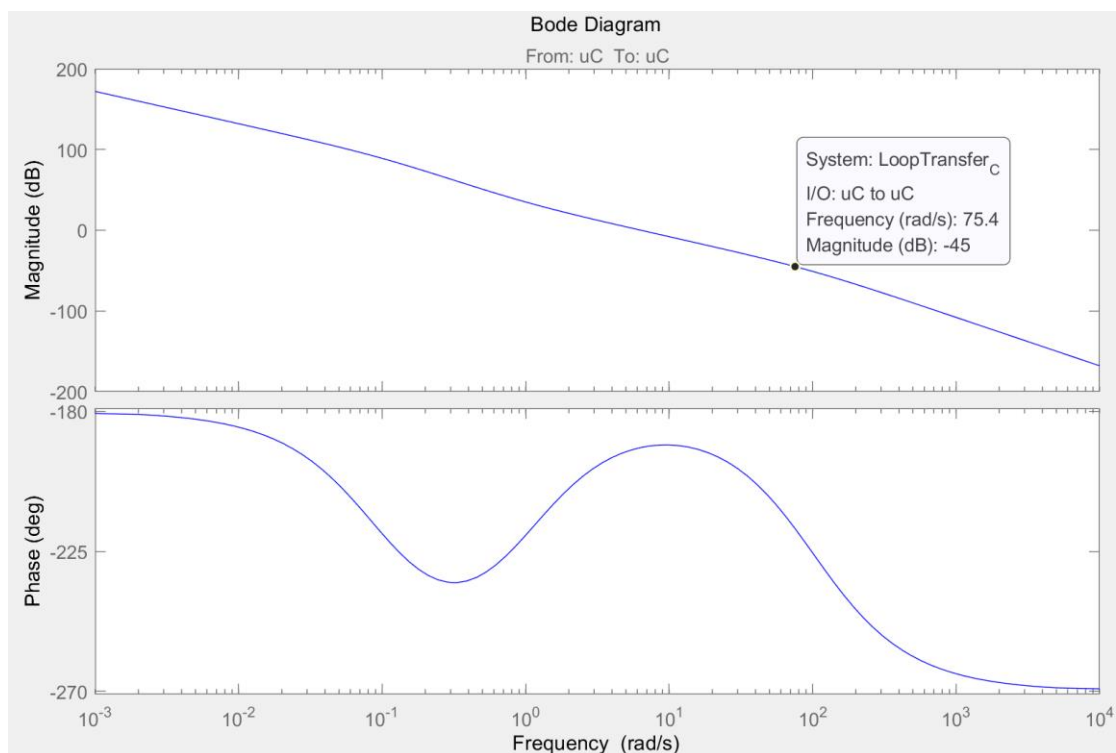
$$\omega = 2\pi f = 75.4 \text{ rad/s}$$

根据题目要求， $\omega = 75.4 \text{ rad/s}$ 时，幅频特性曲线的幅值增益为 -20dB 左右，才能满足幅值为原来的 10 分之一。

(a) 校正网络传递函数为： $G_c(s) = \frac{s+1}{10s+1}$

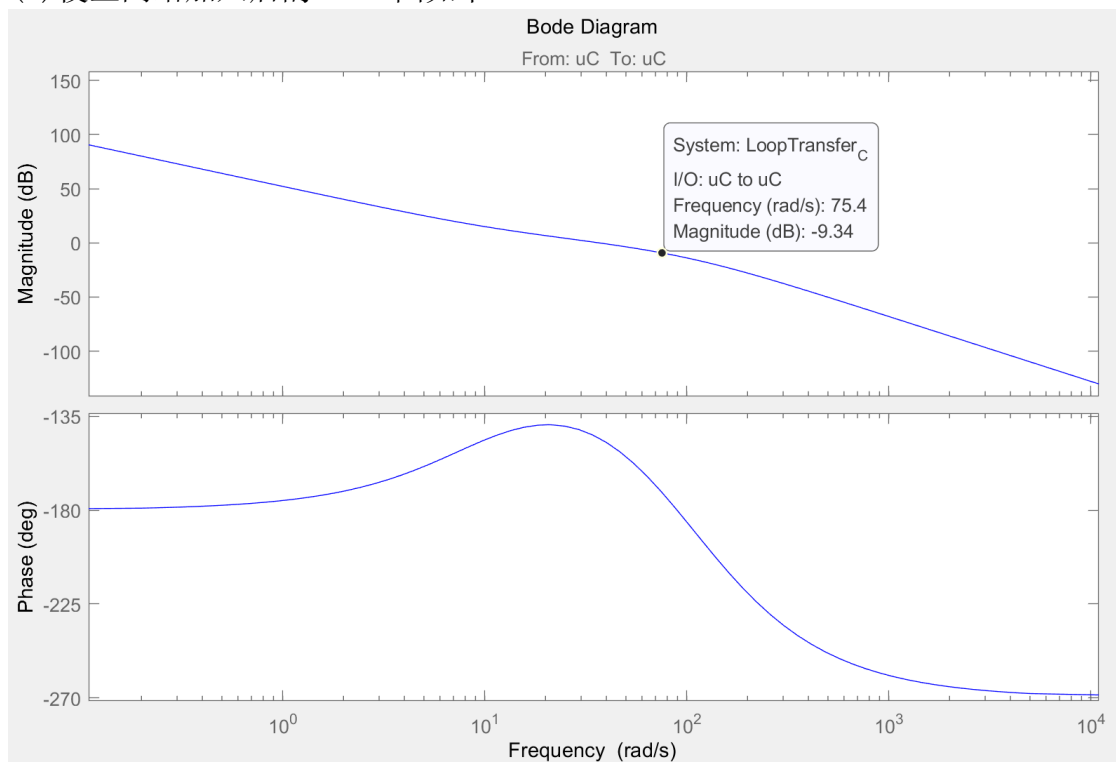
$$\text{此时整体的开环传递函数为 } G(s) = \frac{s+1}{10s+1} \cdot \frac{400}{s^2(0.01s+1)}$$

实验报告



由上图知校正后 $L_a(75.4) = -45\text{dB}$ ，这与要求的 -20dB 差距较大，将会导致幅值缩小得更多，因此不宜使用 (a) 作为校正网络。

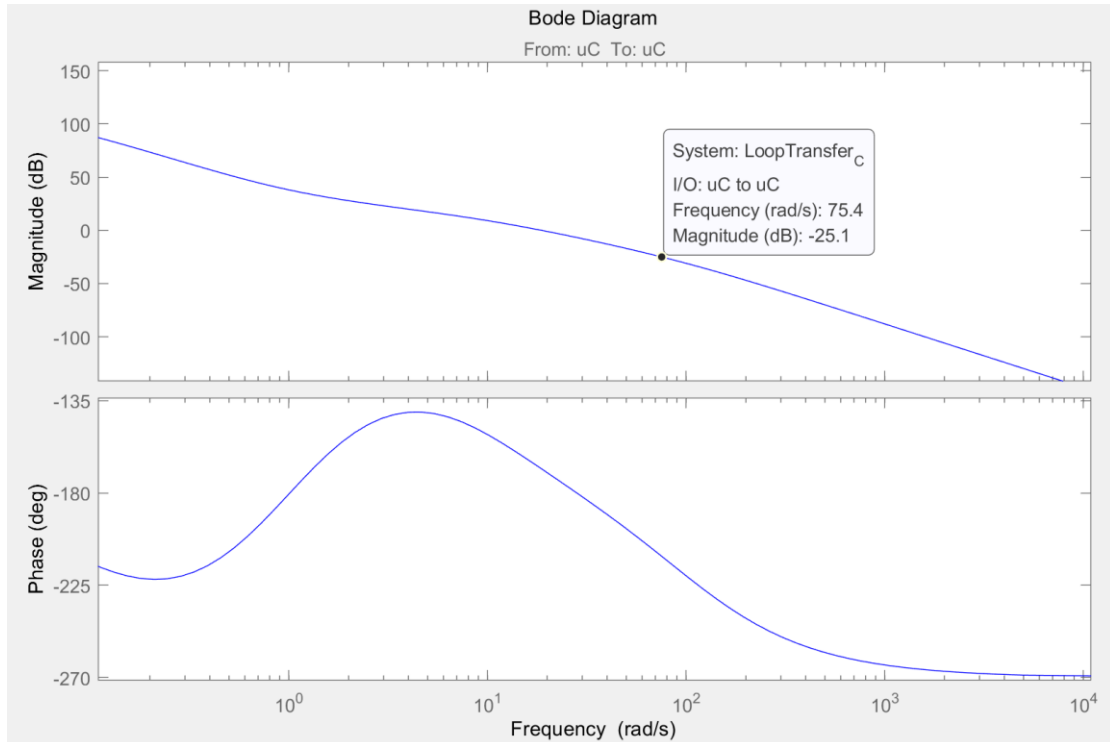
(b) 校正网络加入后的 Bode 图如下。



由上图可知 $L_b(75.4) = -9.34\text{dB}$ ，这与要求的 -20dB 差距较大，将会导致幅值大于原来的十分之一。

(c) 校正网络加入后的 Bode 图如下。

实验报告



由上图可知 $L_c(75.4) = -25.1\text{dB}$ ，这与要求的 -20dB 接近，可使得输入信号的幅值变为原来的十分之一左右。

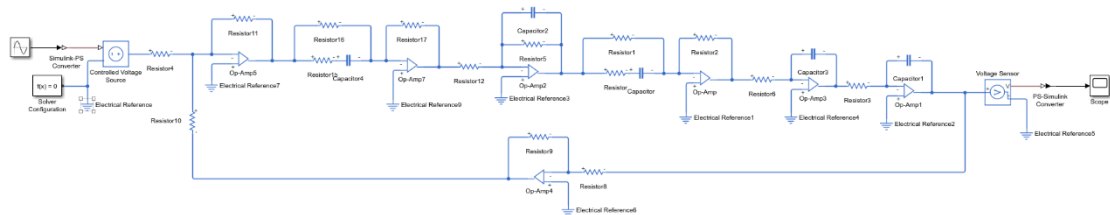
由上述结果可知采用 (c) 校正网络时幅值最接近 -20dB ，故采用 (c) 校正网络可满足题意。

加入 (c) 串联网络后开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{(1+s)^2}{(1+10s)(1+0.1s)} \times \frac{400}{s^2(0.01s+1)}。$$

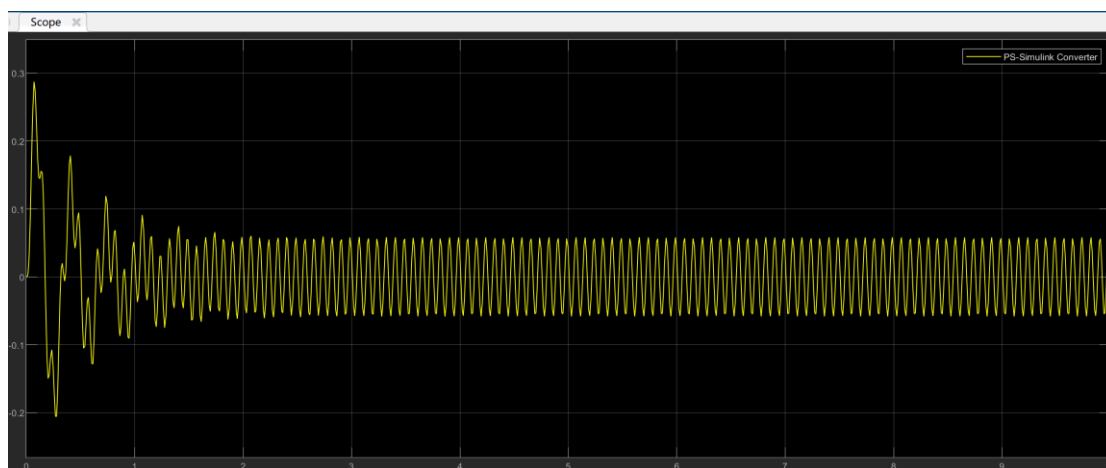
假设输入频率为 12Hz 、幅值为 1 的正弦波。

Simulink 搭建仿真电路：



其中前向通道六个环节依次为 -20 、 $-\frac{1+s}{1+0.1s}$ 、 $-\frac{20}{1+10s}$ 、 $-\frac{1+s}{0.01s+1}$ 、 $-\frac{1}{s}$ 、 $-\frac{1}{s}$

示波器结果：



可见，正弦波的幅值被削减到大约 0.06，与输入前的 1 相比，被削减了十倍左右，满足要求。

4. 设原单位反馈系统开环传递函数为

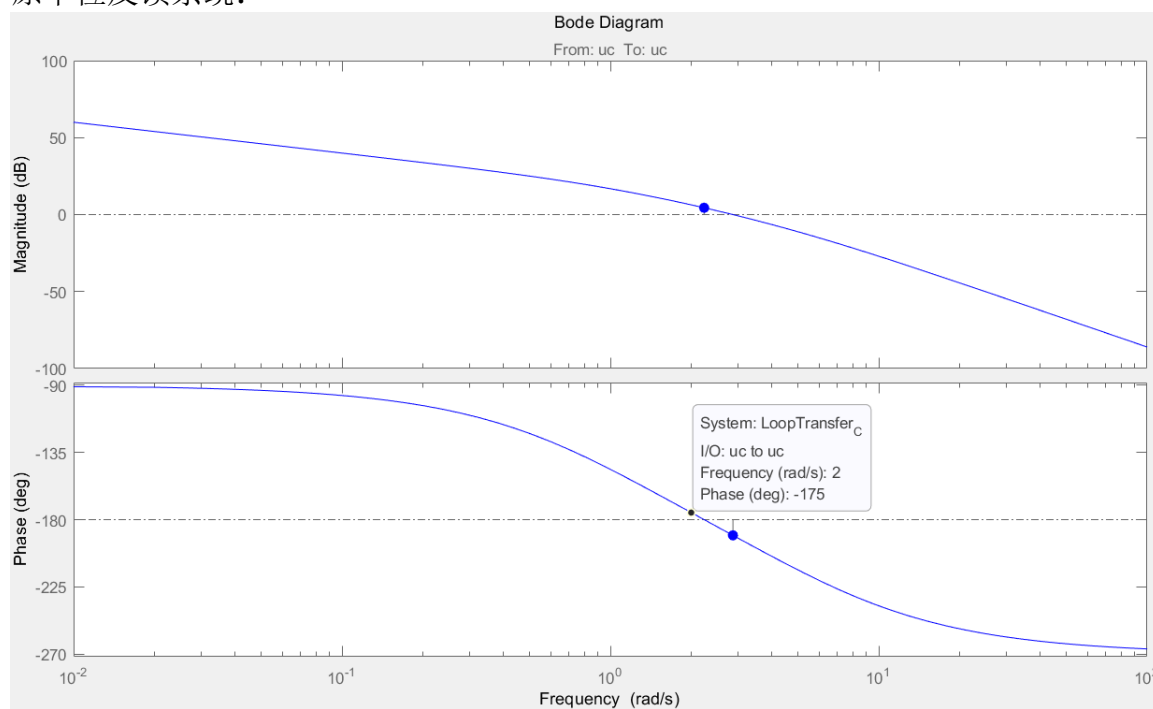
$$G(s) = \frac{K}{s(0.2s+1)(s+1)}$$

要求 $M_r \approx 1.4, \omega_c \approx 2.0, K_v \geq 10 \text{ rad/s}$ ，原系统能否满足要求，若不能，试设计合适的校正装置。

采用串联滞后-超前校正方法。

由于速度误差系数 $K_v \geq 10 \text{ rad/s}$ ，因此选择 $K = 10 \text{ rad/s}$ 。

原单位反馈系统：



可以发现， $\omega = 2 \text{ rad/s}$ 的相角为 -175° ，根据 $M_r \approx \frac{1}{\sin \gamma}$ 可知，相角裕度 $\gamma \approx 45.58^\circ$ ，为了使得相角裕度 $\gamma \approx 45.58^\circ$ ，同时考虑到相位滞后部分的影响，取超前网络提

供的最大相角为 $\varphi_m = 46^\circ$ ，于是有

$$a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} = \frac{1 + \sin 46^\circ}{1 - \sin 46^\circ} = 6.12605$$

为使 $\omega = 2\text{rad/s}$ 时，对应最大超前相角 φ_m ，有

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{a} T_1} = 2 \Rightarrow T_1 = 0.202\text{s}$$

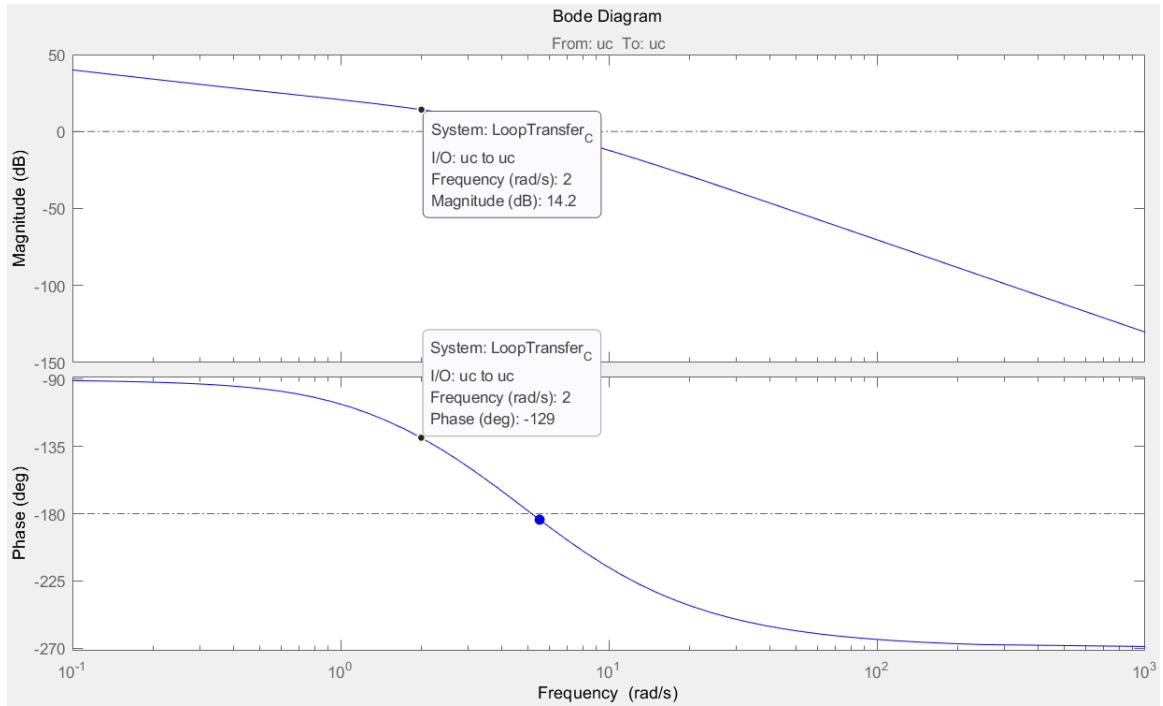
所以相位超前网络为

$$G_{c1}(s) = \frac{aT_1s + 1}{T_1s + 1} = \frac{1.24s + 1}{0.202s + 1}$$

校正后系统的开环传递函数为

$$G_1(s) = G(s)G_{c1}(s) = \frac{10(1.24s + 1)}{s(0.2s + 1)(s + 1)(0.202s + 1)}$$

对应的 Bode 图如下图所示：



由图可知， $\omega = 2\text{rad/s}$ 时幅值为 14.2dB。因此，为使 $\omega = 2\text{rad/s}$ 等于剪切频率，可在高频区使增益下降 14.2dB，则滞后校正部分的参数为

$$20\lg b = -14.2$$

$$b = 0.195$$

取交接频率 $\frac{1}{bT_2}$ 为剪切频率 $\omega = 2\text{rad/s}$ 的 1/10，

$$\frac{1}{bT_2} = \frac{\omega}{10} = 0.2$$

$$T_2 = 25.64\text{s}$$

所求滞后网络为

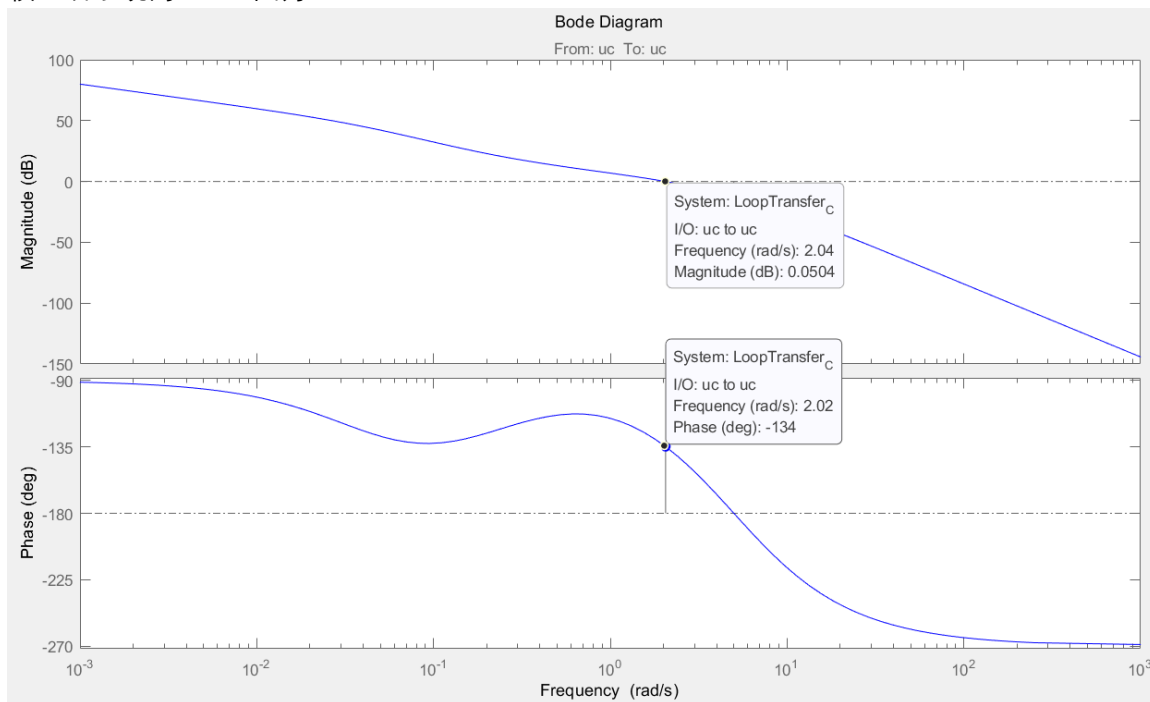
$$G_{c2}(s) = \frac{bT_2s + 1}{T_2s + 1} = \frac{5s + 1}{25.64s + 1}$$

校正后系统的开环传递函数为

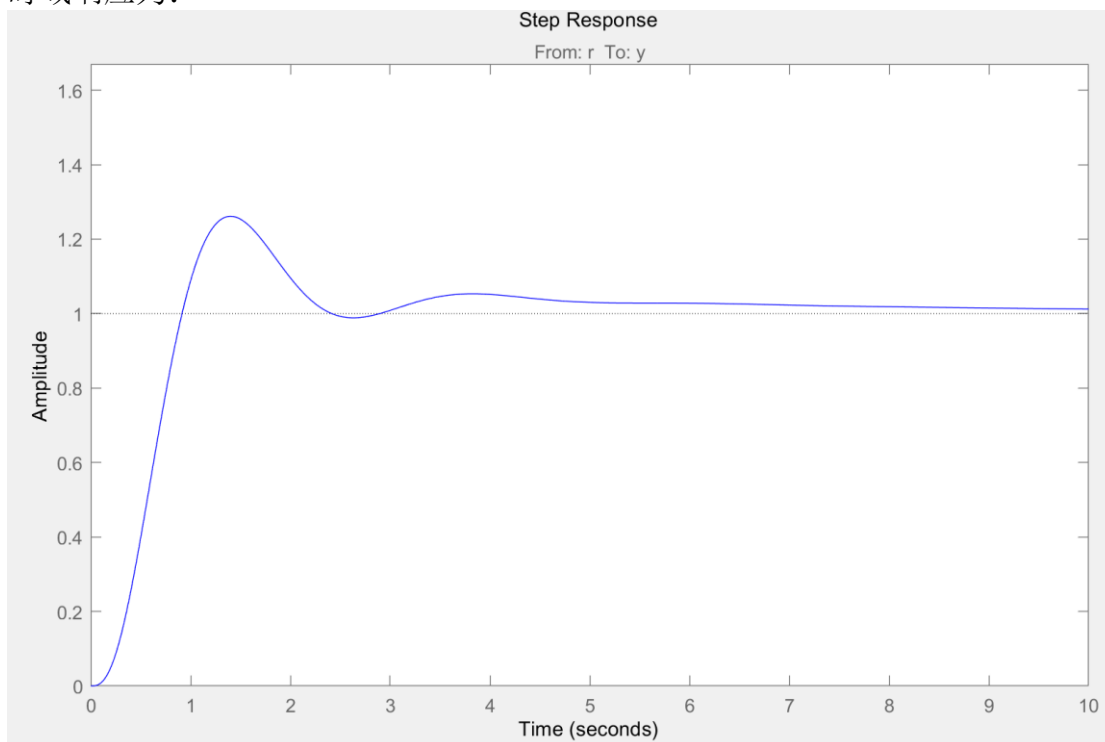
实验报告

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{10}{s(0.2s+1)(s+1)} \times \frac{1.24s+1}{0.202s+1} \times \frac{5s+1}{25.64s+1} \\ &\approx \frac{10}{s(0.2s+1)(s+1)} \times \frac{1.2s+1}{0.2s+1} \times \frac{5s+1}{25s+1} \\ &= \frac{10(1.2s+1)(5s+1)}{s(0.2s+1)(s+1)(0.2s+1)(25s+1)} \end{aligned}$$

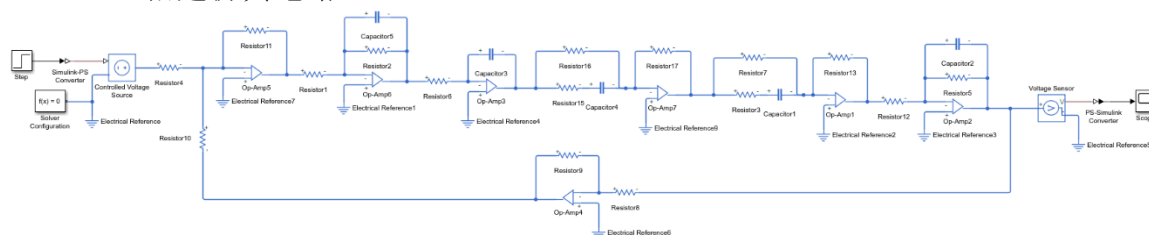
校正后系统的 Bode 图为：



时域响应为：

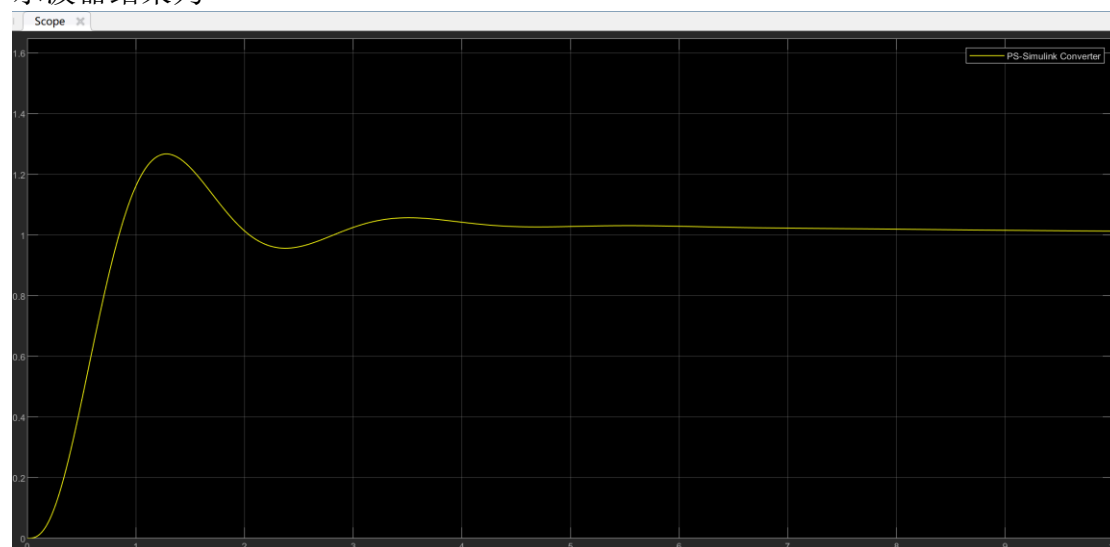


Simulink 搭建仿真电路：



前向通道六个环节依次为 -10 、 $-\frac{1}{0.2s+1}$ 、 $-\frac{1}{s}$ 、 $-\frac{5s+1}{s+1}$ 、 $-\frac{1.2s+1}{0.2s+1}$ 、 $-\frac{1}{25s+1}$

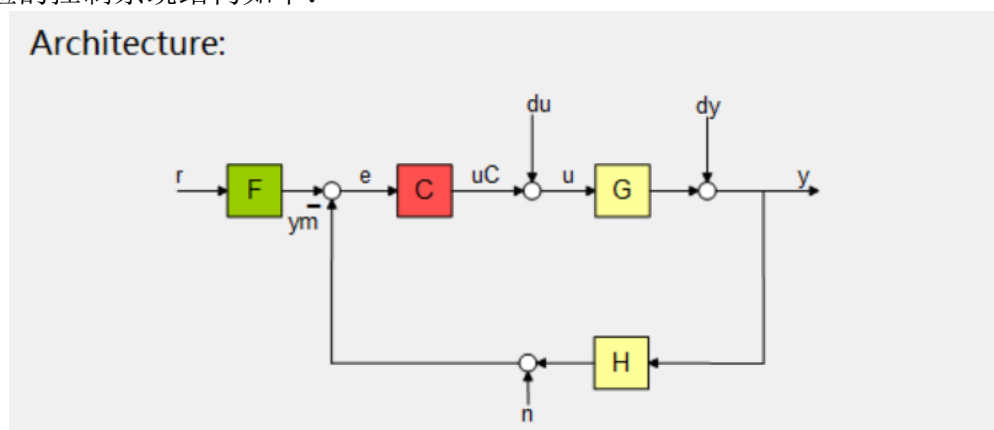
示波器结果为



与仿真结果基本相同，且满足题目要求。

五、实验总结

这次实验室关于系统的校正的。首先我们需要分析原系统的性能是否满足特定要求。如动态性能、稳定性等。这需要利用 Bode 图和时域响应来分析。如果原系统不符合要求，那么就需要设计补偿环节来校正系统，使其满足要求。整个实验的控制系统结构如下：



这里我们默认 $H=1$ ，即单位负反馈。给定原系统的开环传递函数 G ，若此时不满足性能要求，则需要设计补偿环节 C ，使得校正后的系统满足各种指标。主要利用 control system designer 进行分析。这时可以把环节 G 与环节 C 看成一个整体。可以将 C 视为开环传函，而把 G 设为 1，结果是等效的。不过需要注意

的是,在对物理电路进行仿真的时候,一定要把 G 与 C 严格分开。原始的 G 是不能被改变的,即使出现分子分母相消的情况,也是不允许的。在搭建物理电路时,首先一定要把 C 和 G 分开,然后按照各环节逐步搭建出电路。还需注意的是 Simulink 与物理信号之间需要转换,这利用 Simulink-PS Converter 与 PS-Simulink Converter 即可实现。

关于如何设计校正环节,有串联超前、串联滞后、滞后-超前、反馈和期望频率校正等常用的方法。

我认为本次实验的难点在于很多参数并不好直接通过计算获得,比如第一题不是二阶系统,而是更高阶的系统,这样就不好使用现有的公式来直接计算参数。因此在确定参数和选择校正装置时,本次实验有很多需要自己手动调节,观察实验现象来确定参数的过程,此外搭建物理电路也是一个难点。搭建物理电路,将传递函数分环节转化为物理电路我并不熟练,不过通过这次实验,我重新温习了以前学习的知识,现在我已经熟练掌握了搭建物理电路的方法。此外,通过这次实验,我也更加体会到了零极点分布对系统性能的影响。相比于自动控制原理课程中偏于理论的推导,本次实验更侧重于仿真调试与理论计算相结合,这让我收获颇丰。